**第2部分 SIMPLE算法核心思想的理解**

经过一个学期的《传热与流体流动的数值计算》课程学习，加上一系列的算例练习后，对SIMPLE算法的核心思想有了较为深刻的理解，可以从流体力学基本控制方程、不可压缩流动求解的关键问题、交错网格及动量方程的离散、SIMPLE算法计算步骤四个方面进行讲述。最后在“小结”部分进行了深入总结。

**2.1 流体力学基本控制方程**

在三维直角坐标系下，设流体的速度矢量在三个坐标上的分量分别为*u*，*v*，*w*，压力为*p*，流体的密度为*ρ*。这里*u*，*v*，*w*，*p*及*ρ*都是空间坐标及时间的函数。根据质量守恒定律、动量守恒定律及能量守恒定律，可以得到如下的流体力学控制方程。

连续性方程：

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.1) |

动量方程：

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.2) |
|  | (2.3) |
|  | (2.4) |

能量方程：

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.5) |

以上流体力学控制方程可以表示为以下通用形式：

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.6) |

式中为通用型变量，可以代表*u*，*v*，*w*，*T*等求解变量，为扩散系数。上式四项依次称为非稳态项、对流项、扩散项和源项。

**2.2 不可压缩流动求解的关键问题**

N-S方程是非线性的，其系数包含*u*，*v*，*w*等被求量，因为问题的数值求解要用到迭代法，不过这并不构成特殊的困难。动量方程数值求解中所遇到的主要困难是与一阶导数项的离散有关。

第一个问题：如果采用同一方法建立网格，即将*u*，*v*，*w*和*p*都建立在同一套网格节点上，则会遇到如下问题。以一维动量方程中压力梯度项的离散为例，如图2-1，在包绕P点的控制体内进行积分对压力梯度项的离散：

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.7) |

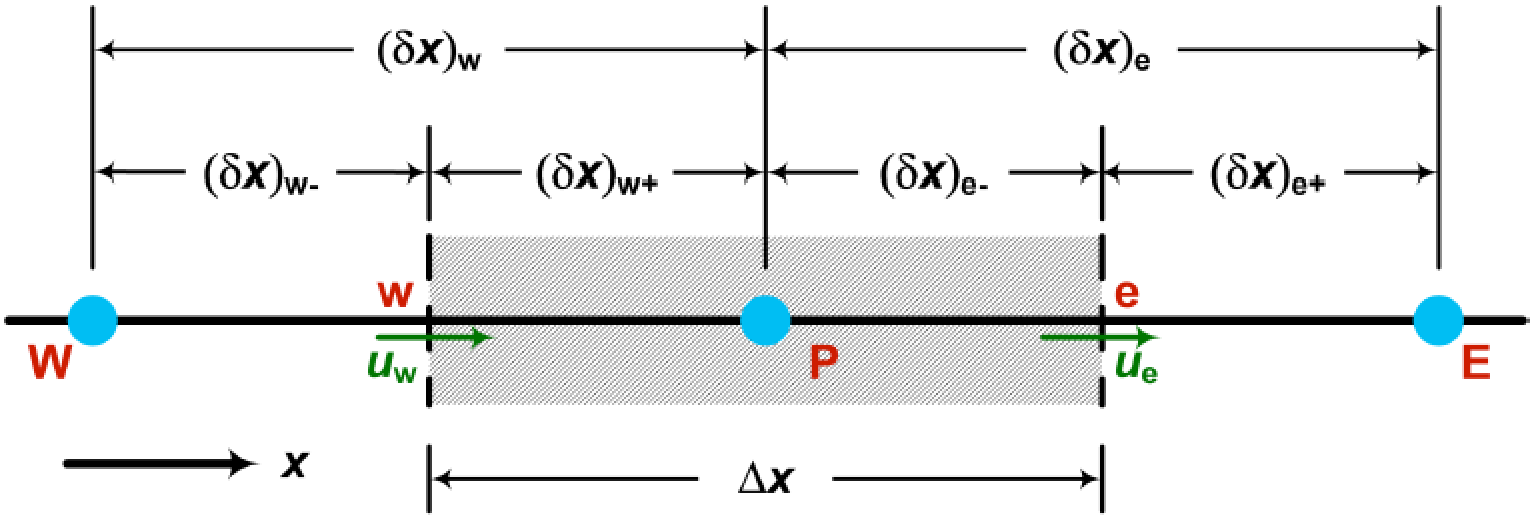


图2-1 一维网格划分

从（2.7）式可以看出，如果采用上述离散方式，则意味着在离散化的N-S方程的源项中包含了两个相间而不是相邻的网格节点上的压力差的信息；也就是说，在数值计算中压力场的网格节点较其它变量所采用的网格节点要粗一倍。

