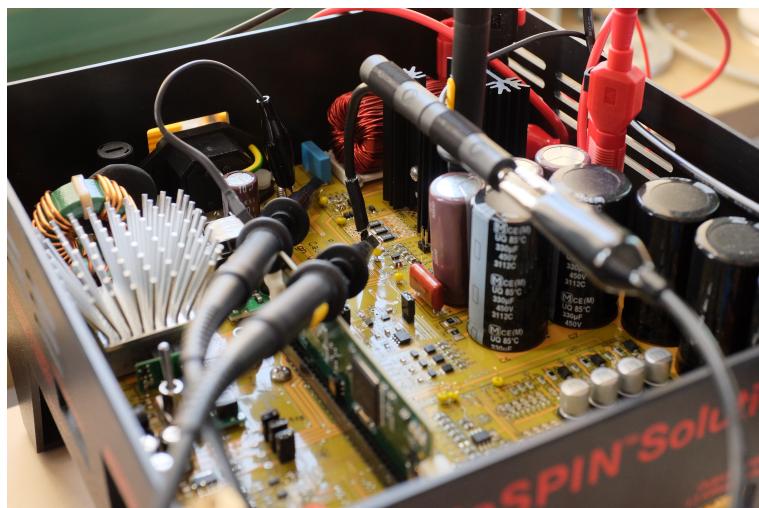


# Modellierung und Regelung von Gleichspannungswandlern

**Praktikum Systemdynamik**  
**Prof. Dr.-Ing. C. Tarín**

Bernd Müller    bernd.mueller@isys.uni-stuttgart.de



Stand: 5. April 2022

Institut für Systemdynamik, Universität Stuttgart, Waldburgstraße 17/19, 70563 Stuttgart

## **Inhaltsverzeichnis**

<b>1 Einleitung</b>	<b>3</b>
<b>2 Grundlagen und Modellbildung</b>	<b>4</b>
2.1 Der Tiefsetzsteller . . . . .	4
2.2 Stationäre Analyse . . . . .	6
2.3 Gemitteltes, dynamisches Modell . . . . .	6
2.4 Der Hochsetzsteller . . . . .	9
2.5 Versuchsaufbau . . . . .	14
2.6 Festkomma-Arithmetik . . . . .	18
<b>3 Modellvalidierung</b>	<b>21</b>
<b>4 Regelung</b>	<b>23</b>
4.1 Idealer Regler . . . . .	23
4.2 Digitalregler . . . . .	24
<b>Literatur</b>	<b>27</b>

# 1 Einleitung

Im Praktikumsversuch *Modellierung und Regelung von Gleichspannungswandlern* wird die Dynamik von leistungselektronischen Schaltungen beispielhaft anhand von Gleichspannungswandlern genauer untersucht. Nach der Einführung in deren grundlegende Funktionsweise, wird eine Methode zur dynamischen Modellierung solcher Schaltungen vorgestellt. Anhand der abgeleiteten Modelle wird dann die Dynamik mittels bekannter Verfahren analysiert, mit dem Ziel eine einfache Regelung der Ausgangsspannung zu entwerfen. Die einzelnen Schritte vom stationären Betrieb des Wandlers bis zur Regelung werden dabei mittels Matlab Simulink und PLECS Blockset untersucht.

Die zentralen Lehrinhalte des Praktikums beinhalten:

- Funktionsweise von Gleichspannungswandlern (Hoch- und Tiefsetzsteller)
- Mathematische Modellierung mittels State-Space Averaging
- Analyse der Dynamik von Hochsetzstellern
- Regler-Implementierung für automatische Code-Generierung

## Hinweis:

Das Praktikumsskript enthält zwei Arten von Aufgaben welche unterschiedlich gekennzeichnet sind.

### Vorbereitungsaufgabe – V0 –

Alle Vorbereitungsaufgaben V1-V4 sind in den Gruppen vor dem Praktikumstermin durchzuarbeiten. Verwenden Sie für die schriftliche Ausarbeitung vorzugsweise die Tex-Vorlage. In den Vorbereitungsaufgaben werden Matlab Skripte angepasst. Laden Sie Ihre Ausarbeitung samt den ergänzten Skripten spätestens zwei Tage vor Beginn des Praktikums in Ihren Gruppenordner hoch. Bitte beachten Sie die Allgemeinen Informationen der Praktikumsdurchführung im ILIAS. Für die Vorbereitung des Praktikums wird ein Simulink und PLECS Modell [BoostModel.slx](#) zur Verfügung gestellt. Beantragen Sie rechtzeitig eine PLECS Blockset Lizenz (siehe Informationen im ILIAS Wiki).

### Praktikumsaufgabe – P0 –

Die Praktikumsaufgaben werden am Tag der Versuchsdurchführung bearbeitet. Die notwendigen Materialien werden Ihnen am Praktikumstag zur Verfügung gestellt.

## 2 Grundlagen und Modellbildung

Gleichspannungswandler, im Folgenden auch DC/DC Wandler genannt, dienen der Wandlung einer Eingangsspannung in eine höhere oder niedrigere Ausgangsspannung und erlauben es damit das Spannungsniveau einer Quelle an den Verbraucher anzupassen. Gleichspannungswandler finden sich damit in fast allen elektronischen Bauteilen, da die Quellspannung (bspw. gleichgerichtete Netzspannung oder Batteriespannung) in den seltensten Fällen der notwendigen Versorgungsspannung entspricht.

Gleichspannungswandler existieren in den verschiedensten Bauformen, eine allgemeingültige Klassifizierung ist daher schwierig. Die verschiedenen Typen unterscheiden sich bspw. im Verhältnis von Ein- und Ausgangsspannung, Verbindung zwischen Ein- und Ausgangsseite (galvanisch getrennt oder nicht) und Schaltverhalten (hart schaltend oder resonant schaltend). Eine gute Übersicht über die verschiedenen Anwendungsfelder und Topologien findet sich in [1] und [3]. Im Folgenden werden die zwei grundlegendsten Wandlertypen analysiert, der Tiefsetz- und der Hochsetzsteller.

*Hinweis:* Die Firma Plexim stellt auf ihrer Internetseite eine einfache Möglichkeit zur Simulation von Tief- und Hochsetzsteller und zur Visualisierung der Stromverläufe bereit, siehe [4, 5].

### 2.1 Der Tiefsetzsteller

Der Aufbau eines Tiefsetzstellers ist in Abbildung 2.1 dargestellt und besteht aus einer Drossel, einem Kondensator, einer Diode und einem schaltbaren Ventil in Form eines Mosfets oder IGBTs. Durch zyklisches Ein- und Ausschalten des Schalters lässt sich die Ausgangsspannung stufenlos einstellen, wobei  $V_{\text{in}} \geq V_{\text{out}}$  gilt.

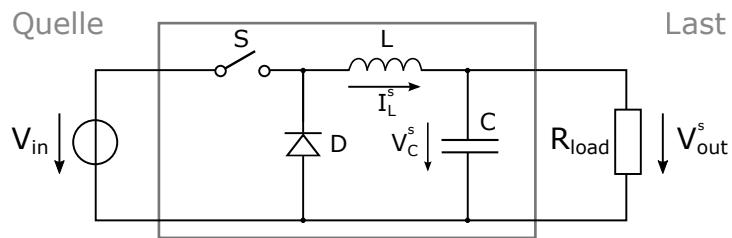


Abbildung 2.1: Idealer Tiefsetzsteller mit ohmschem Verbraucher

Während eines Zyklus mit der Dauer  $T_s$  wird der Schalter erst für die Zeit  $DT_s$  geschlossen und dann für die Zeit  $(1 - D)T_s$  geöffnet, wobei  $D \in [0, 1]$  als Tastverhältnis bzw. Duty Cycle bezeichnet wird. Unter der Annahme, dass die Ausgangsspannung  $V_{\text{out}} = V_C$  konstant ist (und damit ebenfalls frei von Welligkeit bzw. Rippel), ergibt sich gemäß Abbildung 2.2 folgendes Verhalten für den Spulenstrom  $I_L$ :

**Ein-Phase:**  $0 \leq t \leq DT_s$

Der Schalter ist geschlossen und an der Spule fällt eine positive Spannung ab. Der Spulenstrom  $I_L$  steigt damit entsprechend

$$I_L^s = \frac{V_L^s}{L} = \frac{V_{\text{in}} - V_{\text{out}}}{L}. \quad (2.1)$$

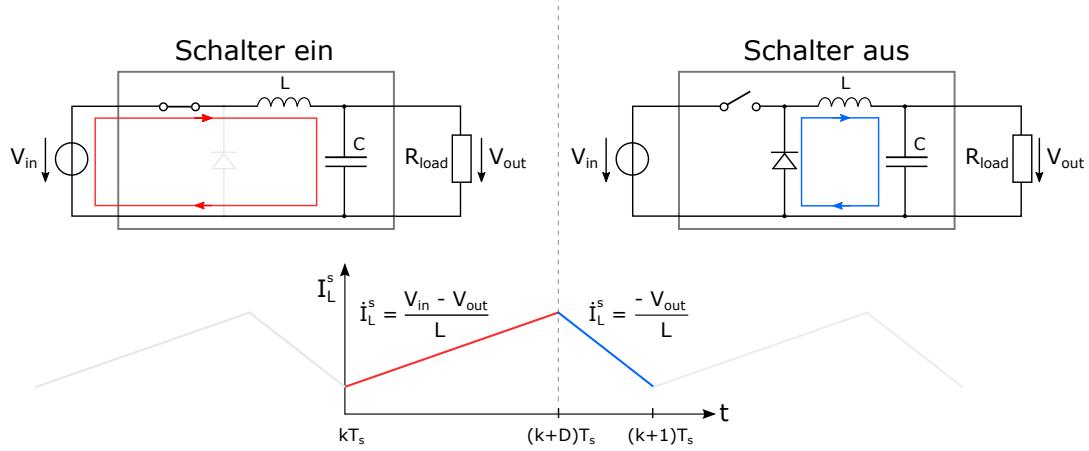


Abbildung 2.2: Stromverlauf des idealen Tiefsetzstellers

Im gleichen Maße steigt die im magnetischen Feld der Spule enthaltene Energie. Die Diode sperrt gegen die positive Eingangsspannung.

