

中国电机工程学报  
*Proceedings of the CSEE*  
ISSN 0258-8013, CN 11-2107/TM

## 《中国电机工程学报》网络首发论文

题目: 电力系统调度模型交流可行解的恢复算法  
作者: 杨旻, 王佳昕, 章家维, 姜海洋, 方陈, 张宁  
DOI: 10.13334/j.0258-8013.pcsee.241538  
收稿日期: 2024-07-01  
网络首发日期: 2024-12-31  
引用格式: 杨旻, 王佳昕, 章家维, 姜海洋, 方陈, 张宁. 电力系统调度模型交流可行解的恢复算法[J/OL]. 中国电机工程学报.  
<https://doi.org/10.13334/j.0258-8013.pcsee.241538>



**网络首发:** 在编辑部工作流程中, 稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定, 且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式(包括网络呈现版式)排版后的稿件, 可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定; 学术研究成果具有创新性、科学性和先进性, 符合编辑部对刊文的录用要求, 不存在学术不端行为及其他侵权行为; 稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准, 正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性, 录用定稿一经发布, 不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容, 只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

**出版确认:** 纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊(光盘版)》电子杂志社有限公司签约, 在《中国学术期刊(网络版)》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版, 以单篇或整期出版形式, 在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊(网络版)》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物(ISSN 2096-4188, CN 11-6037/Z), 所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

DOI: 10.13334/j.0258-8013.pcsee.241538

# 电力系统调度模型交流可行解的恢复算法

杨旻<sup>1</sup>, 王佳昕<sup>1</sup>, 章家维<sup>1</sup>, 姜海洋<sup>1</sup>, 方陈<sup>2</sup>, 张宁<sup>1</sup>

(1. 新型电力系统运行与控制全国重点实验室(清华大学), 北京市 海淀区 100084;  
2. 国网上海市电力公司, 上海市 虹口区 200437)

## AC Feasibility Restoration Algorithm of Power System Scheduling Model

YANG Min<sup>1</sup>, WANG Jiaxin<sup>1</sup>, ZHANG Jiawei<sup>1</sup>, JIANG Haiyang<sup>1</sup>, FANG Chen<sup>2</sup>, ZHANG Ning<sup>1</sup>

(1. State Key Laboratory of Control and Simulation of Power System and Generation Equipments (Tsinghua University),  
Haidian District, Beijing 100084, China; 2. State Grid Shanghai Municipal Electric Power Company, Hongkou District, Shanghai  
200437, China)

**ABSTRACT:** Due to the high proportion of power electronic devices being integrated into the grid, the reactive voltage stability issue in new power systems has become increasingly prominent. However, most dispatch models that consider reactive voltage contain approximation errors, making their optimal solutions difficult to satisfy the AC power flow equations. To obtain an AC feasible solution that simultaneously meets the AC power flow equations and feasibility constraints, this paper proposes a general AC feasible solution recovery method. This method can derive an AC feasible solution that is closest to the dispatch solution by making minor adjustments to variables such as the active power output and reactive power output of the units based on the known dispatch solution. For DC dispatch solutions that do not include reactive voltage, the method establishes an AC power flow recovery model. After obtaining the best matching AC state variables, it performs power flow calculations to ensure the solution satisfies the AC power flow equations again. For AC power flows that do not meet feasibility constraints, the method establishes a feasibility constraint recovery model to ensure they meet the feasibility constraints again. Finally, simulations were conducted based on the IEEE-30 and IEEE-118 systems for 8760 hours of annual operation, demonstrating the effectiveness of the proposed method.

**KEY WORDS :** power flow restoration; AC feasibility; economic dispatch; secure and stable operation of power system

**摘要:** 受高比例电力电子设备接入影响, 新型电力系统的无

功电压稳定问题越发突出, 然而绝大多数考虑无功电压的调度模型无法避免近似误差, 其最优解难以满足交流潮流方程。为了得到同时满足交流潮流方程与可行性约束的交流可行解, 本文提出了一种通用的交流可行解恢复算法, 能够基于已知的调度解, 通过对其机组有功出力、无功出力等变量的微小调整得到一个距离调度解最近的交流可行解。对于不含无功电压的直流调度解, 该算法通过建立交流潮流恢复模型, 得到最佳匹配的交流状态变量后进行潮流计算, 使其重新满足交流潮流方程; 对于不满足可行性约束的交流潮流, 该算法通过建立可行性约束恢复模型, 使其重新满足可行性约束。最后, 基于 IEEE-30 和 IEEE-118 系统进行全年 8760 小时的运行模拟算例分析, 说明了所提算法的有效性。

