

软件分析

数据流分析

熊英飞 北京大学 **2015**

复习



- 大多数程序分析问题都是不可判定问题
 - 莱斯定理
- •解决途径是对程序做抽象
 - must分析/下近似
 - may分析/上近似

复习-停机问题的证明方法



- 假设存在停机问题判断算法: bool Halt(p)
 - p为特定程序
- 给定某邪恶程序

```
void Evil() {
    if (!Halt(Evil)) return;
    else while(1);
}
```

- Halt(Evil)的返回值是什么?
 - · 如果为真,则Evil不停机,矛盾
 - · 如果为假,则Evil停机,矛盾

停机问题-抽象方法



- 邪恶程序存在的关键在于程序中有if存在
- 不如忽略掉所有程序的if条件部分

```
void Evil() {
    if (!Halt(Evil)) return;
    else while(1);
}

void Evil() {
    向左走 return;
    向右走 while(1);
}
```

• 语义: "向左走/向右走"为非确定性选择,程序随机从"向左走"和"向右走"后面的语句中选择一条执行。

停机问题-抽象方法



 邪恶程序仍然可以用循环写出 void Evil() { while (Halt(Evil));

}

• 忽略所有条件判断中的条件,一律抽象为不确定选择

```
void Evil() {
    再来一次:
    向左走 goto 再来一次;
    向右走 return;
}
```

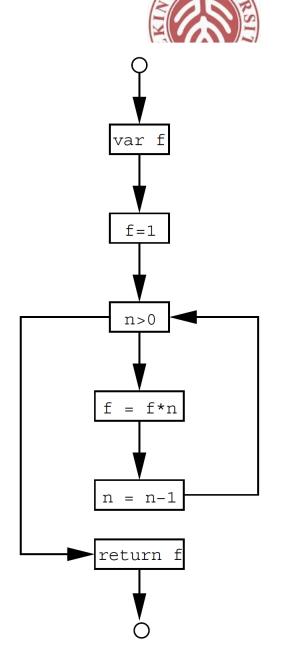
停机问题-抽象过程分析



- 针对给定输入
 - 原始程序只有一条执行路径,抽象程序上有多条执行路径
 - 原始程序的执行路径一定包含在抽象程序的执行路径中
- 停机问题
 - 原始程序停机:存在自然数n,程序的执行路径长度 小于n
 - 抽象程序停机:存在自然数n,程序中所有执行路径的长度都小于n

停机问题-判定方法

- 判断方法: 绘制控制流图
 - 控制流图:结点为程序语句,边为语句间的转移
- 如果控制流图上有环,则可能不终止,否则一定终止



数据流分析-小结1



• 近似方案1: 忽略掉程序的条件判断,认为所有 分支都有可能到达

• 数据流分析:程序可以看成是状态(数据)和状态之间的转移(控制)两部分,因为状态转移的条件都被忽略了,核心分析的部分是状态数据在转移过程中的变化,所以叫做数据流分析。

符号分析



给定一个只包含浮点数变量和常量的程序,已知输入的符号,求输出的符号

• 采用上节课讲到的抽象域,输出正、零、负、槑四种结果

复习: 符号分析的抽象



- 抽象符号
 - 正 ={所有的正数}
 - 零={0}
 - 负= {所有的负数}
 - 槑={所有的整数和NaN}
- •运算(列标号●行标号)

+	正	负	零	槑
正	正			
负	槑	负		
零	正	负	零	
槑	槑	槑	槑	槑

-	正	负	零	槑	
正	槑	负	负	槑	
负	正	槑	正	槑	T
零	正	负	零	槑	
槑	槑	槑	槑	槑	
*	正	负	零	槑	
正	正				
负	负	正			
零	零	零	零		
槑	槑	槑	槑	槑	
/	正	负	零	槑	
正	正	负	零	槑	
负	负	正	零	槑	
零	槑	槑	槑	槑	
槑	槑	槑	槑	槑	



```
x*=-100;
y+=1;
while(y < z) {
    x *= -100;
    y += 1;
}</pre>
```

