

指数高阶矩择时策略

交易性择时策略研究之八

报告摘要:

● 高阶矩的存在与影响

在马科维茨的资产定价理论中，通过期望（实际上是一阶原点矩）来描绘资产的收益，方差（二阶中心矩）来刻画资产的风险。这样做的基础是假设资产价格服从正态分布。但在实际中，这一点很难保证，特别是在市场大跌遭遇危机之时，资产价格迅速下降，震幅明显上升，波动率迅速升高，资产价格会是非平稳的高斯分布，这样仅仅用一阶和二阶矩来刻画资产价格的时间序列就会是不恰当的。此时高阶矩会异常发散，迅速增大，我们不可以忽略高阶矩的存在以及影响。

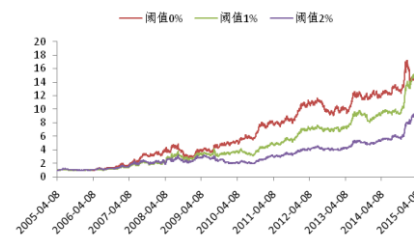
● 高阶矩对于市场指数具有领先效果

通过观察我们发现，实际市场中二阶矩并不恒定。如果我们用采用正态分布的假设，仅仅用趋势项与波动项去刻画资产价格时间序列的变化，就会忽略掉许多重要的信息，无法得到完整的有意义的结论。而在熊市中高阶矩的量级飞速增大，达到了平时的数倍甚至成百上千倍，表现出明显的发散效应。而在一个震荡的，并且不存在明显长期趋势的市场中，高阶矩对于市场走势仍然具有一定的判断作用。特别是奇数阶高阶矩，在几次短时间的下降趋势中，都表现出了发散效应，量级大幅提升，而且先于市场指数变化。这一现象启发我们，可以通过高阶矩来建模择时策略，判断市场趋势。

● 高阶矩择时模型及其改进与拓展

我们利用2005年4月至2015年4月的沪深300指数进行了实证分析，利用日收益率的5阶矩进行择时，发现可以获得显著收益，然后针对出现的问题我们进行了改进，设定了开仓阈值，提升了模型的效果，年化收益率达到33.82%。接着我们又验证了其它高阶奇数阶矩，发现其它奇数阶高阶矩也可以获得显著收益。为了检验模型的稳健性，我们计算价格（而非收益率）的3阶、5阶和7阶矩，在这三种指数上进行择时判断，结果更加验证了模型是稳定的。最后我们进行单向做多分析，发现无论是日收益率还是价格的高阶矩也都可以获得稳定的收益，保证了模型的广泛的适用性。

图：高阶矩择时模型累计净值曲线



表：高阶矩择时模型统计数据

回测区间	2005-04-08 至 2015-04-30
开仓阈值	1%
累积收益率	1843.14%
年化收益率	33.82%
胜率	44.04%
盈亏比	2.61

分析师：张超 S0260514070002



020-87555888-8646



zhangchao@gf.com.cn

相关研究:

基于加权傅里叶变换的长期趋势预测	2014-08-28
探寻抛物线逼近下的创业板拐点	2014-07-11
从希尔伯特变换到波浪理论择时	2014-01-02
相位指标在短线择时中的应用	2013-09-02
低延迟趋势线与交易性择时	2013-07-26
希尔伯特变换下的短线择时策略	2013-06-17
基于股指期货在A股非交易时间表现的短线择时研究	2012-10-17



目录索引

一、高阶矩的定义.....	4
二、高阶矩的存在与影响.....	4
三、高阶矩对于指数择时的领先效应.....	9
四、高阶矩择时模型.....	12
五、高阶矩择时模型实证分析.....	13
六、高阶矩择时模型的进一步拓展.....	17
七、单向做多的检验.....	20
八、总结.....	21

图表索引

图 1: 道琼斯指数走势图 (1925 年至 1944 年)	5
图 2: 2 至 7 阶矩与沪深 300 指数对比图 (2004 年至 2014 年)	10
图 3: 3 至 7 阶矩与沪深 300 指数对比图 (2009 年至 2014 年)	11
图 4: 5 阶矩对于沪深 300 指数的判断作用	12
图 5: 5 阶矩 EMA (不同 alpha) 与沪深 300 指数比较	12
图 6: 高阶矩择时模型净值与沪深 300 指数比较	13
图 7: 不同开仓阈值下的累计净值曲线对比	15
图 8: 不同奇数阶高阶矩择时模型的累计净值曲线对比	16
图 9: 价格的 3 至 7 阶矩与沪深 300 指数对比图 (2005 年至 2014 年)	18
图 10: 改进的不同阶高阶矩择时模型净值与沪深 300 指数比较	19
图 11: 单向做多的高阶矩择时模型净值	20
表 1: 高阶矩择时统计数据	14
表 2: 不同开仓阈值下的择时统计数据	15
表 3: 不同奇数阶高阶矩的择时统计数据	17
表 4: 改进的高阶矩择时统计数据	19
表 5: 单向做多的高阶矩择时统计数据	20

一、高阶矩的定义

矩，是统计学中的一个常用的指标，用来反映数据分布的形态特点。矩也被称为动差，它代表总体数据中所有变量值与任意一个给定常数的差的 k 次方的算术平均数。矩有原点矩、中心矩等不同类型的，在平时的统计中我们比较常用的是原点矩和中心矩。

原点矩是检验变量关于 0 的偏离程度，具体定义如下：

$$\mu_k = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^k}{n}$$

中心矩检验的是变量关于期望的偏离程度，具体定义如下：

$$v_k = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^k}{n}$$

其中 $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$ 为算术平均。可见，一阶中心矩为 0，二阶中心矩就是方差。

在马科维茨的资产定价理论中，通过期望（实际上是一阶原点矩）来描绘资产的收益，方差（二阶中心矩）来刻画资产的风险。在此之后，包括 CAPM 模型在内的主流金融学理论也是主要通过一阶以及二阶矩来实现资产配置，寻找套利空间。这样做的基础是假设资产价格服从正态分布。但在实际中，这一点很难保证，资产价格的分布并不如假设的那样，有时会是非平稳的高斯分布，这样仅仅用一阶和二阶矩来刻画资产价格的时间序列就是不恰当的。我们不可以忽略高阶矩的存在以及影响。

在统计学中，三阶中心矩被称为偏度，四阶中心矩被称为峰度。偏度是指分布概率函数分布不对称的方向和程度；峰度是指概率分布图形的尖锐程度或是峰凸程度，是分布集中趋势高峰的形状。在传统的金融学理论中很少有考虑三阶以上矩的资产定价模型，五阶及更高阶矩的经济含义也较为模糊。在本篇报告中我们将高阶矩纳入考虑范围，通过高阶矩变化判断市场走势制定策略实现收益。

二、高阶矩的存在与影响

在金融市场中存在着各种类型的投资者，对于市场参与者的总体行为分析存在两种截然不同的模型，即群体模型与代表者模型。代表者模型即传统的市场出清模型——假设供给和需求曲线会相交于一点，如果有偏离也会有“看不见的手”推动市场回归稳定的均衡状态。在代表者模型中，假设金融资产价格的演化是布朗运动，趋势（一阶）与波动（二阶）相互独立且稳定。套利者通过对一阶矩与二阶矩的分析寻找套利空间，从而使市场达到均衡状态，保证市场有效（EMH）。

马科维茨的资产定价理论以及 CAPM 模型是典型的代表者模型。在传统的资产定价理论中，假设资产的价格是服从正态分布的，即为稳定的高斯分布。这样我们就可以通过一阶矩与二阶矩完全的刻画价格的变化规律。在一个有效的市场中，市场价格可以用线性的随机微分方程来表示，价格变化服从高斯分布。此时，价格偏离一个标准差的概率是 31.8% 两个标准差为 4.6% 偏离三个标准差的概率约为 0.3%。

