# Protokoll 3 ATu2

## Y.Huang, J.Yu, T.Yang, Z.Zhou

Zusammenfassung: In diesem Protokoll wird die Versuche in L3 kurz beschriebt. Und dann erklären wir, welche Fehler wir im letzte Protokoll gemacht haben. Dann sprechen wir über die Erstellung von Trajektorie, die als die Führungsgröße vom System gilt. Außerdem nennen wir den Rechnungsprozess der Parameter von LQI und KBF. Am Ende diskutieren wir über die Robustheit des Modells.

#### 1. AUFGABENSTELLUNG

In diesem Protokoll wird der Reglerentwurf bearbeitet. Und folgende Fragen sollen gelöst werden:

- Welche Regler wird eingesetzt?
- Welche Größe (die Signale) wird im Regler eingegeben und woher kommt dieser Größe?
- Welche Größe kommt aus dem Regler und wie wird der Regler mit Regelstrecke kombiniert?
- Wie werden die Parameter des Reglers festgestellt?
- Wie viel Robustheit das System beträgt?

#### 2. ERGEBNIS VON LABORVERSUCH 3

Im letzte Laborversuch setzten wir den Regler und Beobachter in der realen Anlage ein aber den Helikopter nie am Ruhelage kontrolliert werden konnten. Nachdem wir jede Variable im System geprüft hatten, fanden wir, dass die Spannung beides Motors immer außer Gültigkeitsbereich liegen, was dazu führt, dass der Motor entweder bei der maximalen Spannung läuft oder nur in Ruhe bleiben. Unser Tutor vermutet, dass das Problem an der Einheit des Winkels liegt, aber der Regler funktionierte nicht auch nach der Änderung der Einheit.

Nach dem Laborversuch finden wir insgesamt zwei Fehler. Erstens: die im Beobachter eingegebene Stellgröße u sollen Kräfte von Motor sein, nicht die Spannung von Motor. Der Fehler führt zu falschen geschätzten Zuständen. Zweitens ist die Kennlinie von Motoren ungenau, weil der maximale Kraft in der Kennlinie nur  $0.56\ N$  ist, im Vergleich dazu beträgt die aus Simulationsmodell ausgerechnete Kraft, die den Steigwinkel des Helikopters am  $-7.5^\circ$  haltet, schon  $0.5624\ N$ .

## 3. TRAJEKTORIE GENERATION

Um die gegebenen Anforderungen zu erreichen, sollte eine Trajektorie als Führungsgröße r generiert werden. Mithilfe der Matlab-Funktion "waypointTrajectory" werden "waypoints" zu bestimmten Zeiten für die Trajektorie erstellt, dadurch können die Geschwindigkeit auch nach Bedarf geändert werden. Die Trajektorie wird möglich glatt geplant, damit den Helikopter die Trajektorie besser verfolgen kann.

An den Positionen 2 und 3 wird der Helikopter länger bleiben, damit der Regler genügend Zeit haben anzukommen und der Helikopter zu stabilisieren. Diese Pausen dienen

hier als einen guten Anfang für folgende Trajektorie. Außerdem werden eine niedrigere Geschwindigkeit zwischen dem Aufstieg/Abstieg und die Fahrt entlang  $\alpha$ -Richtung angesetzt, um die Kollision wegen der unterschiedlichen Zeitverzögerung in  $\alpha$  und  $\beta$  zu vermeiden. Die Einzelheiten der Trajektorie wie die Gesamtdauer, die Geschwindigkeiten während des Aufstiegs und Abstiegs sind numerisch implementiert und getestet.

Abbildung 1 zeigt die resultierende  $\alpha-\beta$  Trajektorie in rote Linie.

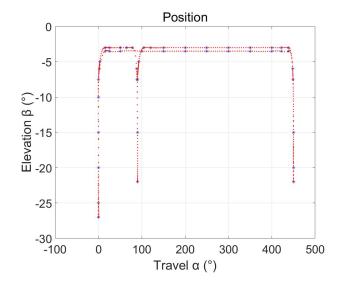


Abbildung 1. Trajektorie.

# 4. LQI-REGLER

Die Struktur des LQI-Reglers ist wie in Abbildung 2 gezeigt. Um die Gains des Reglers zu rechnen, muss das Zustandsraummodell zuerst in erweiterte System umgeschrieben:

