

《基础物理实验》实验报告

实验名称 虚拟仪器在物理实验中的应用 指导教师 李想

姓 名 李昭辉 学号 2020K8009907039 班级 04 分组 04 座号 10

实验日期 2021 年 12 月 2 日 实验地点 教学楼 710 调课/补课 ☐ 是 成绩评定

1 实验目的

1. 学会应用 CCD 杨氏模量测量仪；
2. 学会拉伸法测量金属丝杨氏模量方法；
3. 熟悉霍尔位置传感器；
4. 学会用弯曲法测量金属的杨氏模量，并为霍尔位置传感器定标；
5. 学会计算不确定度，用最小二乘法和逐差法处理数据。

2 实验仪器

CCD 杨氏弹性模量测量仪，霍尔位置传感器测杨氏模量实验装置，0.02 mm 分度游标卡尺，螺旋测微器，钢直尺，钢圈尺。

3 实验原理

3.1 杨氏模量

设柱状物体长度为 L ，截面积为 S ，并且沿长度方向受到外力 F 伸长 ΔL ，由 Hooke 定律，在弹性范围内正应力与线应变成正比，即

$$\frac{F}{S} = Y \frac{\Delta L}{L} \quad (1)$$

其中比例系数 $Y(N/m^2)$ 称为杨氏模量。

对铅丝加重为 M 的砝码，并测量铅丝的长度 L 、直径 d ，则

$$Y = \frac{4gL}{\pi d^2 K} \quad (2)$$

其中 K 为 $M - \Delta L$ 图中直线的斜率。

若为一横梁状物体，厚为 a 、宽为 b 、刀口间有效长度为 d ，所加力为 F ，则杨氏模量为

$$Y = \frac{d^3 F}{4a^3 b \Delta Z} \quad (3)$$

3.2 霍尔位置传感器

霍尔位置传感器是置于磁场梯度 $\frac{dB}{dZ}$ 均匀的磁场中的霍尔元件，通过示数变化反映位置变化，方程为

$$\Delta U_H = KI \frac{dB}{dZ} \Delta Z \quad (4)$$

4 实验步骤

1. 调节仪器：调平 CCD 实验仪，将叉丝组放入横梁下槽内，后在钼丝放入两个 100 g 的砝码，调节 CCD 摄像头使得其与分划板对正并呈现清晰的像；
2. 测量钼丝几何尺寸：用钢卷尺测量悬挂点到叉丝组的长度作为钼丝长度 L ，使用螺旋测微器在钼丝上、中、下分别测量 2 次直径并取平均作为直径 d ；
3. 拉伸法测杨氏模量：逐次在砝码盘中放入一个 $M_0 = 200g$ 的砝码，记录对应叉丝读数 $l_i (i = 1, 2, \dots, 8)$ ，然后逐一减掉砝码并读取叉丝读数 $l'_i (i = 1, 2, \dots, 8)$ ；
4. 测量铸铁几何尺寸：用钢直尺测量两刀口间距离 3 次并取平均作为长度 d ，用游标卡尺测量铸铁上、中、下部分各 2 次宽度取平均作为宽度 b ，用螺旋测微器在其上、中、下各分别测量厚度 2 次取平均作为厚度 a ；
5. 调节仪器：调平霍尔位置传感器实验仪，组装样品-霍尔传感器-电子秤传感器连接体，调节加力系统使得拉力绳不受力后用力调零旋钮将电子秤传感器示数调零，在无拉力情况下调节霍尔传感器使得其正朝上位于磁场中央，上下移动磁铁使得毫伏表读数很小后用调零旋钮调零毫伏表，调节读数显微镜使得其正对刀口基线且呈清晰的像并记录初始读数 Z_0 ；
6. 每次加大 20 g 的拉力，用读数显微镜中读出此时基线的位置 Z_i 和毫伏表示数 $U_i (i = 1, 2, \dots, 8)$ ；
7. 整理仪器，处理数据。

5 实验数据、处理与结论

5.1 拉伸法测量钼丝杨氏模量

5.1.1 钼丝几何尺寸与仪器允差

钼丝长度 $L(\text{mm})$	581.0						
钼丝直径							
测量次数	1	2	3	4	5	6	平均值 d
$d(\text{mm})$	0.180	0.185	0.185	0.187	0.181	0.185	0.1844

