5.15 作业 唐嘉良 2020K8009907032

中国科学院大学
University of Chinese Academy of Sciences

7.7 设 $L_1, L_2 \in NP$，则 L_1 与 L_2 有验证器 V_1，V_2（多项式时间的）

则 $L_1=\{w \mid \exists c \text{ s.t. } V_1 \text{接受} \langle w,c\rangle\}$，$L_2=\{w \mid \exists c \text{ s.t. } V_2 \text{接受} \langle w,c\rangle\}$

并：对 $L=L_1 \cup L_2$，构造验证器 $V=$"对输入 $\langle w,c\rangle$，

1. 在 $\langle w,c\rangle$ 上同时运行 V_1 与 V_2，若至少有一台接受，

则接受，否则拒绝"

则 $w \in L \overset{=L_1\cup L_2}{} \Leftrightarrow \exists c \text{ s.t. } V$ 接受 $\langle w,c\rangle$，且 V 是 $|w|$ 的多项式时间的. $\therefore L \in NP$ $\therefore$ 并之封闭性得证.

连接：对 $L=L_1 \circ L_2$，~~构造验证器 $V=$"对输入 $\langle w,c\rangle$~~，

设 L_1 与 L_2 被多项式时间非确定性图灵机 M_1 与 M_2 所判定

构造图灵机 $M=$"对输入 w，

1. 将 w 拆分为 $w=w_1 \circ w_2$，共 $|w|+1$ 种拆分方式

2. 对每种拆分方式，在 w_1 及 w_2 上分别运行 M_1 及 M_2，若均接受则接受，否则换下一种拆分重复 2，若拆分已全部试完，进入 3

3. 拒绝".

M 显然非确定，因为它调用了非确定的 M_1 及 M_2

$\therefore L$ 被非确定性图灵机 M 在 $O((|w|+1)(n^{k_1}+n^{k_2})) \in Poly(n)$ 内所判定

$\therefore L \in NP$ $\therefore$ 连接之封闭性得证 □

~~设<G>编码为G的结点序列~~

7.12 构造图灵机 M = "对于输入 $\langle G,H\rangle$，G,H是图，

1. 解码得到两个图 $\langle G\rangle$ 与 $\langle H\rangle$.
2. 非确定性地重排 $\langle G\rangle$ 的结点
3. 检查 $\langle G\rangle$ 与 $\langle H\rangle$ 结点序，若一致则接受，否则拒绝."

注：步2拒绝是对现在的计算分支而言的，除非N所有分支均拒绝，N才拒绝.

显然M是非确定性的，且M在 $O(n^2)$ ~~内~~ $\in Poly(n)$ 内判定ISO

因为重排可以通过~~递归局部有序~~每次改变一个元素位置使其局部有序，循环n次实现，是 $O(n^2)$ 的，且~~可以重排~~与欲得到的图结点序一致这样的算法

对应的函数 $f: \mathcal{G} \to \mathcal{G}$，$\langle G\rangle \mapsto \langle H\rangle$ 是满的（$\mathcal{G}$ 是所有图的集合），因此一定可以重排到任一结点序的图. 总之，M可在多项式时间内判定ISO是易见的.

$\therefore ISO \in NP$. □