**关键词:** 潮流恢复; 交流可行性; 经济调度; 电力系统安全运行

## 0 引言

新型电力系统中高比例电力电子设备的接入使得电力系统无功电压问题受到重视<sup>[1]-[2]</sup>, 调度阶段同时考虑节点电压限制、无功支撑能力等要素的需求增加。然而, 由于交流潮流方程存在非线性, 为了保证求解收敛, 需要对潮流方程进行近似处理, 将原非凸优化问题转化为凸优化问题。因此, 绝大多数调度模型都存在近似误差<sup>[3]-[13]</sup>, 调度解无法严格满足交流潮流方程, 需要一种通用的交流可行解恢复算法, 将调度解恢复为严格满足交流潮流方程和可行性约束的交流可行解。

为得到同时满足交流潮流方程和可行性约束的交流可行解, 国内外现有研究工作主要提出了两种解决思路: 第一种思路是提高调度模型的精确度, 期望在调度阶段通过减小模型误差直接得到满足

基金项目: 国家重点研发计划资助项目(2022YFB2403300)。

National Key R&D Program of China (2022YFB2403300).

国网上海市电力公司科技项目(SGSHDK00DWJS2310470)。

Scientific & technical project of State Grid Shanghai Electric Power

Company (SGSHDK00DWJS2310470).

交流潮流方程的最优解；第二种思路是交流可行解恢复，即从已知的调度解出发，通过对越限相关的控制量（机组有功、无功出力等）进行微小调整，使越限的交流潮流解重新满足安全可行性约束。

在提高调度模型的精确度方面，国内外研究人员在调度侧开展了大量研究，提出了两类应用较多并具有一定准确度的潮流方程近似方法：一类是对潮流方程式约束进行线性化近似；另一类是对潮流方程式约束进行凸松弛近似<sup>[3]</sup>。线性化近似方面，文献[4]以 $V$ 为决策变量构建了线性化的支路潮流方程。文献[5]与文献[6]以 $V^2$ 为决策变量提出了考虑网损的潮流方程线性化方法，得到了广泛应用<sup>[7-8]</sup>。文献[9]与文献[10]以 $\ln V$ 为决策变量提出新的线性潮流模型。文献[11]与文献[12]提出了分段线性化的潮流方程式约束，同时需要在调度问题中引入大量 0-1 决策变量。凸松弛技术方面，文献[13]与[14]基于半正定规划提出一种求解最优潮流的方法，可在多项式时间内找到全局最优解。文献[15]与[16]分别将辐射网和环网的最优潮流问题转化为二阶锥规划松弛问题，通过调度解与交流潮流计算结果的对比，说明二阶锥规划模型在辐射状电网上是准确的。文献[17]在此基础上提出拓展的二阶锥规划模型，通过增加非线性约束以提升其在环状电网上的准确性。文献[18]-[20]运用基于凸包络的线性松弛及二次凸松弛技术对潮流方程中三角函数的凸松弛建模，实现极坐标系下最优潮流问题的求解。以上线性化技术与凸松弛技术均难以高效获得满足交流潮流方程的调度解。首先，无论是线性化方法还是凸松弛方法，其调度解与真实潮流方程均存在一定程度的误差，无法保证相应调度解满足交流潮流方程；另外，针对相关误差的提升技术往往引入大量 0-1 变量或复杂凸约束，调度模型的计算复杂度因此急剧增加，难以高效求解。

目前研究对交流可行解恢复的关注度较少，但也有学者提出一些初步的解决思路。文献[21]提出经验恢复法，基于历史数据实现补足潮流计算所需边界条件，实现对仅含有功调度解的交流潮流恢复，但是无法根据实际负荷状况和运行边界调整不合理的机组电压，因此恢复结果不再满足调度可行性约束。文献[22]针对调度模型的可行性约束在恢复交流潮流后不再满足的问题，通过收紧原调度问题的可行性约束，提高最终结果满足可行性约束的可

能性，但是收紧原问题的可行性约束使得调度模型过于保守，而且该方法需要已知完整的原始调度模型，对于基于强化学习等技术的非传统调度模型可能不适用。文献[23]针对支路潮流阻塞问题，提出根据机组剩余容量与发电机转移分布因子选取补偿机组的方法，可以处理支路有功潮流越限问题，但机组无功与节点电压的越限问题还未得到良好解决。

调度解难以同时满足交流潮流方程和可行性约束的根源在于调度模型存在无法避免的近似误差，仅在调度侧通过改进模型提高准确度的思路将很难解决这一问题。包括线性化潮流技术、凸松弛技术和数据驱动方法在内的现有研究都聚焦于调度模型如何提高精确度。一方面，提高模型精确度往往需要更加复杂的建模方式，极大增加了求解复杂度。另一方面，模型近似化误差本身无法完全消除，很难通过调度模型直接得到同时满足交流潮流方程和可行性约束的交流可行解。

