



1.29 (b) 假设 A_2 是正则的, 则存在一正长度 p s.t. $\forall w \in A_2$, 若 $|w| \geq p$,

则 $w = xyz$ 且 $|y| \geq 1$, $|xy| \leq p$, $\forall n \geq 0$, $xy^n z \in A$.

$$\text{令 } w' = w_1 w_2 = \underbrace{a^p a^p \dots a^p}_{m \text{ 个 } a^p} y = a^m \quad (m \geq 1)$$

$$\text{则 } xy^n z = \underbrace{a^p a^p \dots a^p}_{(n+1)m} a^p a^{(n+1)m} b^p a^p b^p a^p b^p$$

$$\text{取 } n = p+1 \quad \exists k$$

$$\text{则 } xy^{p+1} z = a^p \underbrace{a^p \dots a^p}_{m \text{ 个 } a^p} a^p b^p a^p b^p$$

由泵引理, A_2 不是正则的.

若 $3 \nmid m$, 显然 $xy^{p+1} z \notin A_2$

若 $3 \mid m$, 则 $xy^{p+1} z \in A_2$

若 $3 \mid m$, 则 w 不含 b

而 w 含 b

$\therefore w_1 = w_2$
矛盾

1.30 (b) p 是给定的泵长度, 而 1.38 中 n 是变量, 不可直接套用.

在使用泵引理时易见 $y = \epsilon$, 于是 $xy^n z \in \epsilon^* \epsilon^* \epsilon^*$, S 可以被抽取

1.48 (b) ~~设 L 为不可区分集合 $X = \{s_1, \dots, s_k\}$~~ 下面给出识别 L 的 DFA $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$.

$$\text{令 } Q = \{[x]_L \mid x \in \Sigma^*\}, \delta([x]_L, a) = [xa]_L, q_0 = [\epsilon]_L,$$

$F = \{[x]_L \mid x \in L\}$. 下述 M 接受的语言是 L . 易见若 $w \in L$, 设 $w = a_0 \dots a_n$, $n \geq 0$,
考虑 $\delta([\epsilon]_L, a_0), \delta([a_0]_L, a_1), \dots, \delta([a_0 \dots a_{n-1}]_L, a_n)$, 则 w 被 M 接受

$\therefore L$ 被 M 接受. 若 $s \in L$ 且 s 被 M 接受, 则 $s \in [x]_L, x \in L$

设 $s = b_0 \dots b_n, n \geq 0$ 则考虑 $\delta([\epsilon]_L, b_0), \dots, \delta([b_0 \dots b_{n-1}]_L, b_n)$.

若 $w = a_0 \dots a_n$ 则 $q_0 = [\epsilon]_L, q_{i+1} = \delta(q_i, a_{i+1}) = [a_0 \dots a_{i+1}]_L \in Q$

$a_i \in \Sigma^*$

$\Rightarrow q_n = [w]_L \in F \therefore M$ 识别 L