对于这样的一个“锯齿形”的压力场，上述方程的“感受”却是与均匀的压力场完全相同的，即。这在物理上显然式不合理的。类似地，在二维情况下，“棋盘形”的压力场同样会被上述方程“感受”成均匀的压力场。即使在计算中得到了一个光滑的、物理上合理的压力场，那么在这个压力场上任意叠加一个“棋盘形”的压力场，依然不会被上述方程错误地“感知”而成为所求方程的解。

第二个问题：压力的一阶导数是以源项的形式出现在动量方程中。采用分离式求解各变量的离散方程时，由于压力没有独立的方程，压力与速度的关系隐含于连续性方程中，如果压力场是正确的，则据此压力场求得的速度场一定满足连续性方程。如何构造求解压力场的方程，或者说在假定初始压力分布后如何构造计算压力改进值的方程，就成了分离式求解法中的一个关键问题。

上述两个关键问题都与压力梯度的离散及压力的求解有关，统称为压力与速度的耦合。如果数值求解得出了锯齿形或棋盘形压力场，则称为压力与速度间的失耦。为克服压力与梯度之间的失耦，可以采用交错网格。为解决第二个问题即采用分离式求解方法时各类变量能同步地加以改进以提高收敛速度，就发展出了SIMPLE系列算法。

**2.3 交错网格及动量方程的离散**

为解决流场计算中的第一个问题，目前通用的方法是采用交错网格，这样动量方程中压力梯度的离散形式是以相邻两点间的压力差来表示的，因为获得合理的压力场。

所谓交错网格就是把速度*u*，*v*及压力*p*（包括其它所有标量场及物性参数）分别存储于三套不同网格上的网格系统。如图2-2所示：



图2-2 交错网格的划分

对*x*方向的速度分量*u*，将其对应的控制体相对于主控制体向左平移半个控制体；

对*y*方向的速度分量*v*，将其对应的控制体相对于主控制体向下平移半个控制体；

对不同的变量，需要在其各自相对应的控制体内进行积分得到相应的离散化方程。

在交错网格系统中，关于*u*、*v*的离散方程可通过对*u*、*v*各自的控制容积积分而得出。这是压力梯度的离散形式对为，对为，亦即相邻两点间的压力差构成了、,这就从根本上解决了采用一般网格系统时所遇到的困难，这也是交错网格的成功之处。

在交错网格中，一般变量的离散过程与通常的有限体积法一样，将控制方程在主控制容积上积分即可。但对于动量方程而言，有一些新特点，其积分控制容积不是住控制容积不是主控制容积，而是*u*、*v*各自的控制容积，同时压力梯度项从源项中分离出来。例如对的控制容积积分得关于的离散方程为：

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.8) |

其中为的邻点速度，*b*为不包括压力在内的源项中的常数部分，系数的计算公式取决于采用的离散格式，如中心差分，迎风格式，指数格式等。

类似地，对于的控制容积作积分可得：

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.9) |

求解不可压缩流动的第二个关键问题是构造求解压力场的方程，或者是在假定了一个压力场后改进压力值的方程[1]。其通常做法如下。

1. 假设一个压力场，记为；
2. 利用，求解动量离散方程，得到相应的速度，；
3. 利用连续性方程改进压力场，要求改进后的压力场相对应的速度场能够满足连续性方程。记、和为压力和速度修正量。
4. 以和，作为本层次的解并据此开始下一层次的迭代计算。

我们先研究，如何由来确定相应的和。首先我们认为改进后的压力场和速度场满足这一迭代层次上的离散方程，既有：

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.10) |

注意到和是据从这一离散方程中得出，因此它们满足

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.11) |

将以上两式相减可得

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.12) |

这表明任一点上速度的改进值由两部分组成：一部分是与该速度在同一方向上的相邻两节点间压力修正值之差，这是产生速度修正值的直接动力。另一部分是由邻点速度的修正值所引起的，这里可近似忽略。于是速度的修正方程：

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.13) |

或

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.14) |

类似地可得

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.15) |

可得改进后的速度

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.16) |

然后我们将导出压力修正值 的代数方程。将连续性方程在时间间隔*dt*内对主控制体作积分，且以代，采用全隐格式，得

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.17) |

将速度修正公式（2.16）代入并整理得

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.18) |

其中



此即确定压力修正值得代数方程。

**2.4 SIMPLE算法的计算步骤**

上述数值求解的不可压缩流场的方法是Patankar与Spalding在1972年提出得，称为SIMPLE（Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equation），意即求解压力耦合方程的半隐方法。所谓半隐是指在式（2.13-2.15）中略去了、这些项的处理办法。