综上所述，现有研究尚难以高效获得同时满足交流潮流方程及调度可行性约束的交流可行解，但交流可行解的高效恢复对于促进电网的安全和经济运行又至关重要。目前，电网调度人员在实际调度操作运行中普遍使用直流潮流调度模型，为工业界带来了大量经济损失<sup>[24]</sup>。恢复电力系统调度优化模型交流可行解，有助于调度中心在电力系统的日前、日内调度中更加科学地制定发电计划，下发准确的调度指令，是电力系统安全经济运行的重要保障。为此，本文提出一种通用的交流可行解恢复算法，在不依赖原始完整调度模型的前提下能够将调度解恢复为同时满足交流潮流方程和可行性约束的交流可行解。本文主要创新点包括：1) 建立交流潮流恢复模型(Power Flow Restoration, PFR)，给出匹配有功调度最优解的最优机组无功出力与机端电压，补足边界条件并计算交流潮流；2) 建立可行性约束恢复模型(Feasible Solution Restoration, FSR)，以灵敏度矩阵为依据，通过调整机组有功、无功出力改善潮流分布，从而使越限的交流潮流解重新满足可行性约束。

## 1 研究框架

综合交流潮流恢复模型与可行性约束恢复模型，本文提出通用的调度模型交流可行解恢复算法，

恢复算法将按照“调度解-交流潮流解-交流可行解”的路径对调度解进行恢复，整体框架如图 1。

首先，将调度解恢复为可能有越限的交流潮流解：对考虑无功电压的调度解，直接根据机组有功备用容量均摊网损后进行潮流计算，即可得到交流潮流解；而对仅含有功出力与有功潮流的调度解（如直流潮流调度解），则先由本文所提出的交流潮流恢复模型补足交流潮流计算边界条件，再进行网损均摊与潮流计算。

随后，将存在越限的交流潮流解恢复为满足交流潮流方程与可行性约束的交流可行解：检验可行性约束，对于存在越限的交流潮流解，基于本文所提出的可行性约束恢复模型，通过调整机组有功与无功出力改善系统出现越限的薄弱环节，逐次恢复后最终得到交流可行解。若调整后的交流潮流解不满足可行性约束，但调整前后的平均越限率 (Average Feasibility Violation Rate, AFVR) 变化低于事先约定的阈值  $\delta$ ，说明此时可行性约束恢复模型对于系统越限状况改善有限，则停止迭代恢复。

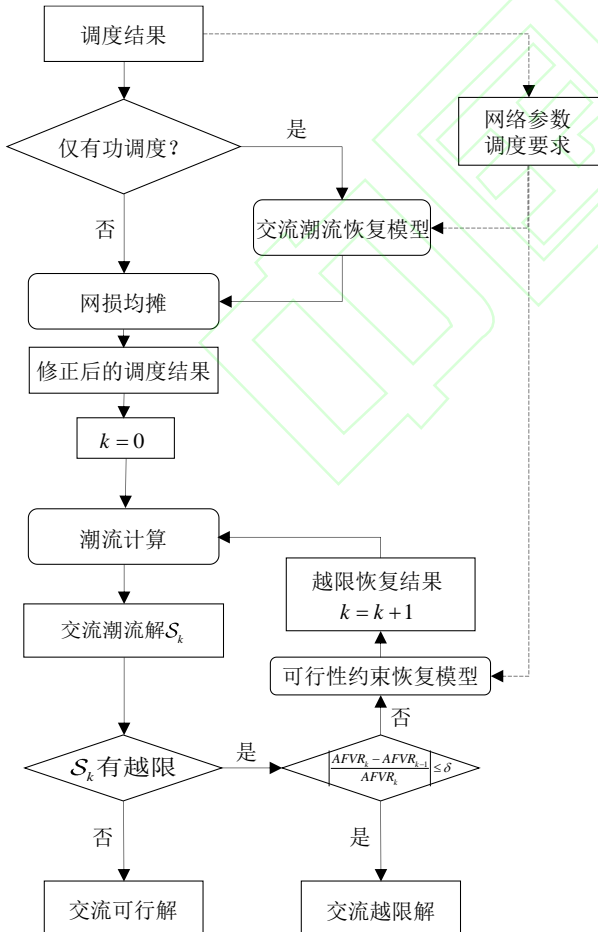


图 1 调度模型交流潮流可行解的恢复算法

Fig. 1 AC feasibility restoration method of ED dispatch solution

## 2 交流潮流恢复模型

### 2.1 交流潮流恢复模型构建

本节提出交流潮流恢复模型，以解决仅考虑有功的调度缺少无功电压信息，潮流计算缺少边界条件的问题。交流潮流恢复模型能够根据有功相角调度最优解，给出与其匹配的最优机组无功出力与节点电压，补足潮流计算边界条件。由于直流潮流模型对于支路有功的良好估计，模型优化目标设置为交直流支路有功潮流之差最小：

