

实验 5 纯弯曲梁的正应力实验

姓名：学号：同组人：

1. 实验目的

- 1) 熟悉电阻应变测量技术的基本原理和方法；
- 2) 测量纯弯曲梁矩形截面上的应变，分析应变分布规律；
- 3) 验证梁纯弯曲理论；
- 4) 测量材料泊松比。

2. 实验装置

- 1) 材料力学多功能实验台；
- 2) 接有应变片的实验件；
- 3) 静态应变测试仪；
- 4) 游标卡尺和钢尺。

3. 实验原理与方法（10 分）

纯弯曲实验件材料为 45#钢调质处理，弹性模量  $E=210\text{GPa}$ ，屈服强度 $355\text{MPa}$ 。其横截面为矩形，梁的侧面沿与轴线平行的不同高度上粘贴单向应变片，如图所示。通过材料力学多功能试验装置等量逐级加载，载荷大小由数字载荷显示仪显示。

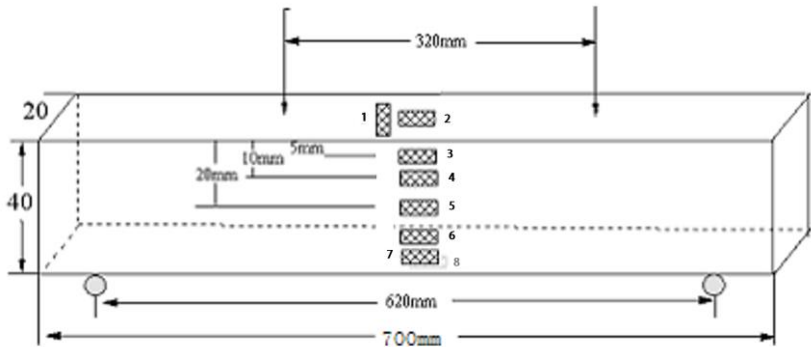


图1 纯弯曲梁正应力实验件示意图  
(具体值参考下表实验测量值)

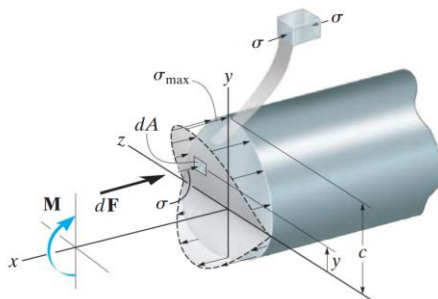
表1 应变片位置及截面尺寸

应变片至中性层距离（mm）		梁的尺寸和有关参数	
$Y_1、Y_2$	20	宽度 b	20mm
$Y_3$	15	高度 h	40mm
$Y_4$	10	跨度L	600mm
$Y_5$	0	载荷距离 a	192mm
$Y_6$	-10	弹性模量E	210GPa
$Y_7$	-15	惯性矩 $I_z$	$1.0667 \times 10^{-7}m^2$
$Y_8$	-20		

在载荷  $P$  的作用下梁发生弯曲变形，截面上所承受的弯矩均为：

$$M = \frac{1}{2} aP$$

横截面上的正应力理论推导：



Bending stress variation  
图2 (From Pearson)

$$M = \int_A y dF = \int_A y \sigma dA = \int_A y \left( \frac{y}{c} \sigma_{\max} \right) dA$$

$$M = \frac{\sigma_{\max}}{c} \int_A y^2 dA = \frac{\sigma_{\max}}{c} I_z$$

$$\frac{\sigma_{\max}}{c} = \frac{-\sigma}{y}$$

$$\sigma = -\frac{My}{I_z}$$

将梁上的各应变片以  $1/4$  桥路接入应变仪的通道中，公用一个温度补偿片。当梁在载荷  $P$  的作用下梁发生弯曲变形时，工作片的电阻随着梁的变形而发生变化，通过电阻应变仪可以分别测量出各对应位置的应变。根据胡克定律可计算出相应的应力值。

$$\sigma_e = E \cdot \varepsilon_e$$

实验最大加载设定为 4000N，以试验件屈服强度为限定条件，计算该情况下的安全系数（5分）：

理论值：

$$F.S = \frac{\sigma_{fail}}{\sigma_{allow}} = \frac{\sigma_{fail}}{\frac{My}{I_z}} = \frac{\sigma_{fail}}{\frac{1}{2} P a y}{I_z} = \frac{355 \times 10^6}{\frac{1}{2} \times 4000 \times 0.192 \times 0.02}{1.0667 \times 10^{-7}} = 4.93$$

