

实验 12 偏心拉伸实验

姓名：邹佳驹

学号：12012127

同组人：刘鸿磊

1. 实验目的

- 1) 测定偏心拉伸时最大正应力，验证迭加原理的正确性；
- 2) 分别测定偏心拉伸时由拉力和弯矩所产生的应力；
- 3) 测定偏心距 e ；

2. 实验仪器设备与工具

- 1) 组合实验台拉伸部件；
- 2) 力&应变综合参数测试仪；
- 3) 游标卡尺、钢板尺。

3. 实验原理和方法

偏心拉伸试件，在外载荷作用下，其轴力 $N = P$ ，弯矩 $M = P \cdot e$ ，其中 e 为偏心距。根据叠加原理，得横截面上的应力为单向应力状态，其理论计算公式为拉伸应力和弯矩正应力的代数和。即

$$\sigma = \frac{P}{A_0} \pm \frac{6M}{bh^2}$$

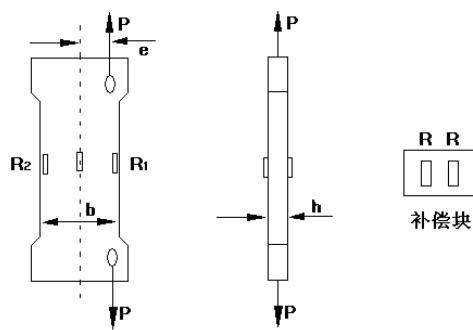
偏心拉伸试件及应变片的布置方法如图所示， R_1 和 R_2 分别为试件宽度侧的两个对称点， R_3 和 R_4 分别是试件高度侧的对称点。则

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \varepsilon_p + \varepsilon_M + \varepsilon' & \varepsilon_2 &= \varepsilon_p - \varepsilon_M + \varepsilon' \\ \varepsilon_3 &= \varepsilon_p + \varepsilon_M - \varepsilon' & \varepsilon_4 &= \varepsilon_p - \varepsilon_M - \varepsilon'\end{aligned}$$

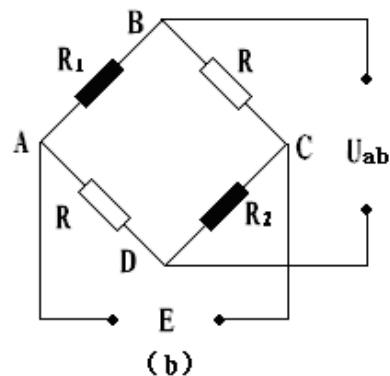
式中： ε_p —轴力引起的拉伸应变， ε_M —弯矩引起的应变，

ε' —试件位置偏移引起的应变

根据桥路原理，采用不同的组桥方式，即可分别测出与轴向力及弯矩有关的应变值。从而进一步求得弹性模量 E 、偏心距 e 、最大正应力和分别由轴力、弯矩产生的应力。采用**全桥对臂桥路**接法可直接测出轴向力引起的应变 ε_p ，（采用此接桥方式需加温度补偿片，接线如图所示。



拉伸试件及贴片图



组桥图

4. 实验步骤

- 1) 设计好本实验所需的各类数据表格
- 2) 测量试件尺寸。在试件标距范围内，测量试件三个横截面尺寸，取三处横截面面积的平均值作为试件的横截面积 A_0 。见附表 1
- 3) 拟定加载方案。先选取适当的初载荷 P_0 （一般取 $P_0 = 10\%P_{\max}$ 左右），估算 P_{\max} （该实验载荷范围 $P_{\max} \leq 2000\text{N}$ ），分 5 级加载。
- 4) 根据加载方案，调整好实验加载装置。
- 5) 按实验要求接好线，调整好仪器，检查整个系统是否处于正常工作状态。
- 6) 加载。均匀缓慢加载至初载荷 P_0 ，记下各点应变的初始读数；然后分级等增量加载，每增加一级载荷，依次记录应变值 ε_p 和 ε_M ，直到最终载荷。实验至少重复两次
- 7) 作完试验后，卸掉载荷，关闭电源，整理好所用仪器设备，清理实验现场，将所用仪器设备复原，实验资料交指导教师检查签字。