**Aus-Phase:**  $DT_s < t < T_s$

Der Schalter wird geöffnet und unterbricht den Stromfluss aus der Quelle. Der Spulenstrom kann jedoch nicht abrupt abbreissen und zirkuliert jetzt über die Diode. Die Energie zum Aufrechterhalten des Stromflusses stammt aus dem Magnetfeld der Spule und wird damit langsam abgebaut. Der Spulenstrom fällt ab gemäß:

$$\dot{I}_L^s = \frac{V_L^s}{L} = \frac{-V_{out}}{L}. \quad (2.2)$$

Die Spule fungiert also als Energiespeicher: Ist der Schalter geschlossen, steigen Strom und Energieinhalt der Spule, gleichzeitig wird der Verbraucher aus der Quelle versorgt. Wird der Schalter geöffnet, wird der Verbraucher ausschließlich durch die Spule versorgt, dementsprechend sinken deren Strom und Energieinhalt.

Eine detaillierte Darstellung der Strom- und Spannungsverläufe beim Tiefsetzsteller findet sich in Abbildung 2.3. Den Verläufen und allen folgenden Analysen liegt die Annahme zu Grunde, dass der Rippel des Spulenstroms  $\Delta I_L$  bzw. der Ausgangsspannung  $\Delta V_C = \Delta V_{out}$  sehr klein sind, d.h.

$$\Delta I_L \ll I_L^s, \quad \Delta V_C \ll V_C^s. \quad (2.3)$$

Dadurch ergibt sich die auf den ersten Blick paradoxe Situation, dass für die Berechnung einer rippel-behafteten Größe (bspw. des Spulenstroms) alle anderen Größen als ripple-frei angenommen werden (bspw. die Spannungen) bzw. mit deren Mittelwert gerechnet werden kann. Diese Annahme nach Gl. (2.3) ist beinahe immer gerechtfertigt, da zu große Rippel insbesondere in der Ausgangsspannung unerwünscht sind und durch eine ausreichend große Dimensionierung der Induktivität L und Kapazität C verhindert werden.

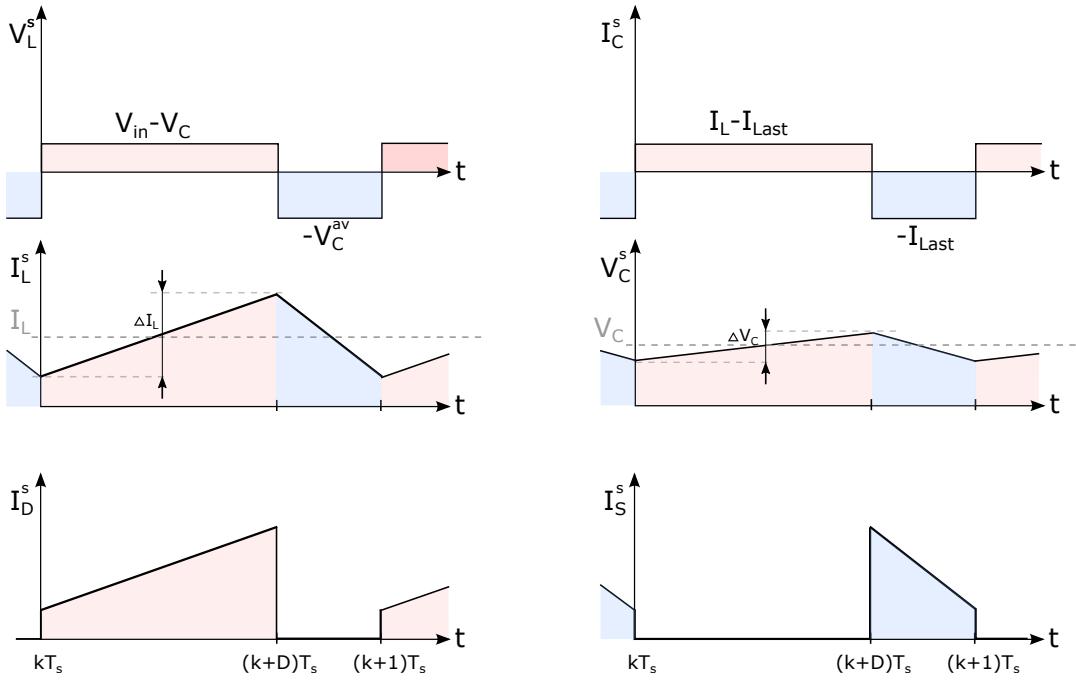


Abbildung 2.3: Strom- und Spannungsverläufe des idealen Tiefsetzstellers

## 2.2 Stationäre Analyse

Wenn sich der Tiefsetzsteller in einem stationären Arbeitspunkt befindet, gilt

$$I_L^s(kT_s) = I_L^s((k+1)T_s) \quad (2.4)$$

mit  $k \in \mathbb{N}$ , da sich ansonsten der Stromverlauf in aufeinander folgenden Perioden unterscheiden würde. Entsprechend Abbildung 2.2 (vgl. Steigungen) lässt sich hieraus folgender Zusammenhang für die mittleren Spannungen herleiten:

$$DT_s \frac{V_{\text{in}} - V_{\text{out}}}{L} = (1 - D)T_s \frac{V_{\text{out}}}{L}. \quad (2.5)$$

Hieraus ergibt sich direkt der Zusammenhang zwischen Tastverhältnis D und Ausgangsspannung:

$$V_{\text{out}} = DV_{\text{in}}. \quad (2.6)$$

Die Ausgangsspannung kann somit über D stufenlos eingestellt werden.

## 2.3 Gemitteltes, dynamisches Modell

Das Modell aus Abbildung 2.1 eignet sich zwar für die Simulation des Tiefsetzstellers, nicht aber zur Untersuchung dessen grundlegender Dynamik bzw. zur systematischen Reglerentwicklung, da es sich um ein schaltendes Modell handelt: Je nach Betrachtungszeitpunkt befindet sich der Schaltkreis in einem von zwei Zuständen mit unterschiedlichen Dynamiken.

Durch die extrem hohen Schaltfrequenzen von bis zu  $f_s = 1\text{MHz}$  liegt die Periodendauer  $T_s = \frac{1}{f_s}$  allerdings im Mikrosekundenbereich und ist damit deutlich kleiner als die grundlegende Dynamik von Strom und Spannung im Gleichspannungswandler.

Wie in Abbildung 2.4 dargestellt, lassen sich Ströme und Spannungen damit in einen niederfrequenten Anteil  $y$  und einen hochfrequenten, durch die Schaltvorgänge verursachten Anteil  $\Delta y$  aufteilen:

$$I_L^s(t) = I_L(t) + \Delta I_L(t) \quad (2.7)$$

$$V_C^s(t) = V_C(t) + \Delta V_C(t). \quad (2.8)$$

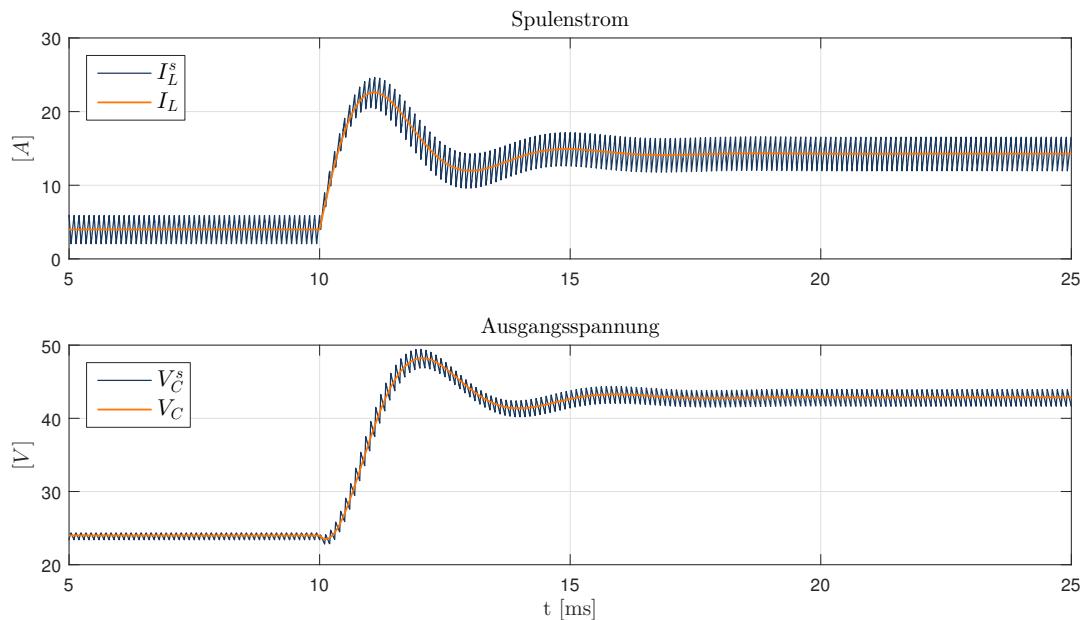


Abbildung 2.4: Strom- und Spannungsverläufe sowie über eine Periode gemittelte Verläufe.

Aus systemdynamischer Sicht ist jedoch ausschließlich der Verlauf der mittleren Größen  $y$  von Interesse, da diese geregelt werden sollen. Die als Welligkeit bzw. Ripple bezeichneten Anteile  $\Delta y$  sind mindestens um den Faktor 10 höherfrequent als die maximale Regler-Durchtrittsfrequenz und können damit vom Regler nicht beeinflusst werden bzw. spielen für dessen Auslegung auch fast keine Rolle.

Für die Herleitung der relevanten mittleren Dynamik wird im Folgenden die insbesondere in der Leistungselektronik bekannte Methodik des State-Space Averagings eingeführt, die es erlaubt, die mittlere Dynamik eines schaltenden Systems herzuleiten, siehe [2].