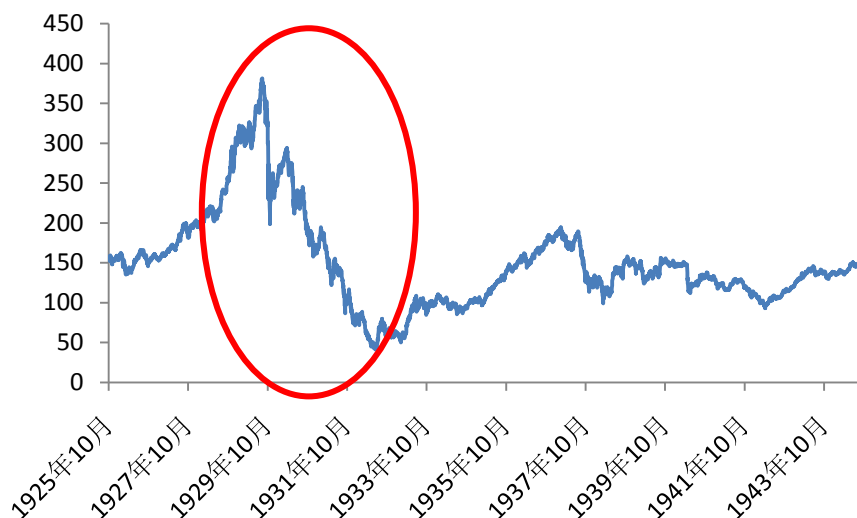
但是在实际中，我们需要考虑到价格的变动会在肥尾效应，否则如此窄小的尾部是无法解释市场中频繁发生的危机的。

在实际市场中，市场内部交易者的结构是复杂的，交易者交易的规模强度甚至方向都会受到资产价格或者心理预期的影响而变化，形成一定的反馈效应。这也正是行为金融学中所强调的价值感受对于资产价格以及投资者的投资决策有着不容忽视的影响。市场中几乎不存在纯“理性”的投资者。人类的心中多多少少存在着不稳定的因素以及面临抉择时会有着从众的考虑。这一方面使得人们会在同样的时间对同样的事物可能产生完全不一样的判断，另一方面也使得这种心理作用可能会因为从众心理而被无限放大，导致群体效应。

在现实中很可能存在着不稳定的多维均衡状态，各种投资者的行为汇总起来可能无法达到完全的市场出清。价格的变化也不一定是稳定的布朗运动，有可能服从非平稳的高斯分布。特别是在市场大跌遭遇危机之时，资产价格迅速下降，震幅明显上升，波动率迅速升高。如前面所阐述的一样，此时并不能再用理性来描绘投资者的行为，市场无法迅速达到均衡状态，并不符合有效市场理论，所以此时也就无法用平稳的高斯分布来解释危机的形成过程，一般的传统套利活动或者择时策略也会明显失效。金融危机的一个重要特点就是在股市暴跌的期间价格的时间序列呈现高度相关且波动剧烈的，不服从稳定高斯分布下零相关并且没有记忆性的假设。这样我们就难以用平稳高斯分布来定量地对非稳态时间序列进行刻画。

我们可以观察一下世界金融史上影响最严重的一次危机事件——20世纪30年代美国股市大崩盘，如图1所示，用它来观察价格时间序列的非稳态特点。

图1：道琼斯指数走势图（1925年至1944年）



数据来源：广发证券研发中心，Bloomberg

从图中可以看出，对于金融风暴前的平稳时期，我们可以认为道琼斯指数的走势服从布朗运动，即将价格的时间序列分解为一个固定的趋势以及围绕趋势附近的波动是合理的。但在后半部分，当道琼斯指数暴跌，市场发生危机时，在这种大幅波动（特别是从1929年到1932年时间，即红线所圈部分）的情况下，趋势会比波动小很多，价格的高阶矩也不可以忽略不计。所以此时如果依旧按照传统资产定价理论中通过趋势与波动率来进行资产配置将会产生严重的后果。存在这种高阶矩的

现象也表明，从长期来看的话，还没有一个足以描述资产价格走势的具有稳态分布函数的随机过程，所以并不存在符合自由市场理念的且自身能够保持相对稳定的金融市场。因此我们要有必要采用非稳态随机过程建模，研究资产价格时间序列的变化规律。

在传统的金融计量模型中，通常会假设随机过程在统计上服从某种静态的独立同分布。现在我们考虑随机过程的一般形式，假设一个随机过程的概率分布函数是空间（在这里即是资产价格）与时间的函数，并且随时间的变化满足在统计物理中被称为主方程的偏微分方程，即：

$$\frac{\partial}{\partial t} P(x', t') = \int dx dt [W(x', t' | x, t) P(x, t) - W(x, t | x', t') P(x', t')] \quad (1)$$

其中， $\{x\}$ 表示一随机过程， $P(x, t)$ 是该随机过程的概率分布函数， $W(x', t' | x, t)$

则代表其转移概率，含义是从 t 时刻到 t' 时刻随机过程变量从 x 取值变化成为 x' 的概率。主方程的方法在物理、生物和化学等领域有着广泛的应用，在金融中也应用于期权定价等研究。

在主方程（1）中，包含有一个随机过程的所有阶矩，完整地描绘了随机过程。但是具体到求解过程中，我们必须要对方程进行简化，需要对高阶矩进行截断，只保留到某阶矩。在传统资产定价理论中，鞅测度或者随机游走均是将主方程截断到方差，是一个扩散过程的最简单的形式。这样简化了数学上的计算，但却也忽略了实际市场中的非线性关系。在这里我们用群体模型——生灭过程来描绘时间序列变化，这样就避免了原先传统随机游走或扩散过程中对于金融系统复杂性的忽视所带来的不足。

我们可以将主方程改写成单步离散的形式，即 $x' - x = \pm 1$ ，含义是每次跳跃的幅度为1个单位，向上或者向下跳均可。将 $t' \rightarrow t$ 取极限，就可以得到生灭过程的主方程：

$$\frac{\partial}{\partial t} P(x', t') W_+(x-1) P(x-1, t) + W_-(x+1) P(x+1, t) - [W_+(x) + W_-(x)] P(x, t) \quad (2)$$

其中， $W_+ = W(x+1|x)$ ， $W_- = W(x-1|x)$ 。

如果 $W_+ = W_-$ ，那么就可以将主方程转化为一个线性的生灭过程，与传统的用来描述时间序列变化的扩散过程等价。在这种情况下，随机过程会具有一个确定性的趋势，即

$$\frac{dE[x(t)]}{dt} = (W_+ - W_-) \quad (3)$$

（3）式表明这个随机过程是具有长期趋势，即系统是有记忆性的。随机过程的波动率 σ_x^2 则是一个随着期望 $E[x(t)]$ 而变化的值，即

$$\sigma_t^2 = \frac{W_+ + W_-}{W_+ - W_-} E[x(t)] [e^{(W_+ - W_-)t} - 1] \quad (4)$$

线性生灭过程可以通过趋势以及波动率来进行描绘，是传统金融学理论所描述的扩散过程。但是在实际市场中，如果我们具体分析投资者的行为，就会发现传统金融学理论所依仗的假设基础并不严格成立。当资产价格很低时，投资者总体期望价格上涨并进行交易，所以会有 $W_+ > W_-$ ，此时价格上涨是由相对比较一致的个体投资者的微观行为集体推动的，行为比较一致，所以波动率较小。而随着资产价格

的不断上涨，市场分歧开始不断加大，波动率逐渐攀升。当资产价格上升到一定幅度，有些投资者认为泡沫产生，开始撤出，所以 W_+ 首先发生突然的转折，这会导致 $W_+ < W_-$ 。而当泡沫破灭的时候，投资者的预期又开始趋于稳定，资产价格的波动率回归到较小的区域。

所以，生灭过程的转移概率并非恒定一致，而是依赖于市场价格，导致市场行为受到市场状态的影响，从而进一步影响市场状态，这也正是市场的反身性，即互动反馈机制。注意到买入单的增多会推动资产价格上涨，卖出单的增多会促使资产价格下跌， W_+ 与 W_- 可以被认为是资产需求与供给的结果。投资者会在不同的价格空间采取不同的行为，这使得系统行为会对系统本身的状态产生依赖。与此同时，互动反馈机制会导致记忆性，即系统达到当前特定的状态是由过去曾经实现的状态所决定。这也就使得价格-波动的互动反馈让资产价格的时间序列产生记忆性，即资产价格是与历史相关的。

我们在确定采用非线性生灭过程来描述资产价格的时间序列之后，就可以采用展开高阶矩的方法来对主方程进行求解，从而判断尾部风险出现、资产价格大幅下跌的情况。我们回到生灭过程的主方程，用资产价格 S 替代随机过程变量，即

$$\frac{\partial}{\partial t} P(S, t) = W_+(S-1)P(S-1, t) + W_-(S+1)P(S+1, t) - [W_+(S) + W_-(S)]P(S, t) \quad (5)$$

