

实验三：机械振动系统固有频率的测量

1. 实验目的

- 1、学习振动系统固有频率的测试方法；
- 2、学习共振法测试振动固有频率的原理与方法；（幅值判别法和相位判别法）
- 3、学习锤击法测试振动系统固有频率的原理与方法；（传函判别法）

2. 实验仪器及安装示意图

实验仪器：INV1601B 型振动教学实验仪、INV1601T 型振动教学实验台、加速度传感器、接触式激振器、MSC-1 力锤（橡胶头）。软件：INV1601 型 DASP 软件。

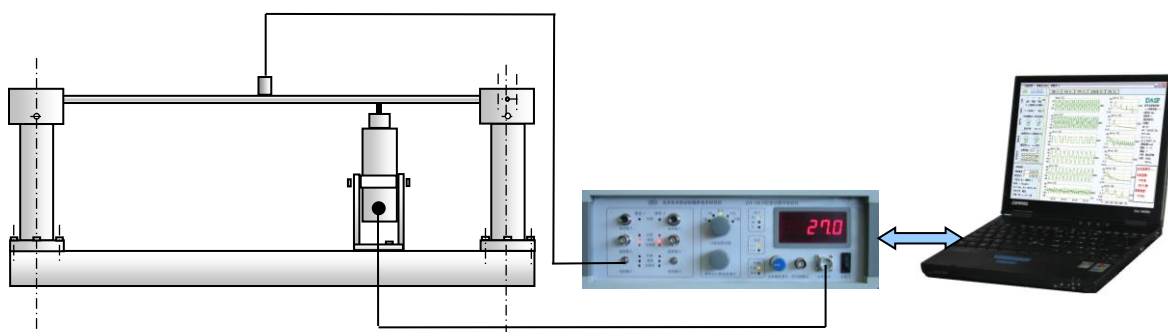


图1 幅值判别法和相位判别法仪器连接图

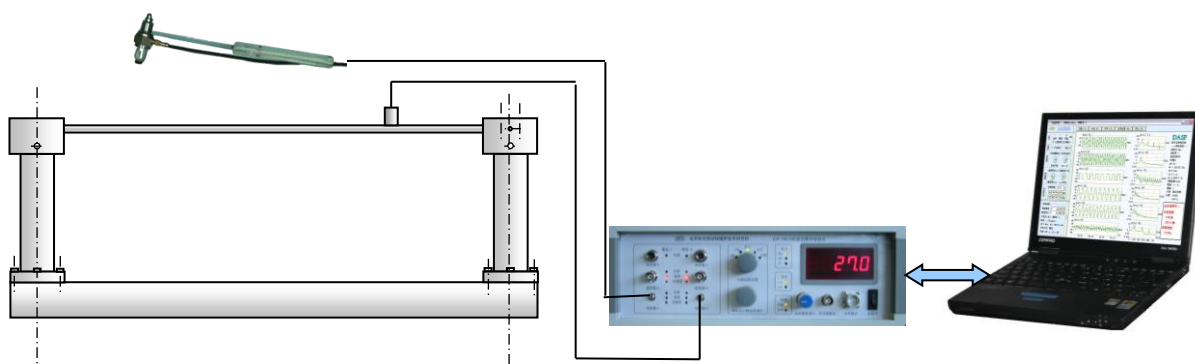


图2 传函判别法仪器连接图

3. 实验原理

对于振动系统，经常要测定其固有频率，最常用的方法就是用简谐力激振，引起系统共振，从而找到系统的各阶固有频率。另一种方法是用锤击法，用冲击力激振，通过输入的力信号和输出的响应信号进行传函分析，得到各阶固有频率。

- 1、简谐力激振

由简谐力作用下的强迫振动系统，其运动方程为：

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + Kx = F_0 \sin \omega_e t$$