$$\min \sum_t \sum_{(i,j) \in \mathcal{K}} |P_{ij,t}^{\text{AC}} - P_{ji,t}^{\text{AC}} - 2P_{ij,t}^{\text{DC}}| \quad (1)$$

$$\forall t, \forall (i,j) \in \mathcal{N}, \forall g \in \mathcal{G}$$

其中： $T$  表示调度模型时段数； $\mathcal{K}$  表示支路集合； $N_l$  表示支路数； $(i,j)$  表示起止节点分别为  $i$  与  $j$  的支路； $P_{ij,t}^{\text{AC}}$  表示  $t$  时刻支路  $(i,j)$  交流正向有功潮流； $P_{ji,t}^{\text{AC}}$  表示  $t$  时刻支路  $(i,j)$  交流反向有功潮流； $P_{ij,t}^{\text{DC}}$  表示  $t$  时刻支路  $(i,j)$  直流正向有功潮流，为已知的直流潮流调度解。

为将含绝对值目标函数的非线性规划问题等价转化为线性规划问题，引入辅助决策变量  $Z \in \mathbb{R}^{n_l \times T}$ ,

$$Z_{ij,t} = |P_{ij,t}^{\text{AC}} - P_{ji,t}^{\text{AC}} - 2P_{ij,t}^{\text{DC}}| \quad (2)$$

于是目标函数可写作：

$$\min \sum_t \sum_{(i,j) \in \mathcal{K}} Z_{ij,t} \quad (3)$$

并使用不等式约束(4)代替式(2)：

$$\begin{aligned} Z_{ij,t} &\geq P_{ij,t}^{\text{AC}} - P_{ji,t}^{\text{AC}} - 2P_{ij,t}^{\text{DC}} \\ Z_{ij,t} &\geq -(P_{ij,t}^{\text{AC}} - P_{ji,t}^{\text{AC}} - 2P_{ij,t}^{\text{DC}}) \end{aligned} \quad (4)$$

在目标函数取得最优解时，约束(2)与约束(4)等价。此外，模型还需满足以下约束：

1) 交流潮流支路有功平衡等式约束

$$P_{ij}^{\text{AC}} = g_{ij}(V_i^2 - V_i V_j \cos \theta_{ij}) - b_{ij} V_i V_j \sin \theta_{ij} \quad (5)$$

$$\forall i, j \in \mathcal{N}, \forall (i,j) \in \mathcal{K}$$

其中： $g_{ij}, b_{ij}$  表示支路导纳； $V_i$  表示节点  $i$  电压幅值； $\theta_{ij}$  表示支路  $(i,j)$  两端节点电压相角差，为已知的直流潮流调度解。

2) 交流节点无功平衡等式约束



$$\sum_{g \in \mathcal{G}_i} Q_g^{\text{Gen}} - Q_i^{\text{Load}} = - \sum_j^{N_b} B_{ij} V_i V_j \cos \theta_{ij} + \sum_j^{N_b} G_{ij} V_i V_j \sin \theta_{ij} \quad (6)$$

$$\forall t, \forall i, j \in \mathcal{N}, \forall g \in \mathcal{G}$$

其中:  $Q_g^{\text{Gen}}$  表示机组  $g$  的无功出力;  $Q_i^{\text{Load}}$  表示节点  $i$  的无功负荷;  $\mathcal{N}$  表示节点集合,  $N_b$  表示节点数;  $\mathcal{G}$  表示发电机组集合;  $\mathcal{G}_i$  表示连接在节点  $i$  的发电机组集合;  $G_{ij}, B_{ij}$  分别表示节点导纳矩阵  $(i, j)$  处元素的实部、虚部。

3) 变量的上/下限不等式约束

$$V_{i,\min} \leq V_{i,t} \leq V_{i,\max} \quad (7)$$

$$Q_{g,\min}^{\text{Gen}} \leq Q_{g,t}^{\text{Gen}} \leq Q_{g,\max}^{\text{Gen}} \quad (8)$$

其中:  $V_i^{\max}/V_i^{\min}$  为节点  $i$  的电压上/下限;  $Q_{g,\max}^{\text{Gen}}/Q_{g,\min}^{\text{Gen}}$  为机组  $g$  的无功出力上/下限。