实验值：

取8号测点在4000N下的应变值 ( $332 \times 10^{-6}$ )

$$F.S = \frac{\sigma_{fail}}{\sigma_{allow}} = \frac{\sigma_{fail}}{E \varepsilon} = \frac{355 \times 10^6}{210 \times 10^9 \times 332 \times 10^{-6}} = 5.09$$

4. 实验步骤（20 分）

- 1) 测量梁的截面尺寸、应变片位置参数及其它有关尺寸，见表2。预热应变仪和载荷显示仪，计算中性轴位置及截面的惯性矩 $I_z$ 。

$$I_z = \frac{1}{12}bh^3 = \frac{1}{12} \times 0.02 \times 0.04^3 = 1.0667 \times 10^{-7}m^2$$

表2 试件测量表

应变片至中性层距离（mm）		梁的尺寸和有关参数	
Y <sub>1</sub>	20	宽度 b	20mm
Y <sub>2</sub>	20	高度 h	40mm
Y <sub>3</sub>	15	跨度 L	600mm
Y <sub>4</sub>	10	载荷距离 a	192mm
Y <sub>5</sub>	0	弹性模量 E	210GPa
Y <sub>6</sub>	-10	惯性矩 I <sub>z</sub>	1.0667×10 <sup>-7</sup> m <sup>2</sup>
Y <sub>7</sub>	-15		
Y <sub>8</sub>	-20		

- 2) 检查各种仪器是否连接好，按顺序将各个应变片按 1/4 桥接法接入应变仪的所选通道上，然后将应变仪的所选通道电桥调平衡，如图所示。

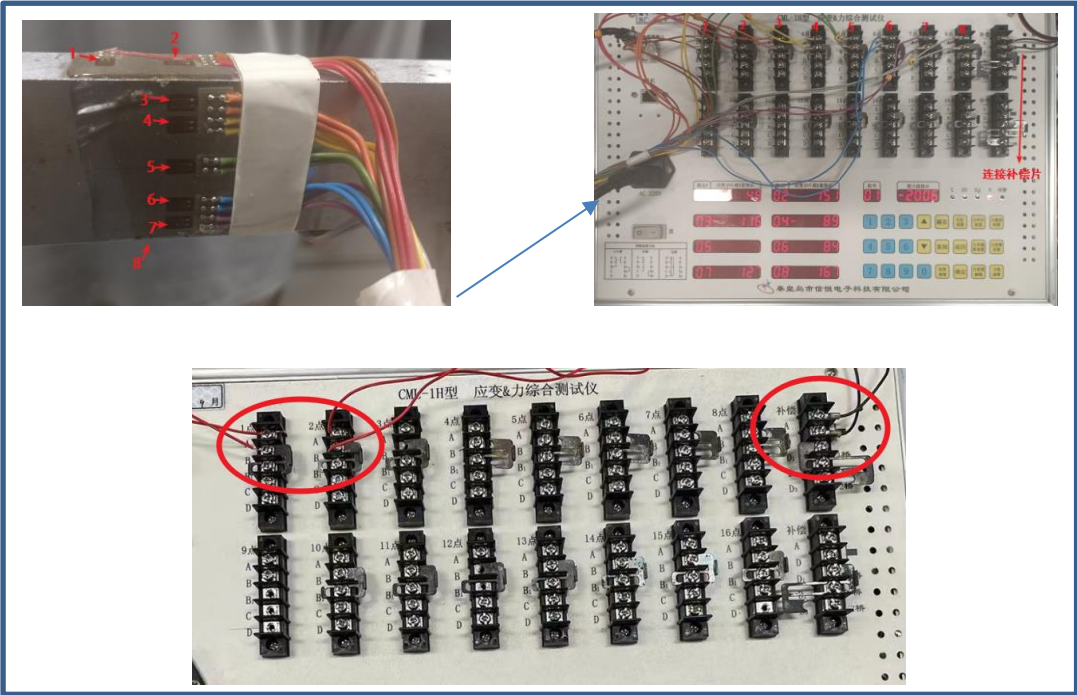


图3 电路连接示意图

- 3) 数值清零后，摇动多功能试验装置的加载机构，从500N开始，采用等量逐级加载（可取 $\Delta P = 500N$ ），最大加载 4000N，每加一级载荷，分别读出各相应电阻应变片的应变值。加载应保持缓慢、均匀、平稳。
- 4) 记录实验数据记录，见下表。