从数学上来看，主方程不一定会存在稳态分布。在原先的经典经济学模型中，风险一般是通过二阶矩来测量的，但这是缺乏理论支撑的简单化的数学假设。如同我们前面分析的一样，在复杂的金融市场中，我们需要突破均衡理论，不能再假设二阶以上的高阶矩都收敛。我们可以运用泊松分布，把主方程（5）转换为标准形式下的 Fokker-Planck 方程

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial \alpha} \left[(a_1 - a_1') \alpha + (a_2 - a_2') \alpha^2 + (a_3 - a_3') \alpha^3 \right] f(\alpha, t) + \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} \left[a_1 \alpha + (a_2 - a_2') \alpha^2 + 3a_3 - 2a_3' \alpha^3 \right] f(\alpha, t) - \frac{\partial^3}{\partial \alpha^3} [a_3 \alpha^3] f(\alpha, t) \quad (6)$$

其中，向量 $\vec{a} = (a_0, a_1, a_2, a_3)$ 是转移概率 $W_+(x)$ 在基 $\vec{X} = (1, S, S(S-1), S(S-1)(S-2))$ 中展开的描述，即 $W_+(x) = \vec{a} \cdot \vec{X}$ 。同理， $\vec{a}' = (a_0', a_1', a_2', a_3')$ 是 $W_-(x)$ 在基 $\vec{X} = (1, S, S(S-1), S(S-1)(S-2))$ 中展开的描述，即 $W_-(x) = \vec{a}' \cdot \vec{X}$ 。而 $f(\alpha, t)$ 则是泊松分布函数，且满足 $P(S, t) = \int d\alpha \prod_{\alpha} \frac{e^{-\alpha} \alpha^S}{S!} f(\alpha, t)$ 。

注意到方程（5）并不存在着稳态的分布函数，所以这里 $f(\alpha, t)$ 并非真正的系统分布，仅仅是通过对于的各阶矩来进行模拟仿真的拟概率分布。我们可以通过参数来控制泊松分布所产生的矩的阶数，在这里我们截断到了四阶矩，是因为现在我们已明确知道三阶矩与四阶矩在统计学上所代表的含义。可以根据不同的需求将不断变化的概率函数利用泊松分布进行函数变换，从而就可以得到函数 $P(S, t)$ 的矩表示方程，即为方程（6）。

接下来我们需要将方程（6）转换为随机微分方程，这一转换是通过添加“拟过程”得到的：

$$dx = \mu(x, t)dt + \sigma(x, t)dW + \xi(x, t)dU + v(x, t)dV \quad (7)$$

其中 U 和 V 是三阶与四阶的噪声源。在这里我们只展开到四阶矩，假设更高阶的矩均为零。

方程 (5) 至 (7) 描绘了金融市场的群体行为。在群体模型中，不能够仅仅用方差来衡量风险，我们需要将风险描绘扩大到四阶矩。

由于

$$\sigma, \xi, v \propto \frac{1}{c} \quad (8)$$

其中

$$c = \left[(a_1 - a'_1) + 2(a_2 - a'_2)\eta + 3(a_3 - a'_3)\eta^2 \right] \quad (9)$$

是方程

$$(a_1 - a'_1)\alpha + (a_2 - a'_2)\alpha^2 + (a_3 - a'_3)\alpha^3 = 0 \quad (10)$$

的解。

所以，方程 (5) 至 (7) 能够成立需要有

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} \left[(a_1 - a'_1)\alpha + (a_2 - a'_2)\alpha^2 + (a_3 - a'_3)\alpha^3 \right] \neq 0 \quad (11)$$

否则的话稳定性消失，趋势也会瓦解，高阶矩会发散向无穷大，无法用随机过程来描述时间序列。由此我们可以得出，当发生尾部风险时，需要有

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} \left[(a_1 - a'_1)\alpha + (a_2 - a'_2)\alpha^2 + (a_3 - a'_3)\alpha^3 \right] = 0 \quad (12)$$

在方程 (12) 中，如果 $a_2 = a'_2 = 0$, $a_3 = a'_3 = 0$, $a_1 = a'_1 = c$, 那么我们就回归到了传统的随机游走过 $\sigma_0 dW = dx$ 程，此时方程 (12) 可写为；

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} [0 \cdot \alpha] = 0 \quad (13)$$

这是一个在一切状态下都可以成立的平凡恒等式 $0=0$ ，缺少特别的意义，且在这种状态下，不会出现极端情况，所以也不会发生危机。

如果 $a_2 = a'_2 = 0$, $a_3 = a'_3 = 0$, $a_1 \neq a'_1$, 那么就是线性生灭过程，可以得到趋势与波动

$$\frac{dE[x(t)]}{dt} = (W_+ - W_-) \quad (14)$$

$$\sigma_t^2 = \frac{W_+ + W_-}{W_+ - W_-} E[x(t)] [e^{(W_+ - W_-)t} - 1] \quad (15)$$

此时方程 (12) 可写为：

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} \left[(a_1 - a'_1)\alpha \right] = 0 \quad (16)$$

它只有一个解 $\alpha = 0$ ，结合 $\frac{dE[x(t)]}{dt} = (W_+ - W_-)$ ，此时需有 $a_1 < a'_1$ 。这代表着一个市场将会持续下跌，直到价格跌到 0，任何波动率的增长率会是发散到无穷大。这也意味着不会存在泡沫或者金融风暴，因为在长期 $a_1 < a'_1$ 不可能一直成立，否则的

话市场将会消失。

如果 $a_1 \neq a'_1$, $a_2 \neq a'_2$, $a_3 \neq a'_3$, 那么过程就是非线性生灭过程, 会具有高阶矩发散的特点。所以方程 (12) 会有非零解。高阶矩的存在, 特别是奇数阶的高阶矩是因为价格时间序列的非线性关系所导致的, 即前面提到的双向互动反馈机制。趋势和波动相互影响所以导致高阶矩的存在, 这意味着一方面短期行为会参考长期的趋势, 而另一方面长期趋势也会受到短期行为的影响。这种双向互动反馈机制可能会致使泡沫, 但这种泡沫注定不会长期存在, 当达到方程 (12) 有限的非零解时就不再具有稳定性, 泡沫就会破灭。所以, 此时也就不会再在统计意义上存在 W_+ 和 W_- 。

$\frac{dE[x(t)]}{dt} = (W_+ - W_-)$ 成为了两个发散的数的相减, 不再具有数学意义。金融市场会预期混乱, 无法形成长期预期, 即趋势瓦解。这时也正是行为金融中所谓的人们的非理性的状态。此时投资者情绪恐慌, 会大幅抛售金融资产, 无法预测无穷大的转移概率, 所以不存在有稳定的概率分布, 从二阶开始的高阶矩会一律发散。

以上是在市场处于非平稳状态下的分析, 此时高阶矩异常发散, 迅速增大, 与之伴随的是资产价格的迅速下跌。受到这一现象启发, 我们可以设计高阶矩择时策略, 通过高阶矩来判断市场方向, 并应用于沪深 300 指数进行实证。

三、高阶矩对于指数择时的领先效应

接下来, 我们观察沪深 300 指数的高阶矩对于指数是否存在有领先效应, 即, 是否可以通过观察高阶矩的变动来判断市场趋势。如果在 A 股市场中, 如同我们前面分析的一样, 在下行的市场趋势中伴随着有高阶矩的上升, 并且高阶矩的升高是先于资产价格下跌的, 那么我们就可以通过高阶矩来制定择时策略, 把握市场趋势。