**State-Space Averaging:** Betrachtet wird ein System, dessen zwei Schaltzustände mit *on* und *off* bezeichnet werden und in beiden Schaltzuständen mittels der (unterschiedlichen) Zustandsraumdarstellungen

$$\dot{x}^s = A_{\text{on}} x^s + B_{\text{on}} u \quad (2.9a)$$

$$y^s = C_{\text{on}} x^s \quad (2.9b)$$

bzw.

$$\dot{x}^s = A_{\text{off}} x^s + B_{\text{off}} u \quad (2.9c)$$

$$y^s = C_{\text{off}} x^s \quad (2.9d)$$

beschrieben werden kann. Wird nun mit ausreichend hoher Frequenz  $f_s$  zwischen diesen beiden Schaltzuständen hin und hergeschaltet, wobei der Schaltzustand *on* für den Anteil  $D \in [0, 1]$  und der Schaltzustand *off* für einen Anteil  $(1 - D)$  der Periodenzeit  $T_s$  aktiv ist, dann ist die mittlere Dynamik durch

$$\dot{x} = (DA_{\text{on}} + (1 - D)A_{\text{off}}) x + (DB_{\text{on}} + (1 - D)B_{\text{off}}) u \quad (2.9e)$$

$$y = (DC_{\text{on}} + (1 - D)C_{\text{off}}) x \quad (2.9f)$$

gegeben.

Für den Tiefsetzsteller ergibt sich gemäß Abbildung 2.2 bei geschlossenem Schalter folgende Dynamik

$$L\dot{I}_L^s = V_{\text{in}} - V_C^s \quad (2.10)$$

$$C\dot{V}_C^s = I_L^s - \frac{V_C^s}{R_{\text{Load}}}, \quad (2.11)$$

beziehungsweise bei geöffnetem Schalter

$$L\dot{I}_L^s = -V_C^s \quad (2.12)$$

$$C\dot{V}_C^s = I_L^s - \frac{V_C^s}{R_{\text{Load}}}. \quad (2.13)$$

Die Zustandsraumdarstellung mit  $x = [I_L, V_C]^T$  und  $u = V_{\text{in}}$  ist damit gegeben durch

$$A_{\text{on}} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{CR_{\text{Load}}} \end{bmatrix}, \quad B_{\text{on}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (2.14)$$

$$A_{\text{off}} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{CR_{\text{Load}}} \end{bmatrix}, \quad B_{\text{off}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.15)$$

und die mittlere Dynamik ergibt sich gemäß Gl. (2.9) zu

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_L \\ \dot{V}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{CR_{\text{Load}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_L \\ \bar{V}_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{D}{L} \\ 0 \end{bmatrix} V_{\text{in}}. \quad (2.16)$$

Hierbei ist zu berücksichtigen, dass die Eingangsspannung  $V_{in}$  zwar einen Eingang des Systems, aber keine Stellgröße darstellt, da diese von der Quelle, z.B. einer Batterie, vorgegeben wird und damit nicht beeinflusst werden kann. Der Stelleingang des Systems ist hingegen durch das Tastverhältnis  $D$  als Verhältnis von Einschaltzeit zur Periodenzeit, gegeben. Damit handelt es sich bei Gl. (2.16) um ein nichtlineares System. Im Folgenden wird der Stelleingang weiterhin mit  $D$  und nicht mit  $u$  bezeichnet.

## 2.4 Der Hochsetzsteller

Soll aus einer Eingangsspannung  $V_{in}$  eine höhere Ausgangsspannung  $V_{out} > V_{in}$  erzeugt werden, wird statt dem Tiefsetzsteller ein Hochsetzsteller verwendet, der in Abbildung 2.5 dargestellt ist. Im Zuge einer realistischeren Modellierung wurde der Schaltkreis des Hochsetzstellers zusätzlich um den Serienwiderstand  $R_L$  der Spule erweitert, um die ohmschen Verluste in dieser zu berücksichtigen.

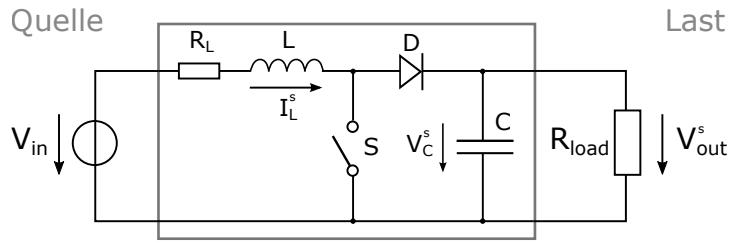


Abbildung 2.5: Hochsetzsteller mit ohmschem Verbraucher und seriell Widerstand der Spule.

### Vorbereitungsaufgabe – V1 –

Im Folgenden wird der Hochsetzsteller nach Abbildung 2.5 genauer analysiert. Ergänzen Sie parallel zur Bearbeitung der Aufgaben das Skript [Modellbildung.m](#) im Ordner [Vorbereitung](#) zur Visualisierung der Ergebnisse. Zu ergänzende Stellen sind im Matlab Skript mit [TBD](#) gekennzeichnet.

In einem ersten Schritt werden stationäres und dynamisches Verhalten des Hochsetzstellers untersucht:

- Ergänzen Sie den Verlauf des Spulenstrom  $I_L^s$  in Abbildung 2.6 und zeigen Sie, dass bei Stationarität  $V_{out} = \frac{V_{in}}{1-D}$  gilt, beides unter der Annahme  $R_L = 0$ .
- Zeigen Sie mittels State-Space Averaging, dass die mittlere Dynamik des Hochsetzstellers durch

$$L\dot{I}_L = -R_L I_L - (1 - D)V_C + V_{in} \quad (2.17)$$

$$C\dot{V}_C = (1 - D)I_L - \frac{V_C}{R_{Load}} \quad (2.18)$$

gegeben ist.

- Bestimmen Sie den stationären Zustands des dynamischen Modells unter der Annahme  $R_L \ll R_{load}$  in Abhängigkeit von  $\bar{D}$  und  $V_{in}$ .

- (d) Linearisieren Sie das Modell um den stationären Zustand  $\bar{x} = [\bar{I}_L, \bar{V}_C]^T$  für den stationären Stelleingang  $\bar{D}$ .

Üblicherweise werden Gleichspannungswandler spannungsgeregelt betrieben, d.h. der Wandler soll unabhängig von Quelle und Last am Ausgang eine konstante Spannung  $V_{\text{out}} = V_C$  bereitstellen. Im Folgenden wird daher die Führungsübertragungsfunktion  $G_V(j\omega) = \frac{\Delta \bar{V}_C(j\omega)}{\Delta D(j\omega)}$  genauer untersucht.

- (e) Zeigen Sie, dass die Übertragungsfunktion  $G_V(j\omega)$  unter der Annahme  $R_L = 0$  durch

$$G_V = \frac{(1 - \bar{D})\bar{V}_C - L\bar{I}_L j\omega}{-LC\omega^2 + \frac{L}{R_{\text{load}}}j\omega + (1 - \bar{D})^2} \quad (2.19)$$

gegeben ist. *Tipp:*  $G(j\omega) = c^T(j\omega I - A)^{-1}b$

- (f) Vergleichen Sie die Frequenzgänge mit und ohne  $R_L$ . Erscheint Ihnen die Annahme  $R_L = 0$  für die folgenden Analysen als gerechtfertigt?
- (g) Wie viele Pol- und Nullstellen besitzt das linearisierte Modell?
- (h) Bestimmen Sie die Eigenfrequenz  $\omega_p$  des Systems. Vergleichen Sie diese mit der Eigenfrequenz eines LC-Schwingkreises. Was fällt Ihnen auf? Überführen Sie dazu die Nennerpolynome beider Systeme in die Form  $s^2 + 2d\omega_0 + \omega_0^2$ . *Tipp:* Die Spannungsdynamik eines LC-Schwingkreis mit Widerstand R, der Eingangsspannung  $V_{\text{in}}$  und Kondensatorspannung  $V_C$  entspricht einem PT2-Verhalten mit der charakteristischen Gleichung  $(LCs^2 + RCs + 1)V_C = V_{\text{in}}$ .
- (i) Zeigen Sie, dass die Nullstelle der Führungsübertragungsfunktion  $G_V(j\omega)$  durch

$$\omega_z = \frac{(1 - \bar{D})^2 R_{\text{load}}}{L}. \quad (2.20)$$

gegeben ist. Welche Schwierigkeiten ergeben sich aus deren Lage. *Tipp:* Phasenreserve des Regelkreises.

Da das linearisierte Modell arbeitspunktabhängig ist, muss vor der Reglerauslegung erst der Arbeitsraum analysiert werden. Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass der Wandler im folgendem Bereich funktionieren muss:

- (i) Gegebene Eingangsspannung:  $V_{\text{in}} \in [10V, 12V]$
- (ii) Gewünschte Ausgangsspannung:  $V_{\text{out}} \in [15V, 24V]$
- (iii) Verbraucher:  $R_{\text{load}} \in [15\Omega, 47\Omega]$

Wird für den gesamten Arbeitsbereich ein einziger Regler  $K(j\omega)$  mit konstanten Parametern verwendet, hängt das Verhalten des geschlossenen Regelkreises vom gewählten Arbeitspunkt ab. Als erster Indikator für die maximal erzielbare Reglergeschwindigkeit in einem Arbeitspunkt kann der Phasenverlauf der Führungsübertragungsfunktion  $G_V(j\omega)$  herangezogen werden: Gemäß Nyquist-Kriterium ist die erzielbare Durchtrittsfrequenz  $\omega_c$  des offenen Kreises  $KG_V$  durch die Anforderung  $\varphi(KG_V(j\omega)) > -180^\circ \forall \omega < \omega_c$  nach oben beschränkt.

- (j) Bestimmen Sie im angegebenen Arbeitsbereich denjenigen Arbeitspunkt, der die Reglergeschwindigkeit nach oben limitiert. Nutzen Sie hierfür die Ergebnisse der Teilaufgaben (h) und (i).

**Bemerkung:** Der so bestimmte Arbeitspunkt wird im Folgenden zur Auslegung des Reglers herangezogen. Da dies jedoch keine Garantie für Stabilität bzw. Reglerperformance in allen anderen Arbeitspunkten bietet, muss der Regler trotzdem im gesamten Arbeitsbereich getestet werden.

