测试题一: 多元函数微分学

武国宁

1 选择题

- (1) 设函数f(x,y)可微,且f(0,0) = 0, f(2,1) > 3, $f'_y(x,y) < 0$,则至少存在一点 (x_0,y_0) 使()
 - (a) $f_x(x_0, y_0) < 1$
 - (b) $f_x(x_0, y_0) < -3$
 - (c) $f_x(x_0, y_0) = \frac{3}{2}$
 - (d) $f_x(x_0, y_0) > \frac{3}{2}$
- (2) $\exists \exists f_x(0,0) = 2, f_y(0,0) = 3, \exists \emptyset ($
 - (a) f(x,y)在点(0,0)处连续
 - (b) $df(x,y)|_{(0,0)} = 2dx + 3dy$
 - (c) $\frac{\partial f}{\partial l}|_{(0,0)} = 2\cos\alpha + 3\cos\beta$,其中 $\cos\alpha$, $\cos\beta$ 为l 的方向余弦
 - (d) f(x,y)其中 $\cos\alpha$, $\cos\beta$ 在点(0,0)处沿x轴负方向的方向导数为-2
- (3) 设f(x,y)与 $\varphi(x,y)$ 均为可微函数,且 $\varphi'_y(x,y) \neq 0$ 。已知 (x_0,y_0) 是f(x,y)在约束条件 $\varphi(x,y)=0$ 下的一个极值点,下列选项正确的是()
 - (a) 若 $f'_x(x_0, y_0) = 0$, 则 $f'_y(x_0, y_0) = 0$

 - (c) 若 $f'_x(x_0, y_0) \neq 0$, 则 $f'_y(x_0, y_0) = 0$
- (4) 设可微函数f(x,y)在点 (x_0,y_0) 取得极小值,考虑下列结论(1) $f(x_0,y)$ 在 $y=y_0$ 处的导数大于零;(2) $f(x_0,y)$ 在 $y=y_0$ 处的导数等于零;(3) $f(x,y_0)$ 在 $x=x_0$ 处的导数小于零;(4) $f(x,y_0)$ 在 $x=x_0$ 处的导数等于零,其中正确的个数为:(

- (a) $1 \uparrow$;
- (b) 2 个;
- (c) $3 \uparrow$;
- (d) 4 个.
- (5) 函数 $f(x,y) = kx^2 + y^3 3y$ 在点(0,1)处()
 - (a) 取得极大值;
 - (b) 取得极小值;
 - (c) 不取得极值;
 - (d) 是否取得极值与k取值有关.
- (6) 设u(x,y)在平面有界区域D上有连续二阶偏导数,在D内 $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \neq 0$, $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$, 则函数u(x,y)
 - (a) 最大值点和最小值点必定都在D的内部;
 - (b) 最大值点和最小值点必定都在D的边界上;
 - (c) 最大值点在D的内部,最小值点在D的边界上;
 - (d) 最大值点在D的边界上,最小值点在D的内部.
- (7) 已知方程 $f(\frac{y}{x}, \frac{z}{x}) = 0$ 确定了函数z = z(x, y), 其f(u, v)可微, 则 $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = ()$
 - (a) z;
 - (b) -z;
 - (c) y;
 - (d) -y.
- (8) 设 $z = f(xy, x^2 + y^2)$,其中f(u, v)有二阶连续偏导数,则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = ()$
 - (a) $f_1' + xyf_{11}'' + 4xyf_{22}''$;
 - (b) $f_1' + xyf_{11}'' + 2(x^2 + y^2)f_{12}'' + 4xyf_{22}''$;
 - (c) $xyf_{11}'' + 2(x^2 + y^2)f_{12}'' + 4xyf_{22}'';$
 - (d) $xyf_{11}'' + 4xyf_{22}''$.

- (9) 设有三元方程 $xy z \ln y + e^{xz} = 1$,根据隐函数存在定理,存在点(0,1,1)的一个领域,在此领域内该方程()
 - (a) 只能确定一个具有连续偏导数的隐函数z = z(x, y);
 - (b) 可确定两个具有连续偏导数的隐函数y = y(x, z)和z = z(x, y);
 - (c) 可确定两个具有连续偏导数的隐函数x = x(y, z)和z = z(x, y);
 - (d) 可确定两个具有连续偏导数的隐函数x = x(y, z)和y = y(x, z).
- (10) 若u=u(x,y)为可微函数,且满足 $u(x,y)|_{y=x^2}=1, \frac{\partial u}{\partial x}|_{y=x^2}=x$,则必有 $\frac{\partial u}{\partial y}|_{y=x^2}$ 之值为()
 - (a) 1;
 - (b) $\frac{1}{2}$;
 - (c) $-\frac{1}{2}$;
 - (d) -1.
- (11) 若设 $z = f(x^2 + y^2, x^2 y^2), \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = M,$ 其中f为二次连续可微函数, 则 ()
 - (a) $M = 2x(\frac{\partial f}{\partial u} + \frac{\partial f}{\partial v});$
 - (b) $M = 2x(\frac{\partial^2 f}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial v^2});$
 - (c) $M = 2xy(\frac{\partial^2 f}{\partial u^2} \frac{\partial^2 f}{\partial v^2});$
 - (d) $M = 4xy(\frac{\partial^2 f}{\partial u^2} \frac{\partial^2 f}{\partial v^2}).$
- (12) 若函数 $u=xyf(\frac{x+y}{xy}),f(t)$ 为可微函数,且满足 $x^2\frac{\partial u}{\partial x}-y^2\frac{\partial u}{\partial y}=G(x,y)u$ 则G(x,y)必等于()
 - (a) x + y;
 - (b) x y;
 - (c) $x^2 y^2$;
 - (d) $(x+y)^2$.

(13) 设
$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{f(x,y)-f(0,0)+2x-y}{\sqrt{x^2+y^2}} = 0$$
,则 $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处()

- (a) 不连续;
- (b) 连续但两个偏导数不存在;
- (c) 两个偏导数存在但不可微;
- (d) 可微.

2 填空题

- (1) 设函数u(x)是由方程组 $\begin{cases} u = f(x,y) \\ F(x,y,z) = 0 \\ h(x,z) = 0 \end{cases}$ 确定的,且 $\frac{\partial h}{\partial z} \neq 0, \frac{\partial F}{\partial y} \neq 0$
- (3) 曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 6 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$ 在点(1, -2, 1)处的切线方程为_____
- (4) 已知函数z = f(x,y) 连续且满足 $\lim_{(x,y)\to(1,0)} \frac{f(x,y)-x+2y+2}{\sqrt{(x-1)^2+y^2}} = 0,$ 则 $\lim_{t\to 0} \frac{f(1+t,0)-f(1,2t)}{t} =$
- (5) 函数 $u = x^2y^3z^4$ 在点A(1,1,1)处沿从点A到点B(2,3,4)的方向的方向导数等于