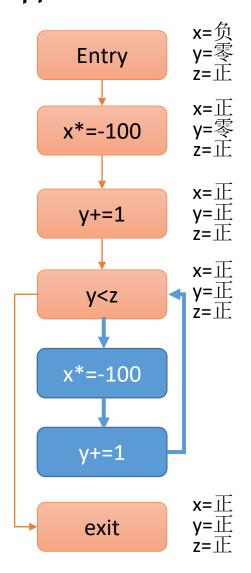
输入: x为负, y为零, z为正

输出: x为槑, y为正, z为正

符号分析-基本思路

UNIVERSITY OF THE PROPERTY OF

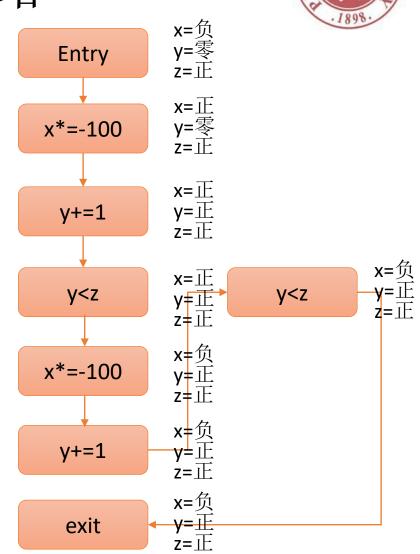
给定程序的一条执 行路径,我们能推 出结果符号的抽象 取值



符号分析-基本思路



- - $\sqcap (v_1, v_2) =$ $\begin{cases} v_1 & \text{如果} v_1 = v_2 \\ \text{槑 其他情况} \end{cases}$
- n((正正正),(负正 正))=(槑正正)

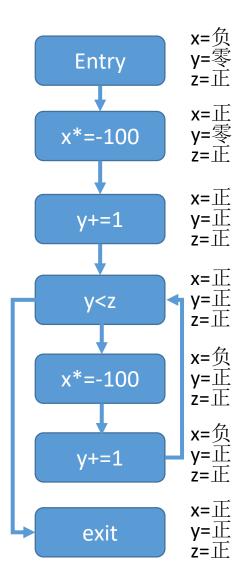


符号分析-基本思路



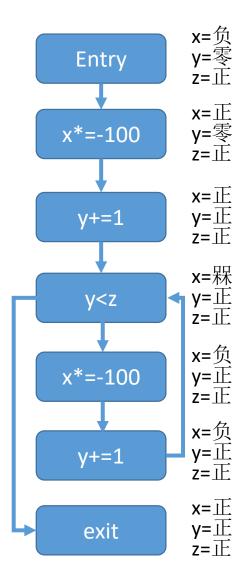
- 如果我们能知道程序所有可能的路径产生的结果符号 $v_1, v_2, ...$,我们就知道了程序的最终结果 Γ $(v_1, v_2, ...)$ 。
- 如何知道程序有哪些可能的路径?
 - 近似方案1: 忽略掉程序的条件判断,认为所有分支都有可能到达
- 如何能遍历所有可能的路径?
 - 近似方案2:不在路径末尾做合并,在控制流汇合的 所有位置提前做合并

```
x*=-100;
y+=1;
while(y < z) {
    x *= -100;
    y += 1;
}</pre>
```



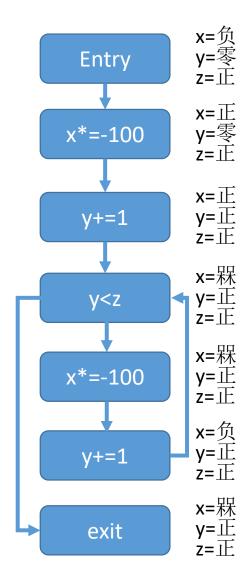


```
x*=-100;
y+=1;
while(y < z) {
    x *= -100;
    y += 1;
}</pre>
```