方程式的解由 $x_1 + x_2$ 这二部分组成：

$$x_1 = e^{-\alpha t} (C_1 \cos \omega_D t + C_2 \sin \omega_D t)$$

式中 $\omega_D = \omega \sqrt{1 - D^2}$ C_1 、 C_2 常数由初始条件决定

$$x_2 = A_1 \sin \omega_e t + A_2 \cos \omega_e t$$

其中
$$A_1 = \frac{q(\omega^2 - \omega_e^2)}{(\omega^2 - \omega_e^2)^2 + 4\varepsilon^2 \omega_e^2}$$

$$A_2 = \frac{2q\omega_e \varepsilon}{(\omega^2 - \omega_e^2)^2 + 4\varepsilon^2 \omega_e^2}, \quad q = \frac{F_0}{m}$$

x_1 代表阻尼自由振动基， x_2 代表阻尼强迫振动项。

自由振动项周期
$$T_D = \frac{2\pi}{\omega_D}$$

强迫振动项周期
$$T_e = \frac{2\pi}{\omega_e}$$

由于阻尼的存在，自由振动基随时间不断地衰减消失。最后，只剩下后两项，也就是通常讲的定常强迫振动，只剩下强迫振动部分，即

$$x = \frac{q(\omega^2 - \omega_e^2)}{(\omega^2 - \omega_e^2)^2 + 4\varepsilon^2 \omega_e^2} \cos \omega_e t + \frac{2q\omega_e \varepsilon}{(\omega^2 - \omega_e^2)^2 + 4\varepsilon^2 \omega_e^2} \sin \omega_e t$$

通过变换可写成

$$x = A \sin(\omega_e t - \varphi)$$

式中
$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} = \frac{q/\omega^2}{\sqrt{(1 - \frac{\omega_e^2}{\omega^2})^2 + \frac{4\varepsilon^2 \omega_e^2}{\omega^4}}}$$

$$\varphi = \arctg \frac{A_2}{A_1} = \arctg \left(\frac{2\omega_e \varepsilon}{\omega^2 - \omega_e^2} \right)$$

设频率比 $u = \frac{\omega_e}{\omega}$ $\varepsilon = D\omega$ 代入上式

则振幅
$$A = \frac{q/\omega^2}{\sqrt{(1 - u^2)^2 + 4u^2 D^2}}$$

滞后相位角
$$\varphi = \arctg \frac{2Du}{1 - u^2}$$

因为 $q/\omega^2 = F_0/m \bigg/ K/m = \frac{F_0}{K} = x_{st}$ 为弹簧受干扰力峰值作用引起的静位移，所以振幅

A 可写成

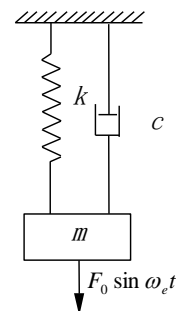


图 3 阻尼强迫振动

$$A = \frac{1}{\sqrt{(1-u^2)^2 + 4u^2 D^2}} x_{st} = \beta x_{st}$$

其中

$$\beta \text{ 称为动力放大系数} = \frac{1}{\sqrt{(1-u^2)^2 + 4u^2 D^2}}$$

动力放大系数 β 是强迫振动时的动力系数即动幅值与静幅值之比。这个数值对拾振器和单自由度体系的振动的研究都是很重要的。

当 $u = 1$ ，即强迫振动频率和系统固有频率相等时，动力系数迅速增加，引起系统共振，由式

$$x = A \sin(\omega_e t - \varphi)$$

可知，共振时振幅和相位都有明显的变化，通过对这两个参数进行测量，我们可以判别系统是否达到共振点，从而确定出系统的各阶振动频率。

1) 幅值判别法

在激振功率输出不变的情况下，由低到高调节激振器的激振频率，通过示波器，我们可以观察到在某一频率下，任一振动量（位移、速度、加速度）幅值迅速增加，这就是机械振动系统的某阶固有频率。这种方法简单易行，但在阻尼较大的情况下，不同的测量方法得出的共振频率稍有差别，不同类型的振动量对振幅变化敏感程度不一样，这样对应一种类型的传感器在某阶频率时表现不够敏感。