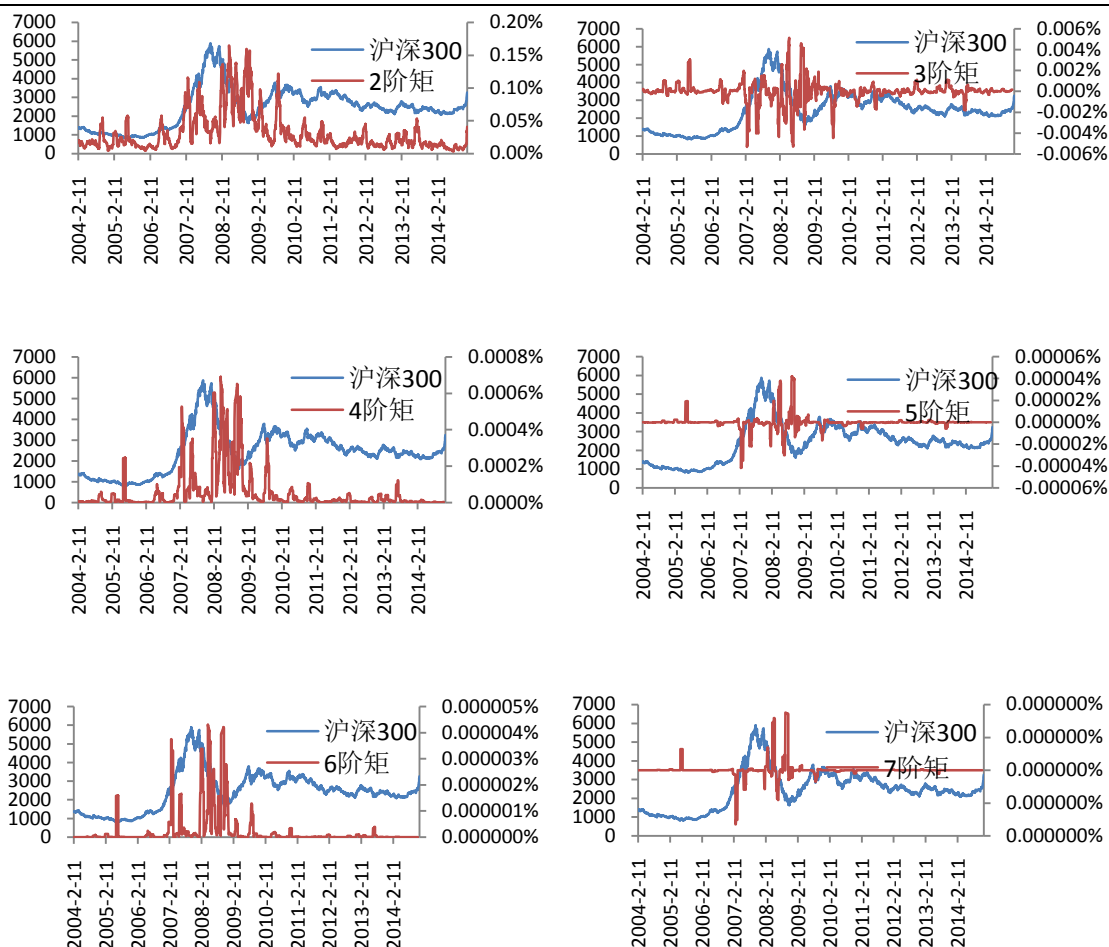
在高阶矩的计算方面, 由于日收益率的均值很小, 所以我们采用原点矩进行计算, 即 k 阶矩计算公式为:

$$v_k = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^k}{N} \quad (17)$$

此处 x_i 为指数的日收益率。

下面我们分别观察指数日收益率的二阶矩到七阶矩, 并与沪深 300 指数进行对比, 观察期从 2004 年 2 月到 2014 年 11 月, 具体如下图所示。

图 2：2 至 7 阶矩与沪深 300 指数对比图（2004 年至 2014 年）



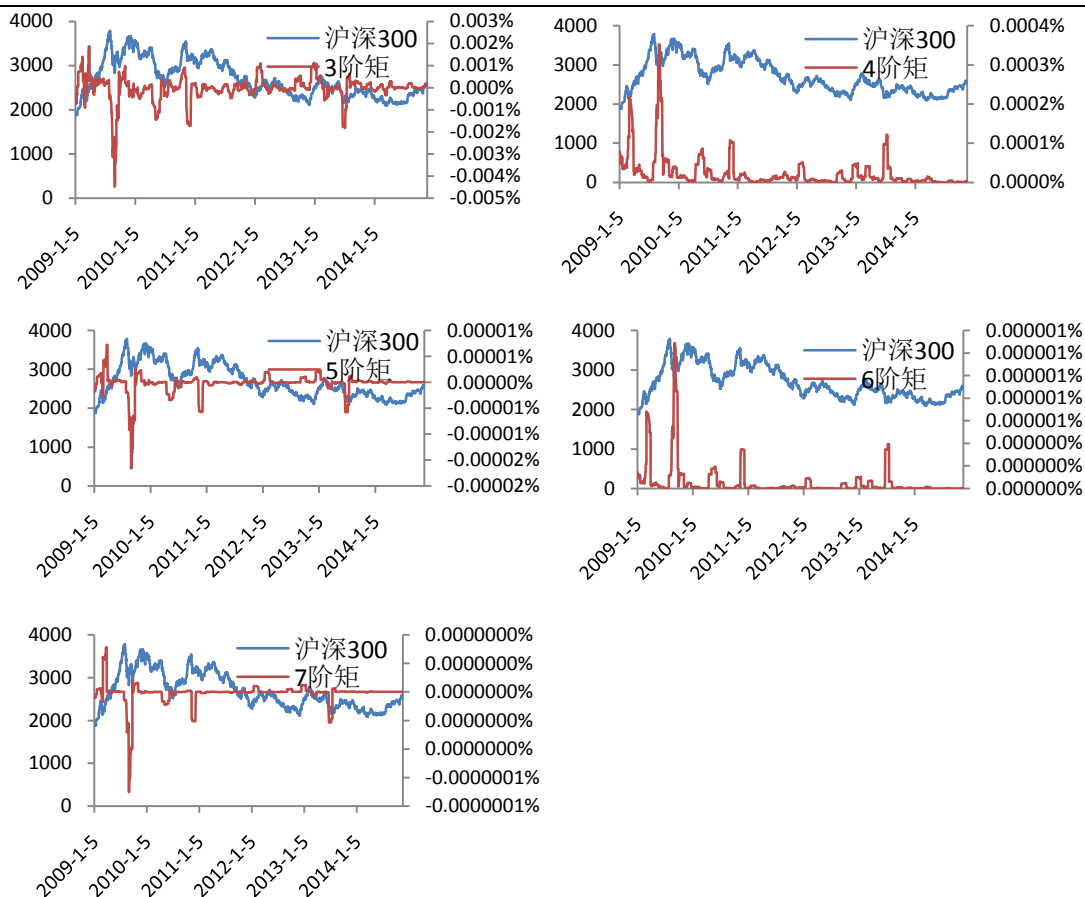
数据来源：广发证券研发中心，wind 资讯

从上图中二阶矩的效果来看，支持我们前面的分析——实际市场并不稳定，二阶矩并不恒定。如果我们用采用正态分布的假设，仅仅用趋势项与波动项去刻画资产价格时间序列的变化，就会忽略掉许多重要的信息，无法得到完整的有意义的结论。注意到在 2008 年的熊市中，二阶矩明显异于平时，陡然升高。在之后的市场中也是屡有震荡，并不平稳。所以如果我们依据传统资产定价理论来根据期望和方差来进行资产配置对冲，就会出现明显的漏洞，承担不必要风险与损失。

观察日收益率的 3 至 7 阶矩与沪深 300 指数之间的关系，我们可以发现，他们具有一个共同的特点，那就是在 2008 年的熊市前异常变化。在这段时间内高阶矩的量级飞速增大，达到了平时的数倍甚至成百上千倍。这与我们前面通过分析得出的资产价格符合非线性生灭过程的结论相符。在非线性生灭过程中，不能像传统资产定价理论中的随机游走模型一样将高阶矩截断忽略，在这种情况下，高阶矩会有明显的发散效应。所以在资产配置中，进行风险对冲的时候我们也应该考虑到高阶矩的存在。特别是在危机中，以往的经验告诉我们，危机时金融资产的相关系数会异常增大，平时可能关联性不高或者可以很好的进行风险分散的不同资产在此时有可能会变得关系紧密，同时出现大幅下跌。通过传统的资产定价理论配置资产会无法达到降低风险的作用。

由于 2007 年年底开始的大熊市导致高阶矩的数量级别过于异常，在图上直接掩盖住了后期市场中高阶矩的变化规律，所以在接下来，我们观察 2009 年 1 月至 2014 年 11 月的 3 至 7 阶矩与沪深 300 指数的关系。

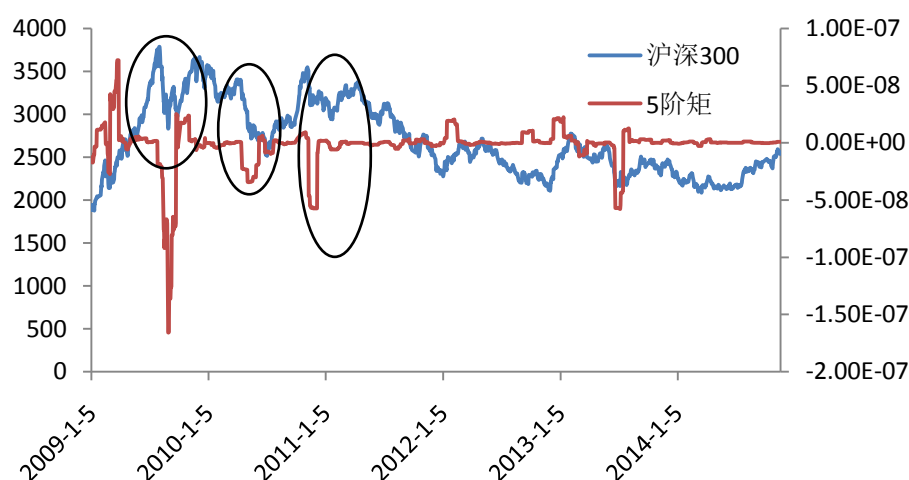
图 3: 3 至 7 阶矩与沪深 300 指数对比图 (2009 年至 2014 年)