表3 应变测量记录表

$\varepsilon_e(\mu)$ \ P(N)	504	998	1512	2006	2507	3017	3498	4001
1-1	11	25	36	49	60	72	83	95
2-2	-32	-70	-111	-151	-193	-235	-273	-314
3-3	-26	-56	-86	-116	-147	-177	-205	-236
4-4	-25	-47	-68	-89	-110	-130	-151	-172
5-5	0	0	1	1	1	2	2	3
6-6	21	43	64	84	105	126	147	167
7-7	32	65	97	127	159	191	222	253
8-8	41	84	126	167	208	250	291	332

5) 整理仪器，结束实验。

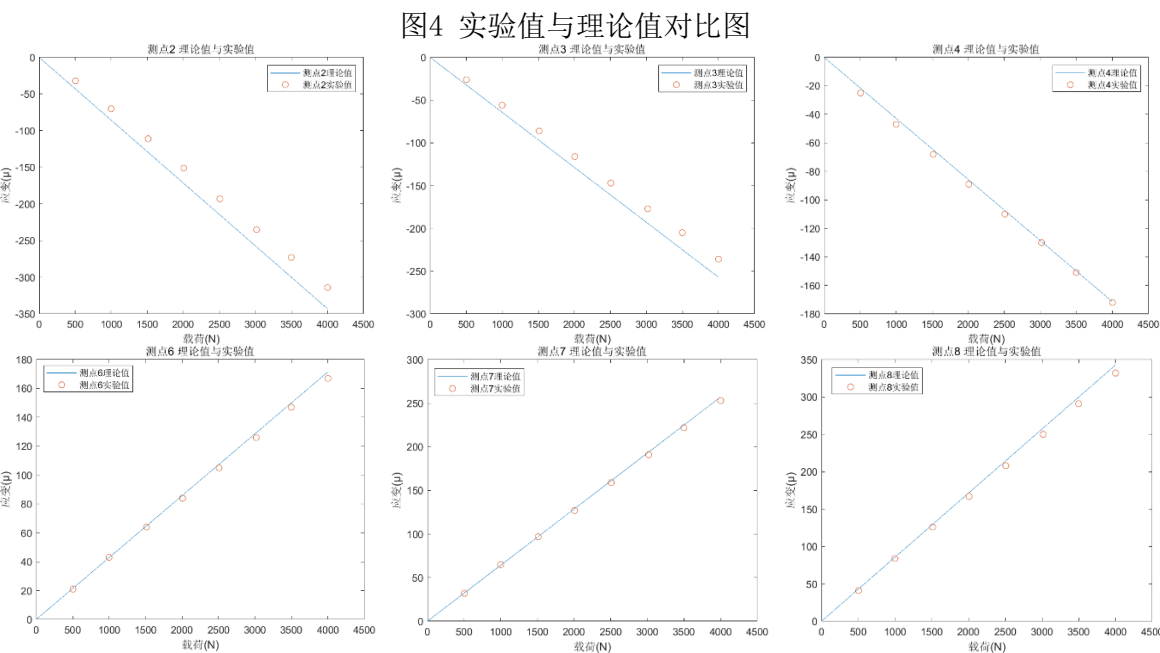
5. 实验数据处理（数据处理图表整理、实验数据选取、参数计算等，30 分）

根据 $t_{ij} = \frac{M_i y_j}{EI_z} = \frac{a}{2EI_z} P_i y_j$ ，计算实验测量的不同工况下的理论值（见下表）

表4 实验工况下应变理论值

应变 \ 载荷(N)	504	998	1512	2006	2507	3017	3498	4001
2-2	43	86	130	172	215	259	300	343
3-3	32	64	97	129	161	194	225	257
4-4	22	43	65	86	107	129	150	171
5-5	0	0	0	0	0	0	0	0