2) 相位判别法

相位判别法是根据共振时特殊的相位值以及共振前后相位变化规律所提出的一种共振判别法。在简谐力激振的情况下，用相位法来判定共振是一种较为敏感的方法，而且共振时的频率就是系统的无阻尼固有频率，可以排除阻尼因素的影响。

激振信号为： $F = F_0 \sin \omega t$

位移信号为：

$$y = Y \sin(\omega t - \varphi)$$

速度信号为： $\dot{y} = \omega Y \cos(\omega t - \varphi)$

加速度信号为： $\ddot{y} = -\omega^2 Y \sin(\omega t - \varphi)$

(1) 位移判别共振

将由 INV1601B 实验仪的“信号源输出”的激振信号输入到 INV1601B 型实验仪的第一通道（即 X 轴）的速度输入接头，位移传感器输出信号或通过 INV1601B 型实验仪积分档输出量为位移量的信号接入教学仪的第二通道（即 Y 轴）输入接头，此时两通道的信号分别为：

激振信号为： $F = F_0 \sin \omega t$

位移信号为： $y = Y \sin(\omega t - \varphi)$

共振时， $\omega = \omega_n$ ， $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ，X 轴信号和 Y 轴信号的相位差为 $\pi/2$ ，根据利萨如图原理

可知，屏幕上的图象将是一个正椭圆。当 ω 略大于 ω_n 或略小于 ω_n 时，图象都将由正椭圆变为斜椭圆，其变化过程如下图所示。因此图象由斜椭圆变为正椭圆的频率就是振动体的固有频率。

(2) 速度判别共振

将激振信号输入到 INV1601B 实验仪的第一通道（即 X 轴），速度传感器输出信号或通过 INV1601B 型实验仪积分档输出量为速度的信号输入到第二通道（即 Y 轴），此时两通道的信

号分别为：

激振信号为： $F = F_0 \sin \omega t$

速度信号为： $\dot{y} = \omega Y \cos(\omega t - \varphi)$

共振时， $\omega = \omega_n$ ， $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ， X 轴信号和 Y 轴信号的相位差为 $\pi/2$ 。根据利萨如图原理

可知，屏幕上的图象应是一条直线。当 ω 略大于 ω_n 或略小于 ω_n 时，图象都将由直线变为斜椭圆，其变化过程如下图所示。因此图象由斜椭圆变为直线的频率就是振动体的固有频率。

(3) 加速度判别共振

将激振信号输入到采集仪的第一通道（即 X 轴），加速度传感器输出信号输入到第二通道（即 Y 轴），此时两通道的信号分别为：

激振信号为： $F = F_0 \sin \omega t$

加速度信号为： $\ddot{y} = -\omega^2 Y \sin(\omega t - \varphi)$

共振时， $\omega = \omega_n$ ， $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ， X 轴信号和 Y 轴信号的相位差为 $\pi/2$ 。根据利萨如图原理

可知，屏幕上的图象应是一个正椭圆。当 ω 略大于 ω_n 或略小于 ω_n 时，图象都将由正椭圆变为斜椭圆，其变化过程如下图所示。因此图象由斜椭圆变为正椭圆的频率就是振动体的固有频率。

