



# UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO

## LAB REPORT: INTERFEROMETRO DI MICHELSON

Lorenzo Liuzzo, Jiahao Miao, Riccardo Salto

16 Novembre 2022

## Contents

1. Abstract . . . . .	1
2. Metodi . . . . .	1
2.1 Ortogonalizzazione specchi . . . . .	1
2.2 Misura della lunghezza d'onda del laser . . . . .	1
2.3 Misura dell'indice di rifrazione dell'aria . . . . .	3
2.4 Misura della lunghezza del pacchetto d'onda della luce bianca e verde . . . . .	4
2.5 Misura della differenza di lunghezza d'onda del doppietto del sodio . . . . .	5

# 1 Abstract

In questa esperienza di laboratorio si è osservato il fenomeno dell'interferenza luminosa e misurato le seguenti quantità:

1. la lunghezza d'onda  $\lambda$  del laser in dotazione controllando finemente una vite micrometrica 1 e conteggiando il numero delle frange di interferenza formatosi su uno schermo.
2. l'indice di rifrazione dell'aria  $n_a$  grazie ad una cameretta sigillata ed una pompa per vuoto.
3. la lunghezza di coerenza della luce bianca  $L_b$  e verde  $L_v$  osservando il fenomeno di interferenza del pacchetto d'onda su uno schermo.
4. la separazione  $\Delta\lambda$  tra le due righe del doppietto della luce gialla del sodio sfruttando l'interferenza tra le due lunghezze d'onda.

Riportiamo di seguito i valori finali ottenuti durante questa esperienza:

$$\begin{aligned}\lambda &= (632 \pm 7) \text{ nm} \\ n_a &= 1,000265 \pm 0,000006 \\ L_b &= (8,0 \pm 1,3) \cdot 10^{-6} m \\ L_v &= (30,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-6} m \\ \Delta\lambda &= (5.97 \pm 0.03) 10^{-10} m\end{aligned}$$

## 2 Metodi

### 2.1 Ortogonalizzazione specchi

La prima fase della taratura dell'apparato è stata la regolazione degli specchi utilizzando la luce del laser: osservando su un foglio di carta gli spot luminosi dovuti alle riflessioni principali dei due specchi, è stata aggiustata con viti micrometriche (V in figura 1) l'inclinazione dello specchio fisso S2 affinché i due coincidessero. E' poi stata inserita una lente convergente, regolata in modo da non alterare la direzione del fascio, per allargare gli spot luminosi e rendere visibili le frange di interferenza. A questo punto lo specchio S2 è stato regolato in modo da osservare meglio le frange d'interferenza. In figura 1 è riportato uno schema dell'apparato utilizzato

### 2.2 Misura della lunghezza d'onda del laser

Per misurare la lunghezza d'onda del laser utilizzato nella fase di calibrazione sono state contate le fasce di interferenza che venivano prodotte spostando lo specchio S3 di una distanza nota. Per avere una misura più accurata i conteggi delle frange sono stati effettuati da due persone per volta, il risultato è stato mediato e come errore associato è stata presa la deviazione standard. Lo spostamento dello specchio è stato invece misurato come differenza tra la posizione iniziale e quella finale utilizzando un micrometro con risoluzione 0.01mm collegato a una leva che ne quintuplica la precisione fino a 0.002 mm. L'errore però è stato considerato sottostimato dato che non tiene conto dei possibili giochi tra le componenti meccaniche del carrello su cui si muove S3. Per questo motivo si è scelto di associare un errore sistematico di  $\pm 0.001$ mm, ottenendo quindi come incertezza associata ad ogni misura di posizione 0.003 mm. Sono state effettuate 5 misure delle quali in 1 sono riportati lo spostamento di S3  $\Delta x$ , la media del numero di frange contate dai due osservatori  $N_{medio}$  e il valore della lunghezza d'onda ricavato indirettamente dalle due misure precedenti  $\lambda$ .

