

SAT: NP-C



中国科学院大学

University of Chinese Academy of Sciences

9.9 由 $NP \subseteq P^{SAT}$
 $coNP \subseteq P^{SAT}$ 及 $NP = P^{SAT} \Rightarrow \cancel{NP} \subseteq coNP \subseteq NP$

假设 $A \in NP = P^{SAT}$ 则 \exists 一台 ^{确定性} M^{SAT} 在多项式时间内判定 A

交换 M^{SAT} 接受与拒绝状态, 得 $M^{SAT'}$. $\therefore A$ 被 $M^{SAT'}$ 在多项式时间内接受, 且 $M^{SAT'}$ 是确定性的 $\Rightarrow \bar{A} \in P^{SAT} = NP \Rightarrow A \in coNP$

$\therefore NP \subseteq coNP \quad \therefore NP = coNP.$

9.18 ~~由于 $NP \subseteq P^{SAT}$, 仅需证 $USAT \in NP$.~~

构造 $S = "$ 对输入 $\langle \phi \rangle$,

1. 确定性地选择 ϕ 第1个变元取值, 用该取值代替该变元。(1或0, 依次)
2. 得到两个布尔公式 $\langle \phi_1 \rangle$ 与 $\langle \phi_1' \rangle$, 在它们上询问 SAT (选择)
3. 若 ϕ_1 恰好一个是, 一个否, 则 ~~进入4~~ ~~并进入4~~, 否则拒绝.
4. 若 ~~仍有变元未被取值~~ ~~$\langle \phi \rangle$ 中变元未取~~, 则进入1, 否则接受."

~~用回答为真的布尔公式代替 $\langle \phi \rangle$ 并~~

$\therefore S$ 是确定性的、多项式时间内判定 $USAT$ 的拥有 SAT 预言机的 Turing Machine

$\therefore USAT \in P^{SAT}.$