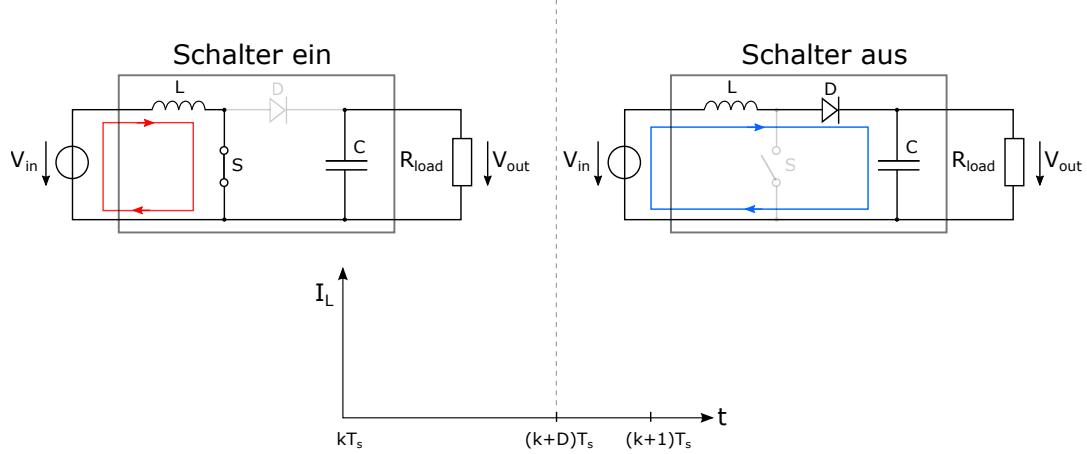


Abbildung 2.6: Stromverlauf des idealen Hochsetzstellers

Bisher wurde mit Ausnahme des Spulen-Serienwiderstand  $R_L$  ein idealer Hochsetzsteller betrachtet. Für eine realistischere Betrachtung wird das Modell gemäß Abbildung 2.7 um die folgenden parasitären Effekte erweitert:

- Kondensator: Serienwiderstand  $R_C$
- Diode: Schwellspannung  $V_D$  und Leitwiderstand  $R_D$
- Schalter: Leitwiderstand  $R_S$  <sup>1</sup>

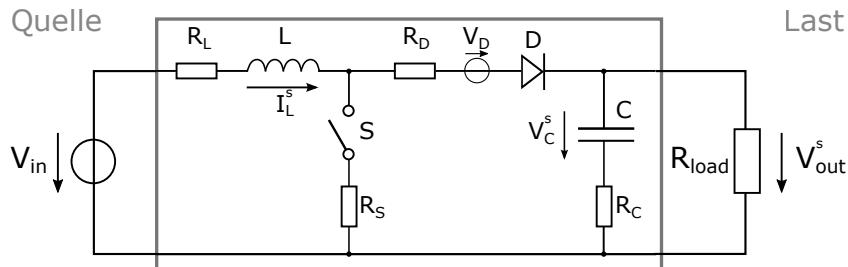


Abbildung 2.7: Ersatzschaltbild eines realen Hochsetzstellers.

<sup>1</sup>Hier wird davon ausgegangen, dass der Schalter als Mosfet realisiert wird und daher nur einen Leitwiderstand  $R_S$  aufweist. Bei Verwendung bipolarer Schalter wie IGBTs muss hingegen auch die Schwellspannung  $V_S$  berücksichtigt werden.

## 2 Grundlagen und Modellbildung

Bei Anwendung von State-Space Averaging ergibt sich damit folgendes, nichtlineares Modell:

$$L\dot{I}_L = -(R_L + DR_S + (1 - D)(R_D + R_C R^*)) I_L - (1 - D)R^*V_C - (1 - D)V_D + V_{in} \quad (2.21)$$

$$C\dot{V}_C = (1 - D)R^*I_L - \frac{1}{R_C + R_{load}}V_C, \quad (2.22)$$

mit

$$R^* = \frac{R_{load}}{R_C + R_{load}}. \quad (2.23)$$

Zusätzlich ist zu berücksichtigen, dass nun nicht mehr  $V_C = V_{out}$  gilt. Die Ausgangsspannung ergibt sich hier unter Verwendung des bekannten Zusammenhangs  $C\dot{V} = I$  am Kondensator zu

$$V_{out} = V_C + R_C I_C = V_C + CR_C \dot{V}_C, \quad (2.24)$$

wobei  $I_C$  den Strom durch den Kondensator darstellt.

Die Ausgangsspannung des realen Wandlers und des idealen Wandlers in Abhängigkeit des gewählten Tastverhältnisses  $D$  ist beispielhaft für einen Arbeitspunkt in Abbildung 2.8 dargestellt. Dabei ist die Ausgangsspannung für den idealen Wandler wie bereits gezeigt über

$$V_{out} = \frac{V_{in}}{1 - D} \quad (2.25)$$

gegeben, während der Zusammenhang für den realen Wandler deutlich komplizierter ist und als stationärer Zustand  $\bar{x} = [\bar{I}_L, \bar{V}_C]^T$  des dynamischen Systems gemäß Gl. (2.21) - (2.23) berechnet werden kann. Durch die Verluste im Wandler ist die Ausgangsspannung des realen Wandlers bei gleichen Bedingungen deutlich niedriger als beim idealen Wandler.

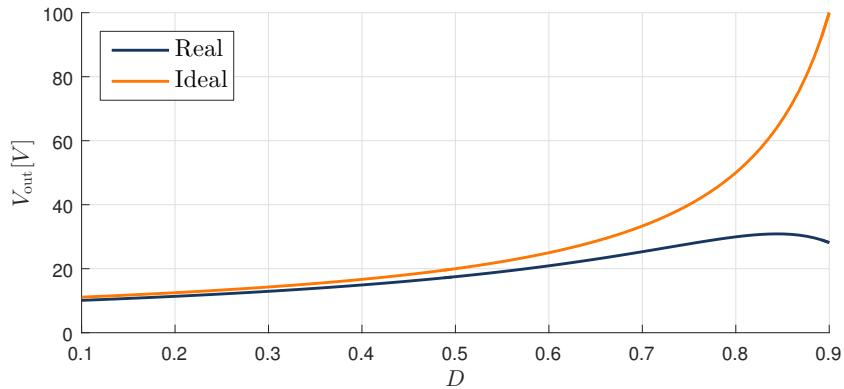


Abbildung 2.8: Ausgangsspannung des realen bzw. idealen Hochsetzstellers bei  $V_{in} = 10V$  und  $R_{load} = 15\Omega$ .

**Vorbereitungsaufgabe – V2 –**

Ergänzen Sie parallel zur Bearbeitung der Aufgaben das Skript `Modellbildung.m`. Zu ergänzende Stellen sind im Skript mit `TBD` gekennzeichnet.

- (a) Zeigen Sie, dass das Modell des realen Wandlers gemäß Gl. (2.21) - (2.23) bei Vernachlässigung der eingeführten, parasitären Effekte in das Modell des Wandlers nach Gl. (2.17) - (2.18) übergeht.
- (b) Vergleichen Sie mittels Matlab die Übertragungsfunktion des realen und nahezu idealen Modells (mit  $R_L$ ). Verwenden Sie dazu die state-space Modelle `Boost.ideal.strecke` und `Boost.real.strecke` (Siehe Matlab Dokumentation der Funktion `ss` und `tf`). Welche grundlegenden Unterschiede ergeben sich?
- (c) Zeigen Sie, dass der Serienwiderstand des Ausgangskondensator eine zusätzliche Nullstelle in der Führungsübertragungsfunktion  $G_V(j\omega)$  verursacht. *Tipp:* Überführen Sie Gl. (2.24) in den Frequenzbereich.

**Abschließende Bemerkung:** Der Hochsetzsteller stellt aus regelungstechnischer Sicht ein interessantes System dar, da die Führungsübertragungsfunktion  $G_V(j\omega)$  eine Nullstelle in der positiven, rechten Halbebene aufweist, siehe Gl. (2.20). Die Auswirkung dieser Nullstelle ist direkt in Abbildung 2.4, der Sprungantwort des idealen Hochsetzstellers, zu sehen.

Im Spannungsverlauf ist das sogenannte *Inverse Response Behaviour* zu beobachten (die Führungsgröße bewegt sich nach einem Sprung erst in die "falsche" Richtung), das durch die Nullstelle in der positiven, rechten Halbebene verursacht wird. Es ist leicht einzusehen, dass ein solches Verhalten die maximale erzielbare Regelgeschwindigkeit stark einschränken wird.

## 2.5 Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 2.9 dargestellt und besteht aus folgenden Teilen:

**Gleichspannungswandler:** Der komplette Wandler inklusive Hardware, Mikrocontroller und Verkabelung ist als Entwicklungsboard der Firma Texas Instruments ausgeführt. Der Wandler entspricht dem in Abschnitt 2.4 vorgestellten Aufbau. Der Mikrocontroller aus der Baureihe C2000 ist für Regelungsaufgaben ausgelegt und stellt folgende Schnittstellen zur Verfügung:

- Analog-Digital Wandler (ADC) zur Erfassung von Spannungssignalen mit 12 bit Auflösung.
- Pulsweitenmodulierte Ausgänge (PWM) mit den Spannungsniveaus 0V und 3.3V. Diese Ausgänge dienen zur Ansteuerung der Halbleiterschalter, bzw. deren Treiberschaltung. Einige der PWM-Ausgänge sind darüber hinaus mit einem nachgeschalteten Tiefpassfilter versehen und dienen ausschließlich der Ausgabe von internen Rechengrößen während der Entwicklung, die dann bspw. über ein Oszilloskop visualisiert werden können.
- General Purpose Input Output (GPIO) Pins, die zwischen den Spannungsniveaus 0V und 3.3V umgeschaltet werden können.
- CAN und SCI (Serial Communication Interface) Schnittstellen zur Kommunikation mit anderen Komponenten bzw. dem Rechner. Während die Kommunikation per CAN über eine gesonderte Leitung erfolgt und am Rechner entsprechende Hardware voraussetzt, läuft die Kommunikation mittels SCI über die USB-Schnittstelle und wird am Rechner über einen virtuellen COM-Port eingebunden.
- USB Schnittstelle zur Programmierung des Mikrocontrollers bzw. zum Debugging (der notwendige USB-to-Serial Adapter befindet sich auf dem Board).

**Quelle:** Als Quelle kommt ein Labornetzteil zum Einsatz. Da das Labornetzteil ebenfalls einen Gleichspannungswandler enthält und die Ausgangsspannung damit ebenfalls einen kleinen Spannungsrippe aufweist bzw. die Spannungsregelung nicht ideal ist, wird parallel zum Eingang zusätzlich ein Kondensator geschaltet um die Eingangsspannung zusätzlich zu glätten.