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{\xi} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} A & 0_{6\times2} \\ -C & 0_{2\times2} \end{pmatrix}}_{A \land O \land} \begin{pmatrix} x \\ \xi \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} B \\ 0_{2\times2} \end{pmatrix}}_{B \land O \land} u + \begin{pmatrix} 0_{6\times2} \\ I_{2\times2} \end{pmatrix} r \quad (1)$$

die verwendete A, B und Matritze hier sind das Ergebnis von letzten Protokoll. Und dann wird LQR Befehl in Matlab verwendet. Aber R und Q, die gewichtete Matrizen müssen vorher eingestellte werden. R ist Einheitsmatrix, da die Stellwerte der beiden Propeller gleichermaßen

gewichtet werden sollen. Jedes Element in Hauptdiagonale hat entsprechende Einfluss auf jeweiligen Zustand. Durch Versuch und Beobachten zwischen Solltrajektorie und Streckenausgänge ist Q so gewählt

$$Q = diag(100, 1, 10, 0, 0, 2, 10, 0.1) \tag{2}$$

Dann ergibt sich die  $K = [K_p \ K_I]$ 

$$K_p = \begin{pmatrix} -13.593 & 1.957 & 4.921 & -12.994 & 2.054 & 1.453 \\ 13.593 & 1.957 & -4.921 & 12.994 & 2.054 & -1.453 \end{pmatrix}$$
(3)

$$K_I = \begin{pmatrix} -7.0711 & 2.2361 \\ 7.0711 & 2.2361 \end{pmatrix} \tag{4}$$

Dann werden  $K_I$  und  $K_P$  in LQI-Regler eingesetzt.

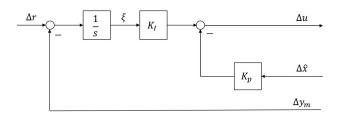


Abbildung 2. LQI-Regler.

## 5. BEOBACHTERENTWURF

Wenn ein LQI-Regler in den Regelkreis implantiert werden möchten, muss das Zustand des Systems immer bekannt sein, weil LQI-Regler ein Zustandsregler ist. Aber in der Praxis werden nur drei Encoder von Winkel zur Verfügung gestellt, was bedeutet, dass die Winkelgeschwindigkeiten in Echtzeit nicht messbar sind, so hier muss ein Beobachter eingesetzt werden, um diese fehlende Zustände zu schätzen

Im ersten Versuch benutzen wir den Kalman-Bucy-Filter, der ein Beobachter ist und den Erwartungswert des quadratischen Beobachter-fehler minimiert. Das KBF stellt einen optimalen Kompromiss zwischen schnellem Einschwingen des Beobachter-fehlers und Unempfindlichkeit gegenüber Prozess- und Messrauschen her. Die Struktur des Beobachters ist wie in Abbildung 3 gezeigt.

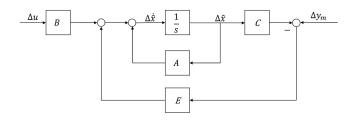


Abbildung 3. Beobachter.

Aufgrund der Dualität zwischen LQR und KBF, hier können KBF auf gleicher Weise wie LQR entworfen werden. Im Satz von Dualität steht, dass der Parameter L von KBF gleich wie den Parameter K des LQ-Reglers vom dualen System ist. Folgend ist das duale System vom Simulationsmodell:

$$\dot{x}' = A^T x' + C^T u' \tag{5}$$

$$y' = B^T x' \tag{6}$$

Um LQR Befehl in Matlab zu verwenden, müssen noch zwei Gewichtmatritzen Q und R in der Kostenfunktion dazu eingestellt werden. Normalerweise sind Gewichtmatritzen in Diagonalform, weil es leichter ist, den Einfluss von jeden diagonalen Elementen der Gewichtmatrix auf Zuständen und Rückführungen zu kennen. Für R Matrix ist Einheitmatrix gewählt, weil es beschriebt die Gewichtungen von beiden Stellgröße auf Propeller, und sie sollten gleich sein. Bezüglich Q ist durch viele mal Versuche und Vergleichen der Ergebnisse gewählt. Mit der Funktion  $lqr(A^T, C^T, Q, R)$  wird die Parameter von L für KBF direkt gerechnet.

#### 6. REGELKREISSTRUKTUR

Nachdem die Regelstrecke, also das Modell, in der Zustandsraumdarstellung eingestellt wurden, werden weitere Probleme wie Stabilität, Regelabweichung berücksichtigt. In der geschlossen Kreis in Abbildung 4 wird ein Zustandsrückführung mit I-Anteil implementiert. Weil die Zustände von realem System nicht alle gemessen werden kann, wird zusätzlich einen Beobachter entworfen.

Es gibt folgende Signale in der geschlossen Kreis:

Tabelle 1. Signale.

Symbole	Signale	
$r(t) = [r_{\alpha} \ r_{\beta}]^T \in R^2$	Führungsgröße	
$u(t) \in R^2$	Stellgröße	
$y_m(t) \in R^3$	Messgröße	
$\hat{x}(t) \in R^6$	geschätzter Zustandsvektor	

Als Strecke wird das nichtlineare Simulation Model verwendet. Es ergeben sich in Abbildung 6 die Verläufe der Systemantwort  $y_m(t)$  auf die in Abbildung ?? gezeigte Trajektorie der Führungsgröße  $r_{\alpha}$  und  $r_{\beta}$ . Die Systemantwort ist in Abbildung 6 ebenfalls in die  $\alpha$ - $\beta$  Ebene eingetragen.