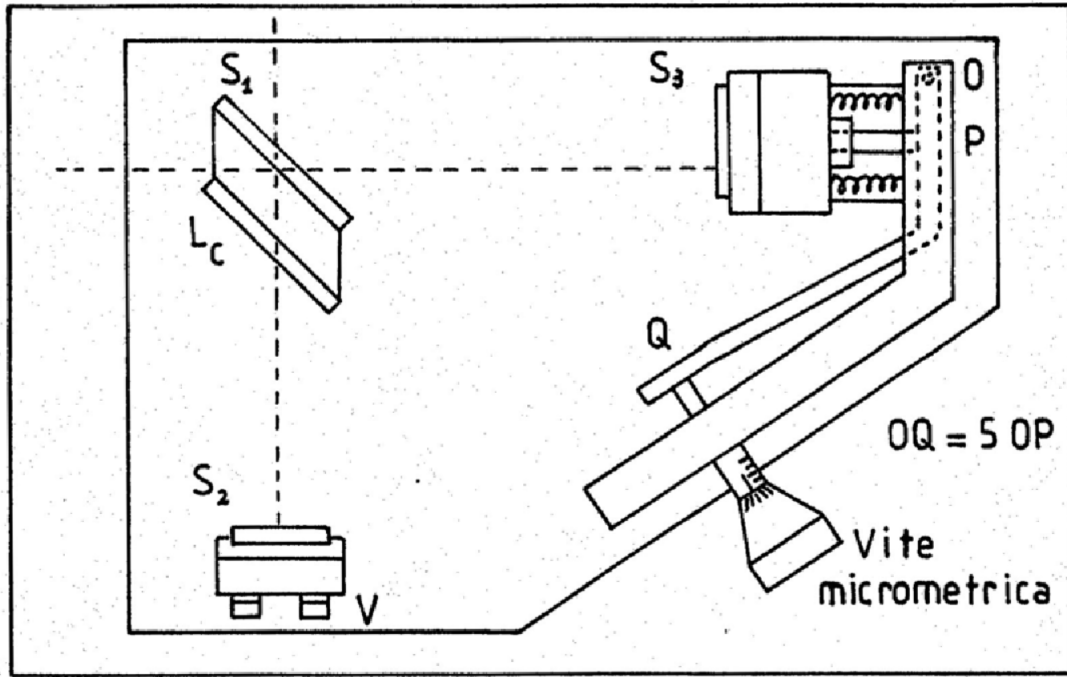


Figure 1: Schema dell'apparato sperimentale

$\Delta x$ [m]	$N_{medio}$	$\lambda$ [m]
6,20E-05	197	6,29E-07
6,80E-05	216	6,31E-07
6,40E-05	201	6,37E-07
7,00E-05	220	6,36E-07
7,80E-05	249	6,28E-07

Table 1: misure  $\lambda$  laser

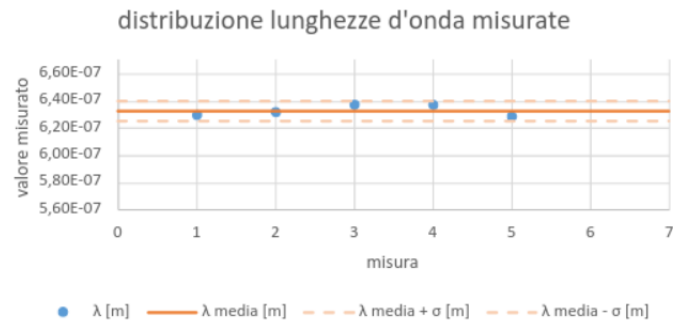


Figure 2: Grafico distribuzione delle misure della lunghezza d'onda del laser ottenuto

Il valore della lunghezza d'onda del laser  $\lambda$  è stato ottenuto tramite la relazione:

$$\lambda = \frac{2n_a \Delta x}{N_1}$$

dove  $n_a$ , indice di rifrazione dell'aria, è stato approssimato a 1. Gli errori associati alle lunghezze d'onda  $\sigma_\lambda$  sono invece stati stimati con la seguente formula di propagazione:

$$\begin{aligned} \sigma_\lambda &= 2 \frac{n_a}{N_{medio}} \sqrt{(\sigma_{N_{medio}} \frac{\Delta x}{N_{medio}})^2 + (\sigma_{\Delta x})^2} \\ &= |\lambda| \cdot \sqrt{(\frac{\sigma_{N_{medio}}}{N_{medio}})^2 + (\frac{\sigma_{\Delta x}}{\Delta x})^2} \end{aligned}$$

Dove

- $\sigma_N$  è l'errore associato al conteggio delle frange stimato come la deviazione standard tra i due valori ottenuti,
- $\sigma_{\Delta x}$  è invece l'errore associato allo spostamento di S3, stimato come somma in quadratura degli errori associati alla singola misura di posizione (0.004 mm).

Dalla propagazione gli errori sono risultati uniformi per tutte e cinque le misure e valutabili come:

$$\sigma_\lambda = 2 \cdot 10^{-8} \text{ m}$$

Il valore finale, ottenuto da una media pesata dei valori in tabella, è:

$$\lambda = (632 \pm 7) \text{ nm}$$

## 2.3 Misura dell'indice di rifrazione dell'aria

Per quanto riguarda la misura dell'indice di rifrazione dell'aria è stata utilizzata una camera sigillata dove poteva essere creato il vuoto con una pompa elettrica. La lunghezza della camera  $d$  è stata stimata 5 cm e ad occhio è stata considerata la presenza di guarnizioni e la posizione effettiva delle finestre trasparenti per cui è stato considerato un errore di 0.2 mm. A questo punto è stato creato il vuoto con la pompa. Aprendo la valvola in modo da permettere un lento rifluire dell'aria e contando il numero di frange  $N_f$  di interferenza che passavano sullo schermo è stato stimato l'indice di rifrazione  $n_{aria}$  attraverso la relazione:

$$n_{aria} = \frac{N_f \lambda}{2d} + 1$$

Nota  $\lambda$ , lunghezza d'onda del laser, calcolata nella parte precedente dell'esperimento. Il valore di  $N_f$  è stato stimato con una media tra i due valori ottenuti dagli osservatori come è stato fatto nella parte precedente dell'esperimento, la sua incertezza  $\sigma_N$  è la deviazione standard delle misure. Per quanto riguarda gli errori sulle misure dell'indice di rifrazione  $\sigma_n$  è stata invece usata la seguente relazione di propagazione:

$$\begin{aligned} \sigma_{n_a} &= \frac{1}{2d} \sqrt{(\sigma_{N_f} \lambda)^2 + (\sigma_\lambda N_f)^2 + \left(\frac{\sigma_d N_f \lambda}{d}\right)^2} \\ &= \frac{\lambda N_f}{2d} \sqrt{\left(\frac{\sigma_{N_f}}{N_f}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_\lambda}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_d}{d}\right)^2} \\ &= |n_a - 1| \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_{N_f}}{N_f}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_\lambda}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_d}{d}\right)^2} \end{aligned}$$

Dove

- $\sigma_{N_f}$  è l'incertezza sul conteggio, stimato come deviazione standard tra i due conteggi.
- $\sigma_\lambda$  è l'incertezza sul valore della lunghezza d'onda del laser, calcolato precedentemente (5 nm).
- $\sigma_d$  è l'incertezza sulla lunghezza della cameretta, stimato con buonsenso.

Le incertezze sono risultate uniformi per tutte le misure, con valore:

$$\sigma_n \approx 1 \cdot 10^{-5}$$

La misura è stata ripetuta 5 volte; in tabella 2 sono riportati il numero di frange medio  $N_f$  e il valore dell'indice di rifrazione associato  $n_{aria}$ .

$N_f$	$n_{aria}$
42	1,000265
43	1,000268
42	1,000262
41	1,000259
43	1,000268

Table 2: misure  $n_{aria}$

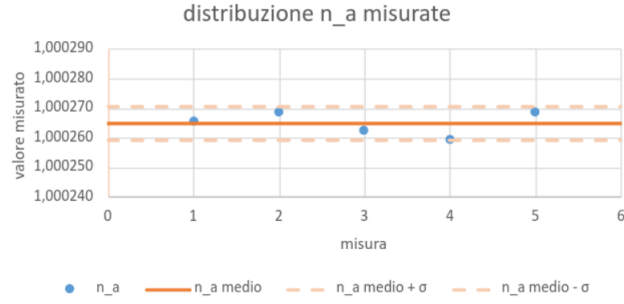


Table 3: Distribuzione delle indici di rifrazione

Con una media pesata è stato ottenuto il valore finale:

$$n_a = 1,000265 \pm 0,000006$$

## 2.4 Misura della lunghezza del pacchetto d'onda della luce bianca e verde

Per misurare la lunghezza di un pacchetto d'onda di luce bianca è stato necessario pareggiare la lunghezza dei bracci dell'interferometro con una precisione dell'ordine dei  $5 \mu\text{m}$ . Per semplificare la procedura è stato utilizzato ancora il laser: dopo aver modificato l'inclinazione di  $S2$  (vedi figura 1) in modo da far apparire sullo schermo linee il più possibile rette, è stata fatta variare la posizione di  $S3$  in modo da osservare il range entro il quale queste passavano da concavità verso l'alto a concavità verso il basso. A questo punto, una volta sostituito il laser con la lampada a incandescenza,  $S3$  è stato fatto variare nel range trovato fino a che non sono state osservate le bande di interferenza di un pacchetto d'onda. Con il micrometro è stata misurata la posizione in cui si è iniziata a vedere l'interferenza e quella a cui è scomparsa. La differenza tra le due posizioni sarebbe stata proprio la grandezza cercata. Sono state effettuate 5 misure. La stessa procedura è stata ripetuta schermando la lampada a incandescenza con un filtro verde. In tabella 4 sono riportati i valori misurati di lunghezza del pacchetto d'onda di luce bianca  $\Delta x_{bianco}$  e verde  $\Delta x_{verde}$ .