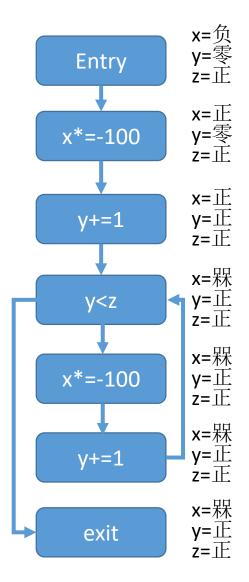


```
x*=-100;
y+=1;
while(y < z) {
    x *= -100;
    y += 1;
}</pre>
```





```
x*=-100;
y+=1;
while(y < z) {
    x *= -100;
    y += 1;
}</pre>
```





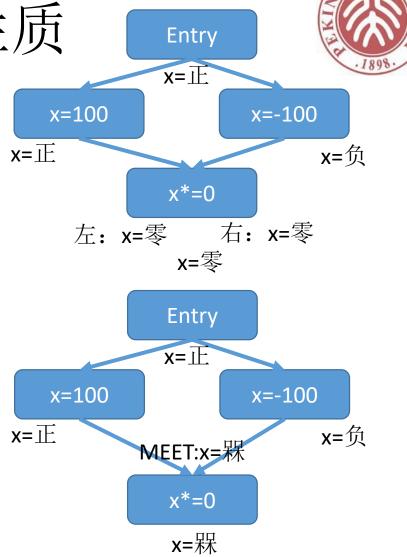
符号分析-算法



- \diamondsuit **S** = { $(s_x, s_y, s_z) | s_x, s_y, s_z \in \{\text{II}, \text{D}, \text{\mathbb{Z}}, \text{\mathbb{R}}, \text{\mathbb{T}}\}$ }
- 每个结点的值为S的一个元素,代表对应语句执行之后的变量符号,用DATA表示
- 初始值
 - DATA_{entry}=(负,零,正)
 - DATA_{其他结点}=(T,T,T)
- 结点转换函数 $f_v: S \to S$
 - $f_{exit} = id$
 - f其他结点=根据相应语句进行计算
- 交汇运算 $MEET_v = \sqcap_{w \in pred(v)} DATA_w$, \sqcap 操作扩展到 $T: x \sqcap T = x$
- 结点更新运算 $S_v = f_v(MEET_v)$
- 如果某个结点的前驱结点发生了变化,则使用结点更新运算更新该结点的附加值
- 如果没有任何结点的值发生变化,则程序终止。

符号分析-算法性质

- 该算法是安全的吗?
 - 近似方案2并非等价变换,那么该近似方案是安全的吗?
- 该算法保证终止(Terminating) 吗?
 - 路径上有环的时候,是否会一直循环?
- 该算法一定合流(Confluent) 吗?
- 终止+合流=收敛 (Convergence)
- 以上问题的答案将在数据流分析框架部分统一回答



数据流分析-小结2



• 给出一条程序路径上的分析方案,和不同路径上的结果合并方案

- 近似方案1: 忽略掉程序的条件判断,认为所有 分支都有可能到达
- 近似方案2:不在路径末尾做合并,在控制流汇合的所有位置提前做合并

数据流分析-活跃变量分析(Liveness Analysis)



- 活跃变量: 给定程序中的某条语句s和变量v,如果在s执行前保存在v中的值在后续执行中还要取就被称作活跃
- 第四行的y和x是否为活 跃变量?
- 第八行的y和z呢?
- 活跃变量分析: 返回所有可能的活跃变量
 - may分析