**Last:** Die Last ist in Form von Leistungswiderständen mit je  $47\Omega$  ausgeführt, wobei mittels zweier Schalter zwischen ein, zwei und drei parallelen Widerständen umgeschaltet werden kann.

**Oszilloskop:** Zur Messung der extrem schnellen Signale (Zykluszeiten unter  $10\mu s$ ) wird ein 4-Kanal USB-Oszilloskop der Firma Pico Technology verwendet. Die PC-Software ermöglicht eine deutliche komfortablere Bedienung als klassische Standgeräte.

Da in diesem Jahr keine Versuche vor Ort stattfinden können, wird am Tag der Durchführung ein Modell zur Verfügung gestellt, welches den realen Aufbau möglichst realistisch nachbildet. Hierfür werden Modelle der ADC Wandler sowie der Pulsweitenmodulation implementiert. Aufgrund der besonderen Bedeutung für den Betrieb des Wandlers werden beide im Folgenden nochmals genauer betrachtet.

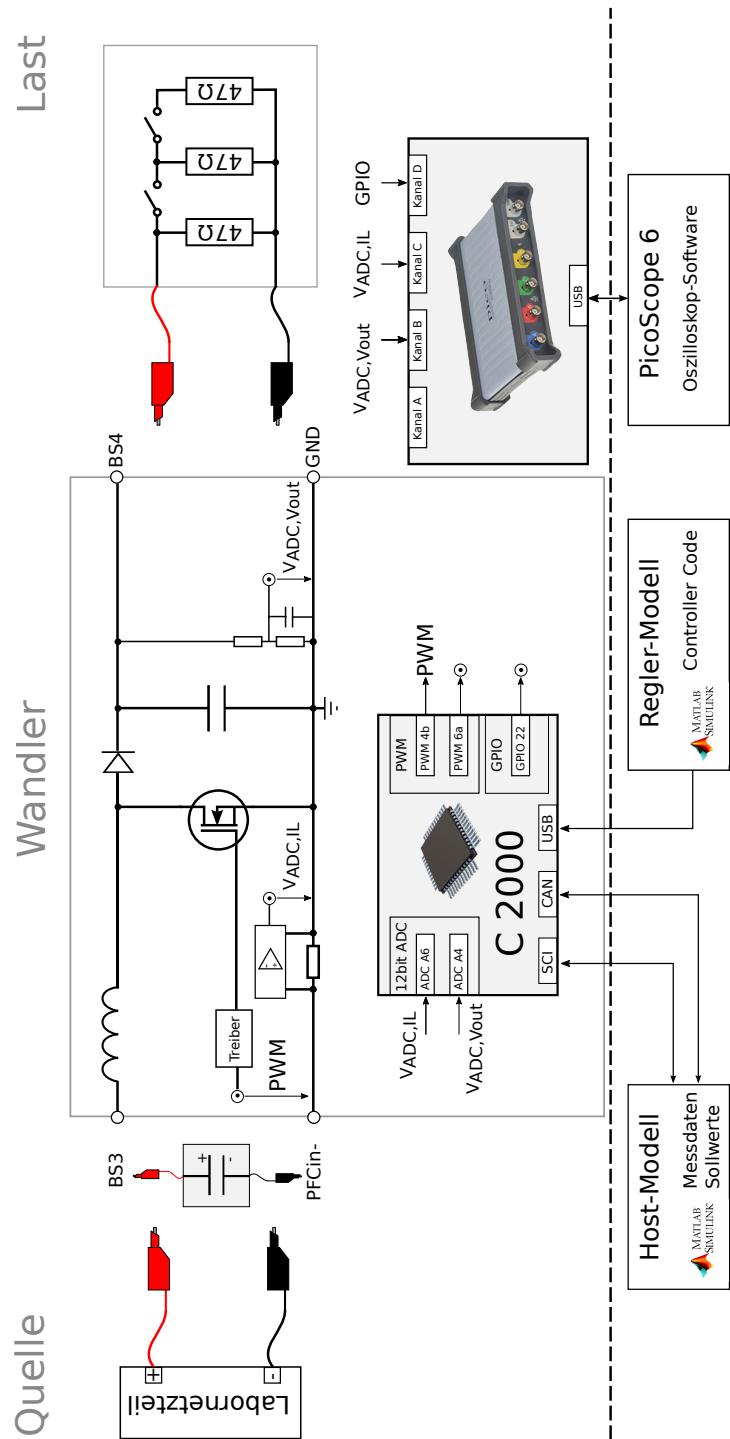


Abbildung 2.9: Übersicht des Versuchsaufbaus

**Pulsweitenmodulation:** Die Pulsweitenmodulation erzeugt aus dem gewünschten Tastverhältnis  $D \in [0, 1]$  ein binäres Signal mit der Frequenz  $f_s = \frac{1}{T_s}$ . Die Funktionsweise ist in Abbildung 2.10 dargestellt: Das gewünschte Tastverhältnis wird mit einem Referenzsignal (Counter) verglichen um die Umschaltpunkte für das Schaltsignal zu bestimmen. Im Gegensatz zur bisherigen Darstellung ist der Schalter damit nicht erst für eine Zeit  $DT_s$  geschlossen und dann für  $(1 - D)T_s$  geöffnet, sondern zu Beginn und Ende des Zyklus für jeweils  $\frac{DT_s}{2}$  geschlossenen. Für das Verhalten des Wandlers und die Modellierung ergibt sich hieraus allerdings kein Unterschied.

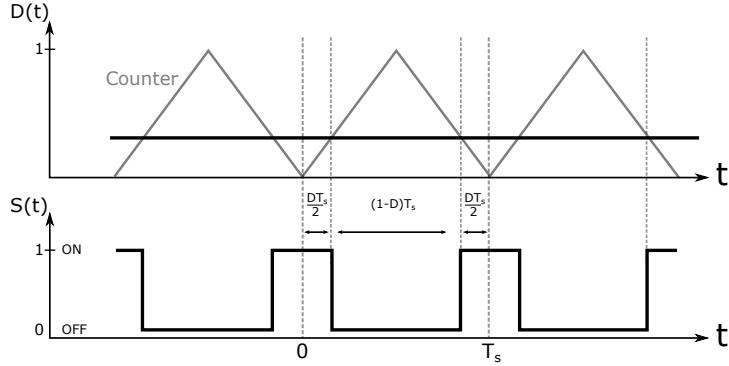


Abbildung 2.10: Pulsweitenmodulation mit Dreiecksignal (Counter).

**Analog-Digital Wandler (ADC):** Der Mikrocontroller verfügt über mehrere 12bit Analog-Digital Wandler zur Messung von Spannungssignalen mit einem Messbereich von  $-3.3$  V bis  $3.3$  V. Die zu messenden Größen, hier bspw. die Ausgangsspannung  $V_{\text{out}}$  und Strom  $I_L$  müssen also entsprechend skaliert werden. Für die Spannung geschieht dies über einen klassischen Spannungsteiler, der so ausgelegt ist, dass bei maximaler Ausgangsspannung maximal  $3.3$  V am ADC anliegen. Die Strommessung erfolgt über einen hochpräzisen, aber sehr kleinen Widerstand: Der Spannungsabfall an diesem Schunt-Widerstand wird mittels eines Operationsverstärkers verstärkt und vom ADC erfasst.

Für Strommessung ergibt sich beispielsweise folgende Skalierung:

$$I_L^{\text{meas}} \approx 5.96 \frac{\text{A}}{\text{V}} (V_{\text{ADC},IL} + 3.3 \text{ V}) \quad (2.26)$$

Dabei ist zu berücksichtigen, dass AD-Wandler nicht direkt eine Spannung  $V_{\text{ADC}}$  ausgeben, sondern einen dimensionslosen Wert mit einer Auflösung von 12bit für den Messbereich:

- $V_{\text{ADC},IL} \in [-3.3, 3.3]$  V für die Strommessung,
- $V_{\text{ADC},V_{\text{out}}} \in [0, 3.3]$  V für die Spannungsmessung.

Da der AD-Wandler eine gewisse Zeit für die Messung benötigt bzw. die Verarbeitung im nachgelagerten Regler durch die Rechengeschwindigkeit des Mikrocontrollers limitiert ist, muss darüber hinaus festgelegt werden wann die Messungen erfolgen. Üblicherweise wird die Messung des AD-Wandlers mit der PWM-Taktfrequenz synchronisiert, d.h. pro PWM-Zyklus erfolgen eine oder manchmal auch zwei Messungen.

**Praktikumsaufgabe – P1 –**

In einem ersten Schritt soll der Wandler in einem stationären Arbeitspunkt betrieben werden. Ergänzen Sie parallel zur Bearbeitung der Aufgaben das Skript `init.m`. Fehlende Stellen sind mit `TBD` gekennzeichnet.

Öffnen Sie in dem Ordner `Praktikum` das Simulink Modell `Boost.slx`. Ergänzen Sie zunächst die *Triangle Intersection Methode* für die PWM durch einen Doppelklick auf das entsprechende `PLECS Circuit` Modell:

- (a) Erstellen Sie ein Modell der PWM, welches analog zu Abbildung 2.10 aus dem Eingang des Tastverhältnisses  $D \in [0, 100]\%$  ein binäres Schaltsignal  $S \in \{0, 1\}$  mit der Schaltfrequenz  $f_s = 20kHz$  erzeugt:
  - (i) Öffnen Sie über `Window > Library Browser` oder über `Ctrl+L` die PLECS Komponentenbibliothek. Verwenden Sie für die Modellierung des Hochsatzstellers ausschließlich Komponenten aus dem Library Browser. Dies reduziert die Rechenzeiten erheblich.
  - (ii) Verwenden Sie Komponenten aus der Bibliothek `Control > Sources` um das kontinuierlich Dreieckssignal im Definitionsbereich  $[0, 1]$  zu simulieren.
  - (iii) Nutzen Sie Komponenten aus `Control > Sources`, `Control > Math` und `Control > Logical`, um das Schaltsignal  $S \in \{0, 1\}$  zu erzeugen.
  - (iv) Simulieren Sie einen Event-Trigger mit Hilfe des `Control > Logical > Edge Detection` Blocks, der über das Dreieckssignal eine Messung des ADC triggert. Welcher Zeitpunkt einer Periode erscheint Ihnen geeignet?
- (b) Das `PLECS Circuit` Modell des Hochsatzstellers zeigt das elektrische Ersatzschaltbild des Hochsatzstellers samt Spannungsteiler und Strommessung. Insgesamt sollen pro Zyklus eine Messungen der Spannung  $V_{out}$  und des Stroms  $I_L$  über das Trigger-Signal und die ADC erfolgen.
  - (i) Skalieren Sie  $V_{ADC, IL}$  auf den Wert der Strommessung  $I_L$  nach Gl. (2.26). Nutzen Sie hierfür den vorgesehenen Block: `Skalierung IL`.
  - (ii) Ergänzen Sie die Werte für die Widerstände  $R_{13+R14}$  (Gesamtwiderstand der in Serie geschalteten Widerstände R13 und R14) und  $R_{15}$  des Spannungsteilers. Sie finden die Werte in dem Schaltbild `BoostSchematic.pdf`.
  - (iii) Skalieren Sie  $V_{ADC, Vout}$  auf den Wert der Spannungsmessung  $V_{out}$  mit Hilfe des Spannungsteilers. Nutzen Sie hierfür den vorgesehenen Block: `Skalierung Vout`.
  - (iv) Vergleichen Sie die Skalierten Werte mit den tatsächlichen Werten. Nutzen Sie hierfür den Block `System > Probe` um die Signale für den Spulenstrom und die Spannung über den Widerstand  $R_{load}$  anzuzeigen. Öffnen Sie den `Probe Editor` über einen Doppelklick auf `Probe`. Über *Drag and Drop* mit der *rechten Maustaste*, können Sie einzelne Komponenten (z.B. die Spule L) in den `Probe Editor` ziehen. Anschließend können Sie im Menü `Component signal` das gewünschte Signal auswählen.

Tabelle 2.1: Übersicht über den Wertebereich einzelner Ganzkommazahlen.

Typ	Min	Max	Auflösung
Q30	-2	1.999 999 999	0.000 000 001
Q20	-2048	2047.999 999 046	0.000 000 954
Q10	-209715	2097151.999 023 437	0.000 976 563

## 2.6 Festkomma-Arithmetik

Das Rechnen mit Gleitkommazahlen (Floating Point) ist auf vielen, insbesondere einfachen, Mikrocontrollern mit viel Rechen- bzw. Speicherbedarf verbunden, da die Berechnungen aufwändig mittels Programmbibliotheken durch Festkomma-Operationen (Fixed-Point) abgebildet werden müssen. Gleitkommaeinheiten (Floating Point Unit) zur direkten Unterstützung von Gleitkommaberechnungen finden sich zwar in immer mehr Mikrocontrollern, sind aber bei weitem kein Standard<sup>2</sup>. Daher spielt die Rechnung mit Festkommaarithmetik auch weiterhin eine wichtige Rolle wenn es um hohe Rechengeschwindigkeit bei niedrigen Hardwarekosten geht.

Aus den genannten Gründen soll Algorithmen mittels Festkommaarithmetik auf dem Mikrocontroller implementiert werden, deren Grundlagen daher im Folgenden nochmals kurz wiederholt werden:

**Festkommazahlen** haben üblicherweise eine feste Wortlänge von 16bit oder 32bit mit vorgegebener Position des Kommas. Je nach Position des Kommas ergibt sich damit eine unterschiedliche Anzahl von Bits vor bzw. nach dem Komma, wie in Abbildung 2.11 dargestellt. Daraus resultiert ein fester Wertebereich und eine feste Auflösung, wie aus Tabelle 2.1 ersichtlich.

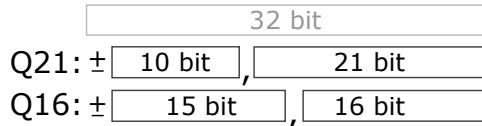


Abbildung 2.11: Darstellung und Benennung von 32bit Festkommazahlen

Hersteller von Mikrocontrollern stellen teilweise Bibliotheken mit stark optimierten Festkomma-Operationen zur Verfügung, die alle notwendigen Schritte während der Berechnung implementieren und damit eine einfache Nutzung der Festkommaarithmetik erlauben. Daher wird im Rahmen dieses Projekts die Bibliothek `IQmath` von Texas Instruments genutzt, die in Simulink über spezielle Blöcke (Multiplikation, Division, Sinus, etc.) zur Verfügung gestellt wird.

Die Portierung von üblicherweise auf Gleitkommaarithmetik basierenden Algorithmen auf Festkommaberechnungen erfordert dabei einige Arbeit. Erstens ist der Code aufgrund des beschränkten Wertebereichs des gewählten Datentyp auf mögliche Überläufe, sprich das Überschreiten der Wertebereiche, zu prüfen. Zweitens kann die beschränkte Genauigkeit zu Abweichungen im erwarteten Verhalten der entwickelten Algorithmen führen, bspw. dem Integrator eines PI-Reglers. Die korrekte Funktionsweise des entwickelten Codes ist daher mit automatisierten Tools oder mittels Simulationsstudien zu validieren.

<sup>2</sup>Der verwendete Mikroprozessor F28069 der Firma Texas Instruments unterstützt die Rechnung mit Gleitkommazahlen einfacher Genauigkeit mittels FPU.

### Praktikumsaufgabe – P2 –

Schließen Sie das **PLECS Circuit** Modell nachdem die Messungen erfolgreich skaliert wurden und öffnen Sie das Simulink Subsystem **Mikrocontroller**.

- (a) Die Ausgänge des Hochsatzsteller Modells bilden den Spannungsbereich  $V_{ADC,V_{out}}$  auf einen unsigned Integer mit einer Auflösung von 12bit ab. Der Spannungsbereich  $V_{ADC,I_L}$  wird auf einen Integer mit derselben Auflösung abgebildet. Der Mikrocontroller arbeitet mit 16bit Integern und 32bit Feskommazahlen.
  - (i) Skalieren Sie die Signale und wandeln Sie deren Datentyp in eine geeignete Darstellung einer Festkommazahl mit dem Befehl **fixdt(1,32,q)**. Definieren Sie hierzu den Datentyp (q-Wert) über eine Variable um diesen zentral im **init.m** Skript ändern zu können. Eine Tabelle mit einer Übersicht der Wertebereiche finden Sie in **IQMath.pdf**.
  - (ii) Für alle Blöcke innerhalb des Subsystems **Mikrocontroller** muss der Datentyp explizit im als **fixdt(1,32,q)** im Menüfenster **Signal Attributes > Output data type** angegeben werden.
  - (iii) Mit einem Rechtsklick auf den Simulink-Plan und anschließender Auswahl von **Other Displays > Signals & Ports > Port Data Types** wird über den Signalen des Simulink Schaltplans der Datentyp angezeigt.
  - (iv) Zusätzlich können die unterschiedlichen Taktzeiten der Subsysteme über einen Rechtsklick auf den Simulink-Plan und anschließender Auswahl von **Sample Time Display > Colors** farblich hervorgehoben werden. Aktualisieren Sie das Modell mit **Ctrl+D** um die Datentypen und Samplingzeiten nach Änderungen korrekt darzustellen.
- (b) Der Mikrocontroller arbeitet in einer festen Taktzeit mit der Frequenz  $f_b = 10 \text{ kHz}$ . Dieses Verhalten soll Mithilfe eines **Rate Transition** Blocks simuliert werden. Ein- und Ausgänge in das Subsystem werden vereinfacht als kontinuierliche Variablen betrachtet, Signale innerhalb des Blocks hingegen als Zeitdiskret. Sowohl Eingänge als auch Ausgänge müssen daher über eine Rate Transition in den jeweiligen Zeitbereich überführt werden.
- Wechseln Sie auf die oberste Ebene des Modells und simulieren Sie anschließend ein Szenario, in dem der Lastwiderstand nach 25 ms von einem einzelnen zu den drei parallelen Widerständen wechselt. Der Duty Cycle wird über die Dauer der Simulation konstant auf 50 % gehalten, die Eingangsspannung beträgt 12 V.
- (c) Vergleichen Sie die Signale des Mikrocontrollers  **$V_{out,ctr}$**  und  **$I_{L,ctr}$**  mit den entsprechenden Signalen des Hochsatzstellers Modells. Ihr Ergebnis sollte mit den in Abbildung 2.12 dargestellten Ergebnis übereinstimmen.
- (d) Vergleichen Sie die auf Gleit- und Festkommaarithmetik basierenden Signale.