（由于测点1和测点2位置y相同，测点6、7、8与测点2、3、4的位置成对称关系，故只计算2、3、4、5的理论数值，上述值为绝对值。）



实验值与理论值基本吻合，值得注意的是，梁上部分测点（测点2、3）实验值整体偏差比下部分大，后续处理异常数据时需优先考虑剔除。

表5 实验值与理论值偏差表

$\varepsilon_e(\mu)$ \ P(N)	504	998	1512	2006	2507	3017	3498	4001
2-2	-25.93%	-18.17%	-14.35%	-12.18%	-10.18%	-9.13%	-8.95%	-8.44%
3-3	-19.75%	-12.71%	-11.52%	-10.05%	-8.79%	-8.74%	-8.84%	-8.25%
4-4	15.74%	9.89%	4.94%	3.52%	2.38%	0.54%	0.72%	0.31%
5-5								
6-6	-2.78%	0.53%	-1.23%	-2.29%	-2.27%	-2.55%	-1.94%	-2.61%
7-7	-1.23%	1.31%	-0.21%	-1.52%	-1.34%	-1.52%	-1.28%	-1.64%
8-8	-5.09%	-1.80%	-2.78%	-2.87%	-3.20%	-3.33%	-2.94%	-3.19%

平均偏差为-4.29%，最大偏差为-25.93%（测点2在500N载荷下测量值）

为验证纯弯曲梁理论模型，使用经典误差分析方法进一步处理实验数据，如下图所示。

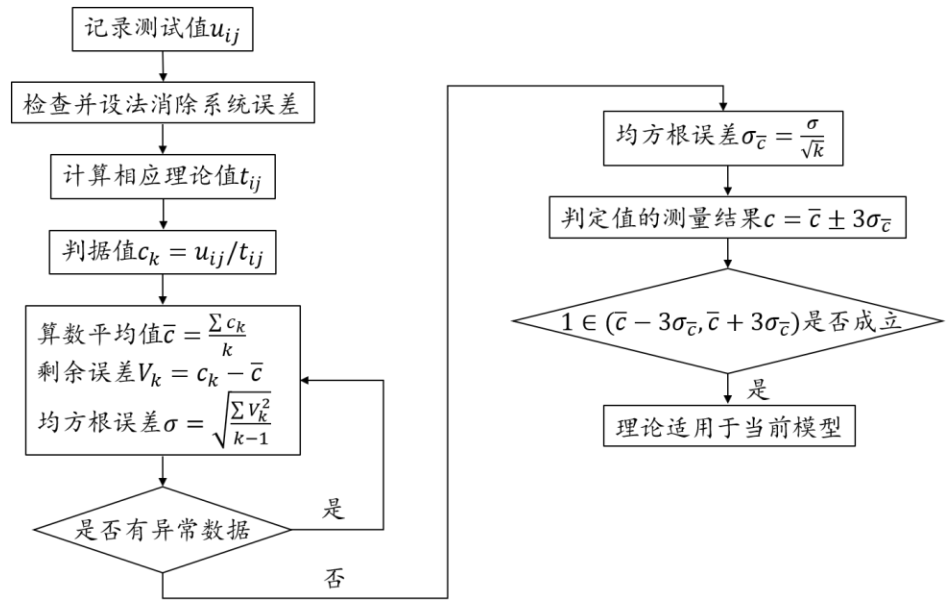


图5 验证性实验经典误差分析方法数据处理流程图

- 1) 检查是否有系统误差，设法消除。其中，梁中性轴处（ $y=0$ ）应变理论值为 0，而由于零漂等系统误差，测量值一般是很小数值，应剔除该列数据；  
处理过程中已剔除梁中性轴处测量值。
- 2) 计算测量值 $u_{ij}$ 对应的理论值 $t_{ij}$ 和判据值 $c_k$ ，以及算数平均值 $\bar{c}$ ，剩余误差 $V_k$ 和均方根误差 $\sigma$ 等；

$$t_{ij} = \frac{M_i y_j}{EI_z} = \frac{a}{2EI_z} P_i y_j, \quad c_k = \frac{t_{ij}}{u_{ij}}$$

表6 理论值计算

应变 \ 载荷(N)	504	998	1512	2006	2507	3017	3498	4001
2-2	43	86	130	172	215	259	300	343
3-3	32	64	97	129	161	194	225	257
4-4	22	43	65	86	107	129	150	171
5-5	0	0	0	0	0	0	0	0

