

美国 FOF 市场总资产的时间序列分析

祁周, 王喆, 任庆杰

2017 年 6 月 11 日

写在最前面：大家检查一下各自做的部分，把重点的图和数据结论、检验结论都摆出来，课堂 pre 上展示的图都要再出现一遍。然后请大家严格按照引言里面的图片插入方式插入图片，标题单独写，图片里不要有标题

红色的字是代表需要二位加入东西的地方，请二位各自修改各自负责部分，为了方便协同编辑，我会将二位反馈给我的 tex 文件里整个 section 直接复制粘贴，覆盖掉老版本的 tex

另外：大家想想我们的标题叫什么名字比较好，我先随便写了一个

我们需要提交的不仅是论文正文，还有一个一页纸的 Summary 请二位再写一下各自负责部分的 “a description of the final model, and any conclusions drawn from your analysis”, by 王喆 & RQJ

1 引言

基金中基金 (fund of funds, 简称 FOF) 是指投资于其他基金组合的基金. 在欧美市场, 基金中基金已经发展成为数量和规模均较大的一类成熟的理财产品. 在美国市场上, FOF 市场总资产在 1995 年初仅有 3891.54 百万美元, 到 2016 年底已发展为 1439637.04 百万美元, 年均增长率高达 30.84%.

2016 年 9 月, 中国证券监督管理委员会发布《公开募集证券投资基金运作指引第 2 号——基金中基金指引》, 标志着公募基金行业迎来创新品种 FOF, 并由此进入 FOF 发展的全新时代.

1.1 基金中基金的起源

基金中基金起源于上世纪 70 年代, 最初是以其他私募股权基金 (private equity fund) 为投资的标的. 这是因为私募股权基金往往设置有非常高的投资门槛, 单笔投资的资金规模巨大, 并且要求参与者为合格投资者, 这使得许多有意愿投资私募股权基金的个人投资者被拒之门外. 而 PE FOF 作为渠道, 解决了这个问题, 使得个人投资者可以通过投资 PE FOF, 即间接地投资一篮子私募股权基金, 来分享风险投资可能带来的高收益.

与中国市场不同, 美国法律对于没有明确规定禁止的事情, 默认为许可, 而在中国, 公民仅能做法律允许的事. 这使得美国资本市场的创新能力非常强大, 非常有利于全新产品的创立.

1.2 基金中基金的成熟契机

1987 年 10 月 19 日, 美国股票市场在经历了两年的牛市之后, 遭受到一次巨大的股灾, 这也是历史上继 1929 年经济危机后第二次全球经济危机. 道琼斯指数单日跌幅达 22%, 恒生指

数暴跌 11%, 这促使投资者开始思考如何根据市场不同情况配置不同种类的基金, 分散标的, 减小风险.

