**5-6月度报告**

声场是指媒质中有声波存在的区域。描述声场的物理量可以是声压、质点振动速度、位移或媒质密度等，它们一般都是位置和时间的函数。通常用媒质中的声压、媒质质点的速度以及媒质密度的变化量来表征声场。

1. 理想流体媒质中的波动方程

假设：

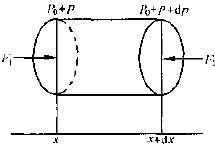
1、声波在理想媒质中传播，不考虑媒质的粘滞性，且忽略声波在传播过程中的能量损耗。

2、在没有声扰动的情况下，媒质中的质点处于静止状态，且媒质均匀分布，静态压强与静态密度为常数

3、在声波传播过程中，媒质中的压缩与膨胀过程可认为是一个绝热过程，相邻的媒质单元之间没有热交换的影响。

* 1. 一维波动方程：

1. 运动方程



假设在声场中的取体积足够小的体积微元，长度，横截面积为，当有声波通过时，体积元左侧面处的压强为，，体积元右侧面的压强为，其中，为位置从变化到以后声压的改变量，，且加速度为，根据牛顿第二定律，得到

(2) 连续性方程

根据质量守恒定律单位时间内流入体积微元的质量等于流出体积微元的质量。流入，流出-,

(3) 物态方程

当媒质体积微元的体积压缩时，体积内的压强与密度均会变化，关系：

上述三式为声压、媒质质点的速度以及媒质密度的变化量的相互关系，消去与，

* 1. 三维波动方程：

(1) 运动方程

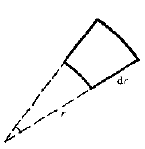
(2) 连续性方程

(3) 物态方程

其中 为梯度算符，它代表 ； 为散度算符，它作用于矢量时得到。消去，得到：

为拉普拉斯算符，在直角坐标系中为.

* 1. 特殊形式的波动方程



考虑传播过程中波阵面形状改变的情况。传播方向为r方向，选择相距为的两个波阵面，被一个很小的立体角所割出的空间作为分析的小体积元，纵剖面如图。运动方程不变 ，物态方程也不变 ，对于连续性方程来说，波震面积随r不断变化，设在r处波阵面的面积为S，质点速度为V，密度为。根据质量守恒定律，

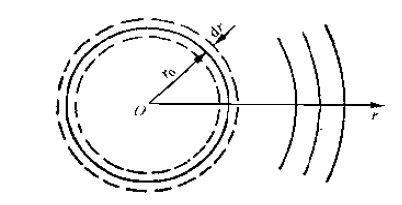
,不随时间改变，化简：

联列运动方程，连续性方程（展开），并在两边同时乘以得：

物态方程两边对t求导后代入上式，得

再将此公式对时间t求导数，把运动方程对r求导，两者连列消去v，得到

1. **声源辐射**
   1. 脉动球面声场



波动方程特殊形式：

带入,得：

令,得

得到Y的一般解：

其中为向球心反射的球面波，忽略。这样得到

的绝对值即为声压振幅。

按径向质点速度与声压的关系。可以求得径向质点速度

设球源表面的振动速度为：

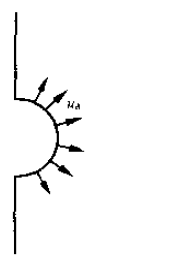
球源表面处的媒质质点速度等于球源表面的振动速度

当球源半径比较小时，，所以得到

带入脉动球源声压公式，得到脉动球源在空间中所辐射的声压为：

* 1. 点声源

脉动球模型向半空间辐射，

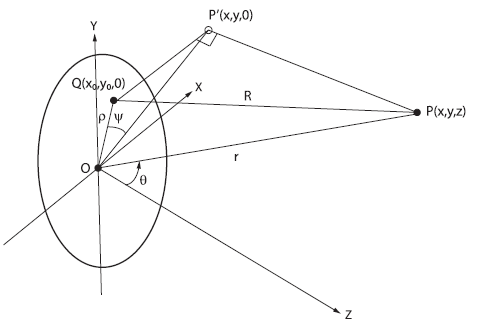
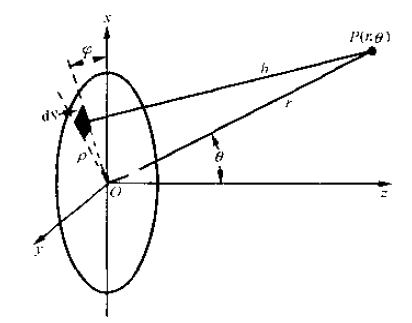


* 1. 圆形活塞辐射

瑞利方程

是目标点, 是活塞上的点, 是 处的速度。

是自由空间格林函数，R 是 与 之间的距离, S为活塞换能器的面积。



为P在平面上的垂直投影

为 与 之间的角度。

使用三角余弦定理和勾股定理，  
，这里是活塞中心点O与目标点之间的距离， , 是与O 的直线距离

远场近似：, 并且 ，给定

因此，挡板圆形活塞以固定速度振动产生的远场辐射压力为：

把带入，得到

将打开， ()

贝塞尔方程：

将贝塞尔方程带入,最后，圆形挡板活塞产生的远场辐射压表示为：

1. 总结

一维波动方程

通用波动方程

脉动球源声场

点源声场

活塞换能器声场

1. 作用于小球上的声辐射力

学者Gorkov 从动量交换的角度提出了声场时间平均势理论，该理论认为声场中的物体受到的声辐射力是由于该物体对声波的散射造成的，声辐射力的大小等于媒介质点在物体表面这一封闭面上的动量变化率，因此，物体表面某一点上受到的声辐射力为气体媒介在这一点动量变化的时间平均值。在此理论中，Gorkov用入射声场表达出散射声场，并且在计算时考虑了物体的有限压缩性，得到了圆球状物体在声场中的时间平均势 U 为

声场时间平均势是一个能量概念，代表声场中的物体所具有的声能。

代入三维空间的运动方程，

式中 为声场中球状物的体积

为声场中物体所在位置的声压均方差

为小球密度

作用在小球上的力：

若悬浮于声场中的目标重量较小，重力可以忽略时，目标就会悬浮在声相对时间平均势势阱位置，当悬浮目标受到扰动偏离势阱位置后，受到的声辐射力方向与偏离位移方向相反，就会在声辐射力的作用下重新回到势阱位置；

散度（divergence）用于表征空间各点矢量场发散的强弱程度。

目标方程：

对于一个稳定的悬浮点，Gorkov势的拉普拉斯算子必须为最大值且振幅为最小值：

求为最小值的解。

，，是用来突出或减弱势井特定方向力的权重;

对目标函数求微分：

BFGS算法求解：只需要用到一阶导数，不需要计算Hessian矩阵，及其逆矩阵，能够更快收敛。