SIMPLE算法计算步骤如下：

1. 假定一个速度分布，记为，以此计算动量离散方程中的系数和常数项；
2. 假定一个压力场；
3. 依次求解动量方程，得到；
4. 求解压力修正方程，得；
5. 据改进速度场；
6. 利用改进后得速度场求解相关物理量；
7. 重复上述步骤，直至收敛。

**小结**

SIMPLE算法的假设条件：

基本假设：速度场的假定与压力场的假定各自独立进行，二者无任何联系。对假定压力场的修正通过已求解的速度场的质量守恒条件得到。

中间速度通过求解压力得到，如果求解速度不能满足质量守恒条件，对压力添加一个修正量修正，速度场也随之得以修正。

第二假设：在做速度修正时，忽略不同位置修正量之间的影响。

SIMPLE算法是一种主要用于求解不可压流场的数值方法，也可用于求解可压流动。它的核心是采用“预估-校正”的过程。基本思想：对于给定的压力场（它可以是假定值或是上一次迭代计算的结果），求解离散形式的动量方程，得出速度场。

因为压力场是假定的或不精确的，这样得到的速度场一般不满足连续方程，所以必须对给定的压力场加以修正。修正的原则是：与修正后的压力场相对应的速度场能满足这一迭代层次上的连续性方程离散形式。据此原则，我们把由动量方程的离散形式所规定的压力与速度的关系代入连续方程的离散形式，从而得到压力修正方程，由压力修正方程得出压力修正值。接着，根据修正后的压力场，求得新的速度场。然后检查速度场是否收敛。若不收敛，用修正后的压力值作为给定的压力场，开始下一层次的计算，直至收敛为止。

**第3部分**

**SIMPLE算法及其它相关计算方法、技术的最新发展调研**

经调研[2-7]，有关SIMPLE算法和/或其它相关算法和计算技术的最新发展包含：一，自SIMPLE算法提出以来，又相继有SIMPLER，SIMPLEC，SIMPLEX，PISO等改进算法提出[2]。二，针对不同领域不同物理过程已有许多商业软件投入使用。其中，应用最广泛的便是ANSYS公司开发的ANSYS Workbench软件平台[3]。该平台整合了多个软件并实现软件的联合使用来解决复杂的工程问题,如Mechanical Application用于模拟结构静力学、动力学以及非线性分析等，CFX和Fluent等用于流体力学分析，DYNA用于模拟碰撞。最后，下面简单介绍SIMPLE系列算法，详细介绍PISO算法、其它“一种改进的SIMPLE算法”以及简介应用比较广泛的Fluent的数值模拟。

**3.1 SIMPLE系列算法简单介绍**

在N-S方程的求解方法中，SIMPLE系列是以压力为基本变量的原始变量法中的压力修正法。SIMPLE的改进在于压力由假定速度通过求解压力Poisson方程获得。SIMPLEC改进了速度修正式，解决了速度修正不协调一致问题，其压力不在需亚松弛。

**3.2 PISO算法**

PISO算法是典型的2步校正算法，主要实施步骤包括预估步、第一校正步、第二校正步[4]。其计算程序是在SIMPLE程序基础上修改了SETUP2子程序而得来的，其预估步和第一校正步的实现与SIMPLE完全一样；同时计算,用于第二部校正步中的速度、压力的计算，保存和方程的系数；接着求解第二校正步压力修正方程，最后求得结束这一层次的计算。在第二校正步中，推导获得的速度改进值





可以看出：速度改进部分考虑了邻点的影响。

PISO算法的具体计算步骤[5]：

1. 假定速度场（或为上一层的速度），以此计算动量离散方程中的系数及常数项；
2. 假定一个压力场；
3. 求解动量离散方程，获得，同时计算；
4. 解第一个校正步中的压力修正方程，获得；
5. 计算速度的修正，以及；
6. 解第二步中的压力修正方程，获得；
7. 求；
8. 以的值作为初值进入下层次迭代。

**3.3 一种改进的SIMPLE算法**

SIMPLE算法在求解非稳态流体流动的问题时，对非稳态项的处理十分棘手。通过对气相密度的修正和压力修正方程的改进，达到改进非稳态源项的目的，从而使解收敛。

为了使SIMPLE算法能更广泛地用于计算流体力学及计算传热学中，并解决在求解非稳态可压缩流体流动时，由于非稳态项的引入出现解发散的问题，提出一种新的改进的SIMPLE算法。

