

文章编号: 1009—671X(2005)06—0037—03

四阶龙格—库塔法在捷联惯导系统姿态解算中的应用

张春慧, 吴简彤, 何昆鹏, 周雪梅
(哈尔滨工程大学 自动化学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘 要:捷联式惯导系统相对于平台式惯导系统姿态解算要复杂得多, 捷联系统通过提取陀螺仪和加速度计的测量值实时进行姿态矩阵更新, 从而获得载体的姿态信息。介绍了利用四阶龙格—库塔法解捷联姿态微分方程的方法, 并以典型圆锥运动作为输入进行仿真分析, 适当地改变圆锥运动参数, 检验该姿态算法的准确性及精度。仿真结果表明, 在圆锥运动环境下四阶龙格—库塔法的姿态解算的精度随着计算周期 τ 的减小而增大, 随着锥运动参数 α 和 ω 的增大而减小。

关键词:四阶龙格—库塔法; 姿态解算; 典型圆锥运动

中图分类号:TH123.1 **文献标识码:**A

Attitude algorithm of strapdown inertial navigation system using 4-order Runge-Kutta

ZHANG Chun-hui, WU Jian-tong, HE Kun-peng, ZHOU Xue-mei
(School of Automation, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

Abstract: The attitude algorithm of strapdown is more complex than that of platform. It's known the attitude of system can be calculated using the measured values of gyro and accelerator. In this paper, the solution of the attitude differential equation in strapdown is obtained by 4-order Runge-Kutta. The simulation is made with the assumption that the ship is in the case of typical circular cone rotation. Appropriate change of the parameters of the circular cone rotation in simulation is used to verify the validity and accuracy of this algorithm. The result suggests that the accuracy is improved along with increase of α and decrease of ω .

Keywords: 4 order Runge-Kutta; attitude algorithm; circular cone rotation

随着惯性技术和计算机技术的发展, 捷联惯导系统已成为当前惯性导航系统发展的趋势, 目前已广泛用于飞机、导弹、自行火炮等运动载体的导航或制导。捷联惯导系统是通过提取陀螺仪和加速度计的测量值实时地计算姿态矩阵, 进而从姿态矩阵的元素中获得运载体的姿态和航行信息, 进行导航计算。捷联姿态计算主要有 3 种: 1) 四元数法, 即用二阶或四阶龙格—库塔法直接解微分方程; 2) 圆锥误差补偿算法^[1]; 3) 等效转动矢量法^[1]。本文主要介绍利用四阶—龙格库塔法解四元数微分方程的方法。

1 四阶龙格—库塔法

四元数法即四参数法, 设机体坐标系相对平台坐标系的转动四元数为

$$Q = q_0 + q_1 i_b + q_2 j_b + q_3 k_b.$$

Q 的即时修正可通过解下面的四元数微分方程来实现:

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{pbx}^b & -\omega_{pby}^b & -\omega_{pbz}^b \\ \omega_{pbx}^b & 0 & \omega_{pbz}^b & -\omega_{pby}^b \\ \omega_{pby}^b & -\omega_{pbz}^b & 0 & \omega_{pbx}^b \\ \omega_{pbz}^b & \omega_{pby}^b & -\omega_{pbx}^b & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix}.$$

利用四阶—龙格库塔法解微分方程^[3]:

$$\begin{aligned} K_1 &= f(\omega_i, y_i, t_i), \\ K_2 &= f(\omega_{i+\frac{1}{2}}, y_i + \frac{\tau}{2} K_1, t_{i+\frac{1}{2}}), \\ K_3 &= f(\omega_{i+\frac{1}{2}}, y_i + \frac{\tau}{2} K_1, t_{i+\frac{1}{2}}), \\ K_4 &= f(\omega_{i+1}, y_i + \tau K_3, t_{i+1}), \end{aligned}$$

$$K = \frac{1}{6}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4),$$
$$y_{i+1} = y_i = \tau K.$$
实现捷联矩阵的即时更新,其中 τ 为计算周期.为了保证四元数的范数为 1,避免因计算方法而出现的刻度误差,还应对其进行归一化处理,即

$$Q = \frac{Q_i}{\sqrt{q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}}.$$
根据捷联矩阵与四元数的关系为

$$T = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 + q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 - q_0q_2) & 2(q_2q_3 + q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix}.$$

可以得到姿态角的计算公式:

$$\theta = \arcsin T_{32}, \quad \theta \in (-90, 90);$$
$$\gamma = \arctan \frac{-T_{31}}{T_{33}}, \quad \gamma \in (-90, 90);$$
$$\psi = \arctan \frac{-T_{12}}{T_{22}}, \quad \psi \in (0, 360).$$

2 圆锥运动

捷联惯导系统在典型圆锥运动条件下不可以交换误差最大,所以一般用典型圆锥运动来检验姿态算法的可靠性.

