

硕士研究生招生考试自命题科目计算器应用技巧系列

# 材料力学



卡西欧计算器研究中心

本资料由知乎用户 [@電卓院亜紀良](#) 编撰

想了解更多计算器知识与应用技巧，欢迎关注作者以及知乎专栏 [“你的计算器”](#)

<https://www.zhihu.com/column/calculators>

真正的计算器爱好者聚集地，分享独家原创计算器知识。

# 1

## 工程符号

在材料力学中涉及到的数据单位往往带有工学词头符号，例如外力常用 kN 作单位，应力常用 MPa 作单位，弹性模量常用 GPa 作单位，尺寸常用 mm 作单位等等。如果要将这些单位换算为基本单位，相当于将所给的数据乘上或除以 $10^{3n}$ 倍（ $n$ 为整数）。如果最后还需要将计算结果写成“MPa”、“mm”这样的单位，还应当再进行换算。因此，材料力学中的计算要特别注意单位的统一，不然最终的计算结果就可能在数量级上出错。

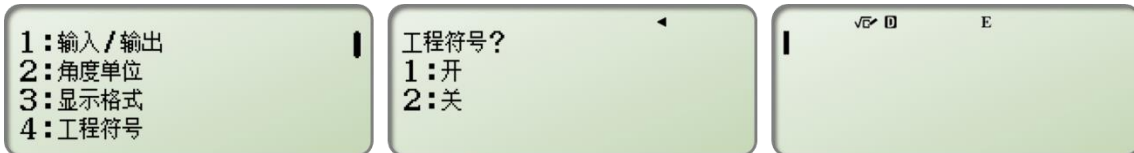
### fx-991CN X 的工程符号功能

fx-991CN X 可以直接将工程符号用在计算式中进行计算，这一功能用在材料力学的计算中是十分便利的，不仅避免了人工单位换算，而且最终的计算结果也是以工程符号表示的，誊写结果的时候只需要添上物理量的基本单位符号。

例如某钢索的许用应力为60 MPa，直径为25 mm，我们可以计算出该钢索允许的最大拉力为 $60 \text{ MPa} \times \frac{\pi}{4} \times (25 \text{ mm})^2$ 。一般情况下，我们需要将这个算式化成基本单位，然后再按 $60 \times 10^6 \times \frac{\pi}{4} \times (25 \times 10^{-3})^2$ 计算，也可以先计算 $60 \times \frac{\pi}{4} \times 25$ ，然后再将单位进行乘除，确定出数量级。

这一过程是比较麻烦的，不论是哪种方法，如果算式比较复杂，计算结果的数量级出错的可能性就会更大。如果我们用 fx-991CN X 的工程符号功能计算，开启工程符号显示，那么这个问题就可以轻松解决。

按 **菜单** **1** 进入计算模式，先按 **SHIFT** **菜单** (设置) 进入设置，然后按 **4** (工程符号)、**1** (开) 将工程符号显示开启，此时屏幕上方会出现一个指示符“E”，如图所示。



我们可以直接在计算器中输入算式

$$60 \text{ M} \times \frac{\pi}{4} \times 25 \text{ m}^2$$

其中工程符号“M（兆）”、“m（毫）”按 **OPTN** **3** (工程符号) 调用，如下页图所示。

1: 双曲函数  
2: 角度单位  
3: 工程符号

1: m    2:  $\mu$     3: n  
4: p    5: f    6: k  
7: M    8: G    9: T  
A: P    B: E

按 60  $\square$ OPTN $\square$ 3 (工程符号)  $\square$ 7 (M)  $\square$ X $\square$ SHIFT $\square$ x10<sup>y</sup> ( $\pi$ )  $\square$ 4  $\square$ ▶  $\square$ X $\square$ 25  $\square$ OPTN $\square$ 3 (工程符号)  $\square$ 1 (m)  $\square$ X $\square$ □, 即可得到结果, 如下图所示。

$$60M \times \frac{\pi}{4} \times 25m^2$$
  
29.45243113k

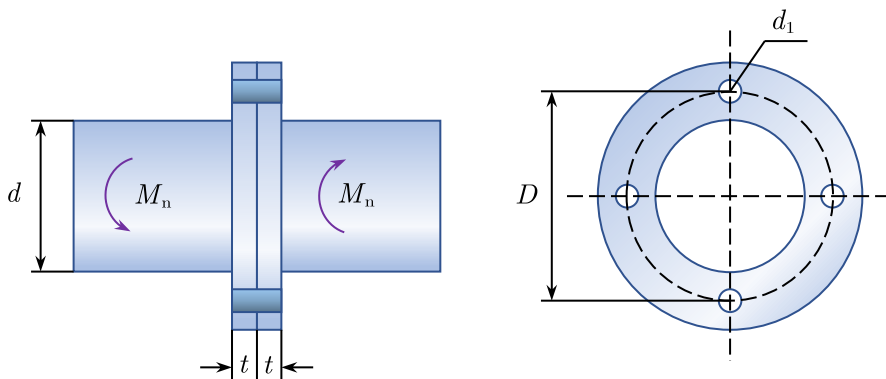
这个结果不需要再次换算, 加上力的基本单位 N 即可, 即答案是 29.45 kN。

