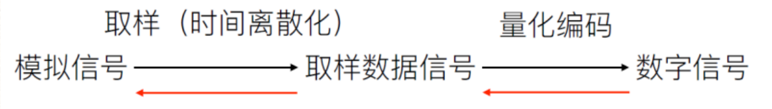
第一章 绪论

一、信号

信号是信息的载体

高维信号可以降为低维信号处理，也可以逐维处理
本课程以一维信号为例，自变量为时间变量

信号分类：

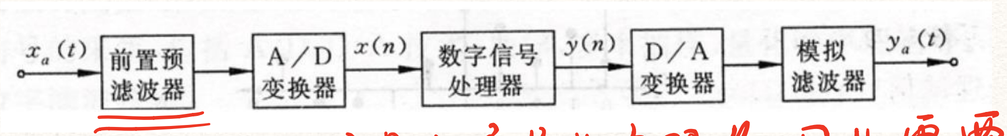


二、处理

信号分析、信号滤波→根本目的是从信号数据中获取信息

三、系统

数字信号处理：



↳常见信号频率并非有限的，因此需要前置滤波

数学预备知识：

傅立叶变换三种形式：

$$H_1(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h_1(t) e^{-j2\pi ft} dt$$

$$h_1(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H_1(f) e^{j2\pi ft} df \qquad \Omega = 2\pi f$$

$$H_2(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h_2(t) e^{-j\Omega t} dt$$

$$h_2(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} H_2(\Omega) e^{j\Omega t} d\Omega$$

$$H_3(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} h_3(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \qquad \omega = f\sqrt{2\pi}$$

$$h_3(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} H_3(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega \qquad \tau = t\sqrt{2\pi}$$

常用模拟信号：

1. 阶跃信号：

$$u\left(\frac{t-t_0}{a}\right)=\begin{cases}0 & \frac{t}{a}<\frac{t_0}{a}\\ 1/2 & \frac{t}{a}=\frac{t_0}{a}\\ 1 & \frac{t}{a}>\frac{t_0}{a}\end{cases}$$

注意定义

当a=1, t_0=0时，傅立叶变换： $\pi\delta(\Omega)+\frac{1}{j\Omega}$

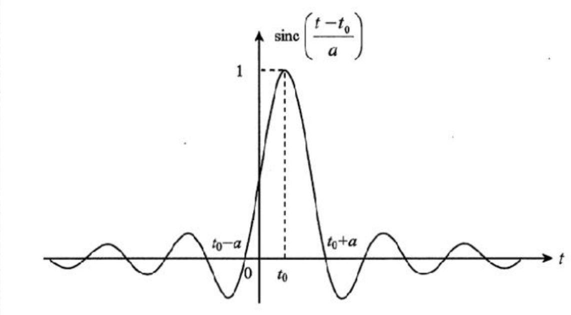
2. 矩形函数

$$\mathrm{rect}\left(\frac{t-t_0}{a}\right)=\begin{cases}0 & |t-t_0|>\frac{|a|}{2}\\ 1/2 & |t-t_0|=\frac{|a|}{2}\\ 1 & |t-t_0|<\frac{|a|}{2}\end{cases}$$

当 $t_0=0$，$a=1$ 时，矩形函数变为 rect(t)，其傅里叶变换为

$$\mathrm{sinc}\,\frac{\Omega}{2\pi}=\frac{\sin\Omega/2}{\Omega/2}$$

3. Sinc 函数



$$\mathrm{sinc}\left(\frac{t-t_0}{a}\right)=\frac{\sin\pi(t-t_0)/a}{\pi(t-t_0)/a}$$

$$\mathrm{sinc}\left(\frac{t\sigma}{2\pi}\right)\leftrightarrow\frac{2\pi}{\sigma}\mathrm{rect}\left(\frac{\Omega}{\sigma}\right)$$

4. 冲激函数（δ函数）

$$\delta(t-t_0)=\begin{cases}0 & t\neq t_0\\ \infty & t=t_0\end{cases}$$

基本性质：

1. 偶函数 $\delta(-t)=\delta(t)$
2. 积分 $\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau=u(t)$
3. 尺度变换 $\delta\left(\frac{t-t_0}{a}\right)=|a|\,\delta(t-t_0)$
4. 筛选特性 $f(t)\delta(t-t_0)=f(t_0)\delta(t-t_0)$

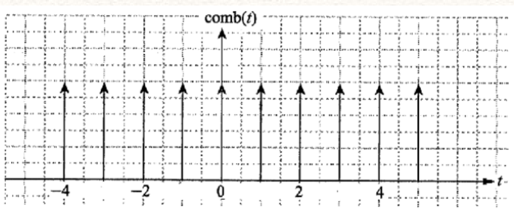
冲激函数的导数：

$$\begin{cases}\delta^{(k)}(t-t_0)=0 & t\neq t_0\\ \int_{t_1}^{t_2}f(t)\delta^{(k)}(t-t_0)\mathrm{d}t=(-1)^k f^{(k)}(t_0) & t_1<t_0<t_2\end{cases}$$

f(t) k阶可导

冲激函数与阶跃函数关系： $\delta(t-t_0)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}u(t-t_0)$

5. 梳状函数



$$\mathrm{comb}(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-n)$$

取样函数： $p(t)=\frac{1}{T}\mathrm{comb}\left(\frac{t}{T}\right)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT)$

梳状函数与取样函数傅立叶变换：

$$\mathrm{comb}(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-n)\leftrightarrow\sum_{n=-\infty}^{\infty}e^{-jn\Omega}$$

$$p(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT)\leftrightarrow\sum_{n=-\infty}^{\infty}e^{-jnT\Omega}$$