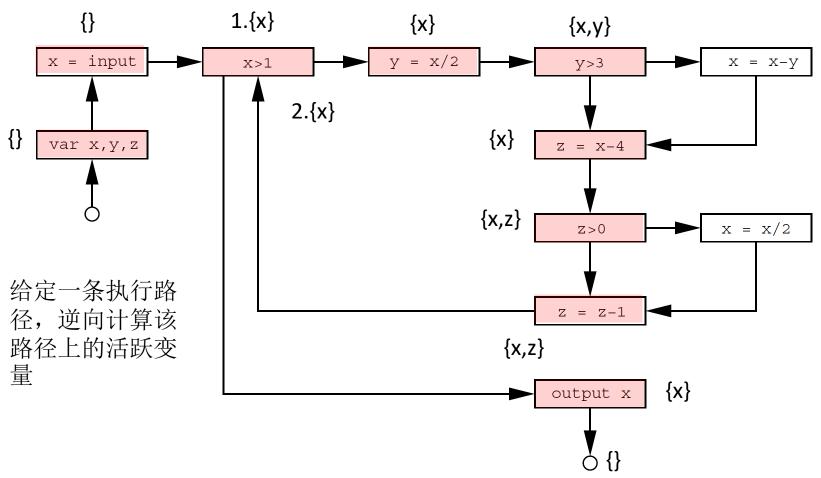
```
1. var x,y,z;
```

2.
$$x = input$$
;

- 3. while (x>1) {
- 4. y = x/2;
- 5. if (y>3) x = x-y;
- 6. z = x-4;
- 7. if (z>0) x = x/2;
- 8. z = z-1;
- 9. }
- 10. output x;

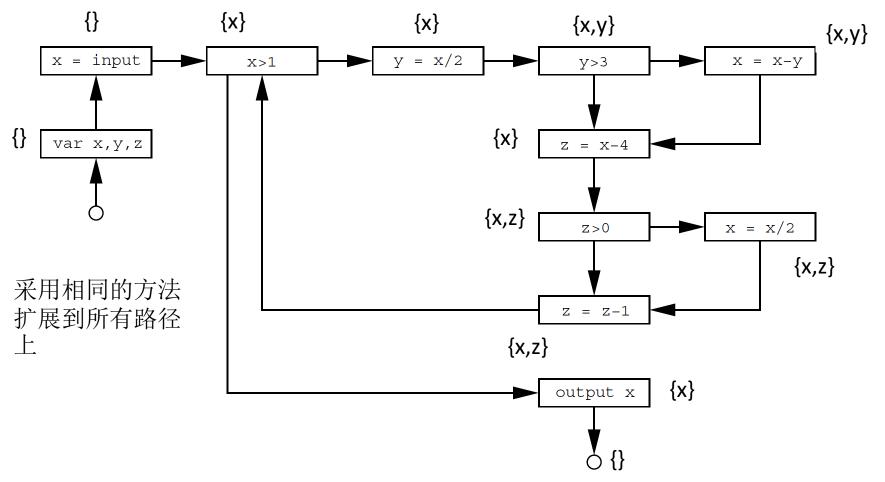
活跃变量分析-基本思想





活跃变量分析-例子





活跃变量分析-算法



- 初始值: DATA_V = {}
- 结点转换函数: $f_v(L) = (L \setminus KILL_v) \cup GEN_v$
 - $GEN_v = vars(v)$

•
$$KILL_v = \begin{cases} \{x\} & v \coloneqq \mathbf{x} = \exp; \\ \{x\} & v \coloneqq \text{int } \mathbf{x}; \\ \{\} & otherwise \end{cases}$$

- 交汇运算 $MEET_V = \bigcup_{w \in succ(v)} DATA_w$
- 结点更新运算 $L_v = f_v(MEET_v)$
- 如果某个结点的后继结点发生了变化,则使用结点更新运算更新该结点的附加值
- 如果没有任何结点的值发生变化,则程序终止。

活跃变量分析-算法性质



- 该算法是安全的吗?
 - 安全性:每个节点对应的L集合包括了所有的活跃变量
 - 对于单条路径,该性质可以归纳证明
 - 如何证明对所有路径的安全性?
- 该算法保证收敛吗?

