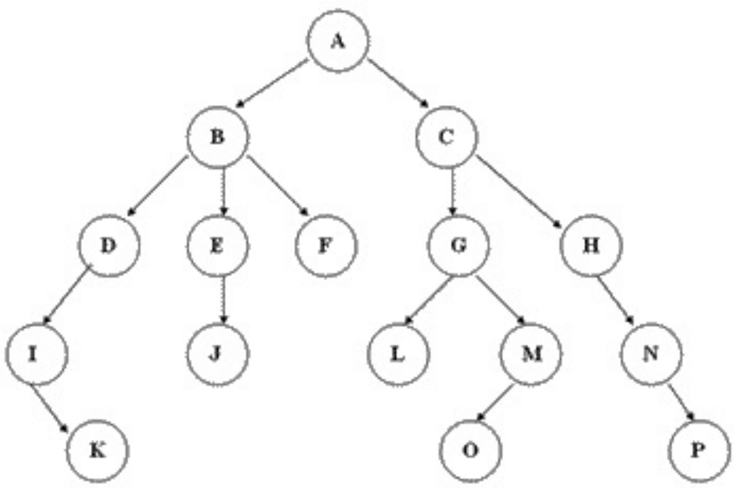
树与树算法

树

树（英语：tree）是一种抽象数据类型（ADT）或是实作这种抽象数据类型的数据结构，用来模拟具有树状结构性质的数据集合。它是由n（n>=1）个有限节点组成一个具有层次关系的集合。把它叫做“树”是因为它看起来像一棵倒挂的树，也就是说它是根朝上，而叶朝下的。它具有以下的特点：

- 每个节点有零个或多个子节点；
- 没有父节点的节点称为根节点；
- 每一个非根节点有且只有一个父节点；
- 除了根节点外，每个子节点可以分为多个不相交的子树；



树的术语

> 节点的度：一个节点含有的子树的个数称为该节点的度。 B的度：3, G的度：2
>
> 树的度：一棵树中，最大的节点的度称为树的度。 是B/C节点：3
>
> 叶节点或终端节点：度为零的节点。 K,G,F
>
> 父亲节点或父节点：若一个节点含有子节点，则这个节点称为其子节点的父节点。 E的父节点：B
>
> 孩子节点或子节点：一个节点含有的子树的根节点称为该节点的子节点。

> 兄弟节点：具有相同父节点的节点互称为兄弟节点。 D的兄弟节点：E，F
>
> 节点的层次：从根开始定义起，根为第1层，根的子节点为第2层，以此类推。 从上往下：A：1， BC：2， DEFGH：3，IJLMN：4，KOP：5
>
> 树的高度或深度：树中节点的最大层次。 最大是5
>
> 堂兄弟节点：父节点在同一层的节点互为堂兄弟。 即爷爷相同，BH互为堂兄弟
>
> 节点的祖先：从根到该节点所经分支上的所有节点。 O的祖先：ACGM
>
> 子孙：以某节点为根的子树中任一节点都称为该节点的子孙。G的子孙：LMO
>
> 森林：由m（m>=0）棵互不相交的树的集合称为森林；

树的种类

- 无序树：树中任意节点的子节点之间没有顺序关系，这种树称为无序树，也称为自由树；
- 有序树：树中任意节点的子节点之间有顺序关系，这种树称为有序树；
    - 二叉树：每个节点最多含有两个子树的树称为二叉树；
        - 完全二叉树：对于一颗二叉树，假设其深度为d(d>1)。除了第d层外，其它各层的节点数目均已达最大值，且第d层所有节点从左向右连续地紧密排列，这样的二叉树被称为完全二叉树，其中满二叉树的定义是所有叶节点都在最底层的完全二叉树;
        - 平衡二叉树（AVL树）：当且仅当任何节点的两棵子树的高度差不大于1的二叉树；
        - 排序二叉树（二叉查找树（英语：Binary Search Tree），也称二叉搜索树、有序二叉树）；
    - 霍夫曼树（用于信息编码）：带权路径最短的二叉树称为哈夫曼树或最优二叉树；
    - B树：一种对读写操作进行优化的自平衡的二叉查找树，能够保持数据有序，拥有多余两个子树。