如果计算结果和所需的单位不一致, 例如计算的结果显示为“3.15M”, 而需要的结果是 3150 kN, 那么我们只需要再按一次  $\square$ ENG $\square$  键, 即可将大单位化为小单位。反之, 将小单位化为大单位, 只需要按  $\square$ SHIFT $\square$ ENG $\square$  ( $\leftarrow$ )。如果仍然不一致, 可以重复操作。

如果不需要显示工程符号, 按  $\square$ SHIFT $\square$ 菜单 $\square$  (设置)  $\square$ 4 (工程符号)  $\square$ 2 (关) 关闭。

## 应用案例解析

图示两实心圆轴由法兰上的 4 个螺栓连接。已知传递扭矩  $M_n = 40 \text{ kN} \cdot \text{m}$ , 法兰平面平均直径  $D = 300 \text{ mm}$ , 厚  $t = 20 \text{ mm}$ , 轴的  $[\tau] = 40 \text{ MPa}$ ,  $[\theta] = 0.01 \text{ rad/m}$ ,  $E = 200 \text{ GPa}$ , 泊松比  $\nu = 0.25$ , 螺栓的  $[\tau_1] = 120 \text{ MPa}$ , 抗压强度  $[\sigma_c] = 300 \text{ MPa}$ 。求轴的直径  $d$  和螺栓的直径  $d_1$ 。



解: (1) 确定轴的直径  $d$

先按强度设计准则计算。根据已知条件, 轴的横截面上最大切应力为

$$\tau_{\max} = \frac{M_n}{W_p} = \frac{40 \text{ kN} \cdot \text{m}}{\frac{1}{16} \pi d^3} \leq [\tau] = 40 \text{ MPa}$$

解得

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{40 \text{ kN} \cdot \text{m}}{40 \text{ MPa}} \times \frac{16}{\pi}}$$

使用 fx-991CN X 计算。按 **菜单** **1** 进入计算模式，按 **SHIFT** **菜单** (设置) **4** (工程符号) **1** (开) 开启工程符号显示，然后按 **SHIFT** **√** **40** **OPTN** **3** (工程符号) **6** (k) **40** **OPTN** **3** (工程符号) **7** (M) **16** **SHIFT** **×10<sup>3</sup>** ( $\pi$ ) **=** 得到计算结果，如下图所示。

因此，由强度设计准则得到  $d \geq 172.1 \text{ mm}$ 。

然后按刚度设计准则计算。轴的最大相对扭转角为 (其中  $G = \frac{E}{2(1+\nu)} = 80 \text{ GPa}$ )

$$\theta_{\max} = \frac{M_n}{GI_p} = \frac{40 \text{ kN} \cdot \text{m}}{80 \text{ GPa} \times \frac{1}{32} \pi d^4} \leq [\theta] = 0.01 \text{ rad/m}$$

解得

$$d \geq \sqrt[4]{\frac{40 \text{ kN} \cdot \text{m}}{0.01 \text{ rad/m} \times 80 \text{ GPa}} \times \frac{32}{\pi}}$$

使用 fx-991CN X 计算。按 **SHIFT** **x<sup>1/√</sup>** ( $\sqrt[4]{\quad}$ ) **40** **OPTN** **3** (工程符号) **6** (k) **0.01** **×** **80** **OPTN** **3** (工程符号) **8** (G) **32** **SHIFT** **×10<sup>9</sup>** ( $\pi$ ) **=** 得到计算结果，如图所示。

因此，由刚度设计准则得到  $d \geq 150.2 \text{ mm}$ 。

综合以上结果，取较大值，轴的直径  $d \geq 172.1 \text{ mm}$ 。

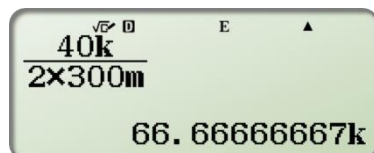
## (2) 确定螺栓的直径 $d_1$

由  $4 \times F \times \frac{D}{2} = M_n$  可得，每个螺栓承担的剪力为

$$F = \frac{2M_n}{4D} = \frac{M_n}{2D} = \frac{40 \text{ kN} \cdot \text{m}}{2 \times 300 \text{ mm}}$$

