

Versuch 4: Modellierung und Regelung von Gleichspannungswandlern

Vorbereitungsaufgaben

M. Ostermann, M.Sc. Technische Kybernetik, 3539468

E. Rommel, M.Sc. Technische Kybernetik, 3552157

J. Yu, M.Sc. Autonome Systeme, 3532601

Z. Zhou, M.Sc. Autonome Systeme, 3524224

21.07.2022

V1

- (a) Der Verlauf des Spulenstroms I_L^s ist identisch zu dem des Tiefsetzstellers aus Abbildung 2.2 des Versuchshandbuchs. Aus Abbildung 2.5 ergibt sich folgendes Verhalten für den Spulenstrom:

- Ein-Phase bei geschlossenem Schalter: An der Spule fällt eine positive Spannung ab. Der Spulenstrom I_L steigt an. Die Energie zum Aufrechterhalten des Stromflusses am Ausgang stammt aus dem Kondensator.

$$\dot{I}_L^s = \frac{V_{in}}{L}$$

- Aus-Phase bei geöffnetem Schalter: Der Spulenstrom zirkuliert nun über die Diode. Da die Ausgangsspannung größer ist als die Eingangsspannung fällt an der Spule eine negative Spannung ab.

$$\dot{I}_L^s = \frac{V_{in} - V_{out}}{L}$$

In einem stationären Arbeitspunkt lässt sich hieraus folgender Zusammenhang für die mittleren Spannungen herleiten:

$$DT_s \frac{V_{in}}{L} = -(1-D)T_s \frac{V_{in} - V_{out}}{L}$$

Hieraus ergibt sich der in der Aufgabenstellung beschriebene Zusammenhang zwischen Tastverhältnis D und Ausgangsspannung:

$$V_{out} = \frac{V_{in}}{1-D}$$

- (b) Für den Hochsetzsteller ergibt sich aus Abbildung 2.6 und unter Berücksichtigung des Spulenwiderstands folgende Dynamik bei geschlossenem Schalter

$$L \dot{I}_L^s = V_{in} - R_L I_L^s$$

$$C \dot{V}_C^s = -\frac{V_C^s}{R_{Load}}$$

und bei geöffnetem Schalter

$$L \dot{I}_L^s = V_{in} - V_C^s - R_L I_L^s$$

$$C \dot{V}_C^s = I_L^s - \frac{V_C^s}{R_{Load}}$$

Mit Gleichung 2.9 des Vorlesungsskriptes ergibt sich somit die in der Aufgabenstellung beschriebene Dynamik, hier in Matrizendarstellung:

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_L \\ \dot{V}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_L}{L} & -\frac{1-D}{L} \\ \frac{1-D}{C} & -\frac{1}{CR_{Load}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_L \\ V_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} V_{in}.$$

- (c) Für die Berechnung des stationären Zustands werden die Dynamikgleichungen (vgl. (2.17) und (2.18) aus dem Versuchshandbuch) zu Null gesetzt. Damit ergibt sich

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} \bar{I}_L \\ \bar{V}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{V_{in}}{(1-D)^2 R_{Load}} \\ \frac{V_{in}}{1-D} \end{bmatrix}.$$

- (d) Das um den stationären Zustand linearisierte Zustandsraummodell lautet

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{I}_L \\ \Delta \dot{V}_C \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{R_L}{L} & \frac{\bar{D}-1}{L} \\ \frac{1-\bar{D}}{C} & -\frac{1}{CR_{Load}} \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} \Delta I_L \\ \Delta V_C \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\bar{V}_C}{L} \\ -\frac{\bar{I}_L}{C} \end{bmatrix}}_b \Delta D.$$

- (e) Mit der Ausgangsmatrix

$$c^T = [0 \quad 1]$$

und $R_L = 0, s = j\omega$ ergibt sich die Übertragungsfunktion zu

$$G(s) = c^T \begin{bmatrix} s & -\frac{\bar{D}-1}{L} \\ -\frac{1-\bar{D}}{C} & s + \frac{1}{CR_{Load}} \end{bmatrix}^{-1} b$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{(\bar{D}-1)L}{LCs^2 + \frac{L}{R_{Load}}s + (\bar{D}-1)^2} & \frac{LCs}{LCs^2 + \frac{L}{R_{Load}}s + (\bar{D}-1)^2} \end{bmatrix} b$$

$$G(j\omega) = \frac{(\bar{D}-1)\bar{V}_C - L\bar{I}_L j\omega}{-LC\omega^2 + \frac{L}{R_{Load}}j\omega + (\bar{D}-1)^2}.$$

- (f) Die Annahme $R_L = 0$ scheint für die folgenden Analysen als gerechtfertigt, da die Frequenzgänge nur im Bereich der Nullstelle leicht voneinander abweichen, ansonsten sind sie identisch.