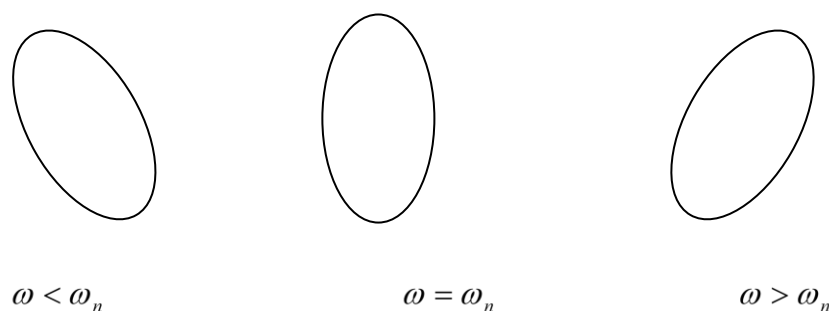


图 4 用位移判别共振的利萨如图形

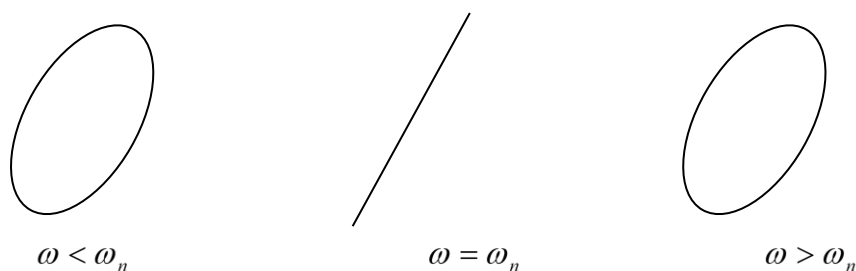


图 5 用速度判别共振的利萨如图形

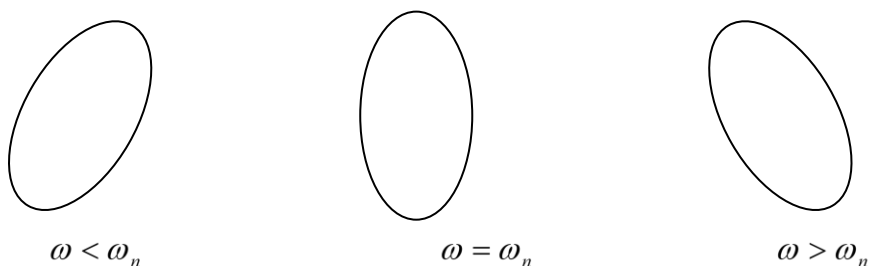


图 6 用加速度判别共振的利萨如图形

3) 传函判别法（频率响应函数判别法——动力放大系数判别法）

通常我们认为振动系统为线性系统,用一特定已知的激振力,以可控的方法来激励结构,同时测量输入和输出信号,通过传函分析,得到系统固有频率。

响应与激振力之间的关系可用导纳表示:

$$Y = \frac{X}{F} = \frac{1/k}{\sqrt{(1-u^2)^2 + 4D^2u^2}} e^{j\varphi} \quad \varphi = \operatorname{tg}^{-1} \frac{-2Du}{1-u^2}$$

Y 的意义就是幅值为 1 的激励力所产生的响应。研究 Y 与激励力之间的关系,就可得到系统的频响特性曲线。在共振频率下的导纳值迅速增大,从而可以判别各阶共振频率。

4. 实验步骤

一、幅值判别法测量

1、安装仪器

把激振器安装在支架上,将激振器和支架固定在实验台基座上,并保证激振器顶杆对简支梁有一定的预压力(不要露出激振杆上的红线标识),用专用连接线连接激振器和 INV1601B 型实验仪的功放输出接口(实验仪上的功率幅度调节按钮应调到最小)。

把带磁座的加速度传感器安放在简支梁上,输出信号接到 INV1601B 型实验仪的加速度传感器输入端,功能档位拨到“加速度”档的 a 加速度。

2、开机

进入 INV1601 型 DASP 软件的主界面,选择单通道按钮。进入单通道示波状态进行波形示波。

3、测量

打开 INV1601B 型实验仪的电源开关,调大功放输出按钮,注意不要过载,从 0 开始调节频率按钮,当简支梁产生振动,振动最大时,记录当前频率。继续增大频率可得到高阶振动频率。

二、相位判别法测量

1、将位于 INV1601B 实验仪前面板的激励“信号源输出”端,接入实验仪的第一通道的“速度输入”接头(X 轴),加速度传感器输出信号接 INV1601B 型实验仪第二通道的“加速度输入”接头(Y 轴)。加速度传感器放在距离梁端 1/3 处。

