

重庆大学

数学建模校内模拟赛论文



论文题目： 西瓜预冷的物理场模拟

组号： 8127

成员： 蒋静蕊，刘力兴，夏天

选题： A 题 夏日里的冰西瓜

姓名	学院	年级	专业	学号	联系电话	数学分析	高等代数	微积分	高等数学	线性代数	概率统计	数学实验	数学模型	CET4	CET6
蒋静蕊	计算机学院	2021 级	信息安全	20211701	15737221361	90				99				525	476
刘力兴	数统学院	2021 级	数学大类	20211419	17378311237	91	80							441	
夏天	自动化学院	2021 级	机器人工程	20213485	13699052548				95	85	82			575	507

2023 年 7 月 17 日

西瓜预冷的物理场模拟

摘要

本文研究的是如何快速吃上冰西瓜。通过冰箱预冷、水浴预冷、西瓜切半等方法，由简到繁，对西瓜预冷进行物理场模拟，求出西瓜内部温度变化规律和西瓜预冷至冰冻标准的最短时间。

针对问题一，根据冰箱的制冷机制，可以把冰箱内部的环境视为恒温环境。我们将西瓜放入冰箱当中，以西瓜球心为中心，构建 $32\text{cm} \times 32\text{cm} \times 32\text{cm}$ 的立方体物理场，并将其划分为 $32 \times 32 \times 32$ 个小矩体，接着对矩体的位置进行判定，设置物理量初值以及恒温边界条件。然后把每个矩体视为独立的热源，将初值条件带入 **Fourier 定律** 以及 **牛顿冷却定律**，最后用 **有限差分法** 对西瓜内部的温度变化进行数值求解。

针对问题二，我们将其分为水浴预冷和冰箱预冷两个过程。对于过程一，我们将水浴预冷的环境视为一个 $50\text{cm} \times 50\text{cm} \times 25\text{cm}$ 的矩体水缸，水缸壁为绝热边界，外界空气为恒温环境。把西瓜放入水缸中央后，通过受力分析计算出西瓜的浸没深度，然后沿用第一问的思路，进行物理场的设置，并代入 **Fourier 定律** 和 **牛顿冷却定律** 进行求解。对于过程二，我们将预冷后西瓜的各个物理量带入问题一的模型中，进行数值求解。得到在 15 分钟温水预冷的情况下，西瓜内部温度的变化规律，最终发现一共需要 **13.30** 小时，才能达到题设冰冻标准。

针对问题三，我们将水浴预冷的时间范围定为 0 至 30 分钟，以 7.5 分钟为间隔计算五个时间点的总耗时。然后将这些数据带入 **Newton 插值法** 中，拟合 **Newton 插值多项式**，并通过取多个节点的方式找出水浴预冷时间为 0 时，总耗时的最小值为 **13.17** 小时。

针对问题四，整个物理过程为，将西瓜水浴预冷后竖直对半切开，然后瓜壤朝上放置在不同的冰箱隔层中，沿用第三问的思路，得到水浴预冷时间为 0 时，总耗时的最小值为 **6.65** 小时。

为了检验水浴预冷对西瓜的整个降温是否有效，在问题三中，我们重新将水温的初始值设为 10°C ，并进行数值模拟，得到水浴降温时间为 7 分钟时，总耗时的最小值为 **13.11** 小时，说明水浴预冷在水温较低时是有效果的。

关键字：Fourier 定律 牛顿冷却定律 有限差分法 Newton 插值法

一、问题重述

1.1 背景资料

预冷是指将新鲜采收的蔬菜在产地迅速除去田间热，使其降低到规定温度的过程[2]。西瓜预冷的主要目的是通过降低西瓜的温度，减缓果肉呼吸和水分蒸发速率，从而延缓西瓜的衰老和腐烂过程，延长其保鲜期。除此之外，预冷还可以使西瓜在食用时更加清爽、可口。

实际上，常见的预冷方式包括压差预冷、冷库预冷和水预冷。[3] 第一，压差预冷是一种常用的农产品预冷方法，尤其适用于果蔬类产品。该方法通过利用高压气体对农产品表面进行冷却，从而快速降低农产品的温度。这种方法可以在农产品采摘后，对其进行快速预冷，以延长保鲜期和保持品质。第二，冷库预冷是在专门的冷藏室中，将农产品放置在低温环境下进行预冷。冷库预冷通常采用风冷或水浸冷却的方式，使农产品温度迅速降低，从而延缓果实的衰老和腐烂过程，延长保鲜期。第三，水预冷是将农产品放入冷水中进行冷却处理。这种方法适用于一些耐水的农产品，如叶菜类和根茎类。通过水预冷，可以快速降低农产品的温度，减缓水分蒸发速率，保持产品的新鲜度。

根据相关数据模拟结果，西瓜从 27°C 降至 4°C ，冰水预冷、压差预冷、冷库预冷三种方式下的 $7/8$ 预冷时间分别为 5.5h，1h 和 30h。[5]

而对于单个西瓜，一般来说直接将其放入冰箱的冷藏室进行简单的冰箱预冷即可满足保鲜和提升口感的需求。当然，除了冰箱预冷，还可以通过常温水预冷和西瓜切半的方法来加速降温，使我们快速吃上冰西瓜。

本实验在一个边长为 5°C 恒温环境的冰箱中放入一个半径为 15cm 皮厚为 2cm 的西瓜，研究降温至冰冻标准的过程中西瓜内部温度的变化规律。然后在此基础上，加入水浴预冷过程和西瓜切半过程。我们需要建立数学模型来描述西瓜的内部温度变化规律和西瓜预冷至冰冻标准的最短时间。

因此，本实验旨在通过建立数学模型，研究西瓜在常温水 and 冰箱内的降温过程，探究冰箱预冷和水浴预冷对西瓜内部温度的影响，为相关领域的研究提供理论基础和实验依据。

1.2 需要解决的问题

已知西瓜为一个半径为 15cm 和皮厚为 2cm 的球体。西瓜温度为 38°C ，家中水的温度为 25°C ，西瓜冰好的冰冻标准是西瓜任何部位的温度都不高于 10°C 。我们通过分析微观状态，运用数学思想，建立数学模型来研究水滴蒸发过程中的下列问题：

(1) 直接将西瓜放入冰箱内降温至冰冻标准，描述西瓜内部温度的变化规律。

(2) 先将西瓜在常温水内降温 15 分钟，然后再放入冰箱内降温至冰冻标准，描述西瓜内部温度的变化规律。

(3) 通过计算确定西瓜在水中降温的最短时间数值，在达到冰冻标准的情况下，使得冰西瓜的总时间最短。

(4) 先将西瓜在水中降温，然后把西瓜切成两半，再放入冰箱内降温至冰冻标准，重新计算其对应的时间数值。

二、问题分析

2.1 问题一分析

问题一要求研究直接将西瓜放入冰箱内降温至冰冻标准时西瓜内部温度的变化规律。我们的思路图如下所示：

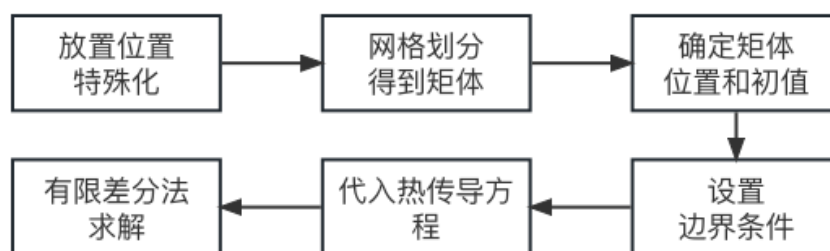


图 1 问题 (1) 流程图

2.2 问题二分析

问题二要求我们分析西瓜先常温水降温 15 分钟再冰箱降温至冰冻标准时西瓜内部温度的变化规律。我们可以将其分为两个过程，第二个过程沿用第一问的思路，稍加修改数据后即可得到西瓜内部温度的变化规律。而第一个过程，同样也可以将放置位置特殊化处理，西瓜漂浮在常温水中时，上半球与恒温空气接触，下半球与常温水接触，然后将水的四周和下边界视为绝热边界后，同理可得西瓜内部温度的变化规律。

2.3 问题三分析

问题三要求我们通过计算确定西瓜在水中降温的最短时间数值，在达到冰冻标准的情况下，使得冰西瓜的总时间最短。我们的思路图如下所示：

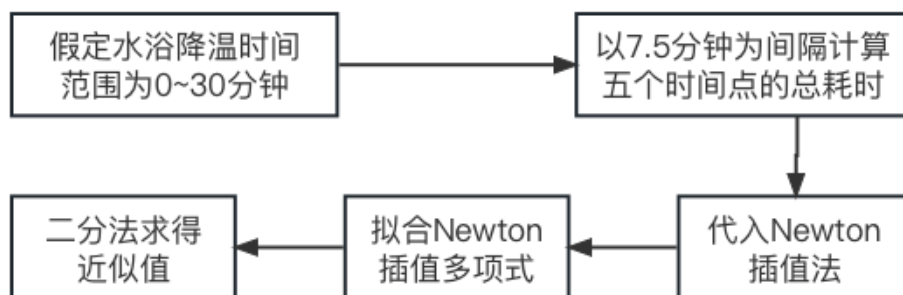


图 2 问题 (3) 流程图

2.4 问题四分析

第四问要求先将西瓜在水中降温，然后把西瓜切成两半，再放入冰箱内降温至冰冻标准，让我们重新计算其对应的时间数值。显然可以沿用第三问的思路，在水浴预冷之后，我们将西瓜竖直对半切开，把两个半球西瓜视为独立的个体，它们互不影响，放置时瓜瓢朝上，然后带入 5°C 恒温物理场，进行求解，之后再带入牛顿插值公式进行拟合。

三、模型的假设

1. 因为冰箱的工作原理是尽可能使得冰箱内部的空气保持恒温，所以我们假设冰箱内空气温度恒为 5°C 。
2. 西瓜视作半径为 15cm 和皮厚为 2cm 的球体，且位置位于冰箱下底面的正中央，如图所示：

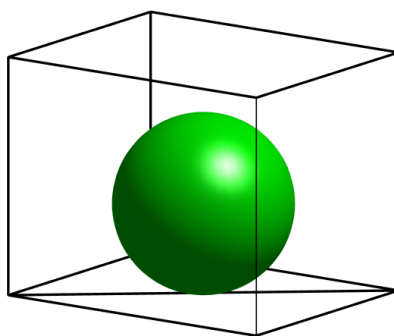


图 3 冰箱预冷的西瓜模型

3. 西瓜和外界温度为 38°C ，常温水的温度为 25°C 。西瓜预冷的冰冻标准是西瓜任何部位的温度都不高于 10°C 。空气为准静态理想气体，冰箱内环境温度为 5°C 。

4. 不考虑接触热阻，接触面的导热系数近似为两边介质平均值的热传导。忽略温度变化对导热系数的影响。

5. 当水浴预冷时，西瓜漂浮在水面中央。因为空气的流动较快，将空气视为恒温环境，水体的四周和下底面视为热边界，西瓜上下半球分别与外界空气和常温水接触，如图所示：

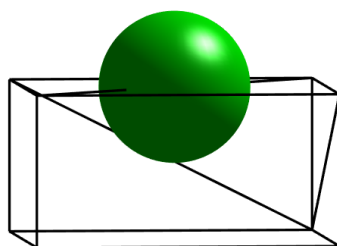


图 4 水浴预冷的西瓜模型

6. 设空气对流换热系数为自然对流时的平均值为 $15\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ ，水的对流换热系数为自然对流时的平均值 $600\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ 。

四、符号说明

符号	意义
T	温度
ρ	密度
K	导热系数
C	比热
r_1	瓜皮外半径 (15cm)
r_2	瓜瓤半径 (13cm)
ρ_0	西瓜整体密度
d	散点距离
q	热流密度
l	对流换热系数
V	体积
h	浸没深度