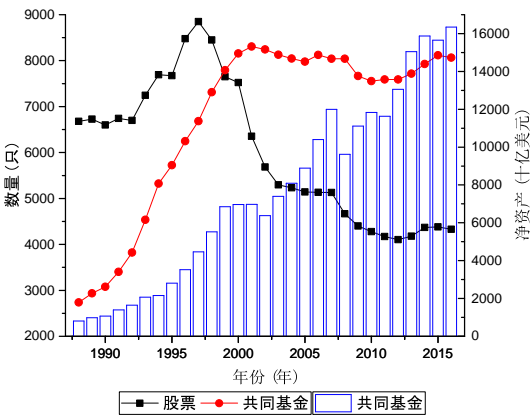


图 1: 1988-2016 年美国股票、共同基金市场发展状况

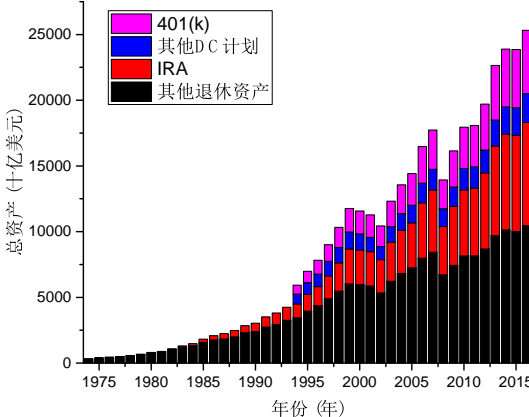


图 2: 1974-2016 年美国退休养老资产发展状况

共同基金在这次惨重的股灾过后, 也不断开发出新的产品, 基金的类型迅速增多, 整个基金市场呈现爆发式增长, 如图 1 所示, 基金数量甚至远超股票数量. 市场的复杂性、基金的多样性使得投资者对基金筛选及风险分散有了极大的需求, 从此, FOF 市场规模的扩大有了客观上的推动因素.

在同一时期, 美国也大规模推广 401(k) 计划, 这个计划的主要内容是创建了一个税收优惠账户, 对雇员和雇主共同缴纳的养老金进行投资过程中收取的股息税和资本利得税进行减免. 这为随后养老金进入资本市场打开了通道.

1.3 基金中基金与养老金的关系

如上文所述, 退休养老资产的扩大成为了美国基金中基金市场规模扩大的重要因素. 为了能够吸引养老金投资者, 基金公司推出了大量的针对养老金需求的基金中基金产品. 尽管 FOF 具有双重收费的劣势, 但它双重风险分散、多样化投资的优势吸引了大量养老金投资者的青睐.

退休养老基金主要投资于基金中基金产品, 而基金中基金市场的主要资金来源也是退休养老基金, 二者相互依存. 基金中基金解决了养老金投资的难点, 将两者紧密联系在一起.

1.4 美国 FOF 市场的总资产序列

根据彭博资讯提供的数据可以获取美国市场上所有 FOF 基金的规模及成立时间, 以此统计出全市场的数量和规模, 如图 3 所示, 时间区间为 1995 年 1 月至 2017 年 5 月, 具体数据如表 4 所示.

如图 3 所示, 美国基金中基金市场的资产规模呈上升趋势, 显示出明显的时间趋势.

补充: 把之前 proposal 中的数据描述, 翻译成汉语, 稍作修改, 补充在这个地方, by 王喆

修改: 这部分引言是我自己写的, 请二位提一提意见, 然后我来修改, 修改意见请二位单独写一个文件, 或者像我一样加入红色的说明, 否则的话容易被覆盖掉, by 王喆 & RQJ

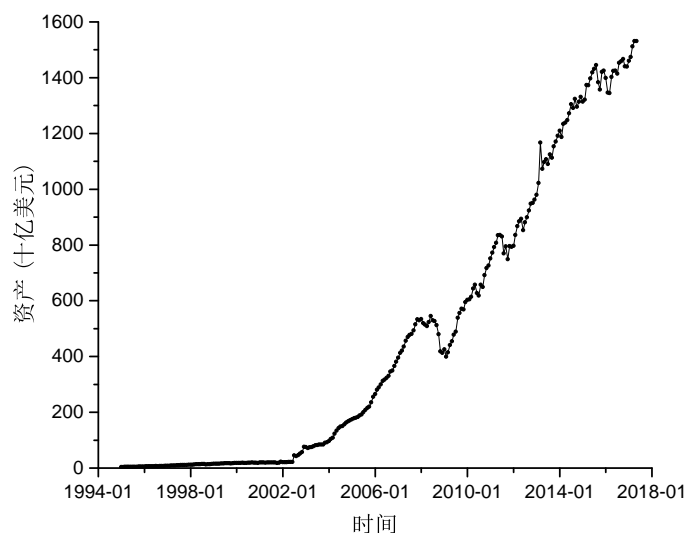


图 3: 1995 年以来美国基金中基金市场的数量及规模

2 美国 FOF 市场总资产

2.1 ARIMA 建模

首先使用 ADF 检验, 在备择假设为平稳性的条件下, 对 FOF 基金的资产总量数据进行检验. 检验结果为 $P = 0.8158$, 这说明 FOF 的资产总量数据并不是一个平稳的时间序列. 而对 FOF 资产总量取对数差分后, 即得到总资产的对数增长率序列 GR_ast_t , 再次进行 ADF 检验, 检验结果 $P < 0.01$, 拒绝了非平稳的原假设, 即其对数差分后是一个平稳序列.