2、用 INV1601 型 DASP 软件“双通道”中的利萨如图示波,调节激振器的频率,观察图象的变化情况,分别用 INV1601B 型实验仪“加速度档”的加速度 a 、速度 v 、位移 d 进行测量,观察图象,根据共振时各物理量的判别法原理,来确定共振频率。

三、传函判别法

1、安装仪器

把实验模型力锤的力传感器输出线接到 INV1601B 型实验仪第一通道的加速度传感器输入端，档位拨到“加速度”档的 a ；把带磁座的加速度传感器放在简支梁上，输出信号接到 INV1601B 型实验仪的第二通道加速度传感器输入端，档位拨到“加速度”档的 a 加速度。

2、开机

进入 INV1601 型 DASP 软件的主界面，选择“双通道”按钮。进入“双通道”软件进行“传函”示波。在“自由选择”中选择传函幅频和相位项示波。

3、传函测量

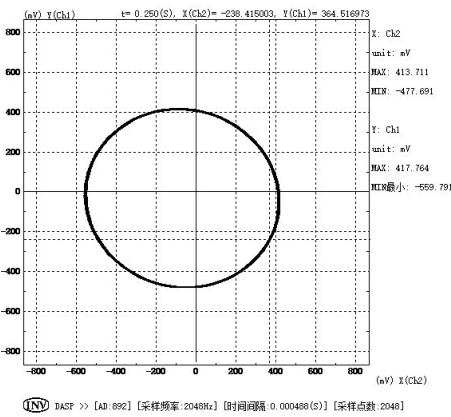
用力锤敲击简支梁中部，就可看到时域波形，采样方式选择为“单次触发”或“多次触发”，点击左侧操作面板的“传函”按钮，可得到频响曲线，第一个峰就是系统的第一阶固有频率，后面的几个峰是高阶频率。移动传感器或用力锤敲击简支梁的其它部位，再进行测试，记录下各阶固有频率。

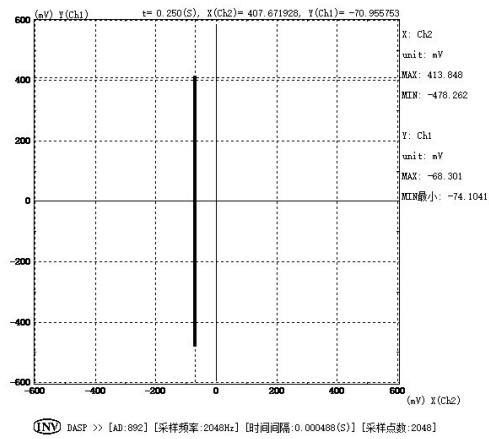
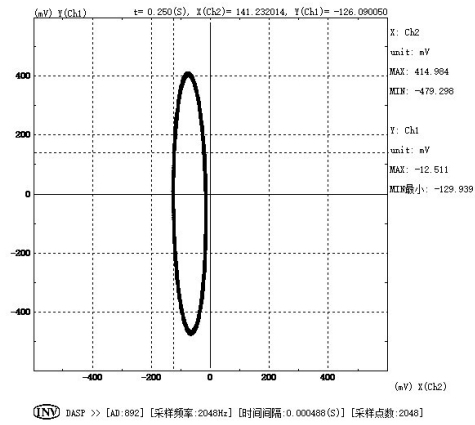
5. 实验数据和结果分析