表 1: 钼丝几何尺寸

仪器	钢卷尺	钢直尺	螺旋测微器	游标卡尺	拉伸法电子刻度线	弯曲法电子刻度线
允差 (mm)	$e_1=\pm 2.0$	$e_2=\pm 0.12$	$e_3=\pm 0.004$	$e_4=\pm 0.02$	$e_5=\pm 0.005$	$e_6=\pm 0.002$

表 2: 仪器允差

5.1.2 拉伸法测杨氏模量

由 5.1.1 节, 钼丝的长度 $L = 580.1\text{mm}$, 直径 $d = 0.184\text{mm}$

监视器初始示数为 $l_0 = 2.45\text{mm}$ 。

序号 i	砝码质量 $M(\text{g})$	叉丝读数 (mm)			$\bar{l}_i M_i (\text{mm} \cdot \text{g})$	示数差值 $\Delta \bar{l}_i = \bar{l}_{i+4} - \bar{l}_i$	不确定度 $\Delta(\Delta l)$
		加载 $l_i(\text{mm})$	卸载 $l'_i(\text{mm})$	平均值 $\bar{l}_i(\text{mm})$			
1	200	2.61	2.68	2.65	529	0.70	0.02
2	400	2.80	2.85	2.83	1130	0.68	
3	600	3.00	3.05	3.03	1815	0.66	
4	800	3.16	3.20	3.18	2544	0.67	
5	1000	3.33	3.36	3.35	3345		
6	1200	3.50	3.52	3.51	4212		
7	1400	3.67	3.70	3.69	5159		
8	1600	3.85	3.85	3.85	6160		

表 3: 拉伸法测量钼丝杨氏模量数据

逐差法:

$$Y = \frac{4gL}{\pi d^2} \left[\sum_{i=1}^4 \frac{4M_0}{\Delta \bar{l}_i} \right] / 4 = 2.52 \times 10^{11} \text{N/m}^2$$

最小二乘法: 作出的 $M - \Delta L$ 曲线如Figure 1

由最小二乘法得到 $\Delta L = 0.009M + 0.0391$, 故斜率 $K = 0.0009\text{m/kg}$, 取 $g = 9.8\text{m/s}^2$, 由(2)算得钼丝的杨氏模量为

$$Y = 2.38 \times 10^{11} \text{N/m}^2$$

5.1.3 不确定度分析

几何尺寸的不确定度

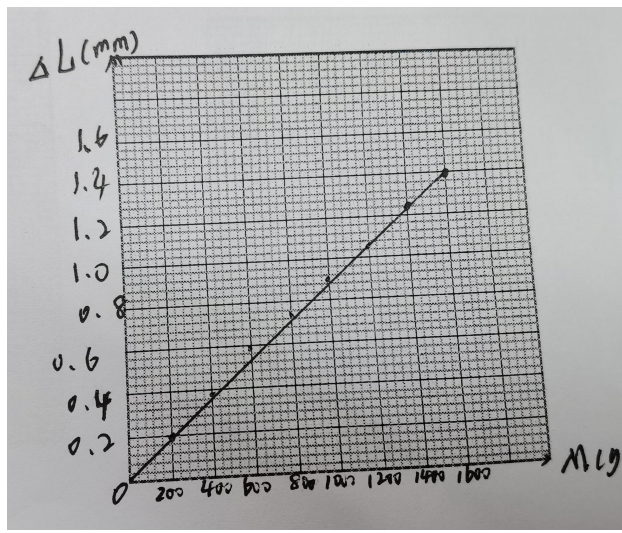


图 1: $M - \Delta L$ 曲线

$$u(d) = \sqrt{u_{A_d}^2 + (e_3/\sqrt{3})^2} = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^6 (d_i - \bar{d})^2}{6 * (6 - 1)} + (0.004/\sqrt{3})^2} = 0.004mm$$

