**第四部分 数值计算实例**

1. **物理问题描述**

如图2-1所示为同轴型等离子体发生器的SolidWorks设计图，由图可知内外电极在发生器出口出均有收缩。放电区（圆柱部分）保持内外电极间距1.6 mm，收缩部分内、外电极均可拆卸，可自由改变内外电极的大小与差值，这是为了便于实验中通过改变内外电机收缩程度来改变等离子体射流的直径，进而调控等离子体射流的特性。



**图4-1 等离子体发生器设计图**

如图4-2所示为气体在等离子体发生器中流动示意图，由于管道截面积在缩部分发生变化，等离子体射流速度场将被显著影响，而速度场又将影响等离子体的输运过程，因此等离子体的其他参数如物种浓度、电子温度、重粒子温度等的分布也将随之改变。所以即使收缩部分的物理尺寸相对较小，仍有必要进行收缩部分对流场改变的研究。



**图4-2 气体在发生器中流动示意图**

本次计算实例借助Simple算法对由氦气放电产生的等离子体射流在收缩部分附近的流动问题进行了求解，得到了速度场分布；并在不同工况下求解，探究了：（1）保持收缩部分内外电极间距不变，改变内电极大小；（2）在等离子体射流出口增加一个直径与出口外直径相同的短管时，对速度场分布的影响。

1. **数学物理模型**

**2.1 基本假定**

本次计算实例中简化模型的基本假设具体为以下几个方面：

1. 等离子体射流作不可压缩、准定常、层流流动；
2. 等离子体射流的物性参数（质量密度、粘性系数）在流动中保持不变；
3. 流动中气体压力始终保持在1 atm；
4. 等离子体射流轴对称分布，视为光学薄且处于亚音速层流状态；
5. 计算中忽略重力和电极壁面与气体之间的摩擦。

**2.2 计算域**

如图4-3所示为本次计算采用的计算域（OABCDEF），大小为10 mm (*r*) ×80 mm (*z*)。如图中所示，灰色部分为电极固壁区，OF为对称轴，虚线边框DE、EF代表开放边界，ABCJHI区域为气体流动区，R1、R2分别为内外电极收缩后的半径，可根据具体问题进行调整。本次计算中，保持气体流动区域的宽度保持不变（2 mm），分别取R1，R2的值分别为4 mm，4 mm和6 mm，2 mm。



**图4-3 计算域（无玻璃管）**

若在等离子体射流出口处放置直径与出口外直径相同的短玻璃管，计算域如图4-4所示，此时固定R1，R2的值分别为4 mm，4 mm。玻璃管（JL）内半径为6 mm，总长为20 mm。



**图4-4 计算域（有玻璃管）**

**2.3 网格划分**

本次计算实例中采用均分网格，划分为102 (*r*) ×802 (*z*)。

**2.4 控制方程**

如图4-2所示，等离子体射流在轴对称区域内流动，因此可用二维柱坐标系（*z*, *r*）下流体力学动力学方程描述其流动过程：

1. 连续性方程

 (4-1)

式中:

*ρ*——气体密度

*u*——轴向（*z*）速度分量

*v*——径向（*r*）速度分量

1. 动量守恒方程

 (4-2)

 (4-3)

式中:

*p*——气体压力

*μ*——气体动力粘度

**2.5 边界条件**

本次计算实例中的边界条件如表4-1所示。其中OA, BC, CD, GO为固壁边界，采用无滑移边界条件，即*u*=*v*=0；AB为速度入口，取*u*=*U*in=1 m/s，*v*=0；DE、EF为两个开放边界，假设等离子体射流的流动在该处均已充分发展，因此速度分离的相应偏导数为0；FG为对称轴，速度在该处有对称条件，因此取速*u*在*r*方向偏导数为0和*v*=0。

**表4-1 边界条件**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ***u* (m/s)** | ***v* (m/s)** |
| **OA, BC, CD, GO** | 0 | 0 |
| **AB** | *u*=*U*in=1 m/s | 0 |
| **DE** |  |  |
| **EF** |  |  |
| **FG** |  | 0 |