常见的一些树的应用场景

1.xml，html等，那么编写这些东西的解析器的时候，不可避免用到树

2.路由协议就是使用了树的算法

3.mysql数据库索引

4.文件系统的目录结构

5.所以很多经典的AI算法其实都是树搜索，此外机器学习中的decision tree也是树结构

二叉树

二叉树是每个节点最多有两个子树的树结构。通常子树被称作“左子树”（left subtree）和“右子树”（right subtree）

二叉树的性质(特性)

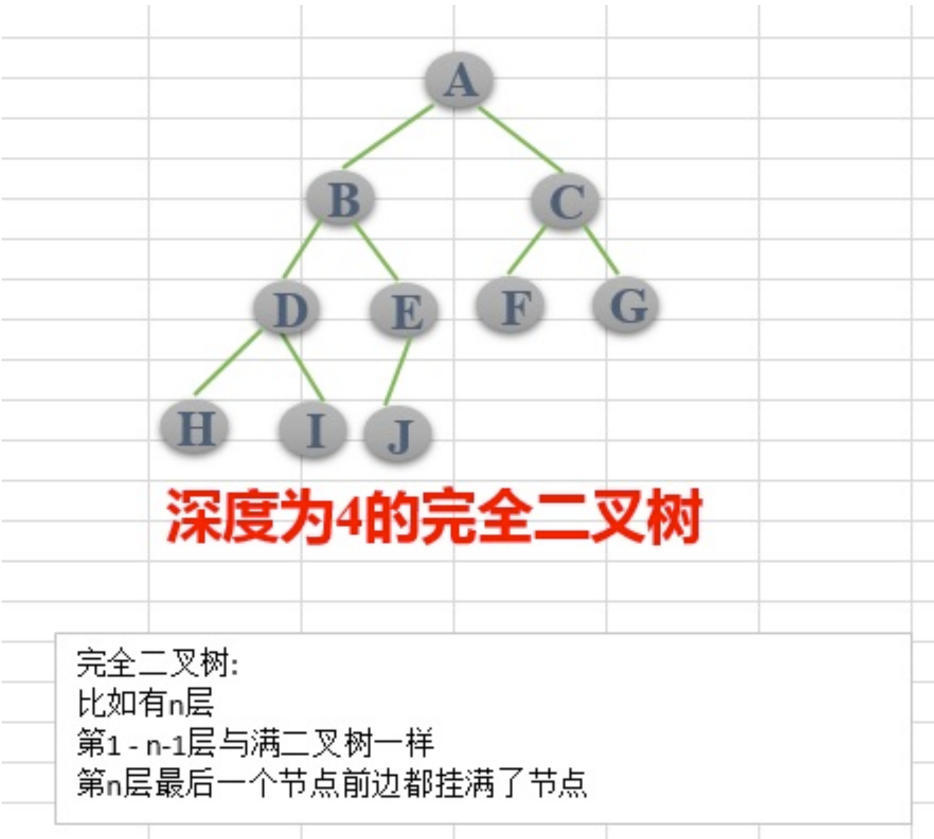
性质1:在二叉树的第i层上至多有2^(i-1)个结点

性质2:深度为k的二叉树至多有2^k - 1个结点

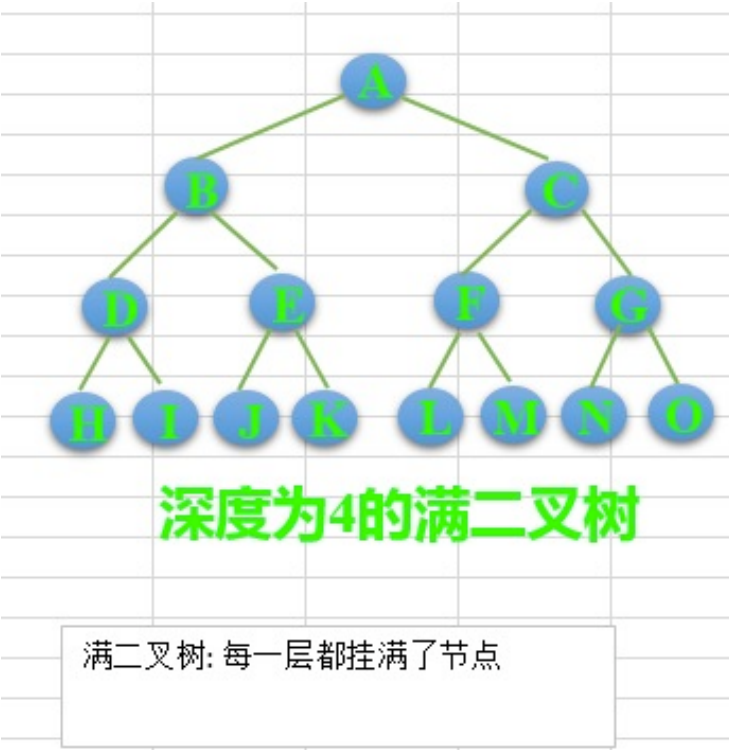
性质3:对于任意一棵二叉树，如果其叶结点数为N0，而度数为2的结点总数为N2，则N0=N2+1;

性质4:具有n个结点的完全二叉树的深度必为 log2(n+1)

性质5:对完全二叉树，若从上至下、从左至右编号，则编号为i 的结点，其左孩子编号必为2i，其右孩子编号必为2i＋1；其双亲的编号必为i/2（i＝1 时为根,除外）



完全二叉树



满二叉树

```
class Node(object):
    "节点类"
    def __init__(self, elem=-1, lchild=None, rchild=None):
        self.elem = elem
        self.lchild = lchild
        self.rchild = rchild


class Tree(object):
    "树类"
    def __init__(self, root=None):
        self.root = root

    def add(self, elem):
        "   为树添加节点"
        node = Node(elem)
        #如果树是空的，则对根节点赋值
        if self.root == None:
```

```
                self.root = node
            else:
                queue = []
                queue.append(self.root)
                #对已有的节点进行层次遍历
                while queue:
                    #弹出队列的第一个元素
                    cur = queue.pop(0)
                    if cur.lchild == None:
                        cur.lchild = node
                        return
                    elif cur.rchild == None:
                        cur.rchild = node
                        return
                    else:
                        #如果左右子树都不为空，加入队列继续判断