展示: AST 和 GR_ast 的 ADF 检验结果, by 王喆.

下面对对数差分后的序列进行 ARMA 建模. 绘制 GR_ast_t 的自相关和偏自相关图像可以发现, 此序列的 ACF 函数在 5 阶处截尾, PACF 函数在 5 阶处结尾. 经过反复尝试, 当使用 MA(5) 对序列进行刻画时, 可以得到较好的估计效果. MA(5) 模型的极大似然估计结果如下:

展示: 定阶所用的数据或其图示, by 王喆

展示: MA(5) 的极大似然估计结果的表格或图示, by 王喆

2.2 模型诊断

对估计的残差 \hat{u}_t 进行 Ljung-Box 检验, $p = 0.84$, 可以接受原假设, 满足白噪声要求. 同时绘制 \hat{u}_t 的自相关函数, 从 1 阶开始都不显著, 也说明 \hat{u}_t 序列不存在自相关.

展示: 残差的白噪声检验结果及其 ACF、PACF 图示, by 王喆

继续对 \hat{u}_t^2 进行 McLeod.Li 检验, 判断是否存在 ARCH 效应. 检验结果各阶的 P 值都接近 1, 说明不存在 ARCH 效应.

残差平方的第一次检验结果或其图示, by 王喆

但是, 如果绘制出标准化的残差图进行观察, 会发现在第 90 期有一个明显的异常值. 很有可能因为这个异常值的出现, 使得其他的波动被隐藏, 在模型诊断的检验中造成了偏差. 通过 Bonferroni 法则进行检验 MA(5) 模型, 在第 90 期存在一个强影响点 GR_ast_{90} . 这进一步确认了我们的猜测.

在上一段补充: Bonferroni 法则的简要介绍, 用几句话说一下就好, by 王喆

展示: 异常值的图示 & 各种诊断情况, by 王喆

2.3 异常值处理

为了削弱第 90 期的异常值对模型的影响, 令

$$GR_ast_{90} = \frac{1}{3} \cdot (GR_ast_{89} + GR_ast_{90} + GR_ast_{91})$$

重新对 GR_ast_t 序列进行建模估计. 此时对使用极大似然估计得到的残差序列 \hat{u}_t^2 进行 McLeod.Li 检验, 检验结果 P 值很小, 拒绝了不存在条件异方差的原假设, 即存在 GARCH 效应. 于是使用 ARMA(0,5)-GARCH(0,1) 对调整后的 GR_ast_t 进行建模. 估计结果如下:

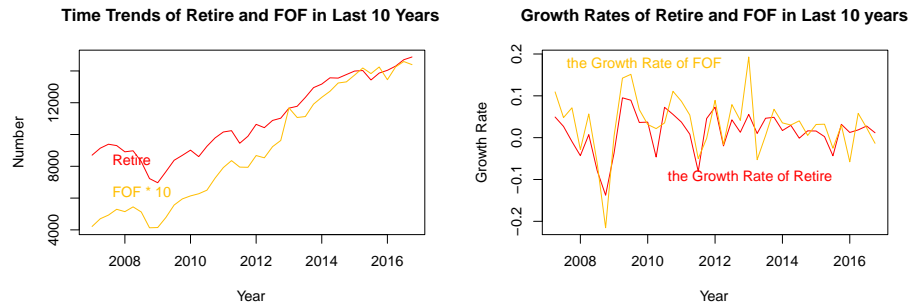
写出模型的完整表达式, 展示每个参数的值和标准差, by 王喆

展示: 最新模型的预测结果, 就是 beamer 里面的那一堆图, by 王喆

修改: 统一一下上面几段用到的 ARCH 和 GARCH 字样, by 王喆

3 与退休养老资产的协整关系

由于美国 FOF 基金的兴起, 主要源于养老金市场的发展. 美国雇员逐渐选择将养老金计划由 DB(Defined Benefit) Plan 转向 DC(Defined Contribute) Plan, 增大了养老金投资着的投资需求. 而 FOF 基金作为一种收益稳定、风险二次分散的基金, 自然受到了这些被动投资者的青睐. 下面, 利用彭博数据库中 FOF 基金资产总量和养老金资产总量的季度数据, 对 FOF 基金市场与养老金市场进行协整分析. 在 2007–2016 十年中, 二者的绝对数量和增长率变化趋势如下:



修改: 将图片按照引言里的格式插入, 对照代码即可, 可能会需要 subfigure 命令, 可以参考 tex 源文件里下面隐藏着的被注释掉的代码, by RQJ

对 FOF_t 和 $Retire_t$ 序列分别进行单位根检验. ADF 检验和 Phillips-Perron 的结果接受了原假设 (单位根过程), 并且 Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin 检验结果拒绝了原假设 (平稳过程). 因此可以认为 FOF_t 和 $Retire_t$ 是非平稳序列. 继续对它们的差分序列 ΔFOF_t 和 $\Delta Retire_t$ 进行单位根检验, 得到的结果表明它们是平稳序列. 所以, FOF_t 和 $Retire_t$ 分别是 2 个 $I(1)$ 序列. 下面对这两个序列进行协整估计.

首先, 使用最小二乘法估计如下方程:

$$FOF_t = \alpha + \beta \cdot Retire_t + \mu_t$$

得到 α 和 β 的估计量 $\hat{\alpha}$ 和 $\hat{\beta}$. 估计结果如表 1 所示.

对残差估计序列 $\hat{\mu}_t$ 进行单位根检验, $\hat{\mu}_t$ 在 ADF 检验和 PP 检验中拒绝了存在单位根的原假设, 在 KPSS 检验中接受了序列平稳的原假设. 因此可以认为 FOF_t 和 $Retire_t$ 两个 $I(1)$ 过程得到了平稳的 $I(0)$ 过程. 即两个序列之间存在着长期的均衡关系 (协整关系). 协整向

表 1: OLS 估计量

Coefficients:	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	-7.552e+02	5.632e+01	-13.41	5.51e-16***
Retire	1.524e-01	5.042e-03	30.22	<2e-16***

量为 $(1, -0.15)$, 表 2 所示.

表 2: OLS 估计残差的单位根检验

Tests	ADF-Test	KPSS-Test	PP-Test
Statistics	-3.1799 (<1pct)	0.2674(<10pct)	-10.0379 (<Z-tau)

记 $y_t = FOF_t$, $x_t = Retire_t$, 建立误差修正模型. 由于使用的是季度数据, 所以加入 Δy_t 的 1-4 阶滞后项.

$$\Delta y_t = \alpha_1 \cdot \Delta y_{t-1} + \alpha_2 \cdot \Delta y_{t-2} + \alpha_3 \cdot \Delta y_{t-3} + \alpha_4 \cdot \Delta y_{t-4} + \beta_0 \cdot \Delta x_t + \beta_1 \cdot \Delta x_{t-1} + \gamma \cdot (y_{t-1} - kx_{t-1}) + \epsilon_t$$

修改: 上面式子里连续有两个加号? 仔细检查一下有没有缺项少项的问题, by 任庆杰
估计结果表 3 所示.

表 3: 误差修正模型估计结果

Coefficients:	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	22.13335	11.14436	1.986	0.0573
L(y, 1)	-0.46108	0.19994	-2.306	0.029*
L(y, 2)	-0.01601	0.12908	-0.124	0.9022
L(y, 3)	-0.03563	0.12999	-0.274	0.7861
L(y, 4)	-0.02875	0.13862	-0.207	0.8373
L(x, 1)	0.05842	0.02549	2.292	0.03*
L(x, 0)	0.09517	0.01852	5.138	0.000021***
L(r, 1)	-0.38373	0.16855	-2.277	0.0309*

误差修正项的系数在 10% 的程度显著, 协整向量为 $(1, -0.15)$.