5. 实验数据记录与处理

1. 实验要求

- a) 测定偏心拉伸时最大正应力，验证叠加原理的正确性；
- b) 分别测定偏心拉伸时由拉力和弯矩所产生的应变；
- c) 测定偏心距 e 。

2. 试件测量

试件	厚度 h (mm)	宽度 b (mm)	横截面积 (mm^2)
截面I	4.99	30.67	153.0433
截面II	5.00	30.70	153.5000
截面III	4.98	30.47	151.7406
平均	4.99	30.61	152.7439
弹性模量 $E = 210 \text{ GPa}$			

泊松比 $\mu = 0.28$

3. 实验数据记录（逐级加载 $\Delta P = 360N$ ，最大载荷 $P_{\max} = 2000N$ ）

由于实验装置和安装初始状态的不稳定性，拉伸曲线的初始阶段往往是非线性的。为了尽可能减小测量误差，实验宜从初载荷 P_0 ($P_0 \neq 0$) 开始，采用增量法，分级加载，分别测量在各相同载荷增量 P 作用下，产生的应变增量 $\Delta\epsilon$ ，并求出 $\Delta\epsilon$ 的平均值。

	200N	560N	920N	1280N	1640N	2000N
$4\epsilon_M$ (全桥)	33	91	151	208	268	325
$2\epsilon_P$ (全桥)	23	54	82	110	134	158
$2\epsilon_M$ (半桥)	17	46	75	104	133	162
$2(\epsilon_M + \epsilon_P)$ (全桥)	31	84	134	188	239	291

4. 数据处理

1. 验证叠加原理

拉伸应力： $\sigma_P = E\epsilon_P$

弯矩应力： $\sigma_M = E\epsilon_M$

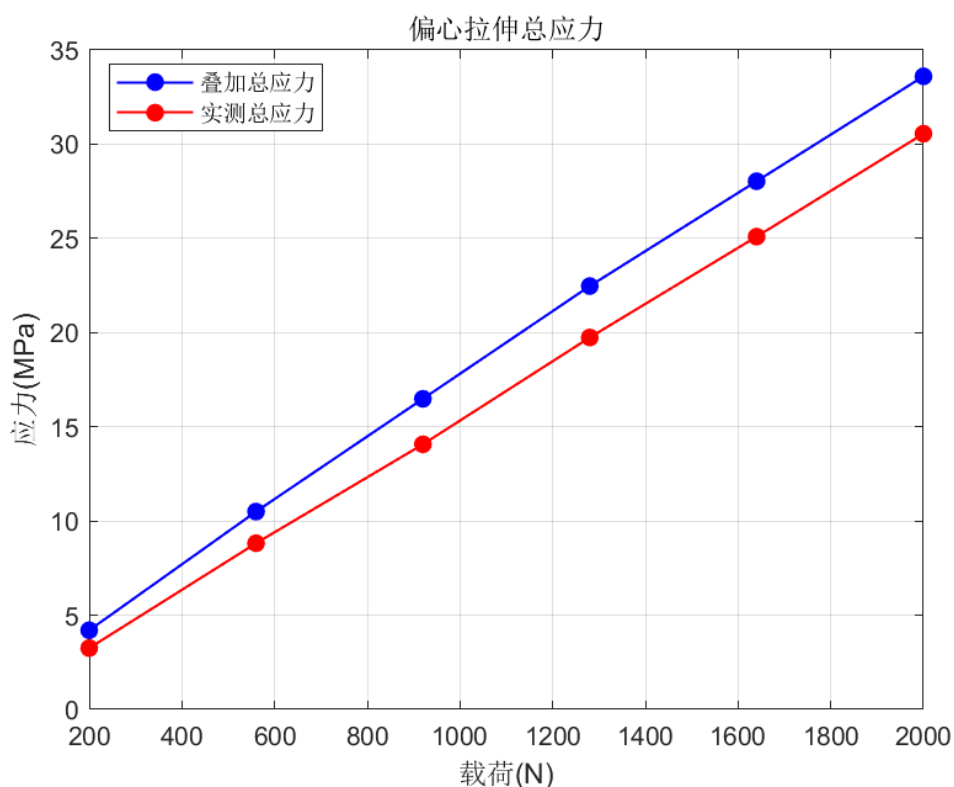
实测总应力： $\sigma = E(\epsilon_M + \epsilon_P)$ ，其中 $(\epsilon_M + \epsilon_P)$ 为上表中全桥所测数据/2