五、模型的建立与求解

5.1 物理背景

5.1.1 Fourier 定律

Fourier 定律即傅里叶定律，也称为热传导定律。Fourier 定律是指在具有不均匀温度场的物体中，各点热流密度与其所在处的温度梯度方向相反，数量上成正比，其比例系数为导热系数：

$$q = -k\nabla T = -\frac{k \cdot T}{d} \quad (1)$$

牛顿的冷却定律是傅立叶定律的离散推广，而欧姆定律则是傅立叶定律的电学推广。[1]

傅立叶定律是热传导的基础。它并不是由热力学第一定律导出的数学表达式，而是基于实验结果的归纳总结，是一个经验公式。同时，傅立叶定律是定义材料的一个关键物性，热导率的一个表达式。除此之外，傅立叶定律也是一个向量表达式。热流密度是垂直于等温面的，并且是沿着温度降低的方向。傅立叶定律适用于所有物质，不管它处于什么状态（固体、液体或者气体）。

5.1.2 热传导

导热是物体的各部分之间不发生相对位移，依靠分子、原子和自由电子等微观粒子的热运动所产生的热传递过程。

在研究西瓜预冷的实际应用中，因为温差而引起的能量转移为传热；任何情况下，只要在某介质中或是两个介质之间存在温差，便会发生热量从高温向低温的传递过程，这个过程称为热传导，也叫热扩散。Fourier 定律就是描述热传导的基本定律。热传导率描述的是材料导热能力的属性，材料不同热传导率也就不同，其值大小受温度影响很大。但是本文中由于高温热源与低温热源之间的温差不是很大故而认定其热传导系数，密度，比热容以及厚度均不变。

5.1.3 热传导方程的推导

设有一根截面积为 A 的均匀细杆，沿杆长有温度变化，其侧面绝热，考虑其热量的传播过程。

由于杆是均匀且细的，所以任何时刻可以将杆的横截面上温度视为相同；由于杆侧面绝热，因此热量只沿杆长方向传导，所以这是一个一维的热传导问题。

如图 5.2 所示，取杆中心骨架与 x 轴重合，以 $u(x, t)$ 表示杆上 x 点处 t 时刻的温度。从杆内部划出一小段 Δx ，考察这一小段，在时间间隔 Δt 内热量流动情况。

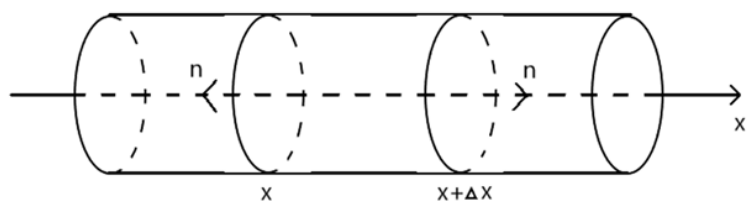


图 5 细杆模型

设 c 为杆的比热容（单位物质升高或降低单位温度所吸收或放出的热量，它与物质的材料有关）， ρ 为杆的密度，则有：

(1) 在 Δt 时间内引起小段 Δx 温度升高，所需热量为：

$$Q = c(\rho A \Delta x)[u(x, t + \Delta t) - u(x, t)]$$

故当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时：

$$Q \approx c\rho A u_t \Delta x \Delta t$$

而 Fourier 实验定律告诉我们：当介质内有温差存在时，热量由温度高处向温度低处流动，单位时间流过单位面积的热量 q （热流密度）与温度下降率成正比：

$$q = -k \frac{\partial u}{\partial n}$$

其中， k 为导热率（与介质材料有关，严格来说也与温度有关，在温度变化范围不大时可忽略）； $\frac{\partial u}{\partial n}$ 的方向是通过曲面的外法向量方向；而负号表示由温度高处流向温度低处。因此：

(2) 在 Δt 时间内沿 x 轴正向流入 x 处截面的热量为：

$$Q_1(x) = -k u_x(x, t) A \Delta t$$

(3) 在 Δt 时间内由 $x + \Delta x$ 处截面流出的热量为：

$$Q_2(x + \Delta x) = -k u_x(x + \Delta x, t) A \Delta t$$

根据能量守恒定律，流入 Δx 段总热量与 Δx 段中热源产生的热量应正好是 Δx 段温度升高所吸收的热量，即：

$$Q = Q_1 - Q_2$$

因此有：

$$c\rho A u_t \Delta x \Delta t = -k u_x(x, t) A \Delta t + k u_x(x + \Delta x, t) A \Delta t$$

即：

$$c\rho u_t = \frac{k[u_x(x + \Delta x, t) - u_x(x, t)]}{\Delta x}$$

令 $\Delta x \rightarrow 0$ 两边取极限:

$$u_t = \frac{k}{c\rho} u_{xx}$$

$$u_t = Du_{xx}$$

即:

$$u_t = Du_{xx}, D = \frac{k}{c\rho}$$

此式即为一维的热传导方程。

5.1.4 牛顿插值法

1. 基本原理

在物理现实世界中, 我们往往只知道部分时间或节点的信息, 为了预测其它未知时间或节点的信息, 我们通常会利用插值的方法来获取我们感兴趣节点的值。常用的插值公式有拉格朗日插值、牛顿插值、埃米尔特插值及样条插值等等。牛顿 (Newton) 插值公式是代数插值方法的一种形式。牛顿插值引入了差商的概念, 使其在插值节点增加时便于计算。

2. 推导过程

通过给定插值点的信息, 计算 $f(x)$ 各阶差商:

$$f(x, x_0) = \frac{f(x_0) - f(x)}{x_0 - x};$$

$$f(x, x_0, x_1) = \frac{f(x_0, x_1) - f(x, x_0)}{x_1 - x};$$

$$f(x, x_0, x_1, \dots, x_n) = \frac{f(x_0, x_1, \dots, x_n) - f(x, x_0, \dots, x_{n-1})}{x_n - x}$$

通过变形可以得到:

$$f(x) = f(x_0) + (x - x_0) f(x, x_0);$$

$$f(x, x_0) = f(x_0, x_1) + (x - x_1) f(x, x_0, x_1)$$

$$f(x, x_0, \dots, x_{n-1}) = f(x_0, x_1, \dots, x_n) + (x - x_n) f(x, x_0, \dots, x_n)$$

依次代入, 可得牛顿插值公式:

$$f(x) = f(x_0) + (x - x_0) f(x_0, x_1) + (x - x_0)(x - x_1) f(x_0, x_1, x_2) + \dots$$

$$\dots + (x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1}) f(x_0, x_1, \dots, x_n)$$

牛顿插值法的误差为:

$$f(x) = N_n(x) + R_n(x)$$

3. 特点

牛顿插值具有承袭性（继承性）。当增加节点和插值节点的信息时，不需要像拉格朗日方法那样完全重新计算拉格朗日系数，只需要在原来插值函数的基础上增加高次项便可得到，计算量远小于拉格朗日插值方法。

牛顿插值函数可以通过差商表来计算得到，大大方便了计算和程序实现。

牛顿插值法和拉格朗日插值方法都具有相同的缺点，高次插值会出现 **Runge** 现象，其数值会不稳定，为了避免这种现象，一般会细化插值区间，采用低次插值，一般不超过三次多项式插值。

5.1.5 牛顿冷却定律

牛顿冷却定律是由英国物理学家牛顿所提出的一个经验性的关系，其论述一个物体所损失的热速率与物体和其周围环境间的温度差是成比例的。

假设一个物体的温度 T 随时间 t 变化的规律可以用一个函数 $T(t)$ 来表示。

首先，我们知道物体的温度变化率与它与周围环境之间的温度差有关，即温度变化率正比于温度差。可表示为：

$$\frac{dT}{dt} \propto (T - T_m)$$

其中 T_m 是周围环境的温度。然后，我们引入一个常数 k 将上式中的正比关系改写为等式：

$$\frac{dT}{dt} = -k \cdot (T - T_m)$$

这里的负号表示热量从物体流向周围环境，即物体的温度随时间逐渐减小。

该方程就是牛顿冷却定律的数学表达式，这个定律适用于许多自然界和实际生活中的冷却过程，如热材料的冷却、风扇散热、热饮料的冷却等。

5.2 问题一模型的建立与求解

5.2.1 放置位置特殊化

将西瓜置于冰箱内底面正中央，如图：

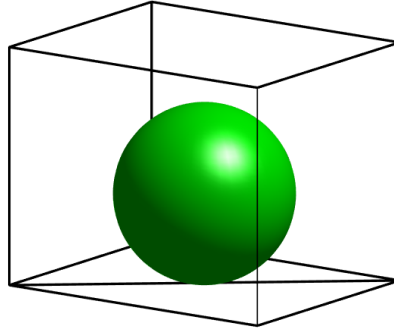


图 6 冰箱预冷的西瓜模型

5.2.2 矩体物理场的构造

把 $32\text{cm} \times 32\text{cm} \times 32\text{cm}$ 的空间（对称模型）分为 $32 \times 32 \times 32$ 小份，均取为立方体矩阵，矩体的边长为 $d = 1 \times 10^{-2}\text{m}$ ，每个矩体对应一个浓度值 c ，形成三维点阵 $c = A(i, j, k)$ ，其中 (i, j, k) 为对应矩体的中心坐标。

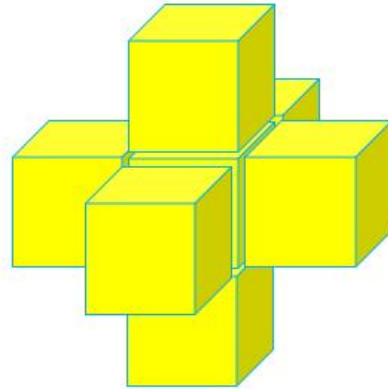


图 7 矩体模型

设空气自然对流换热系数为 l_1 ，水的自然对流换热系数为 l_2 ，根据牛顿冷却定律有：

$$q = l \cdot \Delta T$$

在物理场中对其进行变形得：

$$q = l \cdot d \cdot \frac{\Delta T}{d}$$

这与 Fourier 定律形式相同，因此计算过程中我们把交界面处的 $l \cdot d$ 等效为传热系数，根据热传导方程，将对流换热和传热进行叠加，得到通式：

$$q = -k \nabla T$$

而 k 为叠加后的结果

每个矩体可以看成是一个发散源，且每个矩体的发散只影响相邻的 6 个矩体。根据假设 4，不考虑空气对流，接触面的导热系数近似为两边介质平均值的热传导：

$$q = -k \nabla T = -\frac{k \cdot T}{d}$$

由能量守恒定律有：

$$\Delta T = \frac{\Delta t \cdot q \cdot s}{C \cdot M}$$

化简得：

$$\Delta T = -\frac{\Delta t \cdot k \cdot T}{C \cdot \rho \cdot d^2}$$

5.2.3 矩体位置判定

为了便于建模，我们需要对矩体位置进行判定，设矩体的中心为 $A(i,j,k)$ ：

$If AO > r_1, A(i,j,k)$ 位于空气中

$If r_2 < AO \leq r_1, A(i,j,k)$ 位于瓜皮中

$If AO \leq r_2, A(i,j,k)$ 位于瓜瓢中

5.2.4 初值的设定

符号	意义
$K_1 = 0.5804 \text{ W/mk}$	瓜皮的导热系数
$K_2 = 0.4752 \text{ W/mk}$	瓜瓢的导热系数
$K_3 = 0.02475 \text{ W/mk}$	冰箱内空气的导热系数
$K_4 = 0.02742 \text{ W/mk}$	外界空气的导热系数
$K_5 = 0.609 \text{ W/mk}$	常温水的导热系数
$C_1 = 5257.6 \text{ J/kgk}$	瓜皮的比热
$C_2 = 3990.4 \text{ J/kgk}$	瓜瓢的比热
$C_3 = 1005 \text{ J/kgk}$	冰箱内空气的比热
$C_4 = 1005 \text{ J/kgk}$	外界空气的比热
$C_5 = 4.179 \text{ J/kgk}$	常温水的比热
$T_1 = 38^\circ\text{C}$	瓜皮温度 (初始值)
$T_2 = 38^\circ\text{C}$	瓜瓢温度 (初始值)
$T_3 = 5^\circ\text{C}$	冰箱空气温度