数据来源: 广发证券研发中心, wind 资讯

可以看出，在一个震荡的，并且不存在明显长期趋势的市场中，高阶矩对于市场走势仍然具有一定的判断作用。以 5 阶矩为例，如图 4 中所圈出部分，在几次短时间的下降趋势中，5 阶矩都表现出了发散效应，量级大幅提升，而且先于沪深 300 指数变化。而在市场呈平稳上升的趋势中，5 阶矩并没有明显变化，稳定在 0 附近。这一现象启发我们，可以通过高阶矩来建模择时策略，判断市场趋势。

图 4：5 阶矩对于沪深 300 指数的判断作用

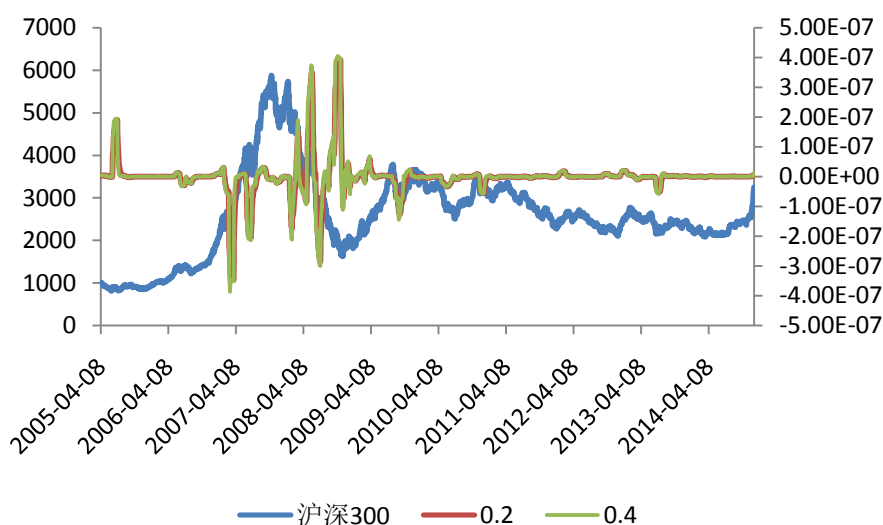


数据来源：广发证券研发中心，wind 资讯

四、高阶矩择时模型

通过观察比较图 2 与图 3，我们发现高阶矩，特别是奇数阶矩，对于市场走势具备一定的领先性。即在市场即将出现下降趋势，特别是在下降趋势的起始阶段，高阶矩的量级会异常增大。通过这一现象可以构建择时策略，我们称之为高阶矩择时模型。

注意到图 2 与图 3 中高阶矩曲线变化剧烈，所以我们考虑对高阶矩曲线进行指数移动平均 (Exponential Moving Average) 处理。尝试不同的移动平滑参数，参数值越大，对于市场走势的敏感性越好，但平滑性有所下降，在这里我们以 5 阶矩为例，取不同 α 值进行比较，如图 5 所示。

图 5：5 阶矩 EMA (不同 α) 与沪深 300 指数比较

数据来源：广发证券研发中心，wind 资讯

接下来以五阶矩模型为例，介绍高阶矩择时模型的构建方法。

1) 计算每天日收益率的五阶矩，计算公式如 (17) 式所示，计算数据长度为 20。

2) 在 T 日收盘后，计算出 T 日（含）之前的五阶矩。

3) 对五阶矩进行指数移动平均处理，具体计算公式如下：

$$EMA = \sum_{i=1}^{120} \alpha \times (1 - \alpha)^{i-1} \times moment_{T-i+1} \quad (18)$$

参数 α 取值范围为从 0.05 至 0.5，间隔 0.05， $moment_t$ 代表 t 日的高阶矩，这样我们就得到了不同参数下的 T 日（含）之前的平滑五阶矩序列。

4) 滚动窗口样本外推。每隔 90 个交易日，利用 T 日之前 90 个交易日的窗口期数据进行参数确定，需要确定的参数为指数移动平均系数 α 。通过窗口期数据对不同 α 的指数移动平均得到的结果进行测试，按照切线法（详见短线择时策略研究之三《低延迟趋势线与交易性择时》）确定 T 日使得窗口期累积收益最大的指数移动平均参数 α_{max} （该值每次可能会发生变化），得到的参数 α_{max} 有效期为 90 天，直至下一次参数确定前。

5) 按照切线法，如果 T 日五阶矩的 $EMA(\alpha_{max})$ 大于 T-1 日的 $EMA(\alpha_{max})$ ，那么 T+1 日的信号为 +1，T+1 日看多，建仓价为 T 日收盘价；否则信号为 -1，T+1 日看空。

6) 计算过程设置 10% 止损线，如果单次择时亏损超过 10% 即保持空仓位，直至择时信号变化。

在接下来的部分中我们将在 A 股市场指数中对这一模型进行实证分析。

五、高阶矩择时模型实证分析

首先，我们采用 2005 年 4 月 8 日沪深 300 指数上市日至 2015 年 4 月 30 日的沪深 300 指数日收盘价作为数据进行回测检验。通过多空双向交易的方法对高阶矩择时模型进行实证分析，检测模型的效果。累积收益用复利计算。具体结果如图 6 及表 1 所示。

图 6：高阶矩择时模型净值与沪深 300 指数比较



数据来源：广发证券研发中心，wind 资讯

表 1：高阶矩择时统计数据

择时次数	221
累积收益率	1646.24%
年化收益率	32.43%
盈利比率	47.96%
最大回撤率	-35.90%
盈利次数	106
亏损次数	115
平均盈利率	6.24%
平均亏损率	-2.78%
平均盈亏比（绝对值）	2.24
单次最大盈利	43.39%
单次最大亏损	-12.17%
最大连续盈利次数	6
最大连续亏损次数	7

数据来源：广发证券研发中心，wind 资讯

通过对沪深 300 指数将近 10 年数据进行回测我们发现高阶矩择时模型的累积收益率为 11646.24%，远远超过市场指数本身。这相当于年化收益率 32.43%，保证了较高的收益水平。观察累计净值曲线，在十年的回测期中基本控制住了择时信号错误所导致的风险损失，高阶矩择时模型的累积净值基本是平滑上升的，没有急速的上升或下降，各个时间段的收益相对稳定，整体波动相对较小。

同时，我们也注意到，高阶矩择时模型的最大回撤达到了-35.90%，单次最大亏损达到了-12.17%。这也意味着投资者可能会在短期内面临一定的亏损，我们需要对于模型进行进一步的改进。特别是 2015 年初的时间，高阶矩择时模型的累计净值出现了较大的回撤，这意味着高阶矩择时信号在这波大牛市的行情中出现了误判。仔细研究发现，在这段时间内，经过平滑的高阶矩序列变化较小，可能后一天的平滑高阶矩仅仅比前一天的略有上升或下降就触发信号变化，从而产生信号误判。所以，我们可以为高阶矩序列变化设定一个阈值，当后一天的平滑高阶矩较前一天的变化幅度超过一定阈值后再触发择时信号，如果变化幅度没有达到阈值则保持仓位为空。具体模型改进方法如下。

1) 与之前相似，计算每天日收益率的五阶矩，计算公式如（17）式所示，计算数据长度为 20。

2) 在 T 日收盘后，计算出 T 日（含）之前的五阶矩。

3) 对五阶矩进行指数移动平均处理，具体计算公式如下：

$$EMA = \sum_{i=1}^{120} \alpha \times (1 - \alpha)^{i-1} \times moment_{T-i+1} \quad (19)$$

参数 α 取值范围为从 0.05 至 0.5，间隔 0.05， $moment_t$ 代表 t 日的高阶矩，这样我们就得到了不同参数下的 T 日（含）之前的平滑五阶矩序列。