                        queue.append(cur.lchild)
                        queue.append(cur.rchild)

        def breadth_travel(self):
            "广度遍历"

            if self.root is None:
              return

            queue =[self.root]

            while queue:
              cur_node = queue.pop(0)
              print(cur_node.elem,end=" ")
              if cur_node.lchild is not None:
                queue.append(cur_node.lchild)
              if cur_node.rchild is not None:
                queue.append(cur_node.rchild)

        def preorder(self, node):
          "递归实现先序遍历:根左右"
          if node is None:
            return
          print(node.elem,end=" ")
          self.preorder(node.lchild)
          self.preorder(node.rchild)
```

```python
    def inorder(self, node):
      "递归实现中序遍历:左根右"
      if node is None:
        return
      self.inorder(node.lchild)
      print(node.elem,end=" ")
      self.inorder(node.rchild)

    def postorder(self, node):
      "递归实现后续遍历:左右根"
      if node is None:
        return
      self.postorder(node.lchild)
      self.postorder(node.rchild)
      print(node.elem, end=" ")

tree = Tree()
tree.add(0)
tree.add(1)
tree.add(2)
tree.add(3)
tree.add(4)
tree.add(5)
tree.add(6)
tree.add(7)
tree.add(8)
tree.add(9)
tree.breadth_travel()
print("")
tree.preorder(tree.root)
print("")
tree.inorder(tree.root)
print("")
tree.postorder(tree.root)
```

```
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 3 7 8 4 9 2 5 6
7 3 8 1 9 4 0 5 2 6
7 8 3 9 4 1 5 6 2 0
```