续表

符号	意义
$T_4 = 38^{\circ}\text{C}$	外界温度
$T_5 = 25^{\circ}\text{C}$	常温水温度
$\rho_1 = 843.35 \text{ kg/m}^3$	瓜皮的密度
$\rho_2 = 0.4752 \text{ kg/m}^3$	瓜瓤的密度
$\rho_3 = 0.02475 \text{ kg/m}^3$	冰箱内空气的密度
$\rho_4 = 0.02742 \text{ kg/m}^3$	外界空气的密度
$\rho_5 = 0.609 \text{ kg/m}^3$	常温水的密度
$r_1 = 15 \text{ cm}$	瓜皮外半径
$r_2 = 13 \text{ cm}$	瓜瓤半径
$d = 0.01 \text{ m}$	散点距离

5.2.5 设置边界条件

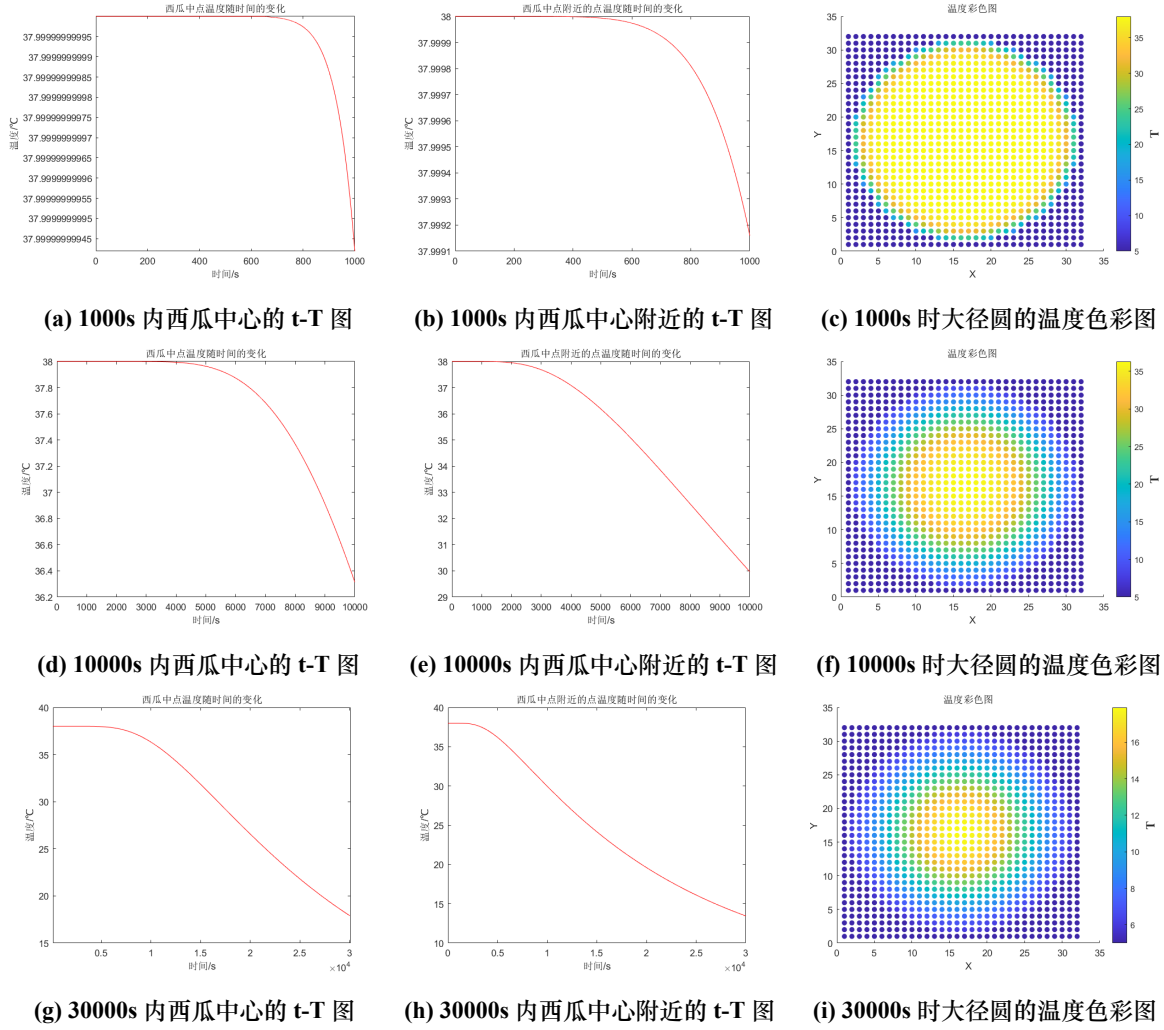
第一类边界条件为：西瓜表面边界为 5°C 的恒温空气

5.2.6 步进过程

第一，设置过程矩阵 $q(i, j, k)$ ，满足如下步进方程：

$$\begin{aligned}
 q(i, j, k) = & ((k(i+1, j, k) + k(i, j, k)) * (T(i+1, j, k) - T(i, j, k)) \\
 & + (k(i-1, j, k) + k(i, j, k)) * (T(i-1, j, k) - T(i, j, k)) \\
 & + (k(i, j+1, k) + k(i, j, k)) * (T(i, j+1, k) - T(i, j, k)) \\
 & + (k(i, j-1, k) + k(i, j, k)) * (T(i, j-1, k) - T(i, j, k)) \\
 & + (k(i, j, k+1) + k(i, j, k)) * (T(i, j, k+1) - T(i, j, k)) \\
 & + (k(i, j, k-1) + k(i, j, k)) * (T(i, j, k-1) - T(i, j, k))) / (2 * d)
 \end{aligned}$$

第二，选取 $t = 1000\text{s}$, $t = 10000\text{s}$, $t = 30000\text{s}$ ，导出西瓜中心及其附近 (距离中心 $r_1/2$ 处) 的温度变化图像和大径圆平面的内部温度图像，得到直接将西瓜放入冰箱内降温至冰冻标准时西瓜内部温度的变化规律如下：（代码附在最后）



5.2.7 图像分析

为了更好地观察西瓜降温过程中的温度变化过程，我们选取了西瓜中心点以及西瓜中心附近的点 (距离中心 $r_1/2$ 处) 的温度并绘制出其随时间变化的过程图像，为了描述西瓜大径圆平面上的温度分布情况，我们绘制了大径圆的温度色彩图。

第一列三张图描述了时间分别为 1000s, 10000s, 30000s 时西瓜中心点的温度随时间的变化，我们可以看到随着时间的不断增大，温度也在不断降低，而且降低的速度在变快。

第二列三张图描述了时间分别为 1000s, 10000s, 30000s 时西瓜中点附近的点的温度随时间的变化，同样地，随着时间不断增大，温度在逐渐降低，总体变化趋势为降温速度先变快后开始变慢。

第三列的三张图描述了时间分别为 1000s, 10000s, 30000s 时大径圆平面上的温度色彩图，我们可以看出，西瓜降温是从边缘开始进行并逐步向内部的，随着时间的增加，西瓜内部的温度逐渐降低并且低温圈不断向内扩散。

5.3 问题二模型的建立与求解

5.3.1 放置位置特殊化

第二问分为两个过程，将常温水中预冷 15 分钟记为过程一，之后在冰箱内预冷记为过程二。

对于西瓜放置的位置，过程二同上一问，而对于过程一，西瓜放在常温水中，使得西瓜上下半球分别与外界空气和常温水接触，如图：

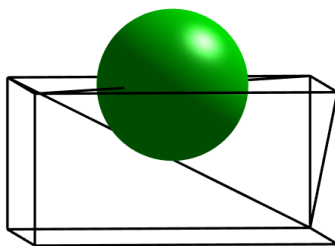


图 9 水浴预冷的西瓜模型

5.3.2 初值的设定

设浸没体积为 V_x ，浸没深度为 h

因为西瓜总体积为：

$$V_0 = \frac{4}{3}\pi r_1^3$$

瓜瓤体积为：

$$V_2 = \frac{4}{3}\pi r_2^3$$

所以瓜皮体积为：

$$V_1 = V_0 - V_2 = \frac{4}{3}\pi(r_1^3 - r_2^3)$$

西瓜总密度为：

$$\rho_0 = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_0} = \rho_1 + (\rho_2 - \rho_1) \frac{r_2^3}{r_1^3}$$

由于质量守恒：

$$\rho_0 V_0 = \rho_5 V_x + \rho_4 (V_0 - V_x)$$

所以解得浸没体积为：

$$V_x = \frac{\rho_0 - \rho_4}{\rho_5 - \rho_4} \cdot V_0$$

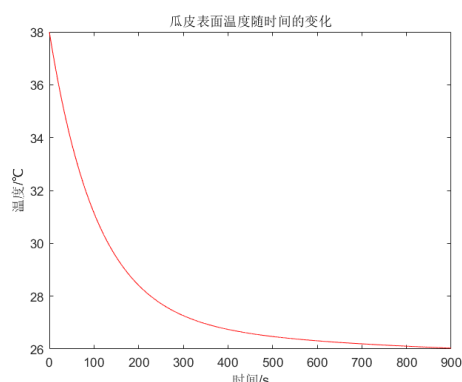
由球冠体积公式：

$$V = \frac{\pi h^2}{3}(3r - h)$$

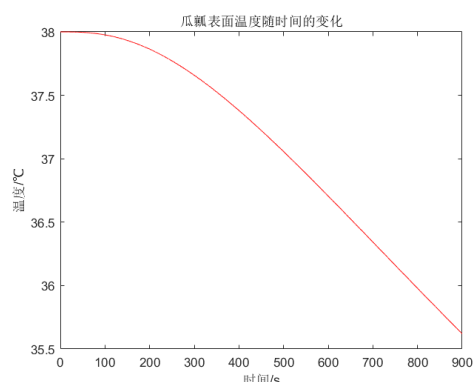
可以解出浸没深度 h 的表达式

5.3.3 步进过程

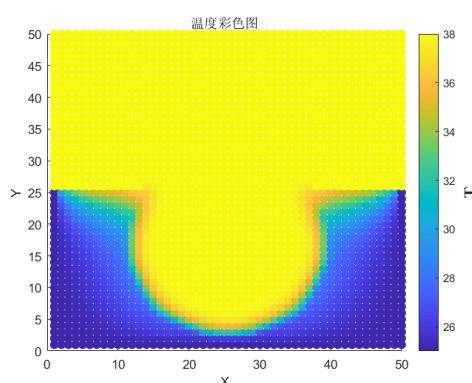
步进过程与问题一方法类似，先求出过程一中瓜皮瓜瓢表面的温度变化图像和大径圆平面的内部温度图像，然后求出过程二中的温度变化图像，并可得到达到冰冻标准的时间值。相关图像如下：（代码附在最后）