补充: 几句话说明建立误差修正模型的原因及其能说明的问题, by RQJ

4 结论

1. 在过去的 20 年中, FOF 资产总量的增长率满足 ARMA(0,5)-GARCH(1,1) 模型.
2. FOF 基金市场和养老金市场之前存在协整关系. FOF 资产总量维持在养老金市场总量的 15% 水平, 可以实现长期稳定关系.

修改: 把结论第一点再说具体一些, 现在字数有点少, by 王喆

A 数据

A.1 美国基金中基金市场的规模

表 4: 1995 年 1 月至 2017 年 5 月美国基金中基金市场的规模

时间	资产 (百万美元)	时间	资产 (百万美元)	时间	资产 (百万美元)
1995/01	3891.54	1995/02	4004.15	1995/03	4157.77
1995/04	4251.60	1995/05	4402.44	1995/06	4593.91
1995/07	4672.64	1995/08	4823.46	1995/09	4958.94
1995/10	5171.76	1995/11	5213.18	1995/12	5457.18
1996/01	5633.96	1996/02	5960.12	1996/03	6106.85
1996/04	6257.97	1996/05	6480.18	1996/06	6632.46
1996/07	6800.38	1996/08	6682.34	1996/09	6865.76
1996/10	7197.85	1996/11	7459.89	1996/12	7989.89
1997/01	8123.58	1997/02	8514.52	1997/03	8699.14
1997/04	8649.68	1997/05	9020.01	1997/06	9543.86
1997/07	9925.52	1997/08	10648.88	1997/09	10530.58
1997/10	11112.78	1997/11	11044.41	1997/12	11352.39
1998/01	11655.81	1998/02	11963.02	1998/03	12664.41
1998/04	13294.74	1998/05	13683.06	1998/06	13746.65
1998/07	14179.25	1998/08	14128.49	1998/09	12777.88
1998/10	13300.41	1998/11	13964.41	1998/12	14532.98
1999/01	15022.44	1999/02	15376.77	1999/03	15066.40
1999/04	15608.80	1999/05	16495.46	1999/06	16311.59
1999/07	16957.58	1999/08	16863.42	1999/09	16819.18
1999/10	16701.55	1999/11	17332.58	1999/12	17721.58
2000/01	18214.94	2000/02	17662.49	2000/03	17873.37
2000/04	18751.00	2000/05	18496.00	2000/06	18396.02
2000/07	18612.33	2000/08	18678.35	2000/09	19502.83
2000/10	19172.91	2000/11	19151.47	2000/12	18528.61
2001/01	19749.24	2001/02	20338.12	2001/03	19507.07
2001/04	18978.33	2001/05	20144.45	2001/06	20245.34
2001/07	19905.22	2001/08	20014.13	2001/09	19558.66
2001/10	18492.07	2001/11	19243.60	2001/12	22221.82
2002/01	20769.81	2002/02	20746.55	2002/03	20755.45
2002/04	21449.55	2002/05	21321.43	2002/06	21301.30
2002/07	45669.03	2002/08	42665.45	2002/09	46329.04
2002/10	51587.31	2002/11	57018.59	2002/12	76280.67
2003/01	75090.64	2003/02	71979.21	2003/03	74544.03
2003/04	75032.41	2003/05	77723.33	2003/06	81166.19