树的遍历

树的遍历是树的一种重要的运算。所谓遍历是指对树中所有结点的信息的访问，即依次对树中每个结点访问一次且仅访问一次，我们把这种对所有节点的访问称为遍历（traversal）。那么树的两种重要的遍历模式是深度优先遍历和广度优先遍历,**深度优先一般用递归，广度优先一般用队列。一般情况下能用递归实现的算法大部分也能用堆栈来实现**

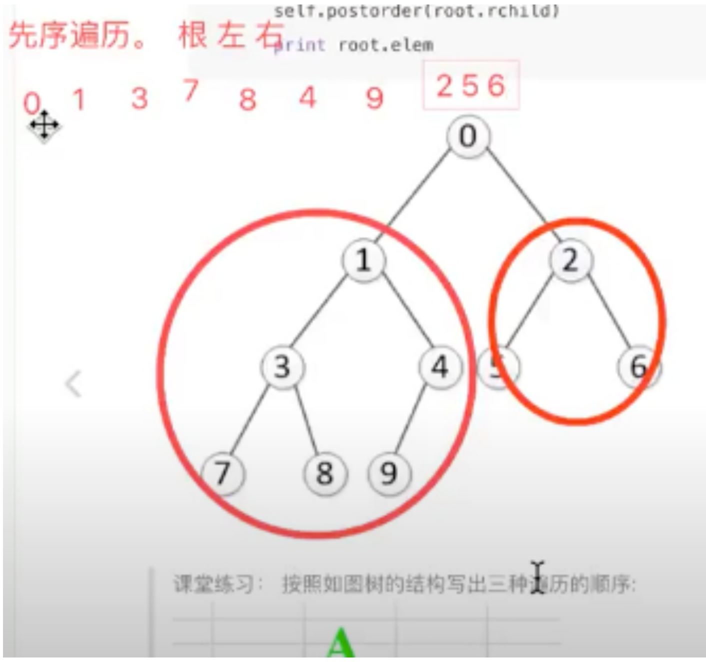
深度遍历 必须会

对于一颗二叉树，深度优先搜索(Depth First Search)是沿着树的深度遍历树的节点，尽可能深的搜索树的分支。
那么深度遍历有重要的三种方法。这三种方式常被用于访问树的节点，它们之间的不同在于访问每个节点的次序不同。这三种遍历分别叫做先序遍历（preorder），中序遍历（inorder）和后序遍历（postorder）。我们来给出它们的详细定义，然后举例看看它们的应用。

- 先序遍历 在先序遍历中，我们先访问根节点，然后递归使用先序遍历访问左子树，再递归使用先序遍历访问右子树

根节点->左子树->右子树

前三个元素的话： 0-1-2



```python
def preorder(self, node):
  "递归实现先序遍历:根左右"
  if node is None:
    return
  print(node.elem)
  self.preorder(node.lchild)
  self.preorder(node.rchild)
```

- 中序遍历 在中序遍历中，我们递归使用中序遍历访问左子树，然后访问根节点，最后再递归使用中序遍历访问右子树

左子树->根节点->右子树

前三个元素的话： 1-0-2

```python
def inorder(self, node):
  "递归实现中序遍历:左根右"
  if node is None:
    return
  self.inorder(node.lchild)
  print(node.elem)
  self.inorder(node.rchild)
```

- 后序遍历 在后序遍历中，我们先递归使用后序遍历访问左子树和右子树，最后访问根节点

左子树->右子树->根节点

前三个元素的话： 1-2-0

```python
def postorder(self, node):
  "递归实现后续遍历:左右根"
  if node is None:
    return
  self.postorder(node.lchild)
  self.postorder(node.rchild)
  print(node.elem)
```