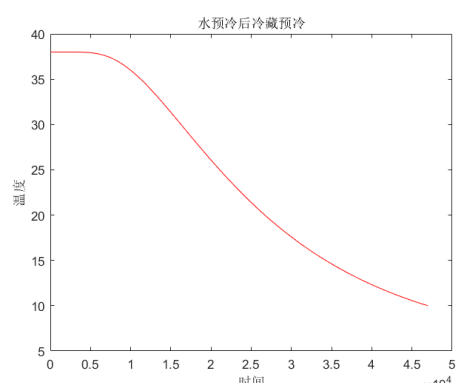
(a) 过程一瓜皮表面的 t-T 图



(b) 过程一瓜瓢表面的 t-T 图



(c) 15 分钟时切面的温度分布图



(d) 过程二最高温度点的 t-T 图

5.3.4 图像分析

为了完整地展示西瓜先水浴预冷再冰箱预冷的过程，我们绘制了这两个过程的图。第一个图是选取瓜皮表面的一点在水浴预冷时随温度的变化，第二个图是瓜瓢表面上一点在水浴预冷时随温度的变化，我们可以看到瓜皮表面的降温速度比瓜瓢表面的降温速度快，因为西瓜皮在西瓜的最外部，最先开始降温。第三个图是在水浴预冷 15 分钟时切面的温度分布。最后一个图是西瓜在水浴预冷后放入冰箱预冷达到标准冷冻状态的过程中，西瓜内部最高点的温度随时间的变化过程，可以看到西瓜内部最高点的温度随着时间的增大，降温速度先变快后来再开始舒缓。

中间部分降温速度先慢后快又慢是因为：(a) 热量传递需要一定的时间，因此刚开始降温会比较慢。(b) 随着热量不断传递，温度随距离的梯度逐渐变大，使得中间一段

时间的温度变化较为迅速。(c) 整个物理过程为平衡被打破，然后逐渐趋于动态平衡的过程，随着时间的推移，不稳定的状态趋于稳定，梯度减小，温度变化又变得缓慢。

5.4 问题三模型的建立与求解

5.4.1 建模过程

我们将水浴预冷的时间范围定为 0 至 30 分钟，以 7.5 分钟为间隔计算得到五个时间点的总耗时如下：

水浴时间 (0.1s)	1	4500	9000	13500	18000
总时间 (0.1s)	474255	475787	478786	482007	485347

图 11 水浴预冷时间-总预冷时间表格

然后将这些数据带入 Newton 插值法中，拟合 Newton 插值多项式，并通过取多个节点的方式，得到了水浴预冷时间与总预冷时间的图像关系如下：

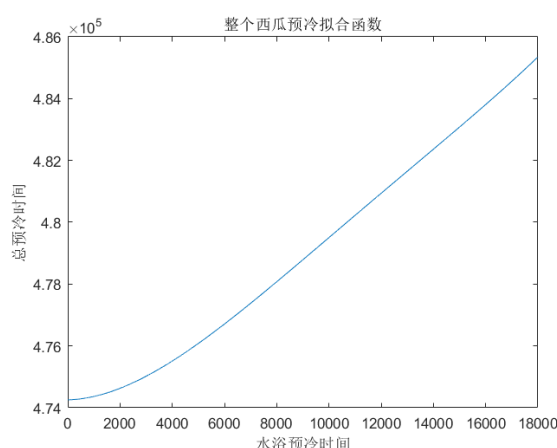


图 12 水浴预冷时间-总预冷时间曲线

5.4.2 图像分析

最终得到水浴预冷时间为 0 时，总耗时的最小值为 13.17 小时。计算发现西瓜放水中预冷并不能减少西瓜冷冻的总时间，其原因可能是水温过高，导致西瓜在水中的降温速度较为缓慢。

5.5 问题四模型的建立与求解

5.5.1 建模过程

同第 (3) 问方法，我们将水浴预冷的时间范围定为 0 至 30 分钟，以 7.5 分钟为间隔计算得到五个时间点的总耗时如下：

水浴时间 (0.1s)	1	4500	9000	13500	18000
总时间 (0.1s)	239407	241702	245202	248886	253667

图 13 水浴预冷时间-总预冷时间表格

然后将这些数据带入 Newton 插值法中，拟合 Newton 插值多项式，并通过取多个节点的方式，得到了水浴预冷时间与总预冷时间的图像关系如下：

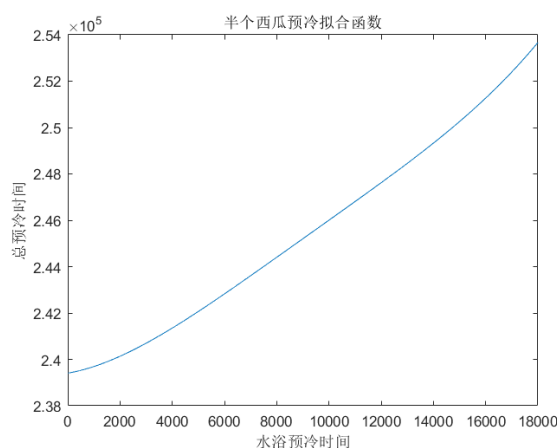


图 14 水浴预冷时间-总预冷时间曲线

5.5.2 图像分析

结果和第三问一样，只是总耗时更短了。最终得到水浴预冷时间为 0 时，总耗时的最小值为 6.65 小时。计算发现西瓜放水中预冷并不能减少西瓜冷冻的总时间，其原因可能是水温过高，导致西瓜在水中的降温速度较为缓慢。

除此之外，将西瓜切成两半后放入冰箱中能够增加西瓜与冷空气接触的面积，还能够使得西瓜表面到西瓜中心的距离减少，让传热更容易到达中心位置，这使得西瓜在冰箱里降温更为迅速。

六、模型的评价

6.1 模型的检验

1. 冰箱预冷

根据文献，我们发现网上也有其他人做过类似的实验 [4]，并建立了模型，模型数据图如下：

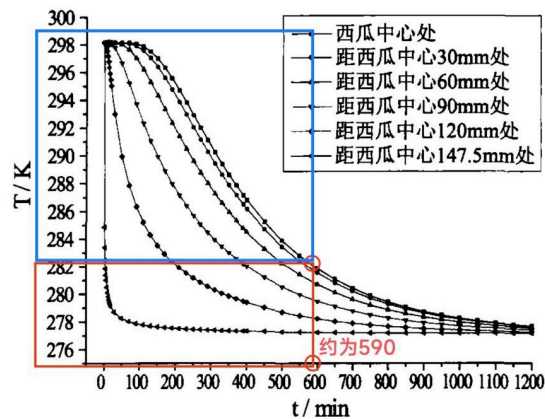


图 15 西瓜冷藏过程中各点 T-t 曲线图

在红色框中可以看出，西瓜中心降温至 282.15K 的时间大致为 590min。

为了检验我们模型的可行性，我们将参数调整为与论文中初始条件相同的数值，即西瓜温度为 298.15K，环境温度为 277.15K，并进行模拟，得到如下结果：

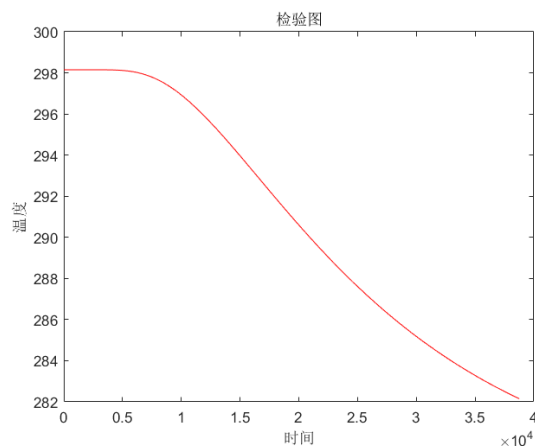


图 16 (1) 问模型的 T-t 曲线图

得到西瓜中心降温至 282.15K 的时间大致为 646min，与 590min 相差不大，误差为 11.2%，因此模型在冰箱内部的恒温环境中是具有一定可行性的。

2. 水浴预冷

为了检验水浴预冷对西瓜的整个降温是否有效，在问题三中，我们重新将水温的初始值设为 10°C，并进行数值模拟，得到如下结果：

水浴时间 (0.1s)	1	4500	9000	13500	18000
总时间 (0.1s)	474123	472096	473262	474896	476781

图 17 10°C 下的 (3) 问表格

带入牛顿插值法得：

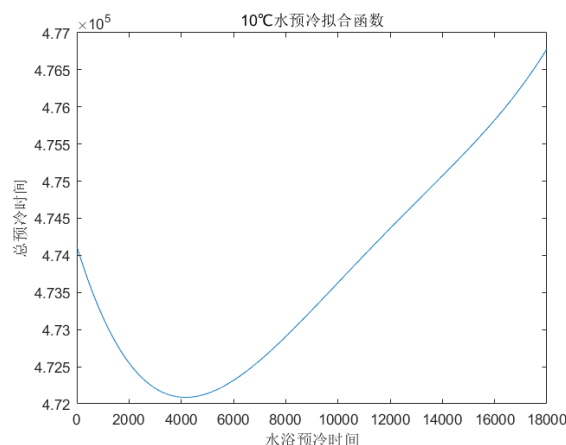


图 18 10°C 下的 (3) 问图像

得到水浴预冷时间为 7 分钟时，总耗时的最小值为 13.11 小时，说明水浴预冷在水温较低时是有效果的。

6.2 模型的优点

1. 独立热源的物理场划分，在设置初值条件，边界条件，以及整个热量传递的过程当中，能够将一些不同的传热过程进行统一化，思路较为清晰，具有良好的可观性。尤其在解决复杂问题时，有利于剖析物理场，将问题由繁化简，变得可视化。
2. 通过分段采样进行牛顿插值的方式，能够有效的减少模型的计算量。

6.3 模型的缺点

1. 没有严格的计算对流换热系数，忽略了不同介质交接处的热阻，会对模型的结果产生许多误差。
2. 牛顿差值法在插值过多时容易出现震荡现象，因此在插值中可以采用分段插值法。

七、模型的推广

西瓜预冷的模拟对于了解样品冷藏冷冻过程、选择及优化工艺参数有重要的意义。在现实生活中，西瓜是常见食物之一，体积大的特点使得它成为良好试验品。随着模拟技术的发展，对样品导热系数、比热等物理性质参数需求的增大，物性的测试仪器和方法也有待进一步的研究和优化。装置的微型化、实验结果的准确性以及实验过程的简化等都是未来的研究方向，以适用于更多的体积微小的生物样品的研究。

参考文献

- [1] George E Totten. Handbook of residual stress and deformation of steel. ASM international, 2002.
- [2] 王强 and 刘晓东. 实施蔬菜产地预冷, 完善低温冷藏链. 制冷, 20(1):40–44, 2001.
- [3] 王达, 刘升, 王强, 贾利娥, 严灿, and 段小明. 雪青梨在不同预冷方式下数值模拟与试验研究. 制冷与空调, 35(12):77–81, 2015.
- [4] 谢珊 and 吴江涛. 西瓜热物性的测定及冷藏过程模拟. 第七届全国食品冷藏链大会论文集, 2010.
- [5] 陈秀勤, 卢立新, and 王军. 包装箱内层装果品差压预冷温度场的数值模拟与验证. 农业工程学报, 30(12):249–257, 2014.