数据流分析单调框架



- 数据流分析单调框架:对前面所述算法以及所有同类算法的一个通用框架
- 目标:通过配置框架的参数,可以导出各种类型的算法,并保证算法的安全性、终止性、收敛性
- 需要抽象的内容
 - 不同算法在结点上附加的值的类型不同,需要有一个统一接口
 - 不同算法给出的结点转换函数不同,需要有一个统一接口

半格 (semilattice)



- 半格是一个二元组(S,Π),其中S是一个集合, Π 是一个交汇运算,并且任意 $x,y,z \in S$ 都满足下列条件:
 - 幂等性idempotence: $x \sqcap x = x$
 - 交換性commutativity: $x \sqcap y = y \sqcap x$
 - 结合性associativity: $(x \sqcap y) \sqcap z = x \sqcap (y \sqcap z)$
 - 存在一个最大元T,使得 $x \sqcap T = x$

偏序Partial Order

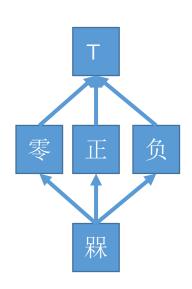


- 偏序是一个二元组(S, ⊆), 其中S是一个集合, ⊑ 是一个定义在S上的二元关系, 并且满足如下性 质:
 - 自反性: $\forall a \in S : a \sqsubseteq a$
 - 传递性: $\forall x, y, z \in S$: $x \subseteq y \land y \subseteq z \Rightarrow x \subseteq z$
 - 非对称性: $x \sqsubseteq y \land y \sqsubseteq x \Rightarrow x = y$
- 每个半格都定义了一个偏序关系
 - $x \sqsubseteq y$ 当且仅当 $x \sqcap y = x$

半格示例



- 抽象符号域的五个元素和交汇操作组成了一个半格
- 半格的笛卡尔乘积 $(S \times T, \Pi_{xy})$ 还是半格
 - $(s_1, t_1) \sqcap_{xy} (s_2, t_2) = (s_1 \sqcap_x s_2, t_1 \sqcap_y t_2)$
- 任意集合和交集操作组成了一个半格
 - 偏序关系为子集关系
 - 顶元素为全集
- 任意集合和并集操作组成了一个半格
 - 偏序关系为超集关系
 - 顶元素为空集



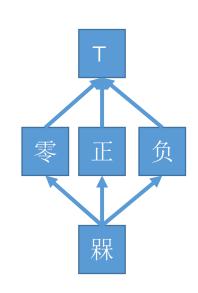
半格的高度



• 半格的偏序图中任意两个结点 的最大距离+1

• 示例:

- 抽象符号域的半格高度为3
- 集合和交集/并集组成的半格高 度为集合大小+1
 - 活跃变量分析中半格高度为变量总数+1



集合的最大下界



- 下界: 给定集合S,如果满足 $\forall s \in S: u \sqsubseteq s$,则称u是S的一个下界
- •最大下界:设u是集合S的下界,给定任意下界u',如果满足 $u' \sqsubseteq u$,则称u是S的最大下界,记为T_S
- 引理: $\Pi_{s \in S}$ s是S的最大下界
 - 证明:
 - 根据幂等性、交换性和结合性,我们有 $\forall v \in S$: $(\sqcap_{s \in S} s) \sqcap v = \sqcap_{s \in S} s$,所以 $\sqcap_{s \in S} s$ 是S的下界
 - 给定另一个下界u,我们有 $\forall s \in S : s \sqcap u = u$,($\sqcap_{s \in S} s \sqcap u = u$) $\Pi_{s \in S} u = (\Pi_{s \in S} (s \sqcap u)) = u$,所以 $\Pi_{s \in S} s$ 是最大下界
- 推论: 半格的任意子集都有最大下界

单调函数Monotone Function



- •给定一个偏序关系 (S,\sqsubseteq) ,称一个定义在S上的函数f为单调函数,当且仅当对任意 $a,b \in S$ 满足
 - $a \sqsubseteq b \Rightarrow f(a) \sqsubseteq f(b)$
- 注意: 单调函数与递增函数不同
- 单调函数示例
 - 在符号分析的半格中,固定任一输入参数,抽象符号的四个操作均为单调函数
 - 在集合和交/并操作构成的半格中,给定任意两个集合GEN, KILL,函数 $f(S) = (S KILL) \cup GEN$ 为单调函数