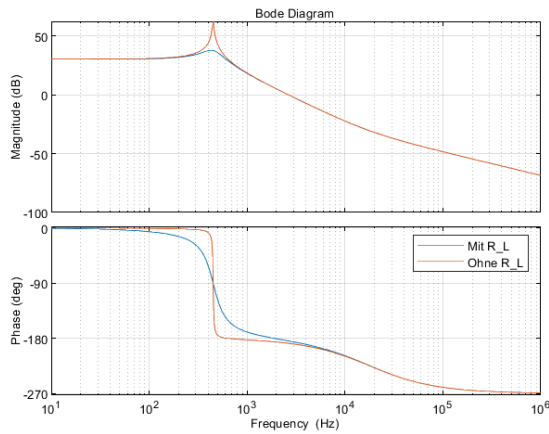


Abb. 1: Vergleich der Frequenzgänge mit und ohne R_L

- (g) Das linearisierte Modell besitzt eine Nullstelle und zwei Polstellen.

- (h) Die Eigenfrequenz des Systems ist

$$\omega_p = (1 - \bar{D}) \frac{1}{\sqrt{LC}},$$

die eines LC-Schwingkreises lautet

$$\omega_{LC} = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Die Eigenfrequenz des Hochsetzstellers wird im Vergleich zum Schwingkreis herunterskaliert durch den Faktor $(1 - \bar{D})$, welcher durch den Duty Cycle bestimmt wird.

- (i) Zur Berechnung der Nullstelle wird der Zähler der Übertragungsfunktion $G_V(j\omega)$ zu Null gesetzt und das Ergebnis aus Aufgabe V1(c) für \bar{I}_L und \bar{V}_C eingesetzt

$$\begin{aligned} 0 &= (1 - \bar{D}) \bar{V}_C - L \bar{I}_L s \\ s &= (1 - \bar{D}) \frac{\bar{V}_C}{L \bar{I}_L} \\ &= \frac{(1 - \bar{D}) \frac{V_{in}}{1 - \bar{D}}}{L \frac{V_{in}}{(1 - \bar{D})^2 R_{Load}}} \\ &= \frac{(1 - \bar{D})^2 R_{Load}}{L}, \end{aligned}$$

was zum gleichen Ergebnis führt, das in der Aufgabenstellung in Gleichung (2.20) beschrieben ist. Die Nullstelle liegt in der Rechten Halbebene, das System ist demnach nicht Minimalphasig.

- (j) Der Worst-Case-Fall für den Hochsetzsteller, und somit für den Regler, ist die Verstärkung der kleinstmöglichen Eingangsspannung zur größtmöglichen Ausgangsspannung, also

$$V_{in} = 10V \rightarrow V_{out} = 24V.$$

Die Ausgangsspannung kann stufenlos über das Tastverhältnis eingestellt werden, siehe Aufgabe V1(a). Dieses ergibt sich demnach zu

$$D = 1 - \frac{V_{in}}{V_{out}} = 1 - \frac{10V}{24V} = 0.583.$$

Für $R_{Load} = 15\Omega$ besitzt das System die größte Phasendrehung.

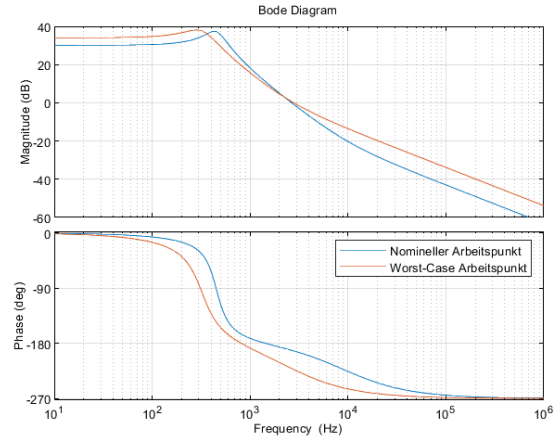


Abb. 2: Einfluss des Arbeitspunktes auf die Führungsübertragungsfunktion

V2

- (a) Werden in den Gleichungen (2.21) und (2.22) des Versuchshandbuchs die Größen R_C , R_D , R_S und V_D zu Null gesetzt, ergeben sich direkt die Gleichungen des Modell des Wandlers gemäß Gleichungen (2.17) und (2.18).
- (b) Der ideale und reale Wandler unterscheiden sich vor allem in ihrem Verhalten in hohen Frequenzen. Der reale Wandler zieht durch die zweite Nullstelle in der linken Halbebene ein stabileres Verhalten.