假设典型的圆锥运动的 OL 轴在 $y_i z_i$ 平面内,且以恒定角速度绕轴旋转时,相应的等效旋转矢量为

$$\boldsymbol{\varphi} = [0 \quad \alpha \cos \omega_0 t \quad \alpha \sin \omega_0 t]^T,$$
相应的姿态四元素为

$$Q = [\cos(\alpha/2) \quad 0 \quad \sin(\alpha/2)\cos \omega_0 t \quad \sin(\alpha/2)\sin \omega_0 t]^T,$$
载体相对惯性系的转动角速度的解析表达式为

$$\boldsymbol{\omega} = [-\omega_0(1 - \cos \alpha) \quad -\omega_0 \sin \alpha \sin \omega_0 t \quad \omega_0 \sin \alpha \cos \omega_0 t].$$

3 仿真结果

以下通过数字仿真分析捷联算法的误差特性.在典型的圆锥运动下,姿态四元素的解析表达式已知,由此求得的姿态角可以作为姿态角的真值.仿真时间为 1 min,锥运动参数为 α, ω_0 ,计算周期为 τ .仿真程序流程图如图 1 所示.

用改变圆锥运动参数,检验四阶龙格-库塔法的解算精度,见图 2.当 $\alpha = 1^\circ, \omega_0 = \frac{\pi}{3}, \tau = 0.1$ 时,仿真结果如图 2(a) 所示;当 $\alpha = 1^\circ, \omega_0 = \frac{\pi}{3}, \tau = 0.01$ 时,结果如图 2(b) 所示;当 $\alpha = 3^\circ, \omega_0 = \frac{\pi}{3}, \tau = 0.01$ 时和 $\alpha = 3^\circ, \omega_0 = 2\pi, \tau = 0.01$ 时结果分别见图 2(c), (d).

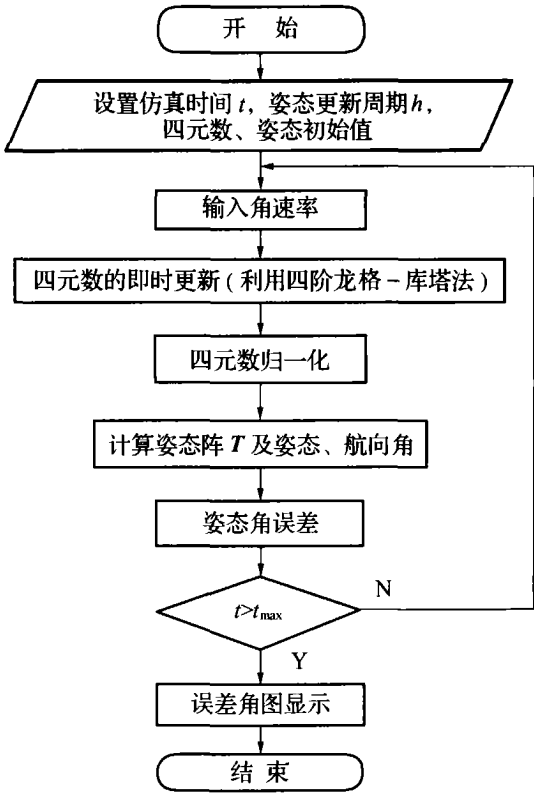
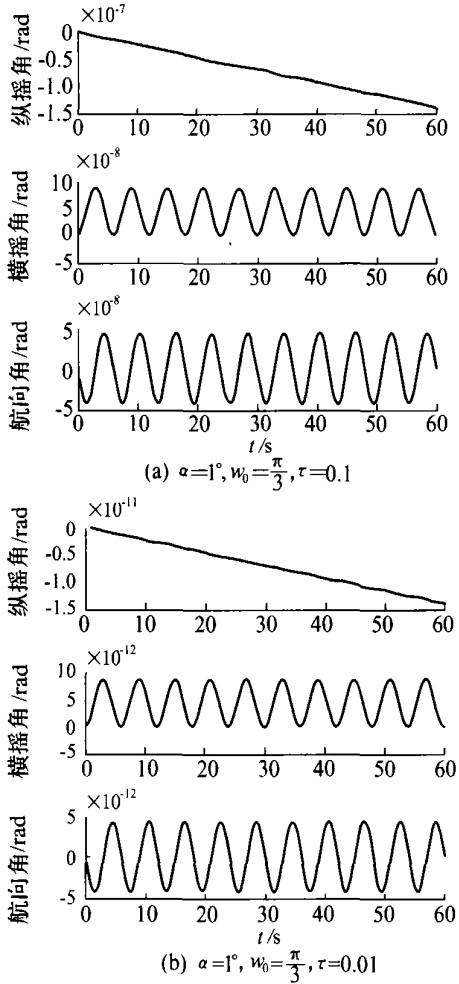