一般来说，程序中仅能在边界处通过设置第一类边界条件使得边界处待求解变量值为定值，然而本题中计算域内部区域（如OAIHG）中，同样需将待求解变量设定为固定值。为了实现这一需求，我们采用了“大源项”法[8]，即在计算域内部的固体壁面区域，将对应的源项设置为一个极大的数值，可实现该处的待求解变量保持为一个定值。

对于计算域内部固体壁面区域内的某一个点，为改点待求解变量需给出的固定值，则令：

 （4-4）

1030是一个极大的数，因此该内部节点的离散方程中的其他项均可忽略不计，仅有：

 （4-5）

式（4-5）的解为

 （4-6）

由此，可实现在循环中将该内部节点处的待求解变量值保持为固定值。

1. **结果讨论**

**3.1 粗网格预实验算例**

为了方便代码的调试和计算结果的获得，最开始采用的是小计算域10 mm (*r*) × 40 mm (*z*)和稀疏网格：12 (*r*) × 42 (*z*)，并且取了一个较大的入口速度*U*in=15 m/s，最大收敛残差设置为10-10。经过调试，确定能得出符合物理概念的结果后，再对计算域和网格数进行调整。如图4-5所示为计算结果：轴线速度*u*的云图分布（由Tecplot 360 2013R1绘制，下同）。



**图4-5 粗网格下轴线速度*u*的云图分布**

由图示计算结果观察可知，数值计算得到的流场速度分布与实际的物理条件下的流场速度分布基本一致，一些物理现象得到了体现。首先，由于质量守恒，在不考虑密度变化的条件下，流体的体积流量是守恒的。在管径减小的过程中，流体流动的截面积减小，流速将会增大，这与我们的数值模拟得到的结果是一致的：在内外电极收缩区域，随着半径的减小，计算得到的流体流速逐渐增大，并且在出口处达到最大。

此外，考虑到流体具有粘滞性，同时认为流体与壁面间无滑移，故在流场的任意位置，流体靠近壁面的位置速度都应为零，通道中心位置的速度在半径方向处于最大。这一现象在我们的数值计算中也得到了验证，由图4-5观察可知，在任意径向截面位置，流体远离壁面的位置速度均大于靠近壁面的流体速度。在管径收缩区域的尾端，即*r*=4 mm, *z*=28 mm位置处，流体流速最大，靠近壁面处的流体速度明显小于原理壁面位置的速度，这一现象在此区域体现的尤其明显。

然而，从云图中就可以发现，在粗网格条件下，计算结果较为粗糙，特别是在流场变化较为明显的管径收缩位置。在这一区域，流场的速度非零区域可以看到明显的阶梯图像，这与物理现象显然是不相符的。我们认为，出现这一不合理现象的原因，是网格划分的较为粗糙，导致“大源项”法在收缩区域仅对几个点进行了处理，与实际物理情景产生较大的偏离。因此，对网格进行细化是必须的。

根据预实验算例的结果，我们对已有模型做出了以下调整：

1. 细化网格，考虑到本算例中仅对速度场进行求解，计算量相对来说不大，可将网格设置得细密一些。
2. 增大轴向计算域长度同时减小入口速度。考虑到图4-5中*z*=40 mm处的轴向速度*u*还远大于0，并且加上在出口处加上玻璃管后对速度场会有维持作用，使得*u*的衰减变慢，因此为了不使得计算域过于狭长，增大轴向计算域长度和减小入口速度都是必须的。

故而调整后的计算域和网格为：10 mm (*r*) × 80 mm (*z*)和102 (*r*) × 802 (*z*)，入口速度设置为1 m/s。

**3.2 改变收缩直径算例分析**

这一部分中，我们选取了图4-2中的R1，R2的值分别为4 mm，4 mm和6 mm，2 mm两种情况下的计算结果进行了比较，数值计算中的最大收敛残差均取10-10。

图4-6和4-7分别为两种情况下轴向速度*u*的云图。首先与粗网格计算结果对比，可以发现通过将网格细化，能明显改善流场模拟计算的结果。整个流场区域内，流体流速的分布更加连贯，流场形态更为合理。特别是内、外电极收缩区域处，流场不再呈现阶梯分布的状态，流体沿着收缩通道，平滑地运动。同时，在精细网格计算的结果中我们可以看到，管径收缩带来的流体流速增大，以及粘滞性导致的近壁面流体流速减小等现象，得到了更加清晰地展现，从而进一步验证了细化网格的必要性。