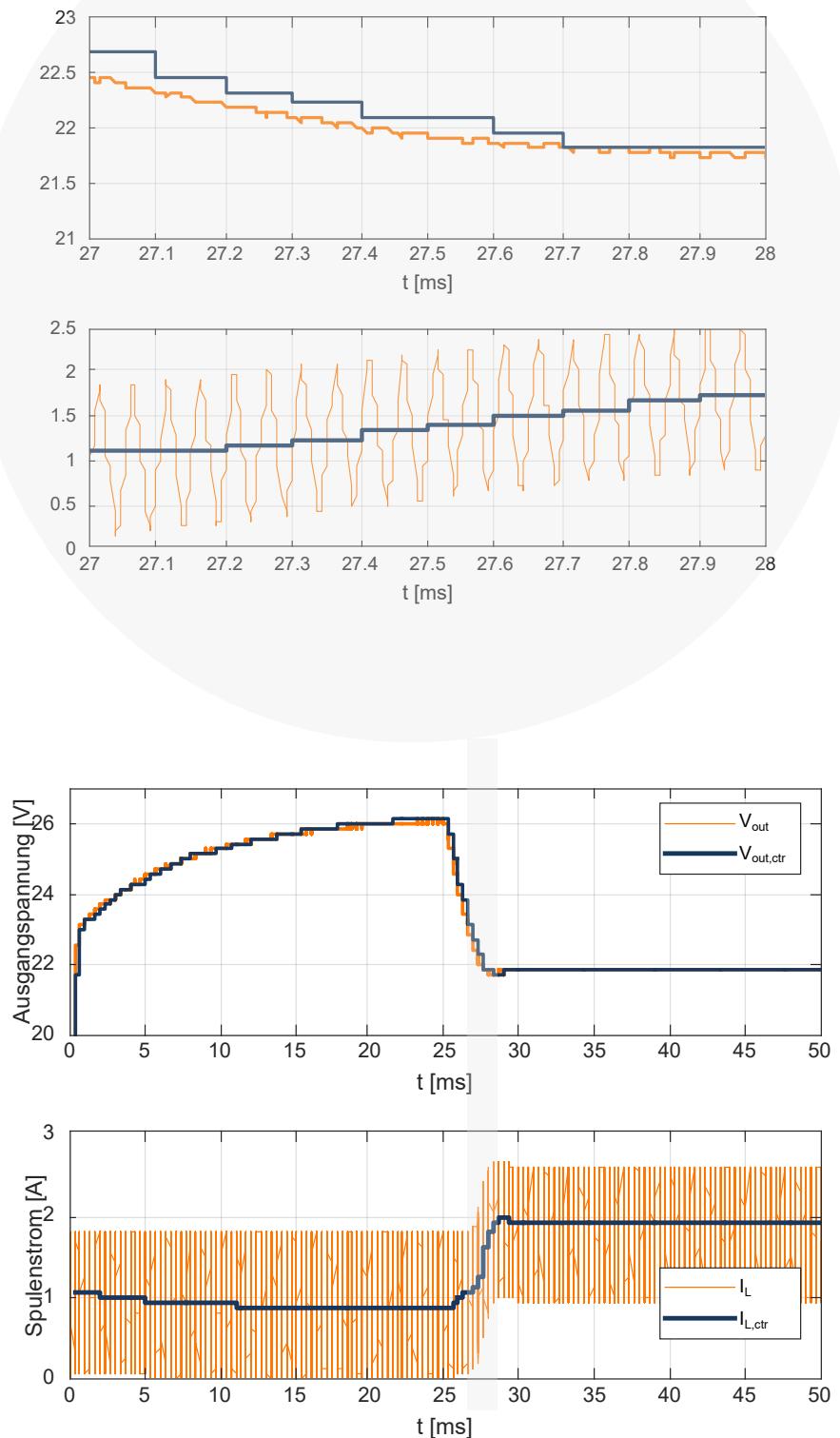


Abbildung 2.12: Simulationsergebnisse Praktikumsaufgabe P1.

### 3 Modellvalidierung

Nachdem die Funktionsweise des Hochsetzstellers im stationären Betrieb untersucht wurde, sollen im nächsten Schritt die dynamischen Modelle aus Abschnitt 2 experimentell validiert werden.

Die Validierung eines dynamischen Modells kann grundsätzlich entweder im Zeit- oder Frequenzbereich erfolgen.

**Frequenzbereich:** Bei der Validierung im Frequenzbereich wird das System klassischerweise bei definierten Frequenzen angeregt, während eine oder mehrere Systemgrößen gemessen werden. Hieraus lassen sich die zugehörigen Übertragungsfunktionen für die eingeprägten Frequenzen validieren. Da eine solche Validierung die Messung bei einer ausreichenden Anzahl von Frequenzen erfordert und diese meistens isoliert angeregt werden, kann die Validierung im Frequenzbereich vergleichsweise viel Zeit in Anspruch nehmen.

**Zeitbereich:** Bei der Validierung im Zeitbereich wird das System mit einem geeigneten Eingangssignal beaufschlagt (dieses sollte möglichst viele Frequenzen enthalten) und der gemessene, zeitliche Verlauf des Ausgangssignals wird mit dem simulierten Verlauf des Modells verglichen. Im einfachsten Fall erfolgt die Anregung mittels Impuls- oder Sprungfunktion (siehe z.B. Impulshammer), allerdings lassen sich diese in der Praxis nur schwer ideal realisieren.

Im vorliegenden Fall erfolgt die Validierung der Einfachheit halber im Zeitbereich, da das Tastverhältnis beinahe ohne Verzögerung sprungförmig verändert werden kann<sup>1</sup>.

#### Vorbereitungsaufgabe – V3 –

In einem ersten Schritt soll die Sprungantwort für das einfache Simulationsmodell nach Gl. (2.17) - (2.18) sowie für das komplexe Modell nach Gl. 2.21 - 2.23 berechnet werden, wobei das Eingangssignal folgendermaßen definiert wird:

$$D(t) = \begin{cases} D_{\text{pre}} & t \leq 0 \\ D_{\text{post}} & t > 0. \end{cases}$$

Das Tastverhältnis wird also zum Zeitpunkt  $t = 0$  von  $D_{\text{pre}}$  zu  $D_{\text{post}}$  verändert.

Die Sprungantworten werden durch Integration der dynamischen Modelle mittels der Matlab Funktion `ode45` berechnet. Ergänzen Sie hierzu im Ordner `Vorbereitung` das Skript `Sprungantwort.m` sowie die beiden Funktionen `Boost_real.m` und `Boost_ideal.m` entsprechend.

*Hinweis:* Zur Integration erwartet `ode45` einen Vektor  $[\dot{I}_L, \dot{V}_C]^T$  der durch die entsprechende Funktion berechnet wird. In Abhängigkeit der Simulationszeit  $t$  muss hierbei das Tastverhältnis  $D(t)$  verändert werden (siehe Matlab Hilfe).

<sup>1</sup>Bei  $f_s = 200\text{kHz}$  beträgt die Verzögerung des Sprungs nur  $5\mu\text{s}$  und ist damit um Größenordnungen kleiner als die Zeitkonstanten des Systems.

#### Praktikumsaufgabe – P3 –

Für die Validierung des dynamischen Modells wurde am Aufbau das Tastverhältnis sprungförmig verändert und die Systemantwort in Form von  $V_{ADC,IL}$  und  $V_{ADC,Vout}$  mittels Oszilloskop aufgezeichnet. Die Eingangsspannung des Netzteils betrug 15 V. Der Duty Cycle wurde in dem Szenario von 30 % auf 50 % erhöht. Alle drei Lastwiderstände wurden parallel geschaltet. Den Messergebnissen aus `Sprung15VD30D50.mat` soll nun die Simulation des Modells nach Gl. (2.17) - (2.18) sowie des Modells aus Praktikumsaufgabe P1 gegenüber gestellt werden. Das Skript `Validierung.m` ist hierzu um die folgenden Schritte zu erweitern:

- (a) `Sprung15VD30D50.mat` enthält die Messungen der Kanäle B-D, wie Sie in Abbildung 2.9 dargestellt sind. `Tinterval` gibt die Abtastrate des Oszilloskops an, `Length` die Länge des Messvektors und `Tstart` die Vorlaufzeit in Sekunden, vor der Initialisierung der Messung durch den GPIO Trigger. Skalieren Sie die Messdaten analog zu Praktikumsaufgabe P1 und ergänzen Sie das Struct `Meas`.
- (b) Um den Schaltrippel zu eliminieren und eine bessere Vergleichbarkeit mit den gemittelten Modellen herzustellen wird die Messung gefiltert. Dazu wurde bereits eine Tiefpassfilterung mit einem Butterworth und einem Chebyshev Typ 1 Filter vorgenommen. Welcher Filter erscheint Ihnen geeigneter?
- (c) Kopieren Sie `Boost_Ideal.m` aus Vorbereitungsaufgabe V3 in den Ordner `Praktikum`. Stellen Sie die gemessene Sprungantwort mit dem idealisierten Modell 2.17 - 2.18 über eine `ode45` Simulation nach.
- (d) Stellen Sie die gemessene Sprungantwort im Simulink Modell `Boost.slx` nach, indem Sie zum Zeitpunkt `T_step` den Duty Cycle von 30 % auf 50 % erhöhen. Wählen Sie dazu einen geeigneten Zeitpunkt `T_step`.
- (e) Vergleichen Sie die Simulationsergebnisse mit den Messdaten. Wie schätzen Sie die Qualität der Modelle ein? Woher könnten die verbleibenden Abweichungen resultieren?

## 4 Regelung

Im Folgenden soll eine Regelung der Ausgangsspannung  $V_{\text{out}}$  entworfen und implementiert werden. Damit soll die Ausgangsspannung stufenlos einstellbar sein und auch bei veränderter Lastsituation konstant gehalten werden. Gemäß V4.1 soll der Wandler dabei in folgendem Arbeitsbereich funktionieren:

- (i) Gegebene Eingangsspannung:  $V_{\text{in}} \in [10V, 12V]$
- (ii) Gewünschte Ausgangsspannung:  $V_{\text{out}} = V_{\text{des}} \in [15V, 24V]$
- (iii) Verbraucher:  $V_{\text{load}} \in [15\Omega, 47\Omega]$

Als Zielvorgabe für den Regler wird hierbei eine Einschwingzeit von  $\tau_{95} < 10\text{ms}$  bei maximal 10% Überschwingen definiert.

### 4.1 Idealer Regler

Als Regler wird ein einfacher PI-Regler der Form

$$u(t) = K_p \left( e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau \right) \quad (4.1)$$

mit der Stellgröße  $u(t)$  und dem Regelfehler  $e(t)$  entworfen, wobei die Auslegung der Parameter  $K_p$  und  $K_I$  im Frequenzbereich erfolgen soll. Dabei können folgende Entwurfsregeln gemäß dem Frequenzkennlinienverfahren von Hilfe sein:

- Anstiegszeit:  $\omega_c t_r \approx 1.5$  wobei  $\omega_c$  die Durchtrittsfrequenz des offenen Kreises und  $t_r$  die Anstiegszeit des geschlossenen Kreises gemäß Abbildung 4.1 ist.
- Überschwingweite:  $\varphi_r + e_{\max} \approx 70$  wobei  $e_{\max}[\%]$  die Überschwingweite und  $\varphi_r[\circ] = 180^\circ + \varphi(\omega_c)$  die Phasenreserve des offenen Kreises ist.

Diese approximativen Zusammenhänge sind ebenfalls in Abbildung 4.1 dargestellt.

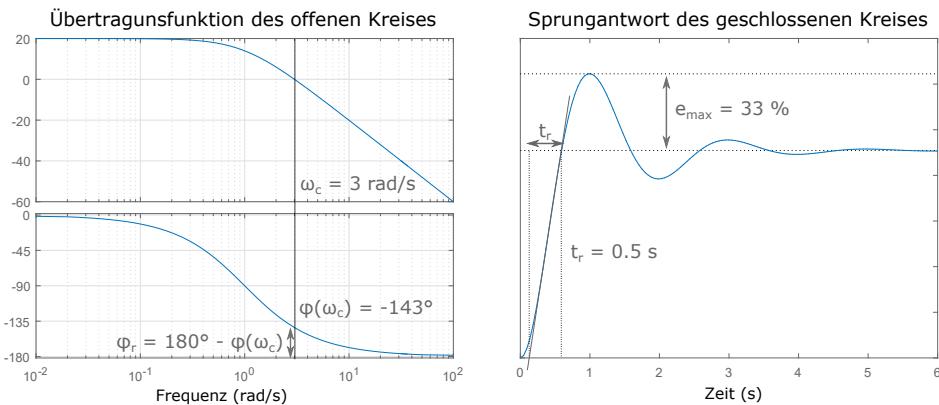


Abbildung 4.1: Reglerentwurf mit Frequenzkennlinienverfahren.