数据流分析单调框架



- 一个控制流图(V, E)
- 一个有限高度的半格(S,□)
- 一个entry的初值I
- 一组结点转换函数,对任意 $v \in V entry$ 存在
 - 一个结点转换函数 f_v
- 注意: 对于逆向分析,变换控制流图方向再应用单调框架即可

数据流分析实现算法



```
DATA_{entry} = I
\forall v \in (V - \text{entry}): DATA_v \leftarrow T_V
ToVisit ← V - entry //可以换成succ(entry)吗?
While(ToVisit.size > 0) {
 v ← ToVisit中任意结点
 To Visit -= v
 MEET_v \leftarrow \sqcap_{w \in pred(v)} DATA_w
 If(DATA<sub>V</sub> \neq f<sub>v</sub>(MEET<sub>v</sub>)) ToVisit \cup= succ(v)
 DATA_v \leftarrow f_v(MEET_v)
```

数据流分析小结



- 应用单调框架设计一个数据流分析包含如下内容
 - 设计每个结点附加值的定义域
 - 设计交汇函数
 - 设计从语句导出结点变换函数的方法
 - 入口结点的初值
- 需要证明如下内容
 - 在单条路径上,变换函数保证安全性
 - 交汇函数对多条路径的合并方式保证安全性
 - 交汇函数形成一个半格
 - 半格的高度有限
 - 通常通过结点附加值的定义域为有限集合证明
 - 变换函数均为单调函数
 - 通常定义为 $f(D) = (D KILL) \cup GEN$ 的形式

数据流分析的安全性-定义



• 安全性: 对控制流图上任意结点 v_i 和所有从entry 到 v_i 的路径集合P,满足DATA v_i \sqsubseteq

到 v_i 的路径集合P,满足DATA $_{v_i}$ 与 $u_1v_2v_3...v_i \in P$ $f_{v_i} \circ f_{v_{i-1}} \circ \cdots \circ f_{v_1}(I_{entry})$

- 示例: 符号分析的偏序关系中槑比较小, T比较大, 结果是上近似
- 示例:活跃变量分析的偏序关系为超集关系,所以数据流分析产生相等或者较大集合,是上近似

数据流分析的安全性-证明



- 给定任意路径的 $v_1v_2v_3...v_i$,DATA $_{v_i}$ 的计算相当于在每两个相邻转换函数 $f_{v_i}\circ f_{v_{i-1}}$ 之间加入了MEET交汇计算,根据幂等性,任意交汇计算的结果一定在偏序上小于等于原始结果。再根据转换函数的单调性,DATA $_{v_i}$ 的值一定小于等于 $f_{v_i}\circ f_{v_{i-1}}\circ \cdots \circ f_{v_1}(I_{entry})$ 。由于原路径的任意性,DATA $_{v_i}$ 是一个下界。
- 再根据前面的引理, $\Pi_{v_1v_2v_3...v_i\in P} f_{v_i} \circ f_{v_{i-1}} \circ \cdots \circ f_{v_1}(I_{entry})$ 是最大下界,所以原命题成立。

数据流分析的分配性



- 一个数据流分析满足分配性,如果
 - $\forall v \in V, x, y \in S: f_v(x) \sqcap f_v(y) = f_v(x \sqcap y)$
- 例: 符号分析中的结点转换函数不满足分配性
 - 为什么?
 - ◆f_v等于"乘以零", f_v(正) □ f_v(负)
- 例: 在集合和交/并操作构成的半格中,给定任意两个集合GEN, KILL,函数f(DATA) = (DATA -

数据流分析的分配性



- 一个数据流分析满足分配性,如果
 - $\forall v \in V, x, y \in S: f_v(x) \sqcap f_v(y) = f_v(x \sqcap y)$
- 当数据流分析满足分配性的时候,DATA_{vi} = $\sqcap_{v_1v_2v_3...v_i \in P} f_{v_i} \circ f_{v_{i-1}} \circ \cdots \circ f_{v_1}(I_{entry})$
 - 也就是说,此时近似方案2不是近似,而是等价变换
 - 但是,数据流分析本身还可能是近似
 - 近似方案1是近似
 - 结点转换函数有可能是近似