叠加总应力： $\sigma = \sigma_P + \sigma_M$ ，其中 $\sigma_P + \sigma_M$ 为单独计算所得的拉伸应力和弯矩应力相加

数据处理如下：

E (GPa)	拉伸应变 ($\mu\epsilon_P$)	弯矩应变 ($\mu\epsilon_M$)	实测(拉伸+弯矩)应变 ($\mu\epsilon_P + \mu\epsilon_M$)	拉伸应力 (MPa)	弯矩应力 (Mpa)	实测总应力 (MPa)	叠加总应力 (MPa)	误差
210	11.5	8.5	15.5	2.415	1.785	3.255	4.200	22.50%
210	27	23	42	5.670	4.830	8.82	10.500	16.00%
210	41	37.5	67	8.610	7.875	14.07	16.485	14.65%
210	55	52	94	11.550	10.920	19.74	22.470	12.15%
210	67	66.5	119.5	14.070	13.965	25.095	28.035	10.49%
210	79	81	145.5	16.590	17.010	30.555	33.600	9.06%

作图如下：



实测总应力小于叠加总应力，两者误差随载荷增加而减小，在小载荷下，存在较大误差的原因可能是应变片读取应变不够准确。

2. 分别测定偏心拉伸时由拉力和弯矩所产生的应变

拉伸应变：

$2\epsilon_p = \epsilon_1 + \epsilon_2$ ，采用全桥测量，所得数据如下：

	200N	560N	920N	1280N	1640N	2000N
$2\epsilon_p$ (全桥)	23	54	82	110	134	158

注意，处理实验数据过程中发现，此处选点有误，此处选点为 1 和 2， $\epsilon_1 + \epsilon_2 = 2\epsilon_p + 2\epsilon'$ ，所得结果相比实际 $2\epsilon_p$ 偏大。应该选取 1 和 4 点， $\epsilon_1 + \epsilon_4 = 2\epsilon_p$ 。

弯矩应变：

$2\epsilon_M = \epsilon_1 - \epsilon_2$ ，采用半桥测量，所得数据如下：

	200N	560N	920N	1280N	1640N	2000N
$2\epsilon_M$ (半桥)	17	46	75	104	133	162

若使用全桥测量，测量值为上表数据的 2 倍，所得数据如下：

	200N	560N	920N	1280N	1640N	2000N
$4\epsilon_M$ (全桥)	33	91	151	208	268	325

3. 求偏心距 e

Method 1

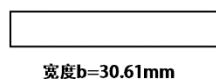
通过总应力求解偏心距 e:

$$\sigma = \frac{P}{A_0} + \frac{6M}{bh^2} = \frac{P}{A_0} + \frac{6Pe}{bh^2} = E(\epsilon_P + \epsilon_M)$$

$$\Rightarrow e = \frac{[E(\epsilon_P + \epsilon_M) - \frac{P}{A_0}]}{6P} \times bh^2$$

$(\epsilon_P + \epsilon_M)$ 为实验直接测量值 $2(\epsilon_P + \epsilon_M)$ 的一半

注意:



厚度 $h=4.99\text{mm}$

宽度 $b=30.61\text{mm}$

计算弯矩时, b 和 h 需颠倒

所以上式中, $b=4.99\text{mm}$, $h=30.61\text{mm}$

$$bh^2 = 4.99 \times 30.61^2 = 4675.490779\text{mm}^3 = 4.6755 \times 10^{-6}\text{m}^3$$

求解结果如下:

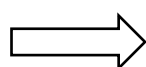
Load (N)	A ₀ (m ²)	bh ² (m ³)	实测(拉伸+弯矩)应变 ($\mu\epsilon_P + \mu\epsilon_M$)	e (m)
200	0.00015	4.7E-06	15.5	0.007581
560	0.00015	4.7E-06	42	0.007172
920	0.00015	4.7E-06	67	0.006816
1280	0.00015	4.7E-06	94	0.006916
1640	0.00015	4.7E-06	119.5	0.006822
2000	0.00015	4.7E-06	145.5	0.006803