## 4.2 Digitalregler

Bei dem Regler nach Gl. (4.1) handelt es sich um einen zeitkontinuierlichen Regler, der so nicht auf dem Mikrocontroller implementiert werden kann, da es sich bei diesem durch das getaktete Funktionsprinzip um ein zeitdiskretes System handelt. Daher ist es der Entwurf eines Digitalreglers notwendig.

Für den Entwurf digitaler Regelsysteme gibt es zwei grundsätzliche Ansätze, die hier nochmals kurz rekapituliert werden sollen:

1. **Reglerentwurf durch Emulation:** Es wird zuerst ein zeitkontinuierlicher Regler für die zeitkontinuierliche Strecke entworfen und dann mittels der bekannten Verfahren (z.B. Euler rückwärts) diskretisiert. Hierbei handelt es sich also um ein approximatives Verfahren, da durch die Diskretisierung Abweichungen zwischen dem zeitkontinuierlichen und zeitdiskreten Regler entstehen können. Daher bietet sich dieser Ansatz nur an, wenn die Abtastrate  $f_{\text{sam}}$  des Reglers im Vergleich zur Dynamik der Strecke bzw. der angestrebten Reglerbandbreite  $f_b$  ausreichend hoch ist. Als Faustregel gilt:  $f_{\text{sam}} > 30f_b$ .
2. **Direkter zeitdiskreter Reglerentwurf:** Beim direkten Entwurf wird der zeitdiskrete Regler auf dem diskreten Äquivalent der Strecke (ZOH-Äquivalent) der Strecke entworfen. Da das ZOH-Äquivalent der Strecke diese aus Sicht des Reglers exakt beschreibt, handelt es sich um keinen approximativen, sondern einen exakten Entwurf. Dieser Ansatz kommt insbesondere dann zum Einsatz, wenn die Abtastrate des Reglers im Vergleich zur angestrebten Bandbreite relativ niedrig ausfällt, d.h. im Bereich  $f_{\text{sam}} < 10f_b$  liegt.

Die Wahl der Entwurfmethode hängt damit entscheidend von der Rechengeschwindigkeit des zur Verfügung stehenden Steuergerätes und der angestrebten Reglerbandbreite ab.

Liegt die Abtastrate im Bereich  $10f_b < f_{\text{sam}} < 30f_b$  kann zwar auch ein Entwurf mittels Emulation stattfinden, allerdings sollte in diesem Fall die spätere Diskretisierung während des Entwurfsprozess zumindest berücksichtigt werden. Dies geschieht in Form einer Totzeit in Höhe von  $1/2f_b$ , welche die erreichbare Reglerbandbreite durch den zusätzlich verursachten Phasenabfall mehr oder minder stark limitiert.

Die zusätzliche Totzeit  $1/2f_b$  resultiert aus der Tatsache, dass das Stellsignal später nur jeweils am Ende eines jeden Rechenzyklus aktualisiert und dazwischen konstant gehalten wird, das Stellsignal also eine Halteglied nullter Ordnung (ZOH) durchläuft. Dessen (kontinuierliche) Übertragungsfunktion lässt sich dabei durch eine Totzeit mit halber Abtastrate approximieren. Dieses Verhalten ist auch in Abbildung 4.2 dargestellt.

### Vorbereitungsaufgabe – V4 –

Entwerfen Sie einen Regler mittels Emulation, der die Ausgangsspannung des Hochsatzstellers auf einen konstanten Wert hält. Öffnen Sie das Skript [Regelung.m](#) mit dem linearisierten Modell des realen Hochsetzstellers nach Gl. (2.21)-(2.21).

- (a) Wählen Sie zunächst denjenigen Arbeitspunkt, der die Regelgeschwindigkeit nach oben limitiert (Siehe Vorbereitungsfrage V1 (j))

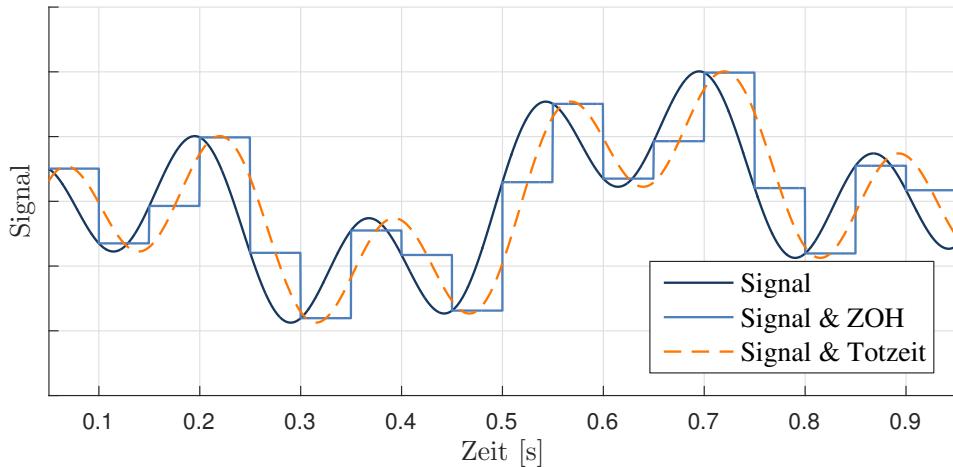


Abbildung 4.2: Vergleich eines Signal mit ZOH und einer Samplingfrequenz von  $f_b = 10\text{Hz}$  bzw. einer Totzeit von  $\tau = 1/2f_b$ .

- (b) In Matlab erzeugt der Befehl `s = tf('s')` ein Objekt der Laplace Variable. Mit dieser können Übertragungsfunktionen im Frequenzbereich als *transfer function* Modell definiert werden. Das Linearisierte Modell der Strecke ist als *state-space* Modell über die Funktion `strecke = ss(A,B,C,D)` definiert. Das *state-space* Modell kann in ein *transfer function* Modell mit `tf(strecke)` überführt werden. *Transfer function* Modelle und *state-space* Modelle können mit Befehlen wie `series`, `parallel` und `feedback` beliebig miteinander verschaltet werden.
- (c) Erweitern Sie das Streckenmodell mit einer Totzeit um der späteren Diskretisierung des Reglers Rechnung zu tragen.
- Eine Totzeit kann nicht durch endliche viel Zustandsvariablen beschrieben werden, daher kann das Totzeitglied in Matlab nur approximiert werden. Eine Möglichkeit ist die *Padé-Approximation*. Sie approximiert die Totzeit mit einer rationale Funktion
- $$G_{\text{totzeit}} = \frac{\sum_{i=0}^m b_i s^i}{\sum_{j=0}^n a_j s^j}, \quad m \leq n. \quad (4.2)$$
- Diese kann mit dem Befehl `pade` berechnet werden.
- Untersuchen Sie die Auswirkungen auf das erweiterte Streckenmodell für  $f_b = 1\text{kHz}$ ,  $f_b = 5\text{kHz}$  und  $f_b = 20\text{kHz}$ .
  - Vergleichen Sie das resultierende Übertragungsverhalten in einem Bodeplot.
- (d) Parametrieren Sie den PI-Regler nach Gl. (4.1), sodass er die Anforderungen an die Regelgüte erfüllt.
- Transformieren Sie den PI-Regler in den Frequenzbereich.

- (ii) Vergleichen Sie die Übertragungsfunktion des offenen Kreises mit und ohne Berücksichtigung der Totzeit für  $f_b = 10\text{kHz}$ .
- (iii) Schließen Sie den Regelkreis und simulieren Sie eine Sprungantwort der Strecke mit Totzeit. Nutzen Sie die **step** Funktion.
- (e) Diskretisieren Sie den PI-Regler mittels Euler-Rückwärts-Verfahren. *Tipp:* Stellen Sie den Regler als zeitdiskrete Übertragungsfunktion in der z-Ebene dar. Bei der Rechteckregel rückwärts sind s-Ebene und z-Ebene verknüpft über

$$s = \frac{f_b(z - 1)}{z}. \quad (4.3)$$

#### **Praktikumsaufgabe – P4 –**

Ergänzen Sie das Modell aus Praktikumsaufgabe P1 um den entworfenen zeitkontinuierlichen Regler und dessen zeitdiskrete Implementierung. Öffnen Sie dafür das Subsystem **Mikrocontroller**.

- (a) Verwenden Sie für die Implementierung keine Blöcke aus der **Simulink > Continuous** Bibliothek, sondern nutzen Sie stattdessen die **Simulink > Discrete** Bibliothek. Geben Sie für alle Blöcke explizit den **Output data type** als 32bit Festkommawert an. Das Subsystem kann So direkt für die automatisierte Codegenerierung des Aufbaus genutzt werden.
- (b) Erweitern Sie den zeitdiskreten Regler um ein Anti-Windup. Warum ist das Sinnvoll?
- (c) Untersuchen Sie das Reglerverhalten für unterschiedlichen Arbeitspunkte und Arbeitspunktwechsel.

## Literatur

- [1] M. Kazimierczuk. *Pulse-width Modulated DC-DC Power Converters*. Wiley, 2008.
- [2] R. D. Middlebrook und S. Cuk. „A general unified approach to modelling switching-converter power stages“. *International Journal of Electronics* 42 (1977), S. 521–550.
- [3] N. Mohan, T. M. Undeland und W. P. Robbins. *Power Electronics: Converters, Applications, and Design*. Wiley, 2002.
- [4] Plexim. *Online-Simulation eines Hochsetzstellers*. URL: <https://www.plexim.com/de/academy/power-electronics/boost-conv>.
- [5] Plexim. *Online-Simulation eines Tiefsetzstellers*. URL: <https://www.plexim.com/de/academy/power-electronics/buck-conv>.