机械振动系统固有频率测量结果

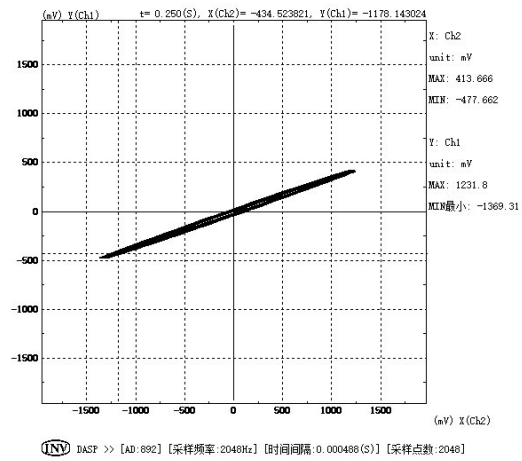
频率(Hz)		第一阶频率	第二阶频率	第三阶频率
测试方法				
相位判别法图像	位移 d	43.9	165.1	368.1
	速度 v	43.7	165.0	362.3
	加速度 a	43.8	165.4	372.7
传函判别法		44	166	371

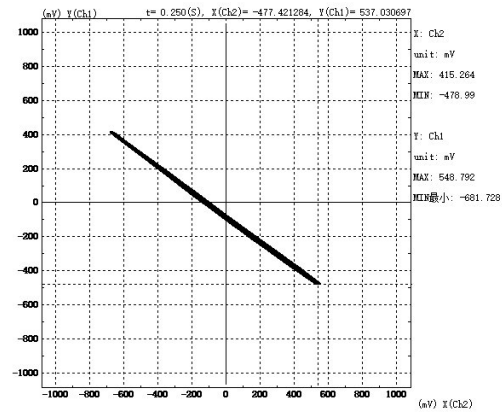
附：用位移判别共振的莉萨如图形



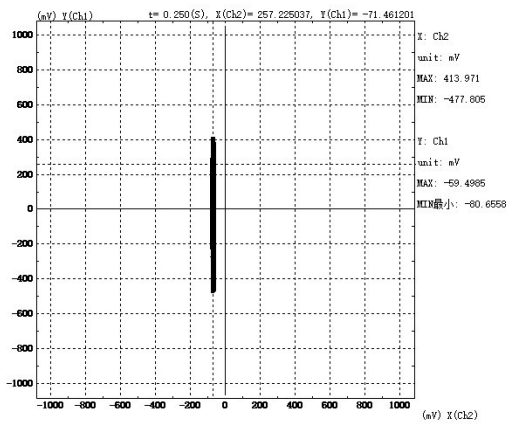


用速度判别共振的莉萨如图形



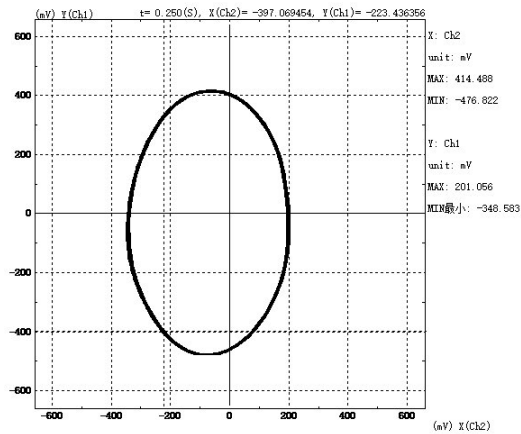


INV DASP >> [AD:892] [采样频率:2048Hz] [时间间隔:0.000488(S)] [采样点数:2048]

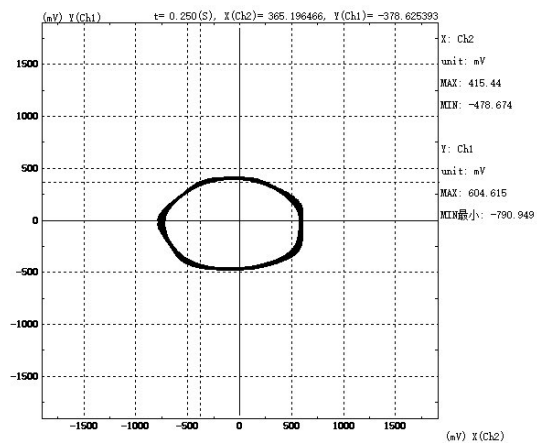


INV DASP >> [AD:892] [采样频率:2048Hz] [时间间隔:0.000488(S)] [采样点数:2048]