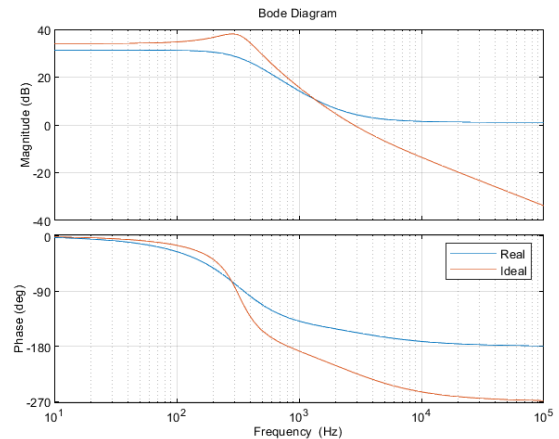


Abb. 3: Vergleich des idealen und realen Wandlers

- (c) Gleichung (2.24) des Versuchshandbuchs ergibt sich im Frequenzbereich, linearisiert, zu

$$\Delta V_C = \frac{\Delta V_{out}}{1 + CR_C s}.$$

Bei Einsetzen der obigen Gleichung in $G_V(s)$ ergibt sich die neue Übertragungsfunktion zu

$$G(s) = \frac{\Delta V_{out}}{\Delta D} = \frac{((1 - \bar{D})\bar{V}_C - L\bar{I}_L s)(1 + CR_C s)}{LCs^2 + \frac{L}{R_{Load}}s + (1 - \bar{D})^2}.$$

Damit erhalten wir eine weitere Nullstelle, die aber nun in der linken Halbebene liegt.

V3

Die Ergebnisse werden in `Sprungantwort.m`, `Boost real.m` und `Boost ideal.m` dargestellt.

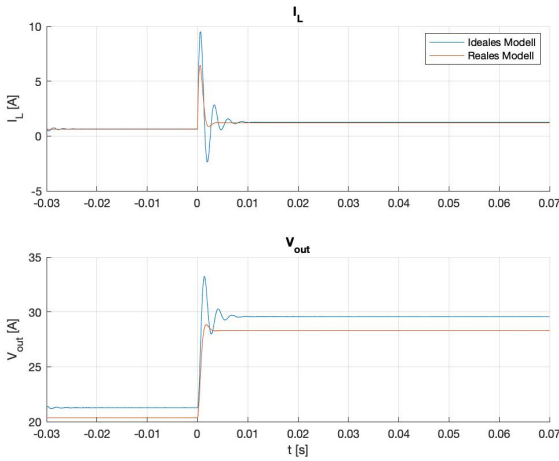


Abb. 4: Die Sprungantworten des idealen und realen Modells

V4

Die Ergebnisse werden in `Regelung.m` dargestellt.

- (a) Nach der Vorbereitungsfrage V1 (j), wählen wir den Worst-Case-Fall als die Arbeitspunkt, der die Regelgeschwindigkeit nach oben limitiert, also

$$\begin{aligned} R_{load} &= 15\Omega \\ V_{in} &= 10V \\ D &= 0.583. \end{aligned}$$

- (c) Aus der Simulation sehen wir, dass es keine Auswirkungen für unterschiedliche f_b hat, wie die Abbildungen 5 bis 7 zeigen.

- (d) Der PI-Regler in den Frequenzbereich lautet,

$$H(s) = \frac{K_p(s + K_I)}{s}$$

Mit `piddtune` in Matlab haben wir K_p und K_I bestimmt,

$$\begin{aligned} K_p &= 1.952 \times 10^{-4} \\ K_I &= 2.0892 \times 10^3 \end{aligned}$$