以机组无功出力  $Q_g^{\text{Gen}}$  与节点电压  $V_i$  作为决策

变量, 模型-(8)为二次约束规划(Quadratic Constrained Programming, QCP)问题。

## 2.2 快速交流潮流恢复模型构建

本节在交流潮流恢复模型基础上提出快速交流潮流恢复模型。当系统规模增大, 时段增多的场景下, 模型(1)-(5)求解效率不高。针对此问题, 本文首先对电压乘积非线性项  $V_i V_j$  作线性化近似处理, 并在此基础上构建快速交流潮流恢复模型(Fast Power Flow Restoration, Fast PFR)以应对大规模长时段的调度优化场景。

首先对电压乘积非线性项  $V_i V_j$  作线性化近似处理,  $V_i V_j$  可展开为如下形式:

$$V_i V_j = \frac{(V_i + V_j)^2 - (V_i - V_j)^2}{4} \quad (9)$$

由于支路两端电压降很小, 将  $(V_i - V_j)^2$  视作可忽略的高阶小量, 由(5)式得:

$$V_i V_j = \frac{(V_i + V_j)^2 - (V_i - V_j)^2}{4} \approx \frac{(V_i + V_j)^2}{4} \quad (10)$$

化简, 得:

$$V_i V_j \approx \frac{V_i^2 + V_j^2}{2} \quad (11)$$

在式(11)基础上对模型(1)-(5)进行调整, 以构建快速交流潮流恢复模型。模型应满足以下约束:

1) 近似化的交流潮流支路有功平衡等式约束

$$P_{ij}^{\text{AC}} - P_{ji}^{\text{AC}} = g_{ij}(V_i^2 - V_j^2) - b_{ij}(V_i^2 + V_j^2) \sin \theta_{ij} \quad (12)$$

$$\forall i, j \in \mathcal{N}, \forall (i, j) \in \mathcal{K}$$

2) 近似化的交流无功节点平衡等式约束

$$\sum_{g \in \mathcal{G}_i} Q_g^{\text{Gen}} - Q_i^{\text{Load}} = - \frac{1}{2} \sum_j^{N_b} B_{ij} (V_i^2 + V_j^2) \cos \theta_{ij} + \frac{1}{2} \sum_j^{N_b} G_{ij} (V_i^2 + V_j^2) \sin \theta_{ij} \quad (13)$$

$$\forall t, \forall i, j \in \mathcal{K}, \forall g \in \mathcal{G}$$

3) 变量的等式约束

$$(V_{i,\min})^2 \leq V_{i,t}^2 \leq (V_{i,\max})^2 \quad (14)$$

$$Q_{g,\min}^{\text{Gen}} \leq Q_{g,t}^{\text{Gen}} \leq Q_{g,\max}^{\text{Gen}} \quad (15)$$

将  $V_i^2$  作为优化决策变量, 快速交流潮流恢复模型(12)-(15)为线性规划(Linear Programming, LP)问题。

## 3 可行性约束恢复模型

### 3.1 可行性约束恢复模型构建

灵敏度矩阵是可行性约束恢复模型的基础, 其通常基于对潮流运行点处的潮流方程局部线性化, 描述的是调整量与控制量之间的局部线性关系<sup>[25]</sup>。本文灵敏度因子根据交流潮流支路功率方程与节点功率平衡方程的雅可比矩阵推导。

基于附录C中支路潮流灵敏度矩阵与机组出力灵敏度矩阵, 可以构建可行性约束恢复模型各状态变量与控制变量的等式关系:

$$\begin{bmatrix} \Delta P^{\text{Branch}} \\ \Delta Q^{\text{Branch}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P^{\text{Branch}}}{\partial \theta^T} & \frac{\partial P^{\text{Branch}}}{\partial V^T} \\ \frac{\partial Q^{\text{Branch}}}{\partial \theta^T} & \frac{\partial Q^{\text{Branch}}}{\partial V^T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} C_g \Delta P^{\text{Gen}} \\ C_g \Delta Q^{\text{Gen}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P^{\text{Gen}}}{\partial \theta^T} & \frac{\partial P^{\text{Gen}}}{\partial V^T} \\ \frac{\partial Q^{\text{Gen}}}{\partial \theta^T} & \frac{\partial Q^{\text{Gen}}}{\partial V^T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (17)$$

其中  $C_g \in \mathbb{R}^{N_b \times N_g}$  为节点-机组关联矩阵, 其  $(i, j)$  处元素为:

$$(C_g)_{ij} = \begin{cases} 1, & j \in \mathcal{G}_i \\ 0, & j \notin \mathcal{G}_i \end{cases} \quad (18)$$

基于灵敏度矩阵构建的可行性约束恢复模型存在局部线性化固有误差。由于灵敏度矩阵所引起的误差大小与每次调整量的大小有关, 调整量越大, 其所偏离线性化原点越远, 误差相应地越可能增大。故避免可行性约束恢复模型最优解与交流潮流解