4) 滚动窗口样本外推。每隔 90 个交易日，利用 T 日之前 90 个交易日的窗口期数据进行参数确定，需要确定的参数为指数移动平均系数 α 。通过窗口期数据对不同 α 的指数移动平均得到的结果进行测试，按照切线法确定 T 日使得窗口期累积收益最大的指数移动平均参数 α_{\max} （该值每次可能会发生变化），得到的参数 α_{\max} 有效期为

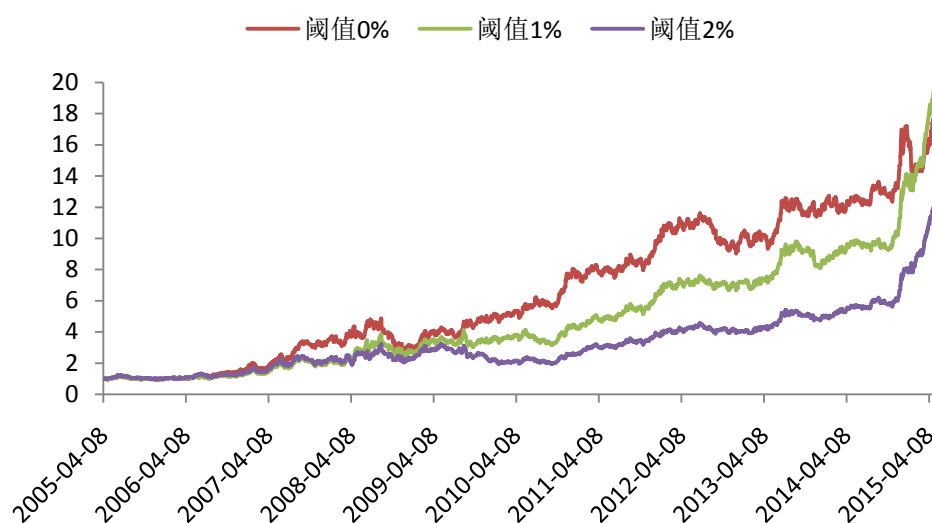
90 天，直至下一次参数确定前。

5) 按照切线法, 如果 T 日五阶矩的 $EMA(\alpha_{\max})$ 大于 T-1 日的 $EMA(\alpha_{\max}) \times (1+k)$, 那么 T+1 日的信号为+1, T+1 日看多, 建仓价为 T 日收盘价; 如果 T 日五阶矩的 $EMA(\alpha_{\max})$ 小于 T-1 日的 $EMA(\alpha_{\max}) \times (1-k)$, 那么 T+1 日的信号为-1, T+1 日看空, 建仓价为 T 日收盘价; 否则 T 日五阶矩的 $EMA(\alpha_{\max})$ 介于 T-1 日的 $EMA(\alpha_{\max}) \times (1-k)$ 与 $EMA(\alpha_{\max}) \times (1+k)$ 之间时信号为 0, T+1 日保持仓位为空。k 为对应开仓阈值。

6) 计算过程设置 10% 止损线, 如果单次择时亏损超过 10% 即保持空仓位, 直至择时信号变化。

我们分别对于开仓阈值取 1% 和 2% 的情况下进行实证分析, 并与取 0% 时 (即原先模型) 效果进行对比, 如图 7 与表 2 所示。

图 7: 不同开仓阈值下的累计净值曲线对比



数据来源: 广发证券研发中心, wind 资讯

表 2: 不同开仓阈值下的择时统计数据

	阈值 0%	阈值 1%	阈值 2%
择时次数	221	277	338
累积收益率	1646.24%	1843.14%	1096.11%
年化收益率	32.43%	33.82%	27.60%
盈利比率	47.96%	44.04%	38.46%
最大撤率	-35.90%	-26.61%	-38.58%
盈利次数	106	122	130
亏损次数	115	155	208
平均盈利率	6.24%	5.58%	5.33%
平均亏损率	-2.78%	-2.14%	-1.88%
平均盈亏比 (绝对值)	2.24	2.61	2.83
单次最大盈利	43.39%	41.99%	40.61%
单次最大亏损	-12.17%	-12.36%	-11.65%
最大连续盈利次数	6	4	5

最大连续亏损次数	7	5	7
----------	---	---	---

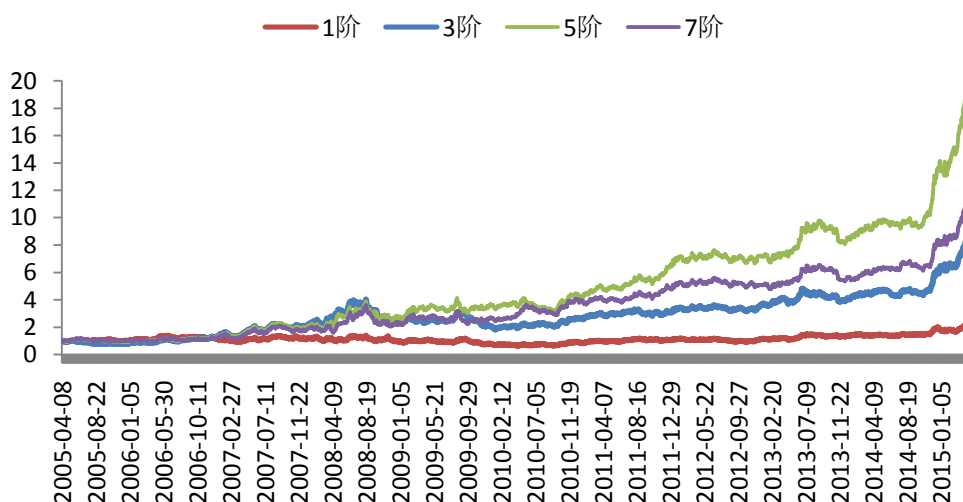
数据来源：广发证券研发中心，wind 资讯

设定开仓阈值的意义是为开仓设定了一定的条件。如果阈值取值过低可能会因为高阶矩微小的变化导致信号频繁变化而产生误判，带来不必要的损失；而如果阈值取值过高可能会致使部分时间保持仓位为空，错过择时信号，损失投资机会。所以这个开仓阈值的取值需要适度，既不能过高也不能过低。

通过 3 种不同开仓阈值下的实证检验结果分析，我们发现当开仓阈值取定为 1% 时效果相对较好。虽然在前面大部分时间中，阈值为 1% 的累计净值曲线低于阈值为 0% 的累计净值曲线，收入较为平稳，波动较小，但是通过对于 15 年初行情趋势的正确把握，避免了较大的回撤，从而实现了更高的累计净值。通过统计数据我们也可以看出，阈值取 1% 是回撤仅有 -26.61%，远小于阈值取 0% 时的 -35.90%。而年化收益率却提高了 1%，从而达到了更高的累积收益率。而当阈值取 2% 则显得有些过大，收益下降而回撤上升，效果并不理想。

综合来看，高阶矩择时模型对于阈值参数的依赖性并不强，不同阈值对于年化收益率的影响在 5% 以内，且累计净值曲线均成稳步上升趋势，具有一定的稳健性。接下来我们研究阶数对于高阶矩择时模型的影响。在之前的部分我们是以 5 阶矩为例进行分析，下面我们将研究是否奇数阶高阶矩都具有对于市场指数的领先效果，并可运用于择时。我们用同样的方法建立 3 阶矩择时模型和 7 阶矩择时模型，与 5 阶矩择时模型进行对比，观察高阶矩择时模型对于不同的奇数高阶矩是否具有普遍适用性。我们也会尝试利用 1 阶矩（期望，即普通 MA 均线）进行择时，与前面的高阶矩择时效果进行对比，观察低阶矩是否也可以用来择时。方法如同前面一样，依旧采用 1% 的开仓阈值。具体结果如图 8 和表 3 所示。

图 8：不同奇数阶高阶矩择时模型的累计净值曲线对比



数据来源：广发证券研发中心，wind 资讯

表 3：不同奇数阶高阶矩的择时统计数据

	1 阶	3 阶	5 阶	7 阶
择时次数	555	344	277	261
累积收益率	117.47%	770.80%	1843.14%	1051.97%
年化收益率	7.93%	23.68%	33.82%	27.13%
盈利比率	32.25%	42.73%	44.04%	42.53%
最大回撤率	-51.32%	-50.28%	-26.61%	-34.38%
盈利次数	179	147	122	111
亏损次数	376	197	155	150
平均盈利率	4.10%	4.83%	5.58%	5.70%
平均亏损率	-1.62%	-2.20%	-2.14%	-2.25%
平均盈亏比（绝对值）	2.54	2.20	2.61	2.53
单次最大盈利	32.67%	43.96%	41.99%	40.61%
单次最大亏损	-11.94%	-11.33%	-12.36%	-11.33%
最大连续盈利次数	4	5	4	6
最大连续亏损次数	16	8	5	5