接下页

表 4 – 接上页

时间	资产 (百万美元)	时间	资产 (百万美元)	时间	资产 (百万美元)
2003/07	82694.96	2003/08	84115.64	2003/09	84286.23
2003/10	83845.05	2003/11	90622.28	2003/12	92661.04
2004/01	97158.40	2004/02	104011.11	2004/03	108635.58
2004/04	122895.62	2004/05	133983.55	2004/06	143331.71
2004/07	148663.38	2004/08	150728.16	2004/09	156230.53
2004/10	162639.36	2004/11	167402.90	2004/12	171383.94
2005/01	174442.90	2005/02	178663.61	2005/03	180644.12
2005/04	183032.82	2005/05	188376.19	2005/06	192123.44
2005/07	199859.87	2005/08	208480.39	2005/09	215081.04
2005/10	220273.78	2005/11	234997.47	2005/12	255266.06
2006/01	265454.38	2006/02	280590.70	2006/03	289272.48
2006/04	299346.94	2006/05	312759.22	2006/06	317089.00
2006/07	323568.98	2006/08	330218.35	2006/09	345766.22
2006/10	349620.43	2006/11	365517.94	2006/12	381525.97
2007/01	395654.18	2007/02	413001.92	2007/03	421266.16
2007/04	435453.75	2007/05	456568.17	2007/06	469966.94
2007/07	477194.84	2007/08	480902.06	2007/09	493065.61
2007/10	514898.91	2007/11	533376.36	2007/12	529529.30
2008/01	534289.55	2008/02	520191.05	2008/03	514646.96
2008/04	508470.37	2008/05	523082.91	2008/06	544725.97
2008/07	529515.72	2008/08	526861.80	2008/09	512458.99
2008/10	479500.51	2008/11	418175.57	2008/12	413135.16
2009/01	425735.13	2009/02	399602.82	2009/03	414628.09
2009/04	441387.68	2009/05	454104.29	2009/06	478017.71
2009/07	489189.85	2009/08	538315.04	2009/09	556143.45
2009/10	571690.68	2009/11	569009.49	2009/12	594713.21
2010/01	603296.68	2010/02	604997.72	2010/03	613747.34
2010/04	643478.26	2010/05	657422.41	2010/06	627196.83
2010/07	618079.94	2010/08	656942.36	2010/09	649672.88
2010/10	691727.30	2010/11	717014.97	2010/12	725812.87
2011/01	751328.49	2011/02	772202.43	2011/03	791899.00
2011/04	807483.61	2011/05	834704.22	2011/06	835778.39
2011/07	830000.85	2011/08	769909.22	2011/09	794900.02
2011/10	748423.04	2011/11	795681.22	2011/12	793597.63
2012/01	796472.81	2012/02	836033.37	2012/03	867648.22
2012/04	884599.71	2012/05	893903.72	2012/06	853352.89
2012/07	880810.17	2012/08	899012.82	2012/09	923559.21
2012/10	948199.53	2012/11	950534.35	2012/12	962415.61
2013/01	979779.23	2013/02	1022456.88	2013/03	1167128.29

接下页

表 4 – 接上页

时间	资产 (百万美元)	时间	资产 (百万美元)	时间	资产 (百万美元)
2013/04	1073323.00	2013/05	1097449.88	2013/06	1107170.36
2013/07	1089874.24	2013/08	1124873.00	2013/09	1113023.58
2013/10	1153404.90	2013/11	1170515.85	2013/12	1191252.26
2014/01	1210088.64	2014/02	1187520.60	2014/03	1234096.87
2014/04	1238799.16	2014/05	1247947.58	2014/06	1271898.35
2014/07	1304877.84	2014/08	1290804.96	2014/09	1324078.57
2014/10	1295844.43	2014/11	1313867.10	2014/12	1331161.52
2015/01	1313628.87	2015/02	1321029.56	2015/03	1373800.97
2015/04	1372278.97	2015/05	1397090.52	2015/06	1418694.42
2015/07	1431861.66	2015/08	1445206.70	2015/09	1383349.54
2015/10	1357479.17	2015/11	1420458.98	2015/12	1424948.06
2016/01	1399192.81	2016/02	1346345.30	2016/03	1344888.45
2016/04	1402333.30	2016/05	1424562.38	2016/06	1425313.57
2016/07	1414559.58	2016/08	1453163.33	2016/09	1459183.73
2016/10	1466733.52	2016/11	1440816.65	2016/12	1439637.04
2017/01	1460271.42	2017/02	1473791.88	2017/03	1512170.81
2017/04	1531286.24	2017/05	1531106.44		

数据来源: bloomberg

A.2 美国退休养老资产规模

表 5: 2007 年 1 季度至 2016 年 4 季度美国退休养老资产规模 (单位: 十亿美元)