$u(L) = \sqrt{2 * (e_2/\sqrt{3})^2 + (d_0/10)^2 + \sigma L^2} = 0.03m$ 其中 $\sigma L = 20mm$ 为给定误差, $d_0 = 1mm$ 为钢直尺的最小分度。

$$u(\Delta l) = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^4 (\Delta l_i - \bar{\Delta l})^2}{4 * (4 - 1)} + (e_5/\sqrt{3})^2} = 0.02mm$$

于是有:

$$d = (0.184 \pm 0.004)mm, L = (0.581 \pm 0.03)m。$$

按照杨氏模量的不确定度传递公式得到

$$E_Y = \sqrt{4(\frac{u(d)}{d})^2 + (\frac{u(L)}{L})^2 + (\frac{u(\Delta l)}{\Delta l})^2} = 0.8$$

$$\Delta Y = Y * E_Y = 0.148 \times 10^{11} N/m^2$$

得到 $Y = (2.4 \pm 0.2) \times 10^{11} N/m^2$ 。

5.2 霍尔法测铸铁杨氏模量及定标霍尔位置传感器

5.2.1 铸铁尺寸

							平均值
长度 d(mm)	229.5	229.6	230.2				229.77
宽度 b(mm)	23.04	23.02	23.02	23.04	23.00	23.00	23.02
厚度 a(mm)	0.960	0.960	0.960	0.957	0.961	0.959	0.960

表 4: 铸铁几何尺寸

5.2.2 霍尔法测量铸铁杨氏模量

由 5.2.1 节数据得到，长度 $d = 229.8mm$ ，宽度 $b = 23.02mm$ ，厚度 $a = 0.960mm$ 。

读数显微镜示数	初始示数 $Z_0(mm)$	0.390							
序号 i	1	2	3	4	5	6	7	8	平均值
$M_i(g)$	20.4	39.4	59.9	79.8	100.0	119.7	139.7	160.0	89.9
$Z_i(mm)$	0.516	0.655	0.782	0.887	1.030	1.171	1.300	1.430	0.971
$U_i(mV)$	50	98	147	196	243	288	330	376	216
$\Delta Z_i(mm)$	0.514	0.516	0.518	0.543					0.523
$\Delta U_i(mV)$	193	190	183	180					187
$U_i^2(mV^2)$	2500	9604	21609	38416	59049	82944	108900	141376	58050
$Z_i^2(mm^2)$	0.266	0.429	0.612	0.787	1.061	1.371	1.690	2.045	1.033
$Z_i U_i(mm \cdot mV)$	25.8	64.2	115.0	173.9	250.3	337.2	429.0	537.7	241.6
$\frac{M_{i+4}-M_i}{\Delta Z_i}$	154.86	155.62	154.05	147.70					153.06

表 5: 霍尔法测量铸铁杨氏模量数据

由测量数据及(3)得到铸铁的杨氏模量为

$$E = \frac{d^3 g}{4a^3 b} \frac{\overline{M_{i+4} - M_i}}{\Delta Z_i} = 2.23 \times 10^{11} N/m^2$$

5.2.3 不确定度分析

几何尺度不确定度：

$$u(a) = \sqrt{\sigma_a^2 + (e_4/\sqrt{3})^2} = 0.02mm$$

$$u(b) = \sqrt{\sigma_b^2 + (e_3/\sqrt{3})^2} = 0.02mm$$

$$u(d) = \sqrt{\sigma_d^2 + (e_2/\sqrt{3})^2} = 0.4mm$$

$$u(\Delta L) = \sqrt{\sigma_{\Delta L^2} + (e_6/\sqrt{3})^2}$$

则由弯曲法测杨氏模量的不确定度公式

$$\Delta E_E = \sqrt{9(\frac{u(d)}{d})^2 + 9(\frac{u(a)}{a})^2 + (\frac{u(b)}{b})^2 + (\frac{u(\Delta Z)}{\Delta Z})^2} = 0.07$$

得到杨氏模量的结果为

$$E = (2.2 \pm 0.2) \times 10^{11} N/m^2$$

5.2.4 定标霍尔位置传感器

记 $\delta Z_i = Z_i - Z_0 (i = 1, 2, \dots, 8)$ ，。作出的 $U_i - \delta Z_i$ 图如Figure 2，可以看出二者呈明显的线性关系，说明磁场梯度均匀。