表7 判据值

判据值	504N	998N	1512N	2006N	2507N	3017N	3498N	4001N
2-2	0.7407	0.8183	0.8565	0.8782	0.8982	0.9087	0.9105	0.9156
3-3	0.8025	0.8729	0.8848	0.8995	0.9121	0.9126	0.9116	0.9175
4-4	1.1574	1.0989	1.0494	1.0352	1.0238	1.0054	1.0072	1.0031
5-5								
6-6	0.9722	1.0053	0.9877	0.9771	0.9773	0.9745	0.9806	0.9739
7-7	0.9877	1.0131	0.9979	0.9848	0.9866	0.9848	0.9872	0.9836
8-8	0.9491	0.9820	0.9722	0.9713	0.9680	0.9667	0.9706	0.9681

黄色填充部分为重复18次后剔除的异常数据

- 3) 使用 3S 准则发现异常数据，剔除后重复上一步，直到不存在可疑数据；

$$\bar{c} = 0.9882 \quad \sigma = 0.02182$$

- 4) 计算均方根误差  $\sigma_{\bar{c}}$ , 得到  $c$  的测量结果；

$$\sigma_{\bar{c}} = \frac{\sigma}{\sqrt{k}} = 0.003984, \quad c = \bar{c} \pm 3\sigma_{\bar{c}} = 0.9882 \pm 3 \times 0.003984$$

- 5) 是否满足  $1 \in (\bar{c} - 3\sigma_{\bar{c}}, \bar{c} + 3\sigma_{\bar{c}})$ , 从而说明“纯弯曲梁理论”能否适用于实验模型；

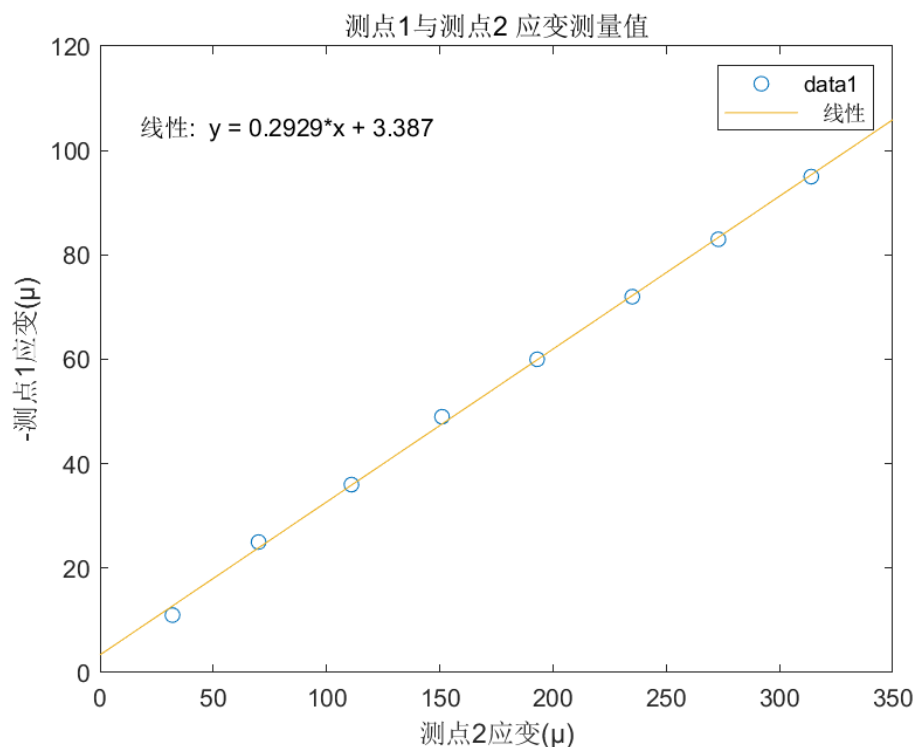
$$\bar{c} + 3\sigma_{\bar{c}} = 0.9882 + 3 \times 0.003984 = 1.000152$$

$$\bar{c} - 3\sigma_{\bar{c}} = 0.9882 - 3 \times 0.003984 = 0.976248$$

$$\therefore 1 \in (\bar{c} - 3\sigma_{\bar{c}}, \bar{c} + 3\sigma_{\bar{c}}) \quad \text{“纯弯曲梁理论”能适用于实验模型}$$