$$e_{average} = 0.007018217\text{m} = 7.02\text{mm}$$

Method 2

通过弯矩应力计算偏心距 e

$$\sigma = \frac{P}{A_0} + \frac{6M}{bh^2} = \frac{P}{A_0} + \frac{6Pe}{bh^2} = \sigma_P + \sigma_M = E\epsilon_P + E\epsilon_M$$



$$\frac{6Pe}{bh^2} = E\epsilon_M$$

$$e = \frac{E\epsilon_M bh^2}{6P}$$

ε_M 为实验测量值 $2\varepsilon_M$ 的一半

求解结果如下：

Load (N)	bh ² (m ³)	弯矩应变 ($\mu\varepsilon_M$)	E (GPa)	e (m)
200	4.7E-06	8.5	210	0.006955
560	4.7E-06	23	210	0.006721
920	4.7E-06	37.5	210	0.00667
1280	4.7E-06	52	210	0.006648
1640	4.7E-06	66.5	210	0.006636
2000	4.7E-06	81	210	0.006628

$$e_{average} = 0.006709508m = 6.71mm$$

两种方法所得 e 偏差为 0.31mm，存在偏差的原因在于“1.验证叠加原理”中提到的实测总应力小于叠加总应力，即：

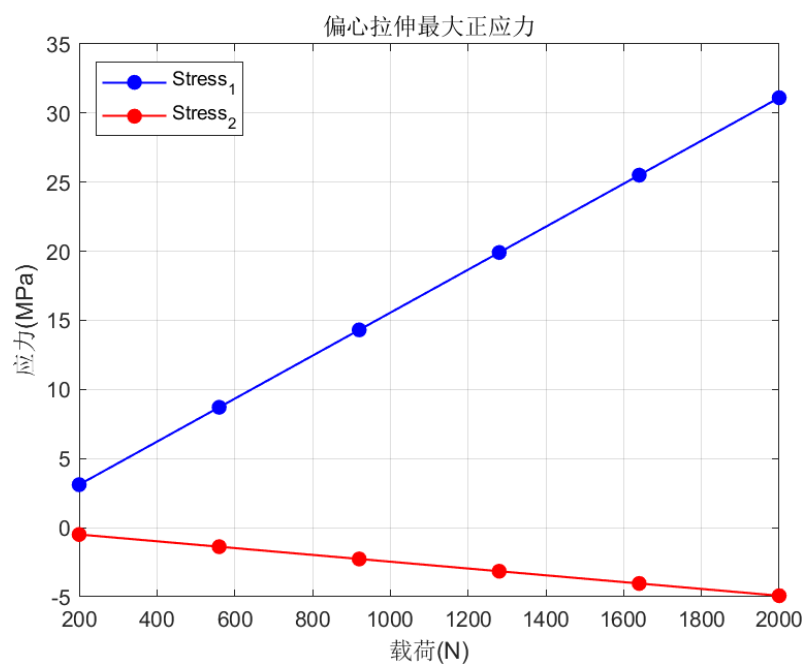
$$\sigma_{\text{实测}} = E(\varepsilon_P + \varepsilon_M) < \sigma_{\text{叠加}} = \frac{P}{A_0} + \frac{6M}{bh^2} = \sigma_P + \sigma_M = E\varepsilon_P + E\varepsilon_M$$

原因在于实验所测 $2(\varepsilon_P + \varepsilon_M)$ 与单独所测 $2\varepsilon_P$ 和 $2\varepsilon_M$ 的和存在误差，该误差在于测量 $2\varepsilon_P$ 时选点有误，测量值为 $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 2\varepsilon_P + 2\varepsilon'$ ，所以导致 $\sigma_{\text{叠加}} > \sigma_{\text{实测}}$ 。