使用 fx-991CN X 计算。按 **40** **OPTN** **3** (工程符号) **6** (k) **2** **×** **300** **OPTN** **3** (工程符

号)  $\boxed{1}$  (m)  $\boxed{=}$  得到计算结果, 如下图所示。



$$\frac{40\text{k}}{2 \times 300\text{m}} = 66.66666667\text{k}$$

按螺栓安全计算螺栓直径。螺栓所承受的最大剪力为

$$\tau_{\max} = \frac{F}{A_1} = \frac{66.67 \text{ kN}}{\frac{1}{4} \pi d_1^2} \leq [\tau_1] = 120 \text{ MPa}$$

解得

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{66.67 \text{ kN}}{120 \text{ MPa}} \times \frac{4}{\pi}} = 26.6 \text{ mm}$$

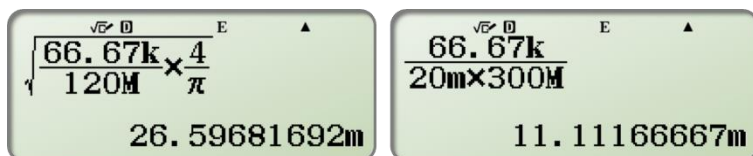
按法兰安全计算螺栓直径。法兰所承受的最大挤压力为

$$\sigma_c = \frac{F}{A_2} = \frac{F}{d_1 t} = \frac{66.67 \text{ kN}}{d_1 \times 20 \text{ mm}} \leq [\sigma_c] = 300 \text{ MPa}$$

解得

$$d_1 \geq \frac{66.67 \text{ kN}}{20 \text{ mm} \times 300 \text{ MPa}} = 11.1 \text{ mm}$$

在计算器上操作的方法和前面类似, 请读者尝试自己完成, 如下图所示。



$$\sqrt{\frac{66.67\text{k} \times 4}{120\text{M} \times \pi}} = 26.59681692\text{m}$$

$$\frac{66.67\text{k}}{20\text{m} \times 300\text{M}} = 11.11166667\text{m}$$

综合以上结果, 取较大值, 螺栓直径  $d_1 \geq 26.6 \text{ mm}$ 。

## 2 方程求解

在求解材料力学问题时，很多情况下都是需要按照所列出的方程来求解其中的某一变量。在考试中，求解方程往往需要变形，这就会耗费一定的时间。如果将求解方程的任务交给计算器来做，那么可以节省出更多宝贵的时间解决其他更重要的问题。

### fx-991CN X 的 SOLVE 功能

fx-991CN X 的 SOLVE 功能可以用来求解任意的一元方程，其原理是使用的数值计算方法中的切线法（牛顿法）。我们只需要按照原式输入方程式，不需要将方程进行变形，指定一个初始值，就可以求解出方程的一个数值解。

例如求解方程  $(x^2 - \sqrt{2})e^x + 1 = 0$ ，按  $\boxed{\text{菜单}} \boxed{1}$  进入计算模式，然后按  $\boxed{(\quad)} \boxed{x} \boxed{x^2} \boxed{-}$   $\boxed{\sqrt{\square}} \boxed{2} \boxed{\rightarrow} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\ln} \boxed{(e^{\square})} \boxed{x} \boxed{\rightarrow} \boxed{+} \boxed{1} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\text{CALC}} \boxed{(=)} \boxed{0}$  输入方程。注意这里方程式中的等号是按  $\boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\text{CALC}} \boxed{(=)}$  输入的。方程输入完毕之后，按  $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{CALC}}$  (SOLVE) 进入 SOLVE 功能界面，此时下方反色显示的“ $x = \dots$ ”不是解，而是当前变量  $x$  中现有的值。先猜测初始值为  $-5$ ，输入  $\boxed{(-)} \boxed{5} \boxed{=}$ ，完成初始值的指定，然后再按  $\boxed{=}$ ，稍微等待一会即可得到方程的一个数值解，如下图所示。

$(x^2 - \sqrt{2})e^x + 1 = 0$	$(x^2 - \sqrt{2})e^x + 1 = 0$ $x = 0$
$(x^2 - \sqrt{2})e^x + 1 = 0$ $x = -5$	$(x^2 - \sqrt{2})e^x + 1 = 0$ $x = -0.286695867$ $L-R = 0$