Time	IRAs	DC Plans	Private-Sector DB Plans	Government DB Plans	Federal DB Plans	Annuities	Total
2007:Q1	4340	4360	2520	3161	930	1431	16742
2007:Q2	4605	4535	2675	3308	920	1488	17531
2007:Q3	4775	4614	2685	3352	936	1516	17878
2007:Q4	4748	4555	2646	3296	978	1507	17730
2008:Q1	4555	4356	2515	3120	961	1442	16948
2008:Q2	4580	4396	2495	3132	967	1432	17002
2008:Q3	4225	4069	2340	2944	984	1369	15931
2008:Q4	3681	3547	1979	2466	1033	1239	13946
2009:Q1	3536	3429	1840	2288	1009	1193	13296
2009:Q2	3925	3736	1990	2407	1015	1275	14347
2009:Q3	4325	4053	2155	2619	1032	1363	15546
2009:Q4	4488	4200	2228	2728	1095	1397	16137
2010:Q1	4644	4373	2315	2833	1079	1439	16683
2010:Q2	4405	4204	2210	2623	1081	1392	15915
2010:Q3	4757	4500	2345	2762	1099	1482	16944
2010:Q4	5029	4758	2481	2954	1161	1557	17941
2011:Q1	5255	4903	2545	3049	1147	1606	18504
2011:Q2	5315	4927	2535	3004	1155	1614	18550

接下页

表 5 – 接上页

Time	IRAs	DC	Private-Sector	Government	Federal	Annuities	Total
		Plans	DB Plans	DB Plans	DB Plans		
2011:Q3	4910	4538	2440	2673	1165	1512	17238
2011:Q4	5153	4738	2525	2838	1230	1574	18057
2012:Q1	5550	5089	2685	3048	1214	1672	19259
2012:Q2	5450	4981	2640	2951	1220	1635	18878
2012:Q3	5700	5186	2723	3025	1239	1688	19562
2012:Q4	5785	5242	2709	2998	1270	1705	19709
2013:Q1	6123	5535	2790	3190	1282	1756	20675
2013:Q2	6189	5587	2775	3240	1287	1758	20836
2013:Q3	6487	5848	2808	3349	1301	1816	21609
2013:Q4	6819	6132	2892	3549	1370	1886	22648
2014:Q1	6961	6212	2910	3559	1357	1899	22898
2014:Q2	7215	6352	2968	3641	1360	1939	23475
2014:Q3	7182	6367	2949	3630	1378	1925	23431
2014:Q4	7292	6480	3003	3730	1438	1954	23896
2015:Q1	7445	6547	3003	3756	1417	1976	24145
2015:Q2	7504	6522	2972	3772	1419	1979	24168
2015:Q3	7133	6298	2828	3551	1439	1910	23160
2015:Q4	7329	6537	2870	3664	1512	1954	23866
2016:Q1	7400	6639	2863	3665	1497	1976	24041
2016:Q2	7527	6775	2876	3714	1497	2004	24392
2016:Q3	7767	6938	2916	3813	1515	2045	24992
2016:Q4	7850	7028	2946	3861	1595	2049	25330

数据来源: *Investment Company Institute (ICI)*

B 代码

请二位模仿我下面写的这样，补充上各自负责的那一部分的代码，注意写清楚 subsection，做好命名。如果自己一个人的代码太多，放在一起太混乱，可以写多个 subsection，by 王喆 & RQJ

正文部分如果需要展示 R 的输出，也可以用下面的这个 lstlisting 环境，可能会比 table 环境更适合一些，by 王喆 & RQJ

B.1 xxxxxxxx

```
1 rm(list=ls())
2
3 library(readxl)
4 library(TSA)
5 library(forecast)
6
7 data <- read_excel("API.xlsx", sheet = "R", col_types = c("skip", "numeric", "numeric"))
8
9 ast = data[1] # ast represents asset
10 ast = ts(ast, frequency = 12, start = c(1995,1)) # total net assets
11
12 GR_ast = diff(log(ast)) # growth ratio of total net asset
13 GR_ast = ts(GR_ast * 100, frequency = 12, start = c(1995,2), names = 'GR_ast')
14
15 par(mfrow = c(2,1))
16 plot(ast)
17 plot(GR_ast)
18
19 adf.test(ast)
20 adf.test(GR_ast)
```