4. 计算偏心拉伸最大正应力

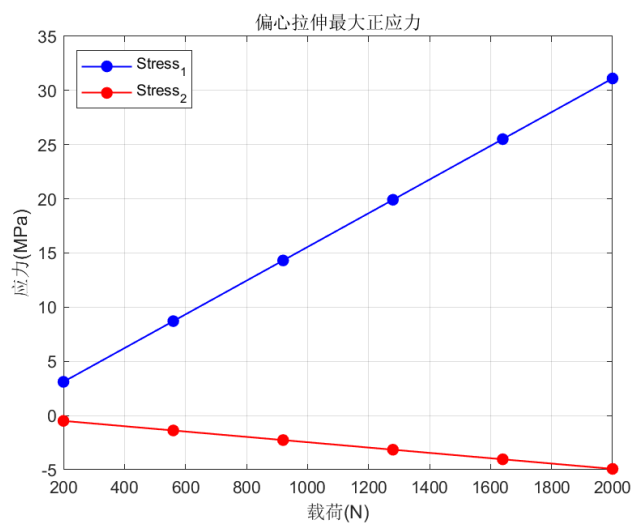
$$\sigma_{1, 2} = \frac{P}{A_0} \pm \frac{6M}{bh^2} = \frac{P}{A_0} \pm \frac{6Pe}{bh^2}$$

Load (N)	bh ² (m ³)	A ₀ (m ²)	e (m)	应力1 (MPa)	应力2 (MPa)
200	4.68E-06	0.000153	0.00702	3.111114	-0.49235
560	4.68E-06	0.000153	0.00702	8.711118	-1.37858
920	4.68E-06	0.000153	0.00702	14.31112	-2.26482
1280	4.68E-06	0.000153	0.00702	19.91113	-3.15105
1640	4.68E-06	0.000153	0.00702	25.51113	-4.03728
2000	4.68E-06	0.000153	0.00702	31.11114	-4.92351

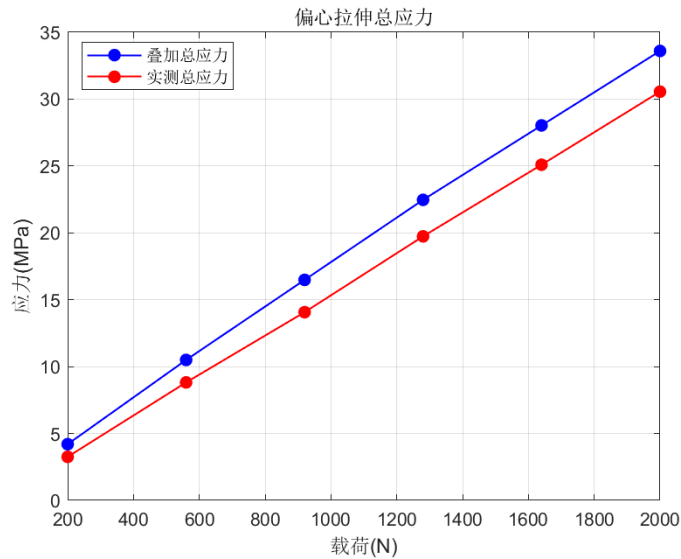


6. 实验结论

1) 该实验通过偏心拉伸试件，测定得到不同载荷下偏心拉伸时的最大正应力如下：



将拉伸应力与弯矩应力相加得叠加总应力和实测总应力对比，结果如下：



随载荷增加，两者误差逐渐缩小，由于实验仪器测量存在误差，该实验未能严格验证叠加原理。

2) 偏心拉伸时由拉力和弯矩所产生的应变分布由全桥和半桥测量，结果如下：

拉伸应变(选点为 1 和 2，未测到 $2\varepsilon_P$):

$2\varepsilon_P + 2\varepsilon' = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$ ，采用全桥测量，所得数据如下：

	200N	560N	920N	1280N	1640N	2000N
$2\varepsilon_P + 2\varepsilon'$ (全桥)	23	54	82	110	134	158

弯矩应变：

$2\varepsilon_M = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$ ，采用半桥测量，所得数据如下：

	200N	560N	920N	1280N	1640N	2000N
$2\varepsilon_M$ (半桥)	17	46	75	104	133	162

3) 通过两种方法测得偏心距 e 分别为 $7.02mm$ 和 $6.71mm$ ，两种方法所得 e 偏差为 $0.31mm$ ，存在偏差的原因在于“1.验证叠加原理”中提到的实测总应力小于叠加总应力，即：

$$\sigma_{\text{实测}} = E(\varepsilon_P + \varepsilon_M) < \sigma_{\text{叠加}} = \frac{P}{A_0} + \frac{6M}{bh^2} = \sigma_P + \sigma_M = E\varepsilon_P + E\varepsilon_M$$