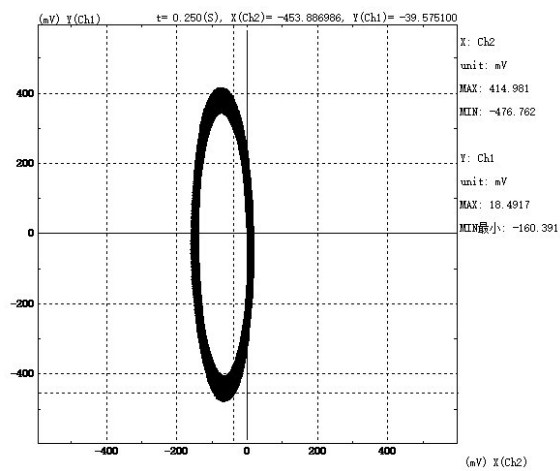
用加速度判别共振的莉萨如图形



INV DASP >> [AD:892] [采样频率:2048Hz] [时间间隔:0.000488(S)] [采样点数:2048]

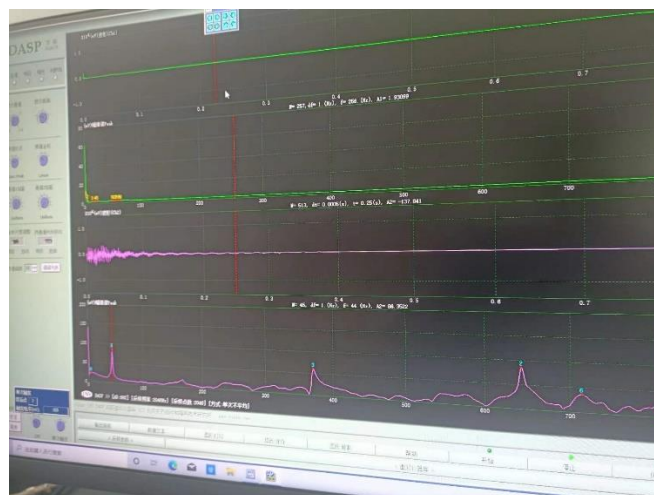


INVT DASP >> [Ad: 892] [采样频率: 2048Hz] [时间间隔: 0.000488(S)] [采样点数: 2048]

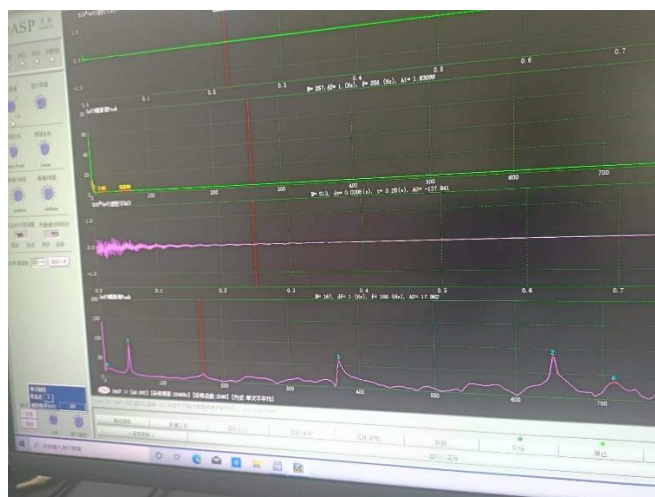


INVT DASP >> [Ad: 892] [采样频率: 2048Hz] [时间间隔: 0.000488(S)] [采样点数: 2048]

使用传函判别法所得各阶固有频率



一阶固有频率 $f=44\text{Hz}$



二阶固有频率 $f=166\text{Hz}$

值得注意的是，该峰值与其他峰值相比并不明显，原因在于使用锤敲击后，简支梁右侧存在激振器支撑，导致二阶固有频率振动下波谷部分被削弱，进而导致采集到的二阶固有频率峰值不明显。



三阶固有频率 $f=371\text{Hz}$

