

PEKING UNIVERSITY

FOF 基金时间序列分析

作者:

祁周

王喆

任庆杰

指导老师:

涂云东

2017 年 6 月 14 日

1 美国 FOF 市场总资产建模

1.1 对资产对数增长率建立 MA(5) 模型

首先利用 ADF 检验美国 FOF 总资产序列是否存在单位根, 在备择假设为平稳性的条件下, 对 FOF 基金的资产总量序列 $\{ast\}$ 进行检验. 检验结果为 $P = 0.8158$, 这说明 FOF 的资产总量数据并不是一个平稳的时间序列. 而对 FOF 资产总量取对数差分后, 即得到总资产的对数增长率序列 $\{GR_{ast}\}$, 如图1所示

图 1: 美国 FOF 基金总资产的对数增长率序列

再次进行 ADF 检验, 检验结果 $P < 0.01$, 拒绝了非平稳的原假设, 即其对数差分后是一个平稳序列. 具体的 R 语言结果如下所示:

```
Augmented Dickey-Fuller Test
data: ast
Dickey-Fuller = -1.4307, Lag order = 6, p-value = 0.8158
alternative hypothesis: stationary
```

```
Augmented Dickey-Fuller Test
data: GR_ast
Dickey-Fuller = -4.9254, Lag order = 6, p-value = 0.01
alternative hypothesis: stationary
```

对对数差分后的序列进行 ARMA 建模. 见图2, 此序列的 ACF 函数在 5 阶处截尾, PACF 函数在 5 阶处截尾, EACF 显示应为 MA(5). 经过反复尝试, 当使用 MA(5) 对序列进行刻画

(a)

(b)

(c)

图 2: GR_ast 序列的相关性: (a):ACF of GR_ast; (b):PACF of GR_ast; (c):EACF of GR_ast

时, 可以得到较好的估计效果, 且 ma1, ma2 和 ma4 都不显著, 置 0. MA(5) 模型的极大似然估计结果如下:

```
Call:
arima(x = GR_ast, order = c(0, 0, 5), fixed = c(0, 0, NA, 0, NA, NA))
Coefficients:
      ma1  ma2      ma3  ma4      ma5  intercept
      0    0  0.1352    0  0.2156    2.2333
s.e.      0    0  0.0616    0  0.0556    0.4705
sigma^2 estimated as 32.79:  log likelihood = -848.09,  aic = 1702.18
```

1.2 模型诊断与异常值处理

对上述模型的残差序列 r 进行 Ljung-Box 检验, 如下:

```
Box-Ljung test
data: r
X-squared = 15.522, df = 22, p-value = 0.8389
```

$p - value = 0.8389$ ，满足白噪声要求，说明 r 序列不存在一阶自相关。继续对残差 r 序列进行 McLeod.Li 检验，见图3c，检验结果各阶的 P 值都接近 1，说明不存在 ARCH 效应。具体的结果如图3所示，可以看到残差序列及残差平方序列的自相关性都很小，可以认为无自相关性。

(a) (b) (c)

图 3: GR_{ast} 序列的 MA(5) 模型的残差序列相关性: (a):ACF of r ; (b):ACF of r^2 ; (c):McLeod.Li.test of r

但进一步绘制出标准化的残差图，见图4 发现在第 90 期有一个明显的异常值。因为这个异常值的出现，使得其他残差的尺度都会被缩小，很可能使得在模型诊断时，其他残差出现的波动聚类现象被忽略。我们利用 R 语言中的 `detectIO()` 与 `detectAO()`¹ 函数进行模型检测，也得到第 90 期为异常值的结果，且为 IO 异常值。为了削弱第 90 期的异常值对模型的影响，令

$$GR_{ast}[90] = \frac{1}{3} \cdot (GR_{ast}[89] + GR_{ast}[90] + GR_{ast}[91]) \quad (1)$$