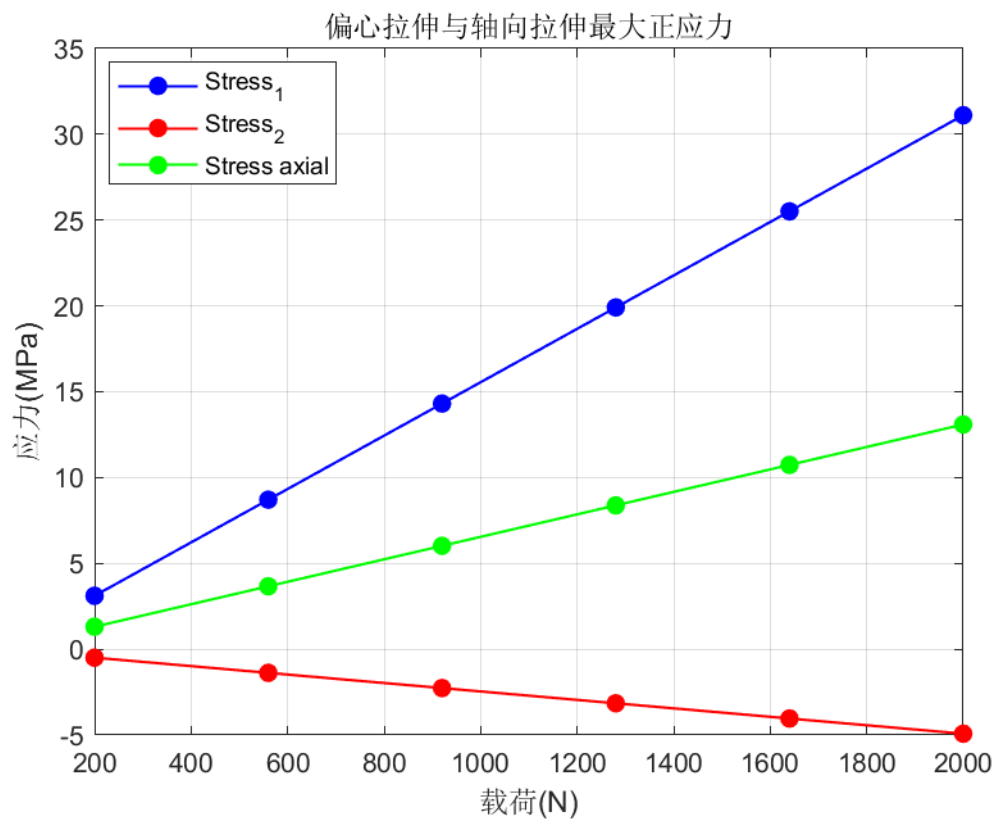
原因在于实验所测 $2(\varepsilon_P + \varepsilon_M)$ 与单独所测 $2\varepsilon_P$ 和 $2\varepsilon_M$ 的和存在误差，该误差在于测量 $2\varepsilon_P$ 时选点有误，测量值为 $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 2\varepsilon_P + 2\varepsilon'$ ，所以导致 $\sigma_{\text{叠加}} > \sigma_{\text{实测}}$ 。

7. 思考题

1) 与轴向拉伸相比，偏心拉伸最大应力提高了多少？

偏心拉伸最大应力相比轴向拉伸最大应力：

Load (N)	应力1 (MPa)	应力2 (MPa)	轴向应力 (MPa)	增值 (MPa)
200	3.11	-0.49	1.31	1.80
560	8.71	-1.38	3.67	5.04
920	14.31	-2.26	6.02	8.29
1280	19.91	-3.15	8.38	11.53
1640	25.51	-4.04	10.74	14.77
2000	31.11	-4.92	13.09	18.02



2) 分析拉伸试件加持后上下加载点不对称所造成的误差，及如何消除？

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_p + \varepsilon_M + \varepsilon' \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_p - \varepsilon_M + \varepsilon'$$

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_p + \varepsilon_M - \varepsilon' \quad \varepsilon_4 = \varepsilon_p - \varepsilon_M - \varepsilon'$$

式中： ε_p —轴力引起的拉伸应变， ε_M —弯矩引起的应变，

ε' —试件位置偏移引起的应变

通过选取不同的测点进行叠加即可消除由试件位置偏移引起的应变。