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.1) |

在式（3.1）中，等号右边第一项是对应于压力*p*的P点密度值，而不是对应的密度值。但是在推导方程的过程中，为了简化推导过程，假设密度与压力之间没有直接的关系。这一点可以近似看成是对方程的进一步近似，对于不可压缩流体或者压力，温度变化缓慢的流动问题，这样的近似被证明是合理的。但是当流体非稳态流动或压力、温度变化较激烈的流动条件下，这种假设会带来较大的误差。因此，提出一种改进方法。一般来说，密度可以根据适当的状态方程计算出来。这个状态方程可以包括一个与温度、浓度甚至压力有关的关系式。现假设密度与压力的关系式为[6]：

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.2) |

其中，为标准状态下的密度、压力。

假设，则（3.1）式成为

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.3) |

将（3.2）代入（3.3）整理得

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.4) |

将上式中最后一项从*b*的表达式中分离出来并与（3.5）式合并得（3.6）式：

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.5) |

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.6) |

其它系数得计算式不变，唯一得不同在于得计算式不同。

应用SIMPLE程序计算非稳态流场时，计算过程中由于非稳态项的影响，质量源*b*也随迭代次数增加而迅速累加超出范围，因此解容易发散。应用改进的SIMPLE算法后，由于考虑了压力变化对密度的影响，减少了质量源的增长速度，可以得到收敛解。

**3.4 Fluent的数值模拟**

**3.4.1 Fluent程序的结构**

Fluent程序软件包由以下5个部分组成：

1. GAMBIT——用于建立几何结构和网格的生成；
2. Fluent——用于进行流动模拟计算的求解器；
3. PrePDF——用于模拟ODF燃烧过程；
4. TGrid——用于从现有的边界网格生成体网格；
5. Filters(Translators)——转换其它程序生成的网格，用于Fluent计算。

可以接口的程序包括：ANSYS，I-DEAS，NASTRAN，PATRAN等。利用Fluent软件进行流体流动与传热的模拟计算流程如图3-1所示。首先利用GAMBIT进行流动区域几何形状的构建、边界类型以及网格的生成，并输出用于Fluent求解器计算的格式；然后利用Fluent求解器对流动区域进行求解计算，并进行计算结果的后处理。



图3-1 基本程序机构示意图[7]

**3.4.2 Fluent程序可以求解的问题**

Fluent软件可以采用三角形四边形、四面体、六面体及其混合网格，可以计算二位和三维流动问题，在计算过程中网格可以自适应调整。Fluent软件的应用范围非常广泛，主要范围如下：（1）可压缩与不可压缩流动问题；（2）稳态与瞬态流动问题；（3）无黏流，层流及湍流问题；（4）牛顿流体及非牛顿流体；（5）对流换热问题；（6）导热与对流换热耦合问题；（7）辐射换热；（8）惯性坐标系和非惯性坐标系下的流动问题模拟；（9）用Lagrangian轨道模型模拟稀疏相；（10）一维风扇、热交换器性能计算；（11）两相流问题；（12）复杂表面形状下的自由流动问题。

**3.4.3 用Fluent程序求解问题的步骤**

利用Fluent软件进行求解的步骤如下：（1）确定几何形状，生成计算网格；（2）输入并检查网格；（3）选择求解器（2D或3D等）；（4）选择求解的方程：层流或湍流（或无粘流），化学组分或化学反应，传热模型等。确定其它需要的模型，如：风扇、热交换器、多孔介质等模型；（5）确定流体的材料物性；（6）确定边界类型及其边界条件；（7）条件计算控制参数；（8）流场初始化；（9）求解计算；（10）保存结果，进行后处理。

**参考文献**

[1]张琰,白云,王常莲,陆翌伦.基于SIMPLE算法的大型浮顶油罐温度场数值模拟[J].石油工业技术监督,2015,31(09):39-43.

[2]孙东亮,王艳宁,张奥林,宇波,李汉勇.不同网格扭曲率下压力修正全隐算法——IDEAL求解性能研究[J].计算力学学报,2017,34(02):183-190.

[3]刘波,李忠媛,张涛.一种基于三角形非结构化网格SIMPLE算法的程序设计[J].计算力学学报,2015,32(06):813-819.

[4]王彤,谷传纲,杨波,黄建德.非定常流动计算的PISO算法[J].水动力学研究与进展(A辑),2003(02):233-239.

[5]王为术,徐维晖,翟肇江,孟庆东,陈听宽,罗毓珊.PISO算法的实现及与SIMPLE,SIMPLER,SIMPLEC算法收敛性的比较[J].华北水利水电学院学报,2007(04):33-36.

[6]佟桂芳,徐德龙,张强,褚开维.一种新改进的SIMPLE算法[J].西安建筑科技大学学报(自然科学版),2001(03):221-224.

[7]刘荣,陶乐仁.Fluent数值模拟在制冷与空调领域中的应用[J].低温与超导,2010,38(10):77-80.