数据流分析收敛性



- 不动点: 给定一个函数 $f: S \to S$,如果f(x) = x,则称x是f的一个不动点
- 不动点定理: 给定高度有限的半格(S, Π)和一个单调函数f,链T。,f(T。),f(f(T。),...必定在有限步之内收敛于f的最大不动点,即存在非负整数n,使得f"(T_s)是f的最大不动点。
 - 证明:
 - 收敛于f的不动点
 - $f(\mathsf{T}_s) \sqsubseteq \mathsf{T}_s$,两边应用f,得 $f(f(\mathsf{T}_s)) \sqsubseteq f(\mathsf{T}_s)$,
 - 应用f,可得 $f(f(T_s))$ $\subseteq f(f(T_s))$
 - 因此,原链是一个递减链。因为该格高度有限,所以必然存在某个位置前后元素相等,即,到达不动点。
 - 收敛于最大不动点
 - 假设有另一不动点u,则 $u \subseteq T_s$,两边反复应用f可证

数据流分析收敛性



- 给定固定的结点选择策略,原算法可以看做是反 复应用一个函数
 - $(DATA_{v_1}, DATA_{v_2}, ..., DATA_{v_n}) := f(DATA_{v_1}, DATA_{v_2}, ..., DATA_{v_n})$
- 根据不动点定理,原算法在有限步内终止,并且收敛于最大不动点

练习:可达定值(Reaching Definition)分析



- 对程序中任意语句,分析运行该语句后每个变量的值可能是由哪些语句赋值的,给出语句标号
 - 假设程序中没有指针、引用、复合结构
 - 要求上近似
 - 例:
 - 1. a=100;
 - 2. if (...)
 - 3. a = 200;
 - 4. b = a;
 - 5. return a;
 - 运行到2的时候a的定值是1
 - 运行到3的时候a的定值是3
 - 运行到4的时候a的定值是3, b的定值是4
 - 运行到5的时候a的定值是1,3, b的定值是4

答案:可达定值(Reaching Definition)分析



- 正向分析
- 半格元素:一个集合的序列,每个序列位置代表 一个变量,每个位置的集合代表该变量的定值语 句序号
- 交汇操作:对应位置的并
- 变换函数:
 - 对于赋值语句v=...
 - KILL={所有赋值给v的语句编号}
 - GEN={当前语句编号}
 - 对于其他语句
 - KILL=GEN={}

练习:可用表达式 (available expression)分析



- · 给定程序中某个位置p,如果从入口到p的所有结点都对表达式exp求值,并且最后一次求值后该表达式的所有变量都没有被修改,则exp称作p的一个可用表达式。给出分析寻找可用表达式。
 - 假设程序中没有指针、数据、引用、复合结构
 - 要求下近似
 - 例:
 - 1. a=c+(b+10);
 - 2. if (...)
 - 3. c = a+10;
 - 4. return a;
 - 1运行结束的时候可用表达式是b+10、c+(b+10)
 - 2运行结束的时候可用表达式是b+10、c+(b+10)
 - 3运行结束的时候可用表达式是b+10、a+10
 - 4运行结束的时候可用表达式是b+10

答案:可用表达式 (available expression)分析



- 正向分析
- 半格元素:程序中任意表达式的集合
- 交汇操作: 并集操作
- 变换函数:
 - 对于赋值语句v=...
 - KILL={所有包含v的表达式}
 - GEN={当前语句中求值的不含v的表达式}
 - 对于其他语句
 - KILL={}
 - GEN={当前语句中求值的表达式}

练习:区间(Internval)分析



- 求结果的上界和下界
 - 要求上近似
 - 假设程序中的运算只含有加减运算
 - 例:
 - 1. a=0;
 - 2. for(int i=0; i<b; i++)
 - 3. a=a+1;
 - 4. return a;
 - 结果为a:[0,+∞]

