

第四章

一阶线性电路的零输入响应

一阶电路：电路方程是一阶微分方程的电路，电路中只含有一个独立的储能元件。

- 一阶RC电路
- 一阶RL电路

换路后无输入激励的作用，电路中的响应是由储能元件的**非零原始状态**而引起的。

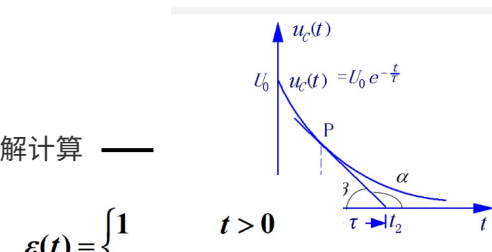
零输入响应

一般形式

$u_c(t) = U_0 e^{-\frac{t}{RC}}$ $t \geq 0_+$

RC为时间常数 (s)

- 具有时间的量纲
- 由电路的结构和参数确定
- 同一个电路，不同的电压或电流响应的时间常数**相同**
- 物理意义：表示零输入响应衰减到原值的0.368倍所需的时间
- 工程上认为大约经过4-5倍时间常数后暂态过程结束



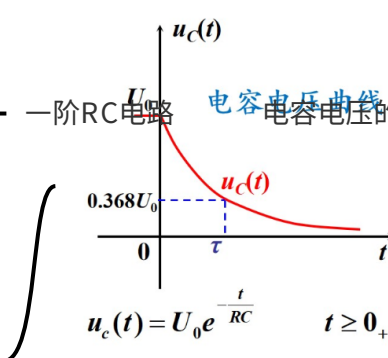
阶跃响应：电路在阶跃电压或阶跃电流激励下的**零状态响应**称为阶跃响应

$\varepsilon(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$

$i_L(t) = I_0 e^{-\frac{t}{L/R}}$ $t \geq 0_+$

L/R为时间常数=GR

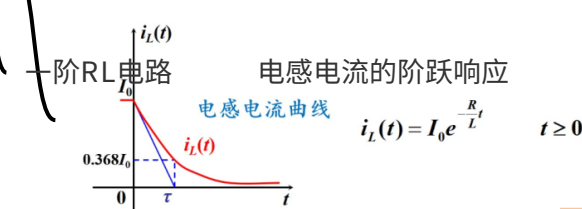
一阶电路的阶跃响应



一阶RC电路 电容电压的阶跃响应

$u_c(t) = u_{cf}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})\varepsilon(t)$

初值的作用是决定衰减的起始位置，以及在衰减过程中任



一阶RL电路 电感电流的阶跃响应

$i_L(t) = i_{Lf}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})\varepsilon(t)$

总结

一阶电路响应中的电容电压和电感电流可以表示为：

$r_{zs}(t) = r_f(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})\varepsilon(t)$

一阶电路零输入响应的一般形式

$r(t) = r(0_+)e^{-\frac{t}{\tau}}$ $t \geq 0_+$

$\tau = R_{eq}C$ $\tau = L/R_{eq}$

其中， r_f 分别对应于时间 t 趋于无穷大时（即电路再次处于稳定状态时）的电容电压或电感电流。

$\tau = R_{eq}C$ $\tau = L/R_{eq}$

同一电路不同变量具有相同的时间常数

注意：求 τ 时对应的 R_{eq} 为**去掉激励源**后从电容或者电感端看过去的等效电阻。

大相同的倍数

一阶线性电路的零状态响应

二阶电路的零输入响应

1.二阶电路的零输入响应的形式取决于电路参数，与初始条件无关

特征根	参数关系	阻尼状态	振荡情况
两个不相等的负实根	$R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$	过阻尼	不振荡，衰减到零
两个相等的负实根	$R = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$	临界阻尼	不振荡，衰减到零
一对共轭复根	$R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$	欠阻尼	衰减振荡直到零
一对共轭虚根	$R=0, L, C$ 不等于零	无阻尼	等幅振荡不衰减

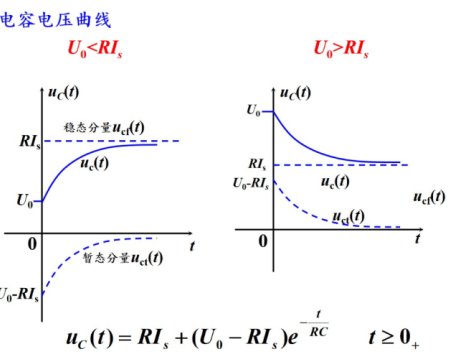
2.二阶电路零输入响应的形式依据

- 当 $G > 2\sqrt{\frac{C}{L}}$ 时， s_1, s_2 为不相等的负实根 **过阻尼状态**
- 当 $G = 2\sqrt{\frac{C}{L}}$ 时， s_1, s_2 为相等的负实根 **临界阻尼状态**
- 当 $G < 2\sqrt{\frac{C}{L}}$ 时， s_1, s_2 为共轭的复数根 **欠阻尼状态**

RLC并联电路的零输入响应

一阶线性电路的全响应

一阶电路对阶跃激励的全响应



由输入激励和储能元件的原始状态共同产生的响应

全响应

$u_c(t) = \underbrace{[u_c(0_+) - u_{cf}]}_{\text{自由分量}} e^{-\frac{t}{RC}} + \underbrace{u_{cf}}_{\text{强制分量}} \quad t \geq 0_+$

$u_c(t) = \underbrace{u_c(0_+)}_{\text{零输入分量}} e^{-\frac{t}{RC}} + \underbrace{u_{cf}(1 - e^{-\frac{t}{RC}})}_{\text{零状态分量}} \quad t \geq 0_+$

全响应=零输入响应+零状态响应

一阶电路对阶跃激励的全响应的一般表达式

$r(t) = r_f(t) + [r(0_+) - r_f(0_+)]e^{-\frac{t}{\tau}} \quad t \geq 0_+$

全相应的**初始值**、**稳态解**和电路的**时间常数**，称为一阶线性电路全响应的**三要素**。这种方法为三要素法。

$r(t) = r_f + [r(0_+) - r_f]e^{-\frac{t}{\tau}} \quad t \geq 0_+$

若为直流激励，则其全响应为

1.零输入响应、零状态响应是全响应的特例，都可以常采用三要素法进行求解

2.以电容电压和电感电流为第一求解变量

3.三要素法只能用于求解一阶电路的响应

注意