- 6) 计算材料泊松比。

图6 测点1与测点2应变测量值



$$\nu = \frac{-\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = 0.2929$$

## 6. 误差分析 (10 分)

由表5 实验值与理论值偏差表来看，实验值与理论值偏差较大的部分是测点2和测点3所得数据，且载荷越低该偏差越大，该误差来源可能是：

- 1) 测点2和测点3的应变片质量出现问题，较低载荷下的应变测量不准确；

理论计算带入的数值都十分精确，而实际实验只能将读数尽可能精确，比如：理论计算时选取的  $y$  值为 20mm、15mm 和 10mm，但实际实验中应变片本身是有大小的，无法精确测量到固定  $y$  值位置上固定一点的应变，这就导致该实验中实验值与理论值普遍存在 1~3% 的偏差，但该误差 < 5%，这是可以接受的。

## 7. 实验结论（10 分）

使用电阻应变测量技术测量纯弯曲梁矩形截面上8个测点的应变值，计算得到该实验件材料泊松比为0.2929，使用经典误差分析方法进一步处理实验数据， $1 \in (\bar{\epsilon} - 3\sigma_{\bar{\epsilon}}, \bar{\epsilon} + 3\sigma_{\bar{\epsilon}}) = (0.976248, 1.000152)$ ，纯弯曲梁理论适用于实验模型。

## 8. 思考题（10 分）

1. 梁弯曲正应力的大小是否受材料的弹性模量  $E$  的影响；

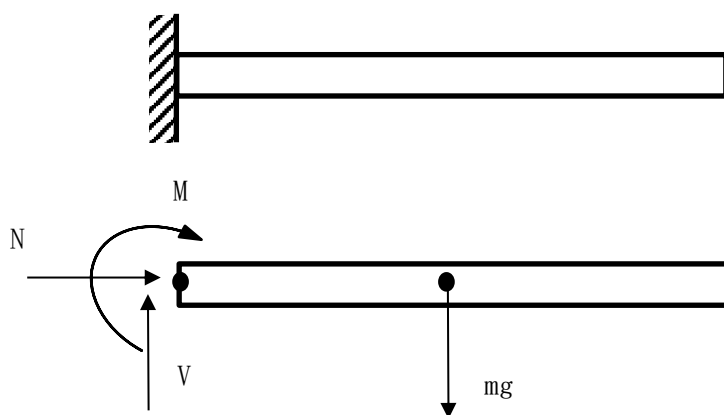
$\sigma = -\frac{My}{I_z}$ ，正应力大小不受弹性模量  $E$  影响。

2. 自重是否对本实验的影响；

施加载荷前已进行归零操作，自重不会对实验造成影响。

3. 设计特定尺寸材料的试件，在自重作用下，试件在悬臂梁条件下自身破坏；

选取本实验中所用材料， $E=210\text{GPa}$ ，屈服强度 $355\text{MPa}$ ，



$$\sum M_0 = 0 : -M - mg \cdot \frac{L}{2} = 0$$

$$\sigma = -\frac{My}{I_z} = \frac{mg \frac{L}{2} y}{I_z} = \frac{\rho b h L g \frac{L}{2} y}{\frac{1}{12} b h^3} = \frac{6 \rho g y L^2}{h^2}$$

$$\text{发生破坏: } \sigma_{\max} = \frac{6 \rho g \frac{h}{2} L^2}{h^2} = \frac{3 \rho g L^2}{h} = \sigma_{\text{fail}}$$

$$\text{即: } \frac{L^2}{h} = \frac{\sigma_{\text{fail}}}{3 \rho g} \quad (\text{悬臂梁满足该尺寸条件，即在自重下发生破坏})$$

$$\text{例: } \sigma_{\text{fail}} = 355\text{MPa} \quad \rho = 7.85\text{g/cm}^3 \quad L=18\text{m} \quad h=0.2\text{m}$$

4. 对比拉伸载荷，说明试件在弯曲载荷下的关键尺寸；

拉伸载荷： $\sigma = \frac{F}{A}$ ，关键尺寸为截面面积，与长度无关。

弯曲载荷：由上推导得  $\sigma = \frac{6 \rho g y L^2}{h^2}$ ，关键尺寸为长度  $L$  和高度  $h$ ，与宽度无关。

## 9. 附件-原始数据记录表（10 分）