附录 A (1) 问代码

```
clear
% 网格数量
N = 32;

% 初始化参数
dt = 0.1; % 时间步长
K1 = 0.5804; % 瓜皮的导热系数
K2 = 0.4752; % 瓜瓤的导热系数
K3 = 0.02475; % 冰箱内空气的导热系数
K4 = 0.02742; % 外界空气的导热系数
K5 = 0.609; % 25度水的导热系数
C1 = 5257.6; % 瓜皮的比热
C2 = 3990.4; % 瓜瓤的比热
C3 = 1005; % 冰箱内空气的比热
C4 = 1005; % 外界空气的比热
C5 = 4.179; % 25度水的比热
T1 = 38; % 瓜皮的温度
T2 = 38; % 瓜瓤的温度
T3 = 5; % 冰箱内空气的温度
T4 = 38; % 外界空气的温度
T5 = 25; % 25度水的温度
P1 = 843.35; % 瓜皮的密度
P2 = 918.2; % 瓜瓤的密度
P3 = 1.27; % 冰箱内空气的密度
P4 = 1.1354; % 外界空气的密度
P5 = 997; % 25度水的密度
r1 = 15; % 西瓜半径
r2 = 13; % 瓜瓤半径
d = 0.01; % 散点距离
l1 = 15; % 空气的对流传热系数
l2 = 600; % 水的对流传热系数
% 初始化网格
T = zeros(N, N, N); % 温度
C = ones(N, N, N); % 比热
P = ones(N, N, N); % 密度
K = ones(N, N, N); % 导热
A = ones(N, N, N);
% 初始条件

T(:, :, :) = T3;
% 判断点的位置
for i = 1:32
    for j = 1:32
        for k = 1:32
```

```

RR = (i - 16.5)^2 + (j - 16.5)^2 + (k - 16.5)^2;
if sqrt(RR) <= 13 % 判断点的位置关系
    K(i,j,k) = K2; % 是瓜瓤的导热系数
    T(i,j,k) = T2; % 瓜瓤的温度
    C(i,j,k) = C2; % 瓜瓤的比热
    P(i,j,k) = P2; % 瓜瓤密度
elseif sqrt(RR) <=15 % 瓜皮
    K(i,j,k) = K1; % 是瓜皮的导热系数
    T(i,j,k) = T1; % 是瓜皮的温度
    C(i,j,k) = C1; % 是瓜皮的比热
    P(i,j,k) = P1; % 瓜皮密度
elseif sqrt(RR) <=16 % 瓜皮表面空气
    K(i,j,k) = K3+11*d; % 是空气和西瓜之间的等效导热系数
    A(i,j,k) = 0;
else
    A(i,j,k) = 0;
end
end
end
end

% 时间步数
t_steps = 300000;

% 有限差分法
for t = 1:t_steps

    for i = 2:31
        for j = 2:31
            for k = 2:31
                q(i,j,k) = ((K(i + 1, j, k) + K(i, j, k)) * (T(i + 1, j, k) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i - 1, j, k) + K(i, j, k)) * (T(i - 1, j, k) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i, j + 1, k) + K(i, j, k)) * (T(i, j + 1, k) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i, j - 1, k) + K(i, j, k)) * (T(i, j - 1, k) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i, j, k + 1) + K(i, j, k)) * (T(i, j, k + 1) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i, j, k - 1) + K(i, j, k)) * (T(i, j, k - 1) - T(i, j, k))) / (2 * d);
                T(i, j, k) = T(i, j, k) + A(i,j,k)*q(i,j,k) * dt / (C(i, j, k)*d*P(i,j,k));
            end
        end
    end

    temperature1(t) = T(16, 16, 16);
    temperature2(t) = T(16, 16, 9);
end

% 绘制指定点的温度随时间的变化曲线

```

```

figure(1); %中点温度随时间的变化
time = (1:t_steps) * dt;
plot(time, temperature1, 'r')
xlabel('时间/s')
ylabel('温度/℃')
title('西瓜中点温度随时间的变化')

figure(2); %中点附近的点随时间的变化
time = (1:t_steps) * dt;
plot(time, temperature2, 'r')
xlabel('时间/s')
ylabel('温度/℃')
title('西瓜中点附近的点温度随时间的变化')

figure(3); %温度彩色图
E=squeeze(T(16,:,:));
[x_vals, y_vals] = ind2sub([ N, N], find(E(:)));
colors = E(E > -100);
scatter(x_vals, y_vals, N, colors, 'filled');
colorbar;
ylabel(colorbar, 'T', 'FontSize', 14, 'FontName', 'Times New Roman', 'FontWeight', 'bold')
xlabel('X');
ylabel('Y');
title('温度彩色图');

```

附录 B (2) 问代码 (前三张图)

```

clear
syms H;
% 网格数量
N = 50;

% 初始化参数
dt = 0.1; % 时间步长
K1 = 0.5804; % 瓜皮的导热系数
K2 = 0.4752; % 瓜瓤的导热系数
K3 = 0.02475; % 冰箱内空气的导热系数
K4 = 0.02742; % 外界空气的导热系数
K5 = 0.609; % 25度水的导热系数
C1 = 5257.6; % 瓜皮的比热
C2 = 3990.4; % 瓜瓤的比热
C3 = 1005; % 冰箱内空气的比热
C4 = 1005; % 外界空气的比热

```



```

C5 = 4.179; % 25度水的比热
T1 = 38; % 瓜皮的温度
T2 = 38; % 瓜瓤的温度
T3 = 5; % 冰箱内空气的温度
T4 = 38; % 外界空气的温度
T5 = 25; % 25度水的温度
P1 = 843.35; % 瓜皮的密度
P2 = 918.2; % 瓜瓤的密度
P3 = 1.27; % 冰箱内空气的密度
P4 = 1.1354; % 外界空气的密度
P5 = 997; % 25度水的密度
r1 = 15; % 西瓜半径
r2 = 13; % 瓜瓤半径
d = 0.01; % 散点距离
l1 = 15; % 空气的对流传热系数
l2 = 600; % 水的对流传热系数
% 初始化网格
T = zeros(N, N, N); % 温度
C = ones(N, N, N); % 比热
P = ones(N, N, N); % 密度
K = ones(N, N, N); % 导热
A = ones(N, N, N);
B = zeros(N, N, N);
% 初始条件
P0 = P1 + (P2-P1)*(r2/r1)^3;
V0 = pi*4/3*r1^3;
Vx = (P0-P4)/(P5-P4)*V0;
% 球冠高度求解式
f(H) = pi*(H^2)*(3*r1 - H)/3 == V0-Vx & r1>H & H>0;
h = vpa(solve(f(H),H)); % 求解球冠高度
h = double(h);
T(:, :, :) = T3;
% 判断点的位置
for i = 1:50
    for j = 1:50
        for k = 1:50
            RR = (i - 25.5)^2 + (j - 25.5)^2 + (k - 25.5-h+r1)^2;
            if sqrt(RR) <= 13 % 判断点的位置关系
                K(i,j,k) = K2; % 是瓜瓤的导热系数
                T(i,j,k) = T2; % 瓜瓤的温度
                C(i,j,k) = C2; % 瓜瓤的比热
                P(i,j,k) = P2; % 瓜瓤密度
                B(i,j,k) = 1;
            elseif sqrt(RR) <=15 % 瓜皮
                K(i,j,k) = K1; % 瓜皮的导热系数
                T(i,j,k) = T1; % 瓜皮的温度
                C(i,j,k) = C1; % 瓜皮的比热
            end
        end
    end
end

```

```

        P(i,j,k) = P1; % 瓜皮密度
        B(i,j,k) = 1;
    elseif k>25 % 空气
        K(i,j,k) = K4+l1*d; % 空气的等效导热系数
        T(i,j,k) = T4; % 空气的温度
        A(i,j,k) = 0;

    else % 水
        K(i,j,k) = K5+l2*d; % 水的等效导热系数
        T(i,j,k) = T5; % 水的温度
        C(i,j,k) = C2; % 水的比热
        P(i,j,k) = P2; % 水密度
    end
end
end
end

% 有限差分法
for t = 1:9000

    for i = 2:49
        for j = 2:49
            for k = 2:49
                q(i,j,k) = ((K(i + 1, j, k) + K(i, j, k)) * (T(i + 1, j, k) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i - 1, j, k) + K(i, j, k)) * (T(i - 1, j, k) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i, j + 1, k) + K(i, j, k)) * (T(i, j + 1, k) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i, j - 1, k) + K(i, j, k)) * (T(i, j - 1, k) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i, j, k + 1) + K(i, j, k)) * (T(i, j, k + 1) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i, j, k - 1) + K(i, j, k)) * (T(i, j, k - 1) - T(i, j, k))) / (2 * d);
                T(i, j, k) = T(i, j, k) + A(i,j,k)*q(i,j,k) * dt / (C(i, j, k)*d*P(i,j,k));
            end
        end
    end

    temperature1(t) = T(25, 25, 2);
    temperature2(t) = T(25, 25, 4);
end

figure(1); %温度折线图
time = (1:t) * dt;
plot(time, temperature1, 'r')
xlabel('时间/s')
ylabel('温度/℃')
title('瓜皮表面温度随时间的变化')

figure(2); %中点附近的点随时间的变化
time = (1:t) * dt;

```

```

plot(time, temperature2, 'r')
xlabel('时间/s')
ylabel('温度/℃')
title('瓜瓢表面温度随时间的变化')

figure(3); %温度彩色图
E=squeeze(T(25,:,:));
[y_vals, z_vals] = ind2sub([ N, N], find(E(:)));
colors = E(E > -100);
scatter(y_vals, z_vals, N, colors, 'filled');
colorbar;
ylabel(colorbar, 'T', 'FontSize', 14, 'FontName', 'Times New Roman', 'FontWeight', 'bold')
xlabel('X');
ylabel('Y');
title('温度彩色图');

```

附录 C (2) 问代码 (第四张图) 以及 (3) 问表格代码

```

clear
syms H;
% 网格数量
N = 50;

% 初始化参数
t_steps = 4500; % 在水中的时间步数
dt = 0.1; % 时间步长
K1 = 0.5804; % 瓜皮的导热系数
K2 = 0.4752; % 瓜瓢的导热系数
K3 = 0.02475; % 冰箱内空气的导热系数
K4 = 0.02742; % 外界空气的导热系数
K5 = 0.609; % 25度水的导热系数
C1 = 5257.6; % 瓜皮的比热
C2 = 3990.4; % 瓜瓢的比热
C3 = 1005; % 冰箱内空气的比热
C4 = 1005; % 外界空气的比热
C5 = 4.179; % 25度水的比热
T1 = 38; % 瓜皮的温度
T2 = 38; % 瓜瓢的温度
T3 = 5; % 冰箱内空气的温度
T4 = 38; % 外界空气的温度
T5 = 25; % 25度水的温度
P1 = 843.35; % 瓜皮的密度
P2 = 918.2; % 瓜瓢的密度
P3 = 1.27; % 冰箱内空气的密度

```

```

P4 = 1.1354; % 外界空气的密度
P5 = 997; % 25度水的密度
r1 = 15; % 西瓜半径
r2 = 13; % 瓜瓤半径
d = 0.01; % 散点距离
l1 = 15; % 空气的对流传热系数
l2 = 600; % 水的对流传热系数
% 初始化网格
T = zeros(N, N, N); % 温度
C = ones(N, N, N); % 比热
P = ones(N, N, N); % 密度
K = ones(N, N, N); % 导热
A = ones(N, N, N);
B = zeros(N, N, N);
% 初始条件
P0 = P1 + (P2-P1)*(r2/r1)^3;
V0 = pi*4/3*r1^3;
Vx = (P0-P4)/(P5-P4)*V0;
% 球冠高度求解式
f(H) = pi*(H^2)*(3*r1 - H)/3 == V0-Vx & r1>H & H>0;
h = vpa(solve(f(H),H)); % 求解球冠高度
h = double(h);
T(:, :, :) = T3;
% 判断点的位置
for i = 1:50
    for j = 1:50
        for k = 1:50
            RR = (i - 25.5)^2 + (j - 25.5)^2 + (k - 25.5-h+r1)^2;
            if sqrt(RR) <= 13 % 判断点的位置关系
                K(i,j,k) = K2; % 是瓜瓤的导热系数
                T(i,j,k) = T2; % 瓜瓤的温度
                C(i,j,k) = C2; % 瓜瓤的比热
                P(i,j,k) = P2; % 瓜瓤密度
                B(i,j,k) = 1;
            elseif sqrt(RR) <=15 % 瓜皮
                K(i,j,k) = K1; % 瓜皮的导热系数
                T(i,j,k) = T1; % 瓜皮的温度
                C(i,j,k) = C1; % 瓜皮的比热
                P(i,j,k) = P1; % 瓜皮密度
                B(i,j,k) = 1;
            elseif k>25 % 空气
                K(i,j,k) = K4+l1*d; % 空气的等效导热系数
                T(i,j,k) = T4; % 空气的温度
                A(i,j,k) = 0;

            else % 水
                K(i,j,k) = K5+l2*d; % 水的等效导热系数