如图5分别为原序列与进行异常值处理后的序列，从图5b可看出波动有聚类现象。

1.3 对调整后的序列建立 ARMA(0,5)-GARCH(1,1) 模型

序列进行异常值调整后，首先对其建立 ARMA 模型，与前面建立 MA 模型的方法一样，利用序列的 ACF、PACF 与 EACF 定阶，然后依旧建立了一个 MA(5) 模型，其参数的具体估计结果如下

```
Call:
arima(x = Ad_GR_ast, order = c(0, 0, 5), fixed = c(0, 0, NA, 0, NA, NA))
Coefficients:
      ma1  ma2      ma3  ma4      ma5  intercept
      0    0  0.1605    0  0.1671    2.0354
s.e.    0    0  0.0591    0  0.0546    0.3171
sigma^2 estimated as 15.4:  log likelihood = -746.78,  aic = 1499.56
```

对此模型的残差序列 r_2 做 Ljung-Box 检验，结果如下：

¹其中 IO 和 AO 分别为新息异常值和可加异常值，具体原理的利用了 Chang, Chen and Tia 在 1998 年提出的 $\lambda_{1,T}$ 和 $\lambda_{2,T}$ 统计量。

图 4: GR_{ast} 序列的 MA(5) 模型的标准化残差

(a)

(b)

图 5: 进行异常值处理前后的 GR_ast 序列: (a): 未处理的 GR_ast 序列; (b): 进行异常值处理后的 GR_ast 序列

```
Box-Ljung test
data:  r2
X-squared = 22.429, df = 22, p-value = 0.4345
```

对其残差做 McLeod.Li 检验, 见图6, 可见所有前 24 阶的 p 值都在 0.05 内, 其原假设为残差平方序列无相关性, 则拒绝原假设。即现在的残差存在 ARCH 效应, 需进一步建立异

图 6: 调整后序列的 MA 模型残差的 McLeod.Li 检验

方差模型。利用 rugarch 包里的函数, 建立 MA(5)-GARCH(1,1) 模型, 残差分布为学生 t 分布。具体的参数估计结果如下 (其中 ma4 不显著, 置 0):

```
-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*
GARCH Model : sGARCH(1,1)
Mean Model : ARFIMA(0,0,5)
Distribution : std
-----*
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu      2.198557    0.221154   9.9413 0.000000
ma1      0.077369    0.067282   1.1499 0.250177
ma2      0.074749    0.058956   1.2679 0.204838
ma3      0.079972    0.050914   1.5707 0.116245
ma4      0.000000         NA         NA      NA
ma5      0.119163    0.050347   2.3668 0.017941
omega    5.250380    3.087206   1.7007 0.089001
alpha1    0.619542    0.378827   1.6354 0.101960
beta1     0.379458    0.151319   2.5077 0.012153
shape     2.897172    0.762001   3.8021 0.000143
```

对模型进行诊断, 见图7, 可以直观看到其标准化残差不再具有一阶与二阶自相关性, 这

图 7: ARMA-GARCH 模型诊断: 左为标准化残差的 ACF, 右为标准化残差平方的 ACF

图 8: ARMA-GARCH 模型诊断: 左为模拟的残差波动与真实残差比较, 右为模拟残差的 std 分布与标准正态分布比较

一点也可由 GARCH 模型结果中的”Ljung-Box Test on Standardized Residuals”, ”Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals” 和”ARCH LM Tests” 的统计结果看到, 具体可以运行附录里 code 即可重现, 这里不再赘述。这说明现在的 ARMA(0,5)-GARCH(1,1) 模型是充分的。进一步见图8, 可以看到对残差的 t 分布假设是合适的, 其尾部比标准正态分布要厚, 说明了 FOF 基金资产的对数增长率的波动, 即风险, 也存在尖峰厚尾的现象。

(a)

(b)

图 9: 利用 ARMA(0,5)-GARCH(1,1) 模型对调整后的 FOF 资产对数增长率及其波动方差进行滚动预测: (a):FOF 资产对数增长率预测; (b): 波动方差的滚动预测

现在可以利用上述模型进行预测分析如图9所示，是序列值与序列波动方差的滚动预测，可以看到，对数增长率的预测相比与真实序列，较为平缓，但能有效反映出真实值的趋势，对预测未来值波动方向具有指导意义。对方差的预测，与真实值也符合的较好，能够反映出波动的大致方向。