二叉树反推(拓展) 由遍历确定一棵树

二叉树有三种深度优先遍历方法：先序中序和后序，如果已知中序和先序，或已知中序和后序，可以确定二叉树的结构。

例：

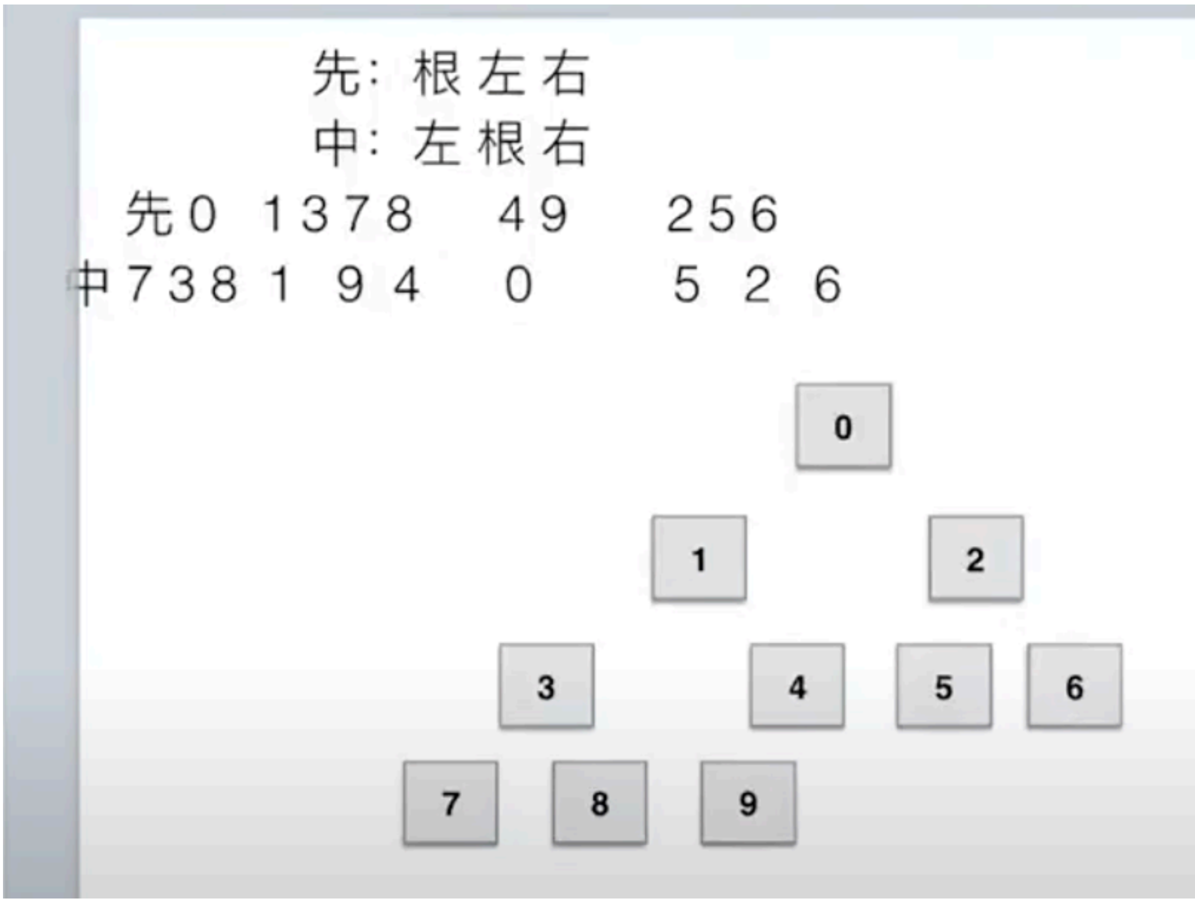
先序：0 1 3 7 8 4 9 2 5 6

中序：7 3 8 1 9 4 0 5 2 6

1、先序找根，中序定两边