由最小二乘法得出拟合曲线为 $U = 357.38\delta Z + 8.2265$ ，从斜率得出霍尔位置传感器的灵敏度为

$$\Delta U / \Delta Z = 357.4V/m$$

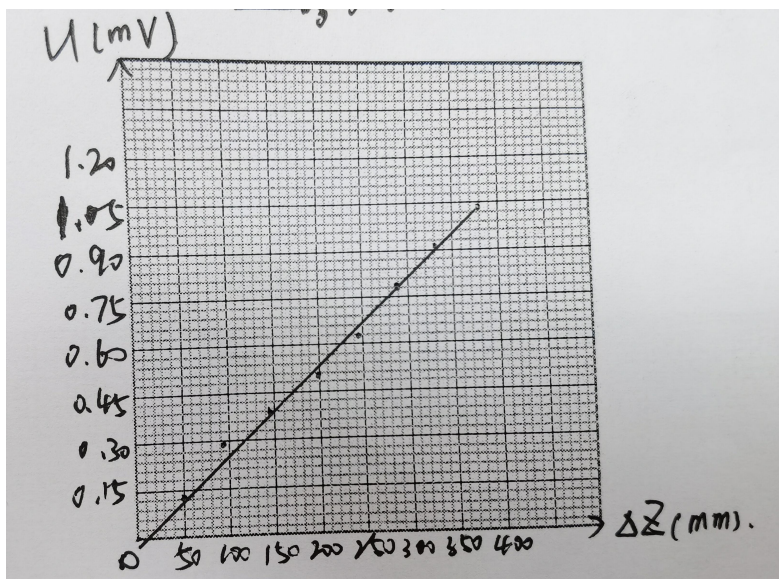


图 2: 弯曲法定标霍尔位置传感器曲线

6 实验总结与思考

6.1 实验总结

实验中根据 Y 与 ΔL 的线性关系, 得到(1)胡克定律在弹性限度内成立; 最后得到的铅丝的杨氏模量与公认值相对偏差为 $\delta_1 = |E - 2.3 \times 10^{11}| / 2.3 \times 10^{11} = 4.34\%$, 误差较小说明测得结果与真值近似。但铸铁的杨氏模量测量与公认值 1.8×10^{11} 相对偏差为 $\delta_2 = |Y - 1.8 \times 10^{11}| / 1.8 \times 10^{11} = 22.2\%$, 偏差较大, 可能原因在于铸铁材料本身的掺杂等原因造成或超出弹性限度等。

在磁场梯度均匀、霍尔电流固定时, ΔU 与 ΔZ 成正比关系, 通过测量二者拟合的斜率可测得霍尔位置传感器关于位置变化的灵敏度。

6.2 第一部分思考题

1. 拉伸法除了杨氏模量处理数据时用作图法应当做出 $M_i - \Delta L_i$ 曲线, 通过最小二乘法算得斜率作为(2)中的 K 。
2. 杨氏模量只与材料本身有关, 不随横截面积变化。
3. 根据测量需要的精确度以及尺寸(或者长度变化量)大小选取; 有钢卷尺、钢直尺、游标卡尺、螺旋测微器、分划板; 误差见Table 2。
4. 起始加一定量的砝码为了让铅丝处于伸直状态, 减小开始几组数据测量误差。
5. 读取颤动的最大位置和最小位置, 取二者平均值作为读数; 或者通过人工辅助其稳定后测量。

6.3 第二部分思考题

1. 误差为包括测量尺寸和微小位移出现的误差，刀口处静摩擦力带来的系统误差，加力可能超过弹性限度，横梁本身已经存在几何形变造成数据的系统偏差，不确定度分析见subsubsection 5.2.3。
2. 在磁场均匀时，霍尔位置传感器电压变化与位移变化成正比；其优点在于灵敏度高，微小位移带来影响可以被探测到、减小读数时忽略微小位移造成的误差，毫伏表读数减小人为读数造成偶然误差。

图 3: 注释

7 实验原始数据记录表