**图4-6 R1=4 mm, R2=6 mm计算结果（*u*）**

由图4-6可知，由于流动区域的收缩，等离子体射流从出口处流出时由于流动通道的收缩，中心最大速度超过3 m/s，且方向斜向对称轴，即射流离开出口后会向对称轴扩；同时，由于外部环境为近似静止的空气，空气和流动的等离子体射流会相互卷吸，由于浓度差的驱动，射流中的等离子体也会向远离对称轴的方向扩散，如图4-6中*u*在射流出口（*r*=8 mm）上方的分布。随着射流的流动，对称轴上的*u*最终在z=48 mm处衰减至0。

而在图4-7中，可以看到当图4-2中的R1=6 mm, R2=2 mm时，等离子体射流从出口处流出时由于流动通道的收缩，中心最大速度未超过2 m/s，这是因为这种情况与R1=4 mm, R2=4 mm相比，出口处流动区域截面积较大，因此最大速度较小。并且从射流出口流出后，向四周均有扩散，且轴线速度*u*在较小的范围内即衰减至0，射流无法扩散至对称轴附近。

图4-6与4-7对比可以说明：收缩部分的几何参数对射流的影响很大，这主要是由于截面积不同导致的；射流出口处的速度对其后续的流动状态有决定性的作用，若出口处速度过小，射流在空气中流动的距离将非常短。由此可知，在实验中选择收缩部分的几何参数时，应预先通过模拟的方法对速度场进行估算。

****

**图4-7 R1=6 mm, R2=2 mm计算结果（*u*）**

****

**图4-8 两种情况下残差变化对比**

图4-8给出了对比了两种情况下随着迭代推进，残差的变化趋势。程序中设置每迭代50次输出一次残差，由图可知迭代的前150次两种情况下的残差几乎相同，随后都出现了一定的波动，R1=6 mm, R2=2 mm情况迭代875次后收敛，R1=4 mm, R2=4 mm情况则需要迭代1353次收敛，两者相比有明显差异。

**3.3 增加玻璃管算例分析**

图4-9为固定图4-2中的R1，R2（R1=4 mm, R2=4 mm），在射流出口处增加玻璃管半径6 mm，长度20 mm玻璃管情况下轴向速度*u*的云图。由图可知，玻璃管的存在有效抑制了等离子体射流向远离对称轴方向的扩散，并且保持其在管内形成较为稳定的流动。射流在*z*=48 mm处流出玻璃管，开始自由流动，并且在对称轴上*z*=62 mm处轴向速度*u*衰减至0。与无玻璃管相比，等离子体射流的速度场被很好的维持，即射流可以流动到更远的地方，这对于等离子体特性的研究有重要意义。



**图4-9 增加玻璃管后的计算结果（*u*）**

为了便于与4-6中的结果进行对比，使玻璃管的作用更加易于说明，图4-10将两种情况下计算得到的轴向速度云图共用对称轴展示出来。由*u*的云图对比可以知，除了对速度的维持作用，玻璃管的存在还对射流的速度场有一定调控作用。由于发生器内外电极收缩部分的存在，等离子体射流的流动带来一定不稳定性，如图4-10（a）所示；而当玻璃管存在时，射流在管内形成了相对较为稳定的流场，这在等离子体的研究中是非常有价值的，不仅使得实验研究中等离子体本身的一些特点现象（如发光）更容易被观察到，对于等离子体实际应用的发展（如杀菌）也具有一定意义。



**图4-10 自由流动（a）和增加玻璃管（b）的计算结果对比（*u*）**

图4-11给出了对比了两种情况下随着迭代推进，残差的变化趋势。与3.2中得到的趋势类似，迭代的前150次两种情况下的残差几乎相同，随后都出现了一定的波动。自由流动时迭代1353次收敛，有玻璃管时迭代887次收敛，两者仍有明显差距。



**图4-11 两种情况下残差变化对比**