先序的特点是第一个元素是根确定0是根节点，中序的特点是根两侧分别是左右子树确定7 3 8 1 9 4在0左边，5 2 6在0右边

所以我们反推分界初始图：

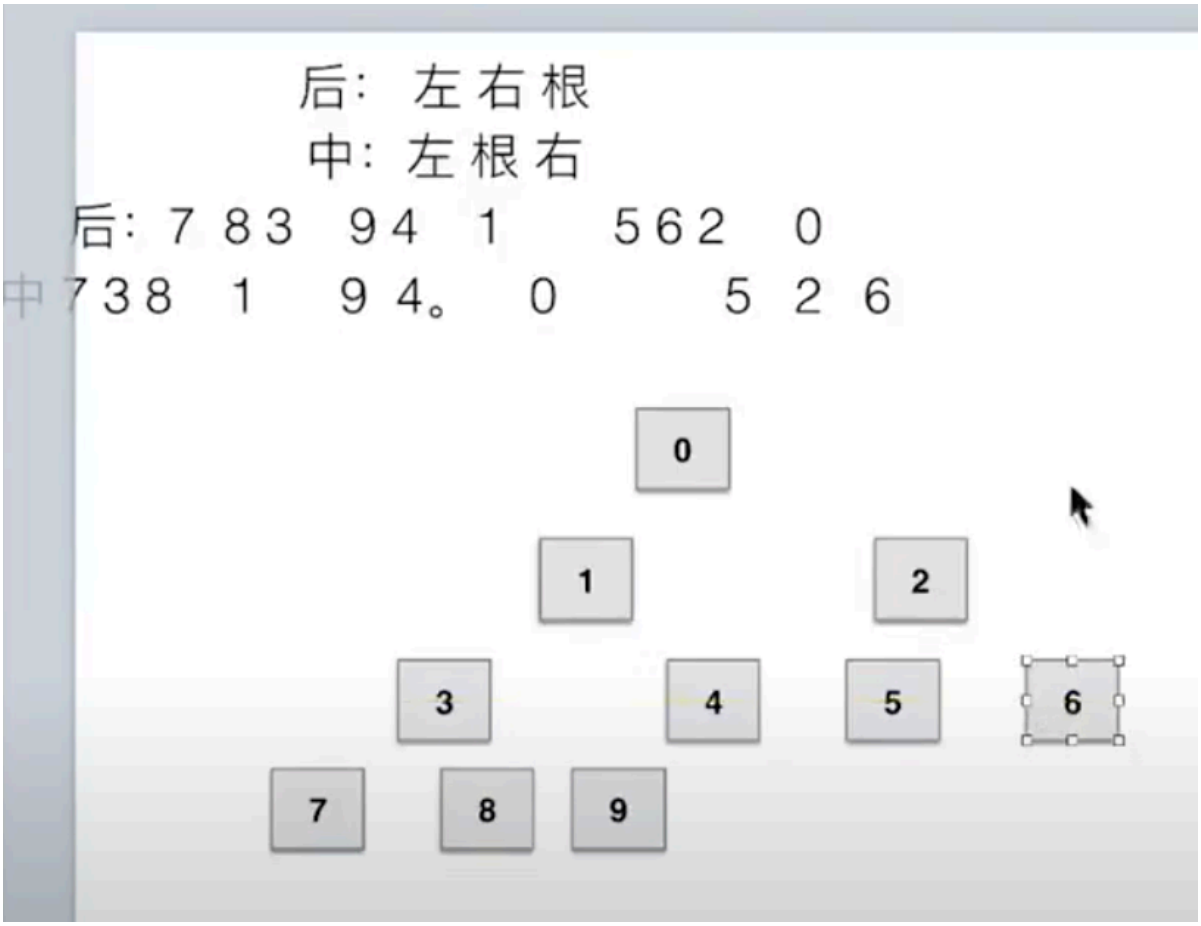


2、左右分别重复1操作

所以左侧子树的根节点是1，右侧子树的根节点是2

3、不停的重复1操作

最终的二叉树图是：



完结撒花

```

```