### 7. ROBUSTHEIT DER STABILITÄT

In Abbildung 6 ist erkennbar, dass der Regler in einem Fall bei Nichtlinearitäten der Strecke robust stabil ist.

Nach unserer Analyse der M- $\Delta$ -Struktur stellten wir fest, dass der unstrukturierte Unsicherheitstyp des Systems zu der multiplikative Ausgangsunsicherheit  $(I+\Delta)G$  gehört. Nach Satz 4.3 in dem Handout der Robustheit der Vorlesung "Konzepte der Regelungstechnik" ist der geschlossene Kreis asymptotisch stabil für alle  $\Delta$ , wenn:

$$\overline{\sigma}(M(j\omega)) < \frac{1}{\overline{\sigma}(\Delta(j\omega))} \qquad \forall \omega \in R$$
 (7)

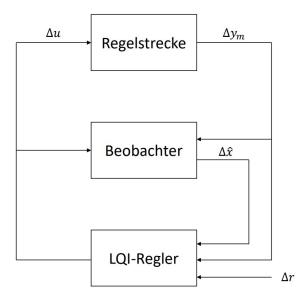


Abbildung 4. Regelkreisstruktur.

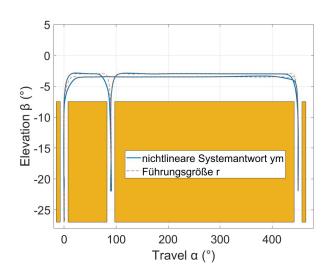


Abbildung 5. Nichtlineare Systemantwort in der  $\alpha$ - $\beta$  Ebene.

Da es sich bei M um ein MIMO-System handelt, können wir  $\overline{\sigma}(M(j\omega)) = ||M||_{\infty}$  direkt aus dem maximalen Singulärwerte von M in Abbildung ablesen. Bei  $\Delta$  handelt es sich wiederum um ein MIMO-System (da M auch MIMO ist), sodass  $\overline{\sigma}(\Delta(j\omega)) = ||\Delta||_{\infty}$ . Daher wird (7) in diesem Fall zu:

$$||M||_{\infty} < \frac{1}{||\Delta||_{\infty}} \forall \omega \in R$$
 (8)

Im Bodediagramm (in Dezibel) bedeutet dies  $||M||_{\infty}$  +  $||\Delta||_{\infty} < 0dB.$ 

Anhand der maximalen Singulärwerte von  $M(j\omega)$  kann eine Schranke für die Singulärwerte der Unsicherheit  $\Delta(i\omega)$ bestimmt werden. In Abbildung 7 ist der Bereich für  $\Delta$ eingezeichnet, dass der geschlossene Kreis für alle  $\Delta$  mit maximalen Singulärwerten  $\overline{\sigma}(M(j\omega))$  unterhalb der roten Linie  $(\frac{1}{\overline{\sigma}(M(j\omega))})$  asymptotisch stabil ist.

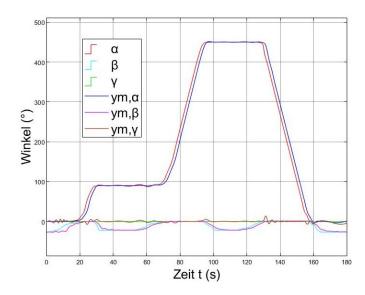


Abbildung 6. Kontrastdiagramm von der Führungsgröße rund der nichtlinearen Systemantwort  $y_m$ .

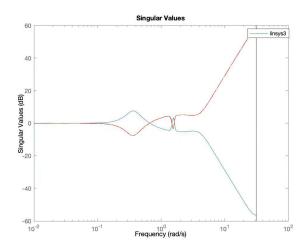


Abbildung 7. Singulärwertediagramm des geschlossenen Kreises  $M(j\omega)$ .

### 8. PLAN FÜR L4

Wie in Tabelle 2 Arbeitsplan für Laborversuch 4 gezeigt.

# LITERATUR

"CAD drawings of the Quanser 3 DOF helicopter," IST, Tech. Rep., 2011.

"3-DOF Helicopter: User Manual," Quanser Inc., Markham, ON, Canada., Tech. Rep., 2010.
"Erweiterte Regelkreisstrukturen," IST, 2016.

"Vorlesung "Konzepte der Regelungstechnik", Handout Robustheit," University of Stuttgart, Institute for Systems Theory and Automatic Control, 2021.

Tabelle 2. Arbeitsplan für Laborversuch4

Time	Duration	Goal	Task	Preparation
14:00	60 min.	Motor Kennlinen Messen	Messen die Kraft von jedem Motor	
			bei bestimmten Spannung	
15:00	60 min.	Einsatz des Reglers im Simulati-	Versuchen den Regler im Simulati-	Erstellen ein Regler-Subsystem in
		onsmodell	on durchzuführen und modifizieren	Simulink
			die Parameter des Reglers	
16:00	60 min.	Einsatz des Reglers im realen Sys-	Implementieren den Regler im rea-	
		tem	len System und vergleichen die Er-	
			gebnisse	