```

```

        T(i,j,k) = T5; % 水的温度
        C(i,j,k) = C2; % 水的比热
        P(i,j,k) = P2; % 水密度
    end
end
end
end

% 有限差分法
for t = 1:t_steps

    for i = 2:49
        for j = 2:49
            for k = 2:49
                q(i,j,k) = ((K(i + 1, j, k) + K(i, j, k)) * (T(i + 1, j, k) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i - 1, j, k) + K(i, j, k)) * (T(i - 1, j, k) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i, j + 1, k) + K(i, j, k)) * (T(i, j + 1, k) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i, j - 1, k) + K(i, j, k)) * (T(i, j - 1, k) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i, j, k + 1) + K(i, j, k)) * (T(i, j, k + 1) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i, j, k - 1) + K(i, j, k)) * (T(i, j, k - 1) - T(i, j, k))) / (2 * d);
                T(i, j, k) = T(i, j, k) + A(i,j,k)*q(i,j,k) * dt / (C(i, j, k)*d*P(i,j,k));
            end
        end
    end
end

N=32;
G=ones(N,N,N);
%转换
for i = 1:50
    for j = 1:50
        for k = 1:50
            RR = (i - 25.5)^2 + (j - 25.5)^2 + (k - 25.5-h+r1)^2;
            if sqrt(RR) <= 15 % 判断点的位置关系
                G(i-9,j-9,k)=T(i,j,k);
            end
        end
    end
end

T = zeros(N, N, N); % 温度
C = ones(N, N, N); % 比热
P = ones(N, N, N); % 密度
K = ones(N, N, N); % 导热
A = ones(N, N, N);

```

```

% 初始条件
o=100;
T=G;
% 判断点的位置
for i = 1:32
    for j = 1:32
        for k = 1:32
            RR = (i - 16.5)^2 + (j - 16.5)^2 + (k - 16.5)^2;
            if sqrt(RR) <= 13 % 判断点的位置关系
                K(i,j,k) = K2; % 是瓜瓤的导热系数
                C(i,j,k) = C2; % 瓜瓤的比热
                P(i,j,k) = P2; % 瓜瓤密度
            elseif sqrt(RR) <=15 % 瓜皮
                K(i,j,k) = K1; % 是瓜皮的导热系数
                C(i,j,k) = C1; % 是瓜皮的比热
                P(i,j,k) = P1; % 瓜皮密度
            elseif sqrt(RR) <=16 % 瓜皮表面空气
                K(i,j,k) = K3+l1*d; % 是空气和西瓜之间的等效导热系数
                A(i,j,k) = 0;
                T(i,j,k) = T3;
            else
                A(i,j,k) = 0;
                T(i,j,k) = T3;
            end
        end
    end
end

% 有限差分法
for t = 1:1000000

    for i = 2:31
        for j = 2:31
            for k = 2:31
                q(i,j,k) = ((K(i + 1, j, k) + K(i, j, k)) * (T(i + 1, j, k) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i - 1, j, k) + K(i, j, k)) * (T(i - 1, j, k) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i, j + 1, k) + K(i, j, k)) * (T(i, j + 1, k) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i, j - 1, k) + K(i, j, k)) * (T(i, j - 1, k) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i, j, k + 1) + K(i, j, k)) * (T(i, j, k + 1) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i, j, k - 1) + K(i, j, k)) * (T(i, j, k - 1) - T(i, j, k))) / (2 * d);
                T(i, j, k) = T(i, j, k) + A(i,j,k)*q(i,j,k) * dt / (C(i, j, k)*d*P(i,j,k));
            end
        end
    end
    temperature(t) = max(max(max(T)));
    o=temperature(t);

```

```

    if o<=10
        break;
    end
end

figure(1); %温度折线图
time = (1:t) * dt;
plot(time, temperature, 'r')
xlabel('时间')
ylabel('温度')
title('水预冷后冷藏预冷')

figure(2); %温度彩色图
E=squeeze(T(16,:,:));
[y_vals, z_vals] = ind2sub([ N, N], find(E(:)));
colors = E(E > -100);
scatter(y_vals, z_vals, N, colors, 'filled');
colorbar;
ylabel(colorbar, 'T', 'FontSize', 14, 'FontName', 'Times New Roman', 'FontWeight', 'bold')
xlabel('X');
ylabel('Y');
title('温度彩色图');
%t_steps,总时间记录
t_all=[1 4500 9000 13500 18000;474256 475787 478786 482007 480847];

```

附录 D 牛顿插值法 (以 (3) 问为例)

```

clear
%Newton插值法拟合函数并通过取节点来找极值:
W = [1 4500 9000 13500 18000;474256 475787 478786 482007 485347];%前面得到的矩阵
X = W(1,:);
f = W(2,:);
U = f;
f = f';

%求各阶均差
for i=1:4
    for j=1:i
        f(i+1,j+1)=(f(i,j)-f(i+1,j))/(X(i-j+1)-X(i+1));
    end
end

for k=1:10000

```

```

    x(k)=1.8*k;
    N(1)=f(1,1);
for i=2:5
P(i)=1;
for j=1:i-1
P(i)=P(i)*(x(k)-X(j));
end
N(i)=N(i-1)+f(i,i)*P(i) ;
end
fx(k)=N(5);
end

figure(3); %拟合函数图像
plot(x,fx)
mi=min(fx)
ni=find(fx==min(fx))

```

附录 E (4) 问表格代码

```

clear
syms H;
% 网格数量
N = 50;

% 初始化参数
t_steps = 18000;% 在水中的时间步数
dt = 0.1; % 时间步长
K1 = 0.5804; % 瓜皮的导热系数
K2 = 0.4752; % 瓜瓢的导热系数
K3 = 0.02475; % 冰箱内空气的导热系数
K4 = 0.02742; % 外界空气的导热系数
K5 = 0.609; % 25度水的导热系数
C1 = 5257.6; % 瓜皮的比热
C2 = 3990.4; % 瓜瓢的比热
C3 = 1005; % 冰箱内空气的比热
C4 = 1005; % 外界空气的的比热
C5 = 4.179; % 25度水的比热
T1 = 38; % 瓜皮的温度
T2 = 38; % 瓜瓢的温度
T3 = 5; % 冰箱内空气的温度
T4 = 38; % 外界空气的的温度
T5 = 25; % 25度水的温度
P1 = 843.35; % 瓜皮的密度
P2 = 918.2; % 瓜瓢的密度
P3 = 1.27; % 冰箱内空气的密度

```



```

P4 = 1.1354; % 外界空气的密度
P5 = 997; % 25度水的密度
r1 = 15; % 西瓜半径
r2 = 13; % 瓜瓢半径
d = 0.01; % 散点距离
l1 = 15; % 空气的对流传热系数
l2 = 600; % 水的对流传热系数
% 初始化网格
T = zeros(N, N, N); % 温度
C = ones(N, N, N); % 比热
P = ones(N, N, N); % 密度
K = ones(N, N, N); % 导热
A = ones(N, N, N);
B = zeros(N, N, N);
% 初始条件
P0 = P1 + (P2-P1)*(r2/r1)^3;
V0 = pi*4/3*r1^3;
Vx = (P0-P4)/(P5-P4)*V0;
% 球冠高度求解式
f(H) = pi*(H^2)*(3*r1 - H)/3 == V0-Vx & r1>H & H>0;
h = vpa(solve(f(H),H)); % 求解球冠高度
h = double(h);
T(:, :, :) = T3;
% 判断点的位置
for i = 1:50
    for j = 1:50
        for k = 1:50
            RR = (i - 25.5)^2 + (j - 25.5)^2 + (k - 25.5-h+r1)^2;
            if sqrt(RR) <= 13 % 判断点的位置关系
                K(i,j,k) = K2; % 是瓜瓢的导热系数
                T(i,j,k) = T2; % 瓜瓢的温度
                C(i,j,k) = C2; % 瓜瓢的比热
                P(i,j,k) = P2; % 瓜瓢密度
                B(i,j,k) = 1;
            elseif sqrt(RR) <=15 % 瓜皮
                K(i,j,k) = K1; % 瓜皮的导热系数
                T(i,j,k) = T1; % 瓜皮的温度
                C(i,j,k) = C1; % 瓜皮的比热
                P(i,j,k) = P1; % 瓜皮密度
                B(i,j,k) = 1;
            elseif k>25 % 空气
                K(i,j,k) = K4+l1*d; % 空气的等效导热系数
                T(i,j,k) = T4; % 空气的温度
                A(i,j,k) = 0;

            else % 水
                K(i,j,k) = K5+l2*d; % 水的等效导热系数

```

```

        T(i,j,k) = T5; % 水的温度
        C(i,j,k) = C2; % 水的比热
        P(i,j,k) = P2; % 水密度
    end
end
end
end

% 有限差分法
for t = 1:t_steps

    for i = 2:49
        for j = 2:49
            for k = 2:49
                q(i,j,k) = ((K(i + 1, j, k) + K(i, j, k)) * (T(i + 1, j, k) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i - 1, j, k) + K(i, j, k)) * (T(i - 1, j, k) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i, j + 1, k) + K(i, j, k)) * (T(i, j + 1, k) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i, j - 1, k) + K(i, j, k)) * (T(i, j - 1, k) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i, j, k + 1) + K(i, j, k)) * (T(i, j, k + 1) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i, j, k - 1) + K(i, j, k)) * (T(i, j, k - 1) - T(i, j, k))) / (2 * d);
                T(i, j, k) = T(i, j, k) + A(i,j,k)*q(i,j,k) * dt / (C(i, j, k)*d*P(i,j,k));
            end
        end
    end
end

N=32;
G=ones(N,N,N);
%转换
for i = 1:50
    for j = 1:50
        for k = 1:50
            RR = (i - 25.5)^2 + (j - 25.5)^2 + (k - 25.5-h+r1)^2;
            if sqrt(RR) <= 15 % 判断点的位置关系
                G(i-9,j-9,k)=T(i,j,k);
            end
        end
    end
end

Y=ones(N,N,17);
%转换
for i = 1:32
    for j = 1:16

```

```

    for k = 1:32
        Y(i,k,j)=G(i,j,k);
    end
end
end

% 初始条件
T = Y;
% 判断点的位置
for i = 1:32
    for j = 1:32
        for k = 1:16
            RR = (i - 16.5)^2 + (j - 16.5)^2 + (k - 16.5)^2;
            if sqrt(RR) <= 13 % 判断点的位置关系
                K(i,j,k) = K2; % 是瓜瓤的导热系数
                C(i,j,k) = C2; % 瓜瓤的比热
                P(i,j,k) = P2; % 瓜瓤密度
            elseif sqrt(RR) <=15 % 瓜皮
                K(i,j,k) = K1; % 是瓜皮的导热系数
                C(i,j,k) = C1; % 是瓜皮的比热
                P(i,j,k) = P1; % 瓜皮密度
            elseif sqrt(RR) <=16 % 瓜皮表面空气
                K(i,j,k) = K3; % 是空气和西瓜之间的等效导热系数
                A(i,j,k) = 0;
            else
                A(i,j,k) = 0;
            end
        end
    end
end

K(:, :, 17) = K3; % 空气的等效导热系数
A(:, :, 17) = 0;
T(:, :, 17) = 5;

% 有限差分法
for t = 1:1000000

    for i = 2:31
        for j = 2:31
            for k = 2:16
                q(i,j,k) = ((K(i + 1, j, k) + K(i, j, k)) * (T(i + 1, j, k) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i - 1, j, k) + K(i, j, k)) * (T(i - 1, j, k) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i, j + 1, k) + K(i, j, k)) * (T(i, j + 1, k) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i, j - 1, k) + K(i, j, k)) * (T(i, j - 1, k) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i, j, k + 1) + K(i, j, k)) * (T(i, j, k + 1) - T(i, j, k)) + ...