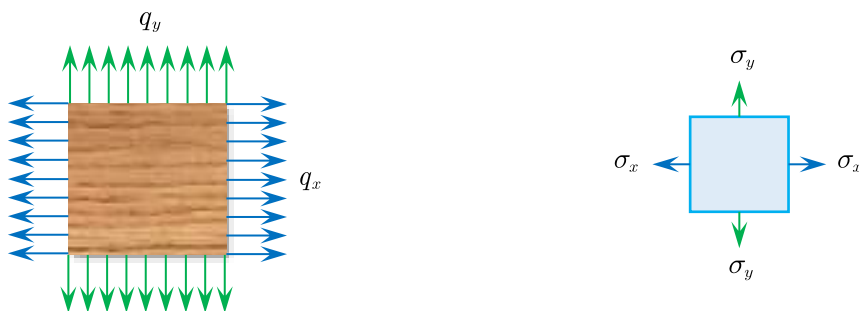
求解结果界面上除了显示方程的一个数值解之外，还显示“ $L - R = \dots$ ”，表示求解的准确度。一般来说都是 0，偶尔会出现非常小的数值，对求解结果也没有影响。

这个方程还有一个解，继续按  $\boxed{=}$  回到 SOLVE 界面，再按  $\boxed{5} \boxed{=}$  指定初始值为 5，然后按  $\boxed{=}$  求解，得到这个方程另一个数值解，如下图所示。

$(x^2 - \sqrt{2})e^x + 1 = 0$	$(x^2 - \sqrt{2})e^x + 1 = 0$ $x = 1.027827966$ $L-R = 0$
-------------------------------	---

## 应用案例解析

厚度为 2 mm、边长为 200 mm 的正方形纸板在水平和竖直两个方向受到均布荷载  $q_x$  和  $q_y$  的作用。在对角线上的应变片读数为  $150 \mu\varepsilon$ 。若已知弹性模量  $E = 40 \text{ GPa}$ ，泊松比  $\nu = 0.25$ ，水平荷载  $q_x = 50 \text{ N/mm}$ ，求  $q_y$  的大小。



解：取任意的单元体，如上面右图所示。

其应力为

$$\sigma_x = \frac{q_x}{t} = \frac{50 \text{ N/mm}}{2 \text{ mm}} = 25 \text{ MPa}; \quad \sigma_y = \frac{q_y}{t} = \frac{q_y}{2 \text{ mm}}; \quad \tau_{xy} = 0。$$

根据广义胡克定律，有

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y); \quad \varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x); \quad \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} = 0。$$

$$\varepsilon_{45^\circ} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos 90^\circ - \gamma_{xy} \sin 90^\circ = \frac{(1 - \nu)(\sigma_x + \sigma_y)}{2E} = 150 \mu\varepsilon$$

代入数据，将  $\sigma_y$  替换为计算器中的变量  $x$ ，得到

$$\frac{(1 - 0.25)(25 \text{ MPa} + x)}{2 \times 40 \text{ GPa}} = 150 \mu$$

使用 fx-991CN X 的 SOLVE 功能求解。按 **[菜单]** **[1]** 进入计算模式，按 **[SHIFT]** **[菜单]** (设置) **[4]** (工程符号) **[1]** (开) 开启工程符号显示，然后按 **[1]** **[=]** **[0.25]** **[)]** **[1]** **[25]** **[OPTN]** **[3]** (工程符号) **[7]** (M) **[+]** **[x]** **[)]** **[2]** **[x]** **[40]** **[OPTN]** **[3]** (工程符号) **[8]** (G) **[>]** **[ALPHA]** **[CALC]** **[=]** **[150]** **[OPTN]** **[3]** (工程符号) **[2]** ( $\mu$ ) 输入方程式，然后按 **[SHIFT]** **[CALC]** (SOLVE) 进入 SOLVE 功能界面，由于这是一个一元一次方程，因此可以不用输入初始值，直接按 **[=]** 求解。

求解结果界面不会显示成带有工程符号的结果，因此还需要再按 **[x]** **[=]**，如下页图所示。



$\frac{25 \times 10^3 (25 \times 10^3 + x)}{2 \times 40 \times 10^9} = 150 \times 10^3$	$\frac{(1 - 0.25) (25 \times 10^3 + x)}{2 \times 40 \times 10^9} = 0$
$\frac{(1 - 0.25) (25 \times 10^3 + x)}{2 \times 40 \times 10^9} = 0$	$x = -9 \times 10^3$
$x = -9000000$	$x = -9 \text{ M}$

因此， $\sigma_y = -9 \text{ MPa}$ ，进而得到 $q_y = 2\sigma_y = -18 \text{ MPa}$ 。



硕士研究生招生考试自命题科目计算器应用技巧系列

# 材料力学

本手册由知乎用户 [@電卓院亜紀良](#) 编撰

想了解更多计算器知识与应用技巧，欢迎关注作者以及知乎专栏“[你的计算器](#)”

<https://www.zhihu.com/column/calculators>

真正的计算器爱好者聚集地，分享独家原创计算器知识。