区间(Internval)分析



- 正向分析
- 半格元素:程序中每个变量的区间
- 交汇操作: 区间的并
- 变换函数:
 - 在区间上执行对应的加减操作

- 不满足单调框架条件: 半格不是有限的
 - 分析可能会不终止

Widening



- 从无限的空间中选择一些代表元素组成有限空间
- 定义单调函数w把原始空间映射到有限空间上
 - 应满足: w(x) ⊑ x
- 定义有限集合 $\{-\infty, 10, 20, 50, 100, +\infty\}$
- 定义映射函数

$$w([l,h]) = [max\{i \in B \mid i \le l\}, min\{i \in B \mid h \le i\}]$$

- 如:
 - w([15,75]) = [10,100]

Widening



- 原始转换函数*f*
- 新转换函数w。f

- 安全性讨论
 - 新转换仍然单调
 - 新转换结果小于等于原结果,意味着 $DATA_V$ 的结果小于等于原始结果

Widening的问题

IS98.

- Widening牺牲精确度来 保证收敛性,有时该牺牲很大。
- 令有限集合为 $\{-\infty, 0, 1, 7, +\infty\}$

```
y = 0; x = 7; x = x+1;
while (input) {
   x = 7;
   x = x+1;
   y = y+1;
}
```

• while(input)处的结果变化

Narrowing



• 通过再次应用原始转换函数对Widening的结果进行简单修正

由于不能保证Narrowing的收敛性,通常应用有限次原始转换函数

小结



- 数据流分析的安全性可以通过最大下界的性质来证明
- 数据流分析的收敛性可以通过不动点定理来分析
- 数据流分析也可以看做是一个方程求解的过程
- 可以通过Widening和Narrowing来处理无限半格的情况
 - 也可以用于加速收敛较慢的有限半格上的分析

课后作业(截止日期:10月8日)



· 给定程序语言如下。其中use使用某个指针(可能读写该指针指向的地址),其余语句的语义和C语言相同。

- 基于数据流分析设计算法,尽可能多的查找并修复程序中的内存泄露。修复方式为在代码中插入free(var)语句。要求修复的安全性,即在所有通过free(var)的语句的路径中:
 - 在执行free(var)之前,var中保存了由某个malloc返回的对象
 - 在执行free(var)之后,不会再有任何use语句使用该指针指向的对象
 - 在该路径上没有别的free语句释放同一个对象
- 假设没有多重指针,即var不能指向另一个var
- 提示:可能需要多次调用数据流分析

课后作业:例



```
1. Main (b, c) {
2. a=malloc();
3. if (a==b) {
     return;
5. } else {}
6. b = a;
7. free(b);
8. }
· 修复方法: 在第4句前插入free(a);
```

课后作业: 假设条件



- 假设别名分析已经提供,即
 - 给定位于两个程序点的两个变量,别名分析返回
 - Must Alias: 在所有执行中,这两个变量是否一定指向同一个对象
 - Must-not Alias: 在所有执行中,这两个变量是否一定不指向同一个对象
 - May Alias: 不属于以上情况

下节课



- 唐浩同学介绍Java分析框架SOOT的使用
- 请大家预先安装好SOOT
- 方法一:
 - 下载虚拟机(链接: http://pan.baidu.com/s/1dDuLPpJ 密码: xmwy),用VMWare加载(用户名: root; 密码: 123)。
 - 下载soot (https://ssebuild.cased.de/nightly/soot/lib/soot-trunk.jar),放在/root/workspace/Test/目录下面(已经下载完毕)。
 - 预习小实验1: 命令行运行commandline-example中给出的两个例子,观察输出文件;
 - 预习小实验2: 打开桌面上的eclipse,运行core.NaiveSootExample。

• 方法二:

- 配置JDK环境(例如OpenJDK1.7),课前请记下JDK的安装目录;
- 可能需要安装eclipse。
- 下载小实验的源码Test.zip(链接: http://pan.baidu.com/s/1pJsz9yF 密码: zpgi),内含soot-trunk.jar。
- 预习小实验1-2 (注意替换实验参数中的相应目录, Windows用户注意将目录分隔符替换为";")