```

```

            (K(i, j, k - 1) + K(i, j, k)) * (T(i, j, k - 1) - T(i, j, k))) / (2 * d);
        T(i, j, k) = T(i, j, k) + A(i,j,k)*q(i,j,k) * dt / (C(i, j, k)*d*P(i,j,k));
    end
end
end
temperature(t) = max(max(max(T)));
o=temperature(t);
if o<=10
    break;
end
end
end

% 绘制指定点的温度随时间的变化曲线
time = (1:t) * dt;
plot(time, temperature, 'r')
xlabel('时间')
ylabel('温度')
%t_steps,总时间记录
t_all=[1 4500 9000 13500 18000;239407 241702 245202 248886 253667];

```

附录 F 模型检验图像代码

```

clear
syms H;
% 网格数量
N = 50;

% 初始化参数
t_steps = 1;% 在水中的时间步数
dt = 0.1; % 时间步长
K1 = 0.5804; % 瓜皮的导热系数
K2 = 0.4752; % 瓜瓢的导热系数
K3 = 0.02475; % 冰箱内空气的导热系数
K4 = 0.02742; % 外界空气的导热系数
K5 = 0.609; % 25度水的导热系数
C1 = 5257.6; % 瓜皮的比热
C2 = 3990.4; % 瓜瓢的比热
C3 = 1005; % 冰箱内空气的比热
C4 = 1005; % 外界空气的的比热
C5 = 4.179; % 25度水的比热
T1 = 298.15; % 瓜皮的温度
T2 = 298.15; % 瓜瓢的温度
T3 = 277.15 ; % 冰箱内空气的温度
T4 = 38; % 外界空气的的温度

```

```

T5 = 25; % 25度水的温度
P1 = 843.35; % 瓜皮的密度
P2 = 918.2; % 瓜瓤的密度
P3 = 1.27; % 冰箱内空气的密度
P4 = 1.1354; % 外界空气的密度
P5 = 997; % 25度水的密度
r1 = 15; % 西瓜半径
r2 = 13; % 瓜瓤半径
d = 0.01; % 散点距离
l1 = 15; % 空气的对流传热系数
l2 = 600; % 水的对流传热系数
% 初始化网格
T = zeros(N, N, N); % 温度
C = ones(N, N, N); % 比热
P = ones(N, N, N); % 密度
K = ones(N, N, N); % 导热
A = ones(N, N, N);
B = zeros(N, N, N);
% 初始条件
P0 = P1 + (P2-P1)*(r2/r1)^3;
V0 = pi*4/3*r1^3;
Vx = (P0-P4)/(P5-P4)*V0;
% 球冠高度求解式
f(H) = pi*(H^2)*(3*r1 - H)/3 == V0-Vx & r1>H & H>0;
h = vpa(solve(f(H),H)); % 求解球冠高度
h = double(h);
T(:, :, :) = T3;
% 判断点的位置
for i = 1:50
    for j = 1:50
        for k = 1:50
            RR = (i - 25.5)^2 + (j - 25.5)^2 + (k - 25.5-h+r1)^2;
            if sqrt(RR) <= 13 % 判断点的位置关系
                K(i,j,k) = K2; % 是瓜瓤的导热系数
                T(i,j,k) = T2; % 瓜瓤的温度
                C(i,j,k) = C2; % 瓜瓤的比热
                P(i,j,k) = P2; % 瓜瓤密度
                B(i,j,k) = 1;
            elseif sqrt(RR) <=15 % 瓜皮
                K(i,j,k) = K1; % 瓜皮的导热系数
                T(i,j,k) = T1; % 瓜皮的温度
                C(i,j,k) = C1; % 瓜皮的比热
                P(i,j,k) = P1; % 瓜皮密度
                B(i,j,k) = 1;
            elseif k>25 % 空气
                K(i,j,k) = K4+l1*d; % 空气的等效导热系数
                T(i,j,k) = T4; % 空气的温度
            end
        end
    end
end

```

```

        A(i,j,k) = 0;

    else % 水
        K(i,j,k) = K5+12*d; % 水的等效导热系数
        T(i,j,k) = T5; % 水的温度
        C(i,j,k) = C2; % 水的比热
        P(i,j,k) = P2; % 水密度
    end
end
end
end

% 有限差分法
for t = 1:t_steps

    for i = 2:49
        for j = 2:49
            for k = 2:49
                q(i,j,k) = ((K(i + 1, j, k) + K(i, j, k)) * (T(i + 1, j, k) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i - 1, j, k) + K(i, j, k)) * (T(i - 1, j, k) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i, j + 1, k) + K(i, j, k)) * (T(i, j + 1, k) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i, j - 1, k) + K(i, j, k)) * (T(i, j - 1, k) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i, j, k + 1) + K(i, j, k)) * (T(i, j, k + 1) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i, j, k - 1) + K(i, j, k)) * (T(i, j, k - 1) - T(i, j, k))) / (2 * d);
                T(i, j, k) = T(i, j, k) + A(i,j,k)*q(i,j,k) * dt / (C(i, j, k)*d*P(i,j,k));
            end
        end
    end
end

N=32;
G=ones(N,N,N);
%转换
for i = 1:50
    for j = 1:50
        for k = 1:50
            RR = (i - 25.5)^2 + (j - 25.5)^2 + (k - 25.5-h+r1)^2;
            if sqrt(RR) <= 15 % 判断点的位置关系
                G(i-9,j-9,k)=T(i,j,k);
            end
        end
    end
end
end

T = zeros(N, N, N); % 温度

```

```

C = ones(N, N, N); % 比热
P = ones(N, N, N); % 密度
K = ones(N, N, N); % 导热
A = ones(N, N, N);
% 初始条件
o=100;
T=G;
% 判断点的位置
for i = 1:32
    for j = 1:32
        for k = 1:32
            RR = (i - 16.5)^2 + (j - 16.5)^2 + (k - 16.5)^2;
            if sqrt(RR) <= 13 % 判断点的位置关系
                K(i,j,k) = K2; % 是瓜瓤的导热系数
                C(i,j,k) = C2; % 瓜瓤的比热
                P(i,j,k) = P2; % 瓜瓤密度
            elseif sqrt(RR) <=15 % 瓜皮
                K(i,j,k) = K1; % 是瓜皮的导热系数
                C(i,j,k) = C1; % 是瓜皮的比热
                P(i,j,k) = P1; % 瓜皮密度
            elseif sqrt(RR) <=16 % 瓜皮表面空气
                K(i,j,k) = K3+l1*d; % 是空气和西瓜之间的等效导热系数
                A(i,j,k) = 0;
                T(i,j,k) = T3;
            else
                A(i,j,k) = 0;
                T(i,j,k) = T3;
            end
        end
    end
end

% 有限差分法
for t = 1:1000000

    for i = 2:31
        for j = 2:31
            for k = 2:31
                q(i,j,k) = ((K(i + 1, j, k) + K(i, j, k)) * (T(i + 1, j, k) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i - 1, j, k) + K(i, j, k)) * (T(i - 1, j, k) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i, j + 1, k) + K(i, j, k)) * (T(i, j + 1, k) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i, j - 1, k) + K(i, j, k)) * (T(i, j - 1, k) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i, j, k + 1) + K(i, j, k)) * (T(i, j, k + 1) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i, j, k - 1) + K(i, j, k)) * (T(i, j, k - 1) - T(i, j, k))) / (2 * d);
                T(i, j, k) = T(i, j, k) + A(i,j,k)*q(i,j,k) * dt / (C(i, j, k)*d*P(i,j,k));
            end
        end
    end
end

```

```

        end
    end
    temperature(t) = max(max(max(T)));
    o=temperature(t);
    if o<=282.15
        break;
    end
end
end

figure(1); %温度折线图
time = (1:t) * dt;
plot(time, temperature, 'r')
xlabel('时间')
ylabel('温度')

figure(2); %温度彩色图
E=squeeze(T(16,:,:));
[y_vals, z_vals] = ind2sub([ N, N], find(E(:)));
colors = E(E > -100);
scatter(y_vals, z_vals, N, colors, 'filled');
colorbar;

```

附录 G 模型检验表格代码

```

clear
syms H;
% 网格数量
N = 50;

% 初始化参数
t_steps = 18000;% 在水中的时间步数
dt = 0.1; % 时间步长
K1 = 0.5804; % 瓜皮的导热系数
K2 = 0.4752; % 瓜瓤的导热系数
K3 = 0.02475; % 冰箱内空气的导热系数
K4 = 0.02742; % 外界空气的导热系数
K5 = 0.574; % 25度水的导热系数, 暂时改为10度的水
C1 = 5257.6; % 瓜皮的比热
C2 = 3990.4; % 瓜瓤的比热
C3 = 1005; % 冰箱内空气的比热
C4 = 1005; % 外界空气的比热
C5 = 4.191; % 25度水的比热, 暂时改为10度的水
T1 = 38; % 瓜皮的温度
T2 = 38; % 瓜瓤的温度

```



```

T3 = 5; % 冰箱内空气的温度
T4 = 38; % 外界空气的温度
T5 = 10; % 25度水的温度，暂时改为10度的水
P1 = 843.35; % 瓜皮的密度
P2 = 918.2; % 瓜瓤的密度
P3 = 1.27; % 冰箱内空气的密度
P4 = 1.1354; % 外界空气的密度
P5 = 999.7; % 25度水的密度，暂时改为10度的水
r1 = 15; % 西瓜半径
r2 = 13; % 瓜瓤半径
d = 0.01; % 散点距离
l1 = 15; % 空气的对流传热系数
l2 = 600; % 水的对流传热系数
% 初始化网格
T = zeros(N, N, N); % 温度
C = ones(N, N, N); % 比热
P = ones(N, N, N); % 密度
K = ones(N, N, N); % 导热
A = ones(N, N, N);
B = zeros(N, N, N);
% 初始条件
P0 = P1 + (P2-P1)*(r2/r1)^3;
V0 = pi*4/3*r1^3;
Vx = (P0-P4)/(P5-P4)*V0;
% 球冠高度求解式
f(H) = pi*(H^2)*(3*r1 - H)/3 == V0-Vx & r1>H & H>0;
h = vpa(solve(f(H),H)); % 求解球冠高度
h = double(h);
T(:, :, :) = T3;
% 判断点的位置
for i = 1:50
    for j = 1:50
        for k = 1:50
            RR = (i - 25.5)^2 + (j - 25.5)^2 + (k - 25.5-h+r1)^2;
            if sqrt(RR) <= 13 % 判断点的位置关系
                K(i,j,k) = K2; % 是瓜瓤的导热系数
                T(i,j,k) = T2; % 瓜瓤的温度
                C(i,j,k) = C2; % 瓜瓤的比热
                P(i,j,k) = P2; % 瓜瓤密度
                B(i,j,k) = 1;
            elseif sqrt(RR) <=15 % 瓜皮
                K(i,j,k) = K1; % 瓜皮的导热系数
                T(i,j,k) = T1; % 瓜皮的温度
                C(i,j,k) = C1; % 瓜皮的比热
                P(i,j,k) = P1; % 瓜皮密度
                B(i,j,k) = 1;
            elseif k>25 % 空气