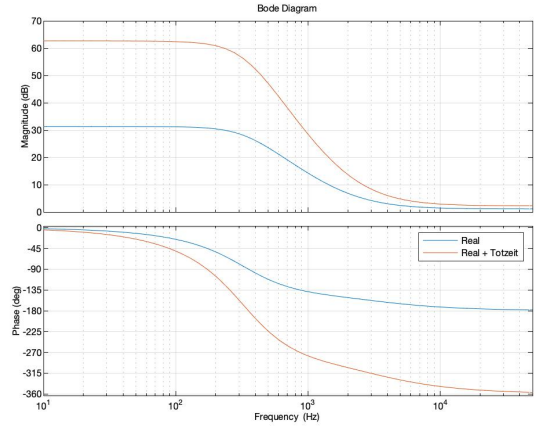


Abb. 5: Streckmodell mit einer Totzeit für $f_b = 1kHz$

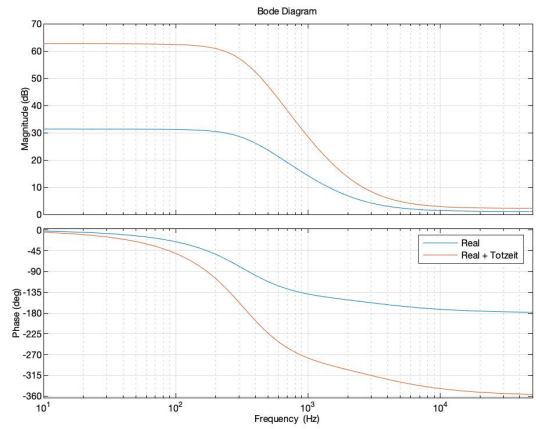


Abb. 6: Streckmodell mit einer Totzeit für $f_b = 5kHz$

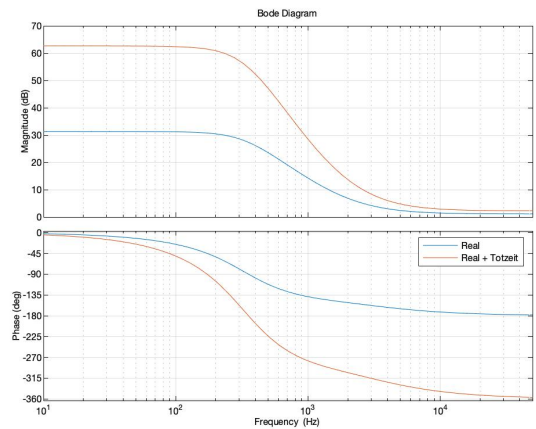


Abb. 7: Streckmodell mit einer Totzeit für $f_b = 20kHz$

Dann prüfen wir die Ergebnisse für ω_c , φ_r , t_r und e_{max} nach; diese erfüllen die Anforderung.

$$\begin{aligned}\omega_c &= 89\text{Hz} \\ \varphi_r &= 60^\circ \\ t_r &= 0.00323\text{s} \\ e_{max} &= 10\% \\ \omega_c t_r &= 1.7 \\ \varphi_r + e_{max} &= 70\end{aligned}$$

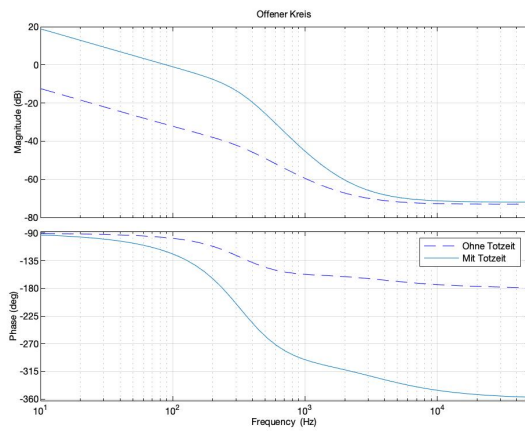


Abb. 8: Übertragungsfunktion des offenen Kreises

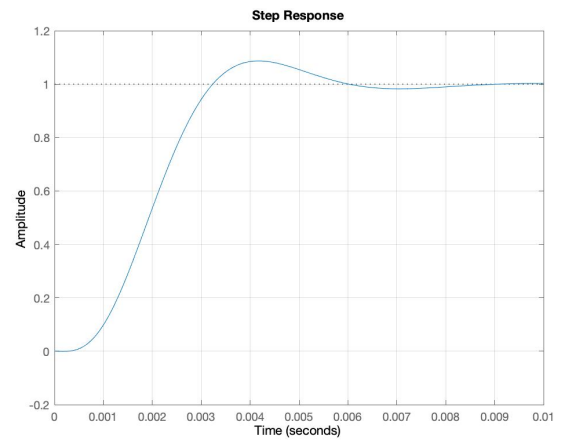


Abb. 9: Sprungantwort des geschlossenen Kreises

(e) Z-Transformation

$$H(z) = K_p + \frac{K_I * z}{f_b(z - 1)}$$