数据来源：广发证券研发中心，wind 资讯

从图 8 和表 3 中我们可以看出，1 阶矩用于择时效果不佳，在没有考虑交易费用的前提累积收益也并没有超过同期的沪深 300 指数，十年的累积收益仅仅为 117.47%，而注意到一阶矩的回撤超过了 50%，达到 -51.32%，明显超出了正常投资者可以接受的回撤范围。而且 1 阶矩择时的盈利比率低于高阶矩，判断正确次数没有超过三分之一。所以高阶矩择时模型并不能很好地拓展到低阶矩上来。

对比不同奇数阶矩择时模型，我们可以发现随着矩的阶数的升高，交易次数在不断下降，平均择时周期也会上升。3 阶矩和 7 阶矩也取得了较好的实证效果，年化收益率分别为 23.68% 与 27.13%，均在 20% 以上，累计收益也分别达到了 770.80% 和 1051.97%，远远超出同期沪深 300 指数收益率。但是在回撤方面不同奇数阶高阶矩模型表现有所不同。3 阶矩的回撤与一阶矩类似，超过了 50%，而 7 阶矩为 -34.38%，略高于 5 阶矩的 -26.61%。总体来看，5 阶矩模型表现最好。

六、高阶矩择时模型的进一步拓展

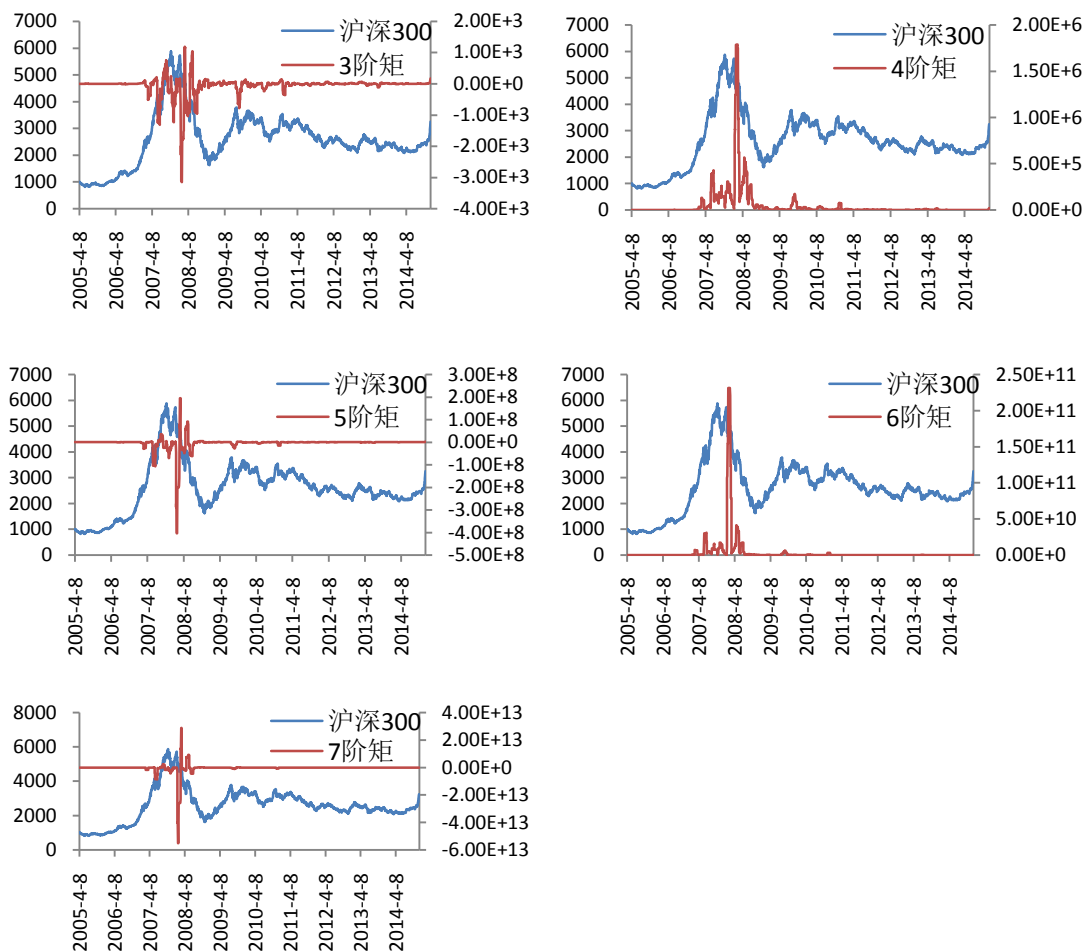
在前面的部分中我们是计算了日收益率的高级矩，然后进行择时判断。接下来我们试验直接用价格的高阶矩进行择时判断，观察择时效果是否随输入数据类型的变化而变化，进一步验证模型的稳定性。

与前面用日收益率计算高阶矩不同的是，对于像价格这种非平稳的时间序列，在计算高阶矩时，我们需要采用如下的修正方法：

$$v_k = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i)^k}{N} \sim \frac{1}{2} \left(\frac{\sum_{i=2}^N (x_i - x_{i-1})^k}{N-1} \right) \quad (20)$$

我们以每天沪深 300 指数的收盘价作为价格数据代入 (20) 进行计算。首先观察 05 年以来的高阶矩与沪深 300 指数对比图，检验价格的高阶矩是否如同日收益率的高阶矩一样对于沪深 300 指数具有领先效果。具体如图 9 所示。

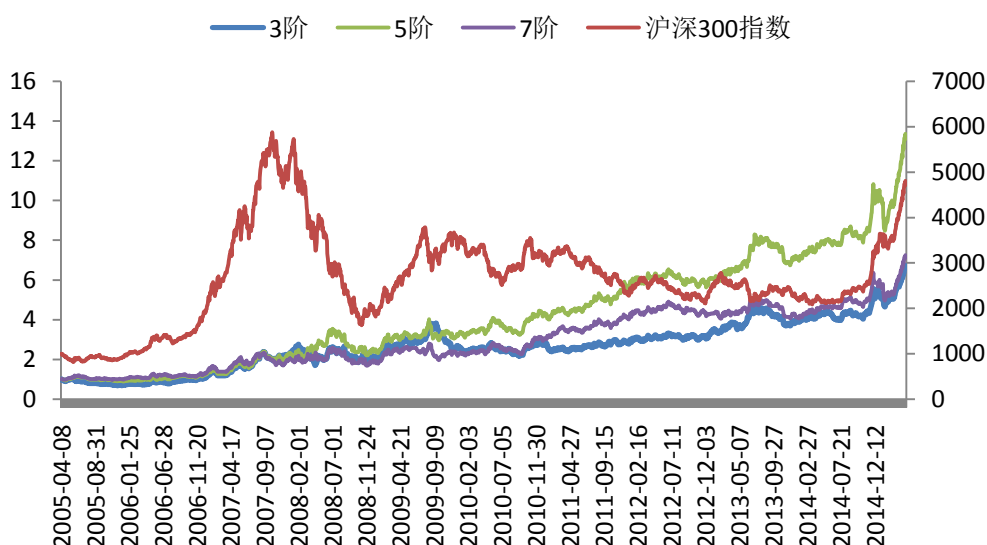
图 9：价格的 3 至 7 阶矩与沪深 300 指数对比图（2005 年至 2014 年）



数据来源：广发证券研发中心，wind 资讯

从图中我们可以发现，价格的奇数阶高阶矩依然对于市场指数具有一定的领先效果，所以可以继续使用高阶矩择时模型进行择时判断。模型的具体方法与前面利用日收益率高阶矩时相同，只是计算高阶矩的公式改用(20)。我们利用 3 阶、5 阶和 7 阶矩对于沪深 300 指数进行择时判断，依旧采用 1% 的开仓阈值。具体效果如图 10、表 3 所示。