图 1 姿态解算仿真流程图



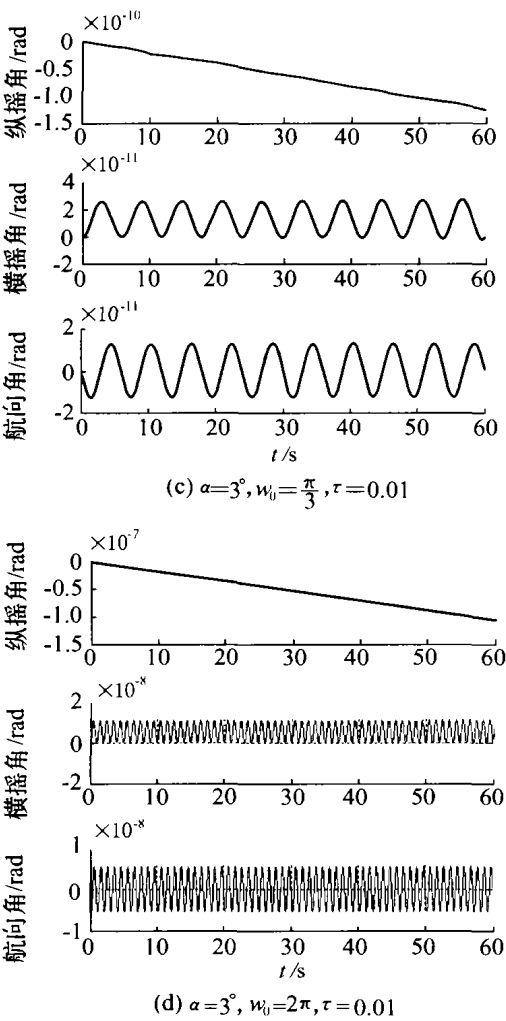


图 2 改变圆锥运动参数姿态解算结果

从仿真结果可以看出,圆锥运动环境下四阶龙格-库塔法的姿态解算的精度随着计算周期 τ 的减小而增大,随着锥运动参数 α, ω 的增大而减小.

4 结束语

捷联式惯导系统中采用的是“数学平台”,系统姿态解算比较复杂,多年以来一直是研究的重点.真正体现四元数优越性的关键在于四元数微分方程的求解,常用的有四阶龙格-库塔法、毕卡逼近法、泰勒展开法等,从运算精度与速度上考虑,本课题选用了四阶龙格-库塔法.

由于捷联的惯性器件直接固联在载体上,捷联系统的数学平台不能完全隔离运载体的角振动.例如发动机的振动,炮弹发射时的扰动等都会引起运载体的角振动.角振动引起的整流效应将在姿态更新的计算中产生圆锥误差.文中改变圆锥运动相应的参数进行了仿真.减小圆锥误差的主要方法是提高采样频率或姿态更新计算的频率,采样频率越高,则采样周期越小,从而使计算机实时计算的工作量增大,使计算的实时性降低.

参考文献:

[1]雷 鸣,蔡体菁,李勇建.捷联惯导系统算法比较研究[J].中国惯性技术学报,2002,8:11-13.
[2]张树侠.捷联式惯性导航系统[M].北京:国防工业出版社,1992.
[3]陈 哲.捷联惯导系统原理[M].北京:宇航出版社,1986.

[责任编辑:李玲珠]

科技开创精彩 应用成就未来
《应用科技》

《应用科技》杂志是由哈尔滨工程大学主办,国内外公开发行的技术类期刊。国际刊号:ISSN 1009-671X;国内刊号:CN 23-1191/U;邮发代号:14-160。

该刊注重理论的实践性和应用性,致力于推广新技术、新产品、新工艺,将科研成果尽快转化为现实生产力,自 1974 年创刊以来,改刊以极强的科学性和实用性深受广大读者喜爱。主要栏目:机械工程、电子工程、控制工程、计算机应用、化学工程、建筑工程、动力工程、水声工程等

读者对象:致力于科技开发、成果推广和技术应用的社会各界人士。

刊社地址:哈尔滨市南通大街 145 号 1 号楼 邮编:150001

电话:(0451)82519357 82534001

E-mail:heuykj@vip.sina.com