之间误差过大的一个方法是限制单次的调整量。例如，可直接在可行性约束恢复模型中嵌入如下约束：

$$\begin{aligned} -k_p \cdot |P_g^{\text{Gen}}| &\leq \Delta P_g^{\text{Gen}} \leq k_p \cdot |P_g^{\text{Gen}}| \\ -k_Q \cdot |Q_g^{\text{Gen}}| &\leq \Delta Q_g^{\text{Gen}} \leq k_Q \cdot |Q_g^{\text{Gen}}| \end{aligned} \quad (19)$$

其中， $P_g^{\text{Gen}} \setminus Q_g^{\text{Gen}}$  为调整前交流潮流解的机组有功\无功出力，根据预先设定的调整比例系数  $k_p \setminus k_Q$ ，可以限制机组有功\无功单次调整量  $\Delta P_g^{\text{Gen}} \setminus \Delta Q_g^{\text{Gen}}$ ，采用多次迭代逐步调整的恢复策略，将有效减小可行性约束恢复模型最优解与交流潮流解之间的误差。

潮流越限恢复的目标是将交流越限解  $S = \{P_g^{\text{Gen}}, Q_g^{\text{Gen}}, V_i, \theta_i\}$  调整至最近的交流可行解  $\tilde{S} = \{\tilde{P}_g^{\text{Gen}}, \tilde{Q}_g^{\text{Gen}}, \tilde{V}_i, \tilde{\theta}_i\}$ ，其中： $P_g^{\text{Gen}} / \tilde{P}_g^{\text{Gen}}$  表示调整前后发电机  $g$  有功， $Q_g^{\text{Gen}} / \tilde{Q}_g^{\text{Gen}}$  表示调整前后发电机  $g$  无功出力， $V_i / \tilde{V}_i$  表示调整前后节点  $i$  电压幅值， $\theta_i / \tilde{\theta}_i$  表示调整前后节点  $i$  电压相角。

潮流可行性约束恢复模型以机组有/无功出力调整量最小为优化目标：

$$\min \sum_t \sum_{g \in G} (|\Delta P_{g,t}^{\text{Gen}}| + |\Delta Q_{g,t}^{\text{Gen}}|) \quad (20)$$

其中， $\Delta P_{g,t}^{\text{Gen}}$  表示机组  $g$  在时刻  $t$  的有功出力调整量， $\Delta Q_{g,t}^{\text{Gen}}$  为机组  $g$  在时刻  $t$  的有功出力调整量。类似地，可行性约束恢复模型目标函数写为：

$$\min \sum_t \sum_{g \in G} (Z'_{g,t} + Z''_{g,t}) \quad (21)$$

引入辅助决策变量  $Z', Z'' \in \mathbb{R}^{n_s \times T}$  及等价线性不等式约束：

$$\begin{aligned} Z'_{g,t} &\geq \Delta P_{g,t}^{\text{Gen}} \\ Z'_{g,t} &\geq -\Delta P_{g,t}^{\text{Gen}} \\ Z''_{g,t} &\geq \Delta Q_{g,t}^{\text{Gen}} \\ Z''_{g,t} &\geq -\Delta Q_{g,t}^{\text{Gen}} \end{aligned} \quad (22)$$

此外，模型还应满足如下约束：

1) 调整量与始末状态量约束

$$\tilde{P}_g^{\text{Gen}} = P_g^{\text{Gen}} + \Delta P_g^{\text{Gen}}, \forall g \in G \quad (23)$$

$$\tilde{Q}_g^{\text{Gen}} = Q_g^{\text{Gen}} + \Delta Q_g^{\text{Gen}}, \forall g \in G \quad (24)$$

$$\tilde{V}_i = V_i + \Delta V_i, \forall i \in \mathcal{N} \quad (25)$$

$$\tilde{\theta}_i = \theta_i + \Delta \theta_i, \forall i \in \mathcal{N} \quad (26)$$

$$\tilde{P}_{ij} = P_{ij} + \Delta P_{ij}, \forall (i, j) \in \mathcal{K} \quad (27)$$

其中： $\Delta V_i$  表示节点  $i$  电压幅值调整量， $\Delta \theta_i$  表示节点  $i$  电压相角调整量， $P_{ij} / \tilde{P}_{ij}$  表示调整前后支路  $(i, j)$  正向有功潮流。