图 10: 改进的不同阶高阶矩择时模型净值与沪深 300 指数比较



数据来源：广发证券研发中心，wind 资讯

表 4: 改进的高阶矩择时统计数据

	3 阶	5 阶	7 阶
择时次数	340	263	223
累积收益率	563.09%	1219.36%	616.76%
年化收益率	20.41%	28.83%	21.34%
盈利比率	42.06%	42.97%	41.70%
最大回撤率	-40.07%	-30.17%	-26.49%
盈利次数	143	113	93
亏损次数	197	150	130
平均盈利率	4.92%	5.80%	6.04%
平均亏损率	-2.32%	-2.29%	-2.44%
平均盈亏比（绝对值）	2.12	2.54	2.48
单次最大盈利	40.61%	43.40%	40.61%
单次最大亏损	-12.20%	-12.36%	-11.33%
最大连续盈利次数	4	5	6
最大连续亏损次数	10	4	5

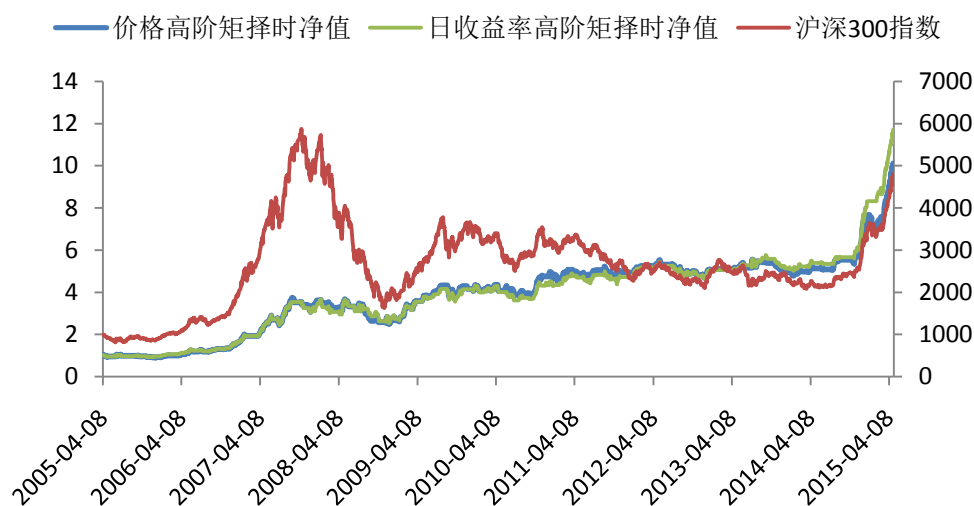
数据来源：广发证券研发中心，wind 资讯

我们可以看出，如果用价格的高阶矩进行择时，无论 3 阶 5 阶还是 7 阶，年化收益率均超过了 20% 获得了不错的超额收益，且累积收益曲线基本上都是平稳上升，没有大的波动。与收益率的高阶矩择时类似，价格的高阶矩择时依旧是 5 阶矩表现最好，累积收益更高。从具体统计指标上来看，3 阶矩的回撤较大，达到了 -40.07%，而 5 阶矩与 7 阶矩相对稳定，分别为 -30.17% 和 -26.49%。如同用日收益率择时一样，随着阶数的上升，交易次数下降，平均择时周期变长。

七、单向做多的检验

在前面的分析中我们都是进行多空双向择时判断。由于不是所有投资者都可以做空，最后我们检验单向做多的高阶矩择时模型，即当信号为看跌时保持空仓，直至信号反转。我们分别利用日收益率和价格 5 阶矩对于沪深 300 指数择时。依旧采用 1% 的开仓阈值。具体结果见图 11 和表 4 所示。Jia300

图 11: 单向做多的高阶矩择时模型净值



数据来源：广发证券研发中心，wind 资讯

表 5: 单向做多的高阶矩择时统计数据

	价格高阶矩	日收益率高阶矩
择时次数	225	238
累积收益率	900.04%	1072.64%
年化收益率	25.37%	27.35%
最大回撤率	-28.87%	-25.93%
单次最大盈利	43.40%	41.99%
单次最大亏损	-12.36%	-12.36%

数据来源：广发证券研发中心，wind 资讯

即使在单向做多的情况下，高阶矩择时模型依旧可以保持较高的收益率。单向做多时，无论是用日收益率的高阶矩还是价格的高阶矩进行择时，都可以获得 1000% 左右的累积收益，年化收益率在 25% 以上。其中用日收益率的高阶矩择时累计净值比价格的高阶矩择时更高，这也和前面的多空双向择时结果相一致。而回撤则相比多空双向更小，使得相对风险更小。

八、总结

本篇报告首先通过理论推导解释了为什么传统资产定价理论会在金融风暴发生时无法得到解释，并提出了在进行资产配置时不能简单忽略高阶矩的存在，在进行对冲时需要将其纳入到考虑范围内的思想。进一步我们检验了沪深 300 指数的高阶矩，发现在熊市时会出现明显的高阶矩的异动。受此启发我们建立高阶矩择时模型，通过计算平滑高阶矩建立择时指标——我们发现通过 EMA 后平滑的高阶矩曲线，特别是奇数阶高阶矩曲线对于市场指数具有一定的领先作用，可以用此进行市场趋势判断：当平滑后的高阶矩曲线上升时做多，下降时做空。我们利用 2005 年 4 月至 2015 年 4 月的沪深 300 指数数据进行了实证分析。通过日收益率的 5 阶矩择时模型回测，我们发现模型可以获得显著收益，然后针对出现的问题我们进行了改进，设定了开仓阈值，提升了模型的效果。接着我们又验证了其它高阶奇数阶矩，例如 3 阶和 7 阶矩，也可以获得显著收益，但模型无法拓展到如 1 阶这样的低阶矩。为了检验模型的稳健性，我们分别计算价格（而非收益率）的 3 阶、5 阶和 7 阶矩，在这三种指数上进行择时判断，结果更加验证了模型是稳定的——可以在不同阶数上均获得显著收益。最后我们进行单向做多分析，发现无论是日收益率还是价格的高阶矩都可以获得稳定的收益，保证了模型的广泛的适用性。

我们将这一择时模型放在广发金工择时信号站点<http://218.19.190.27>，每个交易日收盘后进行择时信号程序化自动更新，供投资者在第一时间进行参考。

感谢发展研究中心金融工程组实习生葛鲁禹为本篇研究报告所做的工作。

风险提示

本篇报告通过历史数据进行建模与实证，得到良好的回测效果。但由于市场具有不确定性，交易模型仅在统计意义下有望获得良好投资效果，敬请广大投资者注意模型单次失效的风险。



广发证券—行业投资评级说明

- 买入： 预期未来 12 个月内，股价表现强于大盘 10%以上。
- 持有： 预期未来 12 个月内，股价相对大盘的变动幅度介于-10%~+10%。
- 卖出： 预期未来 12 个月内，股价表现弱于大盘 10%以上。

广发证券—公司投资评级说明

- 买入： 预期未来 12 个月内，股价表现强于大盘 15%以上。
- 谨慎增持： 预期未来 12 个月内，股价表现强于大盘 5%-15%。
- 持有： 预期未来 12 个月内，股价相对大盘的变动幅度介于-5%~+5%。
- 卖出： 预期未来 12 个月内，股价表现弱于大盘 5%以上。

联系我们

	广州市	深圳市	北京市	上海市
地址	广州市天河北路183号大都会广场5楼	深圳市福田区金田路4018号安联大厦15楼A座03-04	北京市西城区月坛北街2号月坛大厦18层	上海市浦东新区富城路99号震旦大厦18楼
邮政编码	510075	518026	100045	200120
客服邮箱	gfyf@gf.com.cn			
服务热线	020-87555888-8612			

免责声明

广发证券股份有限公司具备证券投资咨询业务资格。本报告只发送给广发证券重点客户，不对外公开发布。

本报告所载资料的来源及观点的出处皆被广发证券股份有限公司认为可靠，但广发证券不对其准确性或完整性做出任何保证。报告内容仅供参考，报告中的信息或所表达观点不构成所涉证券买卖的出价或询价。广发证券不对因使用本报告的内容而引致的损失承担任何责任，除非法律法规有明确规定。客户不应以本报告取代其独立判断或仅根据本报告做出决策。

广发证券可发出其它与本报告所载信息不一致及有不同结论的报告。本报告反映研究人员的不同观点、见解及分析方法，并不代表广发证券或其附属机构的立场。报告所载资料、意见及推测仅反映研究人员于发出本报告当日的判断，可随时更改且不予通告。

本报告旨在发送给广发证券的特定客户及其它专业人士。未经广发证券事先书面许可，任何机构或个人不得以任何形式翻版、复制、刊登、转载和引用，否则由此造成的一切不良后果及法律责任由私自翻版、复制、刊登、转载和引用者承担。