$\Delta x_{bianco}[\text{m}]$	$\Delta x_{verde}[\text{m}]$
8E-06	3,20E-05
8E-06	3,20E-05
8E-06	3,00E-05
8E-06	2,80E-05
8E-06	3,00E-05

Table 4: misure pacchetti d'onda luce bianca e verde

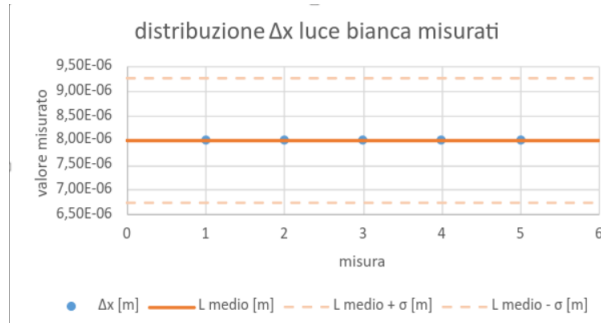


Table 5: Distribuzione delle misure di lunghezza del pacchetto d'onda della luce bianca

Avendo effettuato una misura diretta della lunghezza dei pacchetti d'onda prendendo la differenza di posizione di  $S3$  tra inizio e fine del pacchetto, si è associato come errore sulla misura  $\sigma_{\Delta x}$  la somma in quadratura delle incertezze legate alle singole misure di posizione ( $0.003 \text{ mm}$ ), il cui valore è:

$$\sigma_{\Delta x} = 3 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Con una media aritmetica è stato trovato il valore finale di lunghezza dei pacchetti di luce bianca  $L_b$  e verde  $L_v$ :

$$L_b = (8,0 \pm 1,3) \cdot 10^{-6} m$$

$$L_v = (30,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-6} m$$

Associando a tutte le misure la stessa incertezza, in questo caso la media pesata coincide con la media aritmetica. L'incertezza finale è dato dall'incertezza diviso la radice del numero di misure effettuate.

$$\frac{\sigma_{\Delta x}}{\sqrt{5}}$$

## 2.5 Misura della differenza di lunghezza d'onda del doppietto del sodio

La seguente misura è stata effettuata, dopo aver posizionato la lampada ai vapori di sodio in modo che la luce emessa fosse centrata con l'apparato, spostando  $S3$ , vedi figura 1, con il micrometro e osservando a che altezza comparisse un'unica figura luminosa corrispondente alla configurazione nella quale le frange luminose della prima riga del doppietto del sodio si sovrappongono alle frange scure della seconda. Variando la posizione di  $S3$  è stata misurata la distanza tra una, due o tre figure luminose. Attraverso la relazione:

$$\Delta\lambda = \frac{m\lambda^2}{2\Delta x}$$

è stata stimata la differenza di lunghezze d'onda emesse dalla lampada a vapori di sodio  $\Delta\lambda$ , dove  $\lambda$  è il valore medio delle lunghezze d'onda note del doppietto del sodio la cui incertezza è trascurabile,  $m$  è il numero di alternanze luminose di cui si vuole misurare la distanza e  $\Delta x$  è la differenza tra le posizioni di inizio condizione di interferenza netta e l' $m$ -esimo inizio condizione di interferenza netta misurata con il micrometro, la cui incertezza  $\sigma_{\Delta x}$  è stata valutata come somma in quadratura delle incertezze associate alla singola misura di posizione (che si ricorda essere stata stimata 0.003mm). In Tabella 6 sono riportati i valori delle distanze, il numero di alternanze luminose e la differenza di lunghezze d'onda misurata a partire da queste con relativa incertezza  $\sigma_{\Delta\lambda}$  calcolato dalla relazione:

$$\sigma_{\Delta\lambda} = \Delta\lambda \frac{\sigma_{\Delta x}}{\Delta x}$$

Il valore migliore ottenuto con una media pesata è:

$$\Delta\lambda = (5.97 \pm 0.03)10^{-10} m$$

$\Delta x$ [m]	$N_{passi}$	$\Delta\lambda$ [m]	$\sigma_{\Delta\lambda}$
0,00030	1	5,78791E-10	2E-11
0,00060	2	5,78791E-10	9E-11
0,00086	3	6,02907E-10	6E-11
0,00086	3	6,02907E-10	6E-11
0,00087	3	5,98749E-10	6E-11

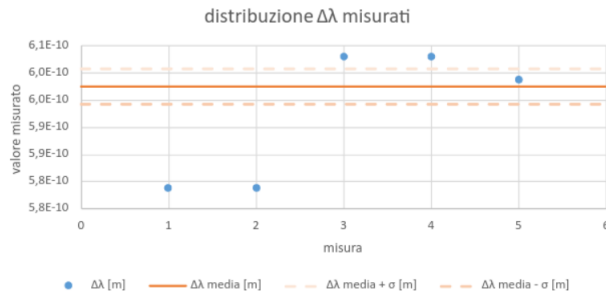


Table 6: misure distanza doppietto del sodio

Table 7: Distribuzione delle misure della separazione tra le righe del doppietto del sodio