2) 灵敏度等式约束

$$\begin{bmatrix} \Delta P^{\text{Branch}} \\ \Delta Q^{\text{Branch}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P^{\text{Branch}}}{\partial \theta^T} & \frac{\partial P^{\text{Branch}}}{\partial V^T} \\ \frac{\partial Q^{\text{Branch}}}{\partial \theta^T} & \frac{\partial Q^{\text{Branch}}}{\partial V^T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$\begin{bmatrix} C_g \Delta P^{\text{Gen}} \\ C_g \Delta Q^{\text{Gen}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P^{\text{Gen}}}{\partial \theta^T} & \frac{\partial P^{\text{Gen}}}{\partial V^T} \\ \frac{\partial Q^{\text{Gen}}}{\partial \theta^T} & \frac{\partial Q^{\text{Gen}}}{\partial V^T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (29)$$

其中： $P^{\text{Branch}}$  表示支路有功矢量， $P^{\text{Gen}}$  表示发电机有功出力矢量， $Q^{\text{Gen}}$  表示发电机无功出力矢量， $V$  表示节点电压幅值矢量， $\theta$  表示节点电压相角矢量， $C_g$  表示节点-机组关联矩阵。

3) 调整量上/下限约束

$$V_{i,\min} \leq \tilde{V}_{i,t} \leq V_{i,\max} \quad (30)$$

$$Q_{g,\min}^{\text{Gen}} \leq \tilde{Q}_{g,t}^{\text{Gen}} \leq Q_{g,\max}^{\text{Gen}} \quad (31)$$

$$P_{g,\min}^{\text{Gen}} \leq \tilde{P}_{g,t}^{\text{Gen}} \leq P_{g,\max}^{\text{Gen}} \quad (32)$$

$$P_{ij,\min} \leq \tilde{P}_{ij,t} \leq P_{ij,\max} \quad (33)$$

4) 机组爬坡率约束

$$\tilde{P}_{g,t}^{\text{Gen}} - \tilde{P}_{g,t-1}^{\text{Gen}} \leq \alpha_g^{ru} \quad (34)$$

$$\tilde{P}_{g,t-1}^{\text{Gen}} - \tilde{P}_{g,t}^{\text{Gen}} \leq \alpha_g^{rd} \quad (35)$$

其中  $\alpha_g^{ru} / \alpha_g^{rd}$  分别为机组最大上/下调爬坡率。

### 3.2 分时段潮流可行性约束恢复模型

本节依据实际潮流越限情况对潮流可行性约束恢复模型进行无差简化，提出分时段可行性约束恢复模型(Time-Phased Feasible solution Restoration, TPF SR)。在长时段调度场景下，越限往往出现在重负荷情况下，占比较少。对无越限的交流潮流解也进行可行性恢复建模将浪费算力，降低恢复效率。如图 2 所示，对于分时段可行性约束恢复模型，约束(23)-(33)仅对潮流越限时刻进行建模，约束(34)与(35)除了对潮流越限时刻进行建模外，还要考虑与越限潮流首尾相接的可行潮流间的时序耦合约束，以保证恢复结果满足爬坡率约束。经过分时段建模后，原问题被分割为若干个小恢复模型，减少了建模时段，缩减了问题规模，提升了恢复效率。

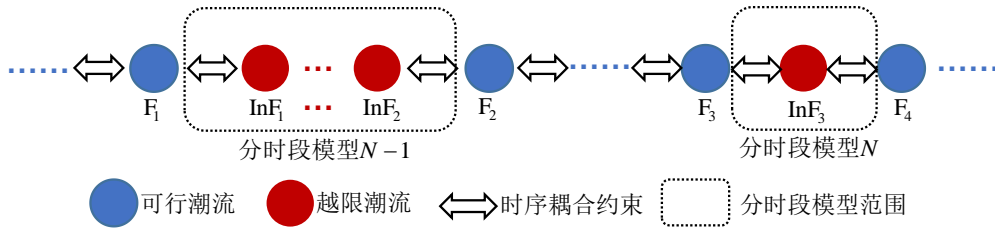


图 2 可行性约束恢复模型的分时段建模方法

Fig. 2 Time-phased modeling method of FSR

#### 4 算例分析

本文基于修改的 IEEE-30 与 IEEE-118 系统,开展电力系统调度模型交流潮流可行解的恢复研究。本文设置了如表 1 所示 4 组算例进行对比分析。

表 1 算例设置

Tab. 1 Case study settings

	I	II	III	IV
采用系统	IEEE-30	IEEE-30	IEEE-118	IEEE-118
调度模型	LPF	DC	LPF	DC

算例 I 和算例 II 基于修改的 IEEE-30 系统,算例 I 调度阶段采用线性化的交流潮流模型(LPFP),算例 II 调度阶段采用直流潮流模型(DC)与快速交流潮流恢复模型(Fast PFR);算例 III 和算例 IV 基于修改的 IEEE-118 系统,算例 III 调度阶段采用线性化的交流潮流模型,算例 IV 调度阶段采用直流潮流模型与快速交流潮流恢复模型。本文所用 DC 模型与 LPF 模型详见附录 C, Fast PFR 模型见 2.2。