```

```

        K(i,j,k) = K4+l1*d; % 空气的等效导热系数
        T(i,j,k) = T4; % 空气的温度
        A(i,j,k) = 0;

    else % 水
        K(i,j,k) = K5+l2*d; % 水的等效导热系数
        T(i,j,k) = T5; % 水的温度
        C(i,j,k) = C2; % 水的比热
        P(i,j,k) = P2; % 水密度
    end
end
end
end

% 有限差分法
for t = 1:t_steps

    for i = 2:49
        for j = 2:49
            for k = 2:49
                q(i,j,k) = ((K(i + 1, j, k) + K(i, j, k)) * (T(i + 1, j, k) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i - 1, j, k) + K(i, j, k)) * (T(i - 1, j, k) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i, j + 1, k) + K(i, j, k)) * (T(i, j + 1, k) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i, j - 1, k) + K(i, j, k)) * (T(i, j - 1, k) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i, j, k + 1) + K(i, j, k)) * (T(i, j, k + 1) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i, j, k - 1) + K(i, j, k)) * (T(i, j, k - 1) - T(i, j, k))) / (2 * d);
                T(i, j, k) = T(i, j, k) + A(i,j,k)*q(i,j,k) * dt / (C(i, j, k)*d*P(i,j,k));
            end
        end
    end
end

N=32;
G=ones(N,N,N);
%转换
for i = 1:50
    for j = 1:50
        for k = 1:50
            RR = (i - 25.5)^2 + (j - 25.5)^2 + (k - 25.5-h+r1)^2;
            if sqrt(RR) <= 15 % 判断点的位置关系
                G(i-9,j-9,k)=T(i,j,k);
            end
        end
    end
end
end

```

```

T = zeros(N, N, N); % 温度
C = ones(N, N, N); % 比热
P = ones(N, N, N); % 密度
K = ones(N, N, N); % 导热
A = ones(N, N, N);
% 初始条件
o=100;
T=G;
% 判断点的位置
for i = 1:32
    for j = 1:32
        for k = 1:32
            RR = (i - 16.5)^2 + (j - 16.5)^2 + (k - 16.5)^2;
            if sqrt(RR) <= 13 % 判断点的位置关系
                K(i,j,k) = K2; % 是瓜瓤的导热系数
                C(i,j,k) = C2; % 瓜瓤的比热
                P(i,j,k) = P2; % 瓜瓤密度
            elseif sqrt(RR) <=15 % 瓜皮
                K(i,j,k) = K1; % 是瓜皮的导热系数
                C(i,j,k) = C1; % 是瓜皮的比热
                P(i,j,k) = P1; % 瓜皮密度
            elseif sqrt(RR) <=16 % 瓜皮表面空气
                K(i,j,k) = K3+l1*d; % 是空气和西瓜之间的等效导热系数
                A(i,j,k) = 0;
                T(i,j,k) = T3;
            else
                A(i,j,k) = 0;
                T(i,j,k) = T3;
            end
        end
    end
end

% 有限差分法
for t = 1:1000000

    for i = 2:31
        for j = 2:31
            for k = 2:31
                q(i,j,k) = ((K(i + 1, j, k) + K(i, j, k)) * (T(i + 1, j, k) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i - 1, j, k) + K(i, j, k)) * (T(i - 1, j, k) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i, j + 1, k) + K(i, j, k)) * (T(i, j + 1, k) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i, j - 1, k) + K(i, j, k)) * (T(i, j - 1, k) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i, j, k + 1) + K(i, j, k)) * (T(i, j, k + 1) - T(i, j, k)) + ...
                    (K(i, j, k - 1) + K(i, j, k)) * (T(i, j, k - 1) - T(i, j, k))) / (2 * d);
            end
        end
    end
end

```

```

        T(i, j, k) = T(i, j, k) + A(i,j,k)*q(i,j,k) * dt / (C(i, j, k)*d*P(i,j,k));
    end
end
end
temperature(t) = max(max(max(T)));
o=temperature(t);
if o<=10
    break;
end
end
end

figure(1); %温度折线图
time = (1:t) * dt;
plot(time, temperature, 'r')
xlabel('时间')
ylabel('温度')
title('水预冷后冷藏预冷')

figure(2); %温度彩色图
E=squeeze(T(16,:,:));
[y_vals, z_vals] = ind2sub([ N, N], find(E(:)));
colors = E(E > -100);
scatter(y_vals, z_vals, N, colors, 'filled');
colorbar;
ylabel(colorbar, 'T', 'FontSize', 14, 'FontName', 'Times New Roman', 'FontWeight', 'bold')
xlabel('X');
ylabel('Y');
title('温度彩色图');
%t_steps,总时间记录
t_all=[1 4500 9000 13500 18000;474123 472096 473262 474896 476781];

```

附录 H 表格数据

	密度 (kg/m ³)	比热 (J/kgk)	导热系数 (W/mk)
瓜皮	843.35	5257.6	0.5804
瓜瓤	918.2	3990.4	0.4752

(a) 西瓜物性表

干空气物性特性参数								
t ℃	T K		T K	ρ Kg/m ³	C _p KJ/Kg. °C	10 ² λ W/m. °C	10 ⁶ μ Pa. s	Pr
0	273.15			1.293	1.005	2.44	17.2	0.707
1	274.15			1.2884	1.005	2.447	17.24	0.7068
2	275.15			1.2838	1.005	2.454	17.28	0.7066
3	276.15			1.2792	1.005	2.461	17.32	0.7064
4	277.15			1.2746	1.005	2.468	17.36	0.7062
5	278.15			1.27	1.005	2.475	17.4	0.706
6	279.15			1.2654	1.005	2.482	17.44	0.7058
7	280.15			1.2608	1.005	2.489	17.48	0.7056
8	281.15			1.2562	1.005	2.496	17.52	0.7054
9	282.15			1.2516	1.005	2.503	17.56	0.7052
10	283.15			1.247	1.005	2.51	17.6	0.705
11	284.15			1.2428	1.005	2.518	17.65	0.7048
12	285.15			1.2386	1.005	2.526	17.7	0.7046
13	286.15			1.2344	1.005	2.534	17.75	0.7044
14	287.15			1.2302	1.005	2.542	17.8	0.7042
15	288.15			1.226	1.005	2.55	17.85	0.704
16	289.15			1.2218	1.005	2.558	17.9	0.7038
17	290.15			1.2176	1.005	2.566	17.95	0.7036
18	291.15			1.2134	1.005	2.574	18	0.7034
19	292.15			1.2092	1.005	2.582	18.05	0.7032
20	293.15			1.205	1.005	2.59	18.1	0.703
21	294.15			1.201	1.005	2.598	18.15	0.7028
22	295.15			1.197	1.005	2.606	18.2	0.7026
23	296.15			1.193	1.005	2.614	18.25	0.7024
24	297.15			1.189	1.005	2.622	18.3	0.7022
25	298.15			1.185	1.005	2.63	18.35	0.702
26	299.15			1.181	1.005	2.638	18.4	0.7018
27	300.15			1.177	1.005	2.646	18.45	0.7016
28	301.15			1.173	1.005	2.654	18.5	0.7014
29	302.15			1.169	1.005	2.662	18.55	0.7012
30	303.15			1.165	1.005	2.67	18.6	0.701
31	304.15			1.1613	1.005	2.679	18.65	0.7008
32	305.15			1.1576	1.005	2.688	18.7	0.7006
33	306.15			1.1539	1.005	2.697	18.75	0.7004
34	307.15			1.1502	1.005	2.706	18.8	0.7002
35	308.15			1.1465	1.005	2.715	18.85	0.7
36	309.15			1.1428	1.005	2.724	18.9	0.6998
37	310.15			1.1391	1.005	2.733	18.95	0.6996

(a) 空气物性表 1

38	311.15			1.1354	1.005	2.742	19	0.6994
39	312.15			1.1317	1.005	2.751	19.05	0.6992
40	313.15			1.128	1.005	2.76	19.1	0.699
41	314.15			1.1245	1.005	2.767	19.15	0.6989
42	315.15			1.121	1.005	2.774	19.2	0.6988
43	316.15			1.1175	1.005	2.781	19.25	0.6987
44	317.15			1.114	1.005	2.788	19.3	0.6986
45	318.15			1.1105	1.005	2.795	19.35	0.6985
46	319.15			1.107	1.005	2.802	19.4	0.6984
47	320.15			1.1035	1.005	2.809	19.45	0.6983
48	321.15			1.1	1.005	2.816	19.5	0.6982
49	322.15			1.0965	1.005	2.823	19.55	0.6981
50	323.15			1.093	1.005	2.83	19.6	0.698
51	324.15			1.0897	1.005	2.837	19.65	0.6978
52	325.15			1.0864	1.005	2.844	19.7	0.6976

(a) 空气物性表 2

温度 t °C	密度 ρ kg/m ³	比热容 c_p kJ/(kg · K)	热导率 λ W/(m · K)	运动黏度 ν m ² /s	动力黏度 n Pa · s	普朗特数 Pr
0	999.9	4.212	0.551	1.789E-06	1.788E-03	13.67
1	999.9	4.210	0.553	1.741E-06	1.740E-03	13.26
2	999.9	4.208	0.556	1.692E-06	1.692E-03	12.84
3	999.9	4.206	0.558	1.644E-06	1.643E-03	12.43
4	999.8	4.204	0.560	1.596E-06	1.595E-03	12.01
5	999.8	4.202	0.563	1.548E-06	1.547E-03	11.60
6	999.8	4.199	0.565	1.499E-06	1.499E-03	11.18
7	999.8	4.197	0.567	1.451E-06	1.451E-03	10.77
8	999.7	4.195	0.569	1.403E-06	1.402E-03	10.35
9	999.7	4.193	0.572	1.354E-06	1.354E-03	9.94
10	999.7	4.191	0.574	1.306E-06	1.306E-03	9.52
11	999.6	4.190	0.577	1.276E-06	1.276E-03	9.27
12	999.4	4.189	0.579	1.246E-06	1.246E-03	9.02
13	999.3	4.189	0.582	1.216E-06	1.215E-03	8.77
14	999.1	4.188	0.584	1.186E-06	1.185E-03	8.52
15	999.0	4.187	0.587	1.156E-06	1.155E-03	8.27
16	998.8	4.186	0.589	1.126E-06	1.125E-03	8.02
17	998.7	4.185	0.592	1.096E-06	1.095E-03	7.77
18	998.5	4.185	0.594	1.066E-06	1.064E-03	7.52
19	998.4	4.184	0.597	1.036E-06	1.034E-03	7.27
20	998.2	4.183	0.599	1.006E-06	1.004E-03	7.02
21	998.0	4.182	0.601	9.859E-07	9.838E-04	6.86
22	997.7	4.181	0.603	9.658E-07	9.635E-04	6.70
23	997.5	4.180	0.605	9.457E-07	9.433E-04	6.54
24	997.2	4.179	0.607	9.256E-07	9.230E-04	6.38

(a) 水的物性表 1

25	997.0	4.179	0.609	9.055E-07	9.028E-04	6.22
26	996.7	4.178	0.610	8.854E-07	8.825E-04	6.06
27	996.5	4.177	0.612	8.653E-07	8.623E-04	5.90
28	996.2	4.176	0.614	8.452E-07	8.420E-04	5.74
29	996.0	4.175	0.616	8.251E-07	8.218E-04	5.58
30	995.7	4.174	0.618	8.050E-07	8.015E-04	5.42
31	995.4	4.174	0.620	7.904E-07	7.867E-04	5.31
32	995.0	4.174	0.621	7.758E-07	7.719E-04	5.20
33	994.7	4.174	0.623	7.612E-07	7.570E-04	5.09
34	994.3	4.174	0.625	7.466E-07	7.422E-04	4.98
35	994.0	4.174	0.627	7.320E-07	7.274E-04	4.87
36	993.6	4.174	0.628	7.174E-07	7.126E-04	4.75
37	993.3	4.174	0.630	7.028E-07	6.978E-04	4.64
38	992.9	4.174	0.632	6.882E-07	6.829E-04	4.53
39	992.6	4.174	0.633	6.736E-07	6.681E-04	4.42
40	992.2	4.174	0.635	6.590E-07	6.533E-04	4.31
41	991.8	4.174	0.636	6.487E-07	6.429E-04	4.23

(a) 水的物性表 2