##### 4.1 边界条件

修改的 IEEE-30 系统包括 36 个网络节点, 47 条输电支路。节点 31-36 为发电机节点, 其余为负荷节点, 支路 42-47 为发电机连接支路。

修改的 IEEE-118 系统包括 172 个网络节点, 240 条输电线路。节点 119-172 为发电机节点, 其余为负荷节点, 支路 187-240 为发电机连接支路。

两系统的调度模型场景设置为全年 8760 小时优化, 时间分辨率为 1 小时, 共计 8760 个时段。负荷曲线如图 3 所示。

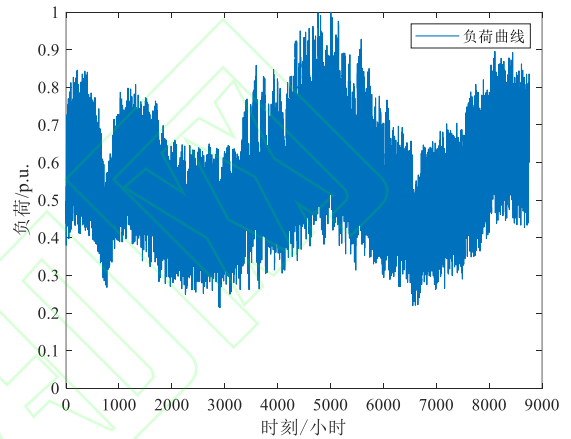


图 3 全年负荷曲线

Fig. 3 Annual load curve

各算例对越限的判定阈值如下: 1) 机组无功越过其上/下限 1% 的部分; 2) 节点电压越过其上/下限 0.5% 的部分; 3) 线路有功越过其上/下限 1% 的部分。除上述情况外, 其余越限视作系统可接受的轻微越限, 无需恢复。

##### 4.2 恢复算法有效性验证

表 3 展示了基于修改的 IEEE-30 与 IEEE-118 系统的算例对比分析结果, 从成本变化、计算效率、恢复效果三个维度说明本文恢复算法的有效性。

从算例 I~IV 恢复过程各阶段成本变化上看, 由低到高分别为调度模型成本、交流越限解成本与交流可行解成本。算例 I 交流越限解相比调度模型成本增加 0.249 万元(1.54%), 最终得到的交流可行解相比交流越限解成本增加 0.006 万元(0.04%); 算例 II 交流越限解相比调度模型成本增加 0.24 万元(1.54%), 最终得到的交流可行解相比交流越限解成本增加 0.005 万元(0.03%); 算例 III 交流越限解相比调度模型成本增加 45.482 万元(2.42%), 最终得到的交流可行解相比交流越限解成本增加 0.013 万元(0.0006%); 算例 IV 交流越限解相比调度模型成

本增加 35.472 万元(1.88%), 最终得到的交流可行解相比交流越限解成本增加 0.007 万元(0.0004%)。各算例所用 DC 和 LPF 模型均未考虑有功网损, 交流越限解成本多出调度模型成本的部分为有功网损对应的成本。可行性约束恢复模型对原本不平衡的机组有功出力进行了调整, 交流可行解成本略高于交流越限解, 高出部分的多少由支路潮流阻塞严重情况决定。

从计算效率上看, 算例 I 中调度阶段用时为 15.2 s, 恢复交流可行解用时为 0.5 s, 为调度时间的 3.28%; 算例 II 中调度阶段用时为 10.9 s(含 DC 模型用时 5.0 s 与交流潮流恢复用时 5.9 s), 恢复交流可行解用时为 1.0 s, 为调度时间的 9.17%; 算例 III 中调度阶段用时为 188.6 s, 恢复交流可行解用时为 15.1 s, 为调度时间的 8.00%; 算例 IV 中调度阶段用时为 149.0 s(含 DC 模型用时 80.4 s 与交流潮流恢复用时 68.6 s), 恢复交流可行解用时为 16.2 s, 为调度时间的 10.8%。四个算例恢复阶段用时远小

于其调度阶段用时, 恢复效率较高, 实现了大规模系统长时段调度问题的快速恢复。

从各算例交流越限解的越限情况和最终恢复效果上看, 算例 I 交流越限解共有越限时刻 315 个, 包括 567 次支路有功越限、11 次节点电压越限与 28 次机组无功越限, 经 1 次恢复即可得到交流可行解; 算例 II 交流越限解共有越限时刻 402 个, 包括 22 次支路有功越限与 465 次机组无功越限, 经 1 次恢复即可得到交流可行解; 算例 III 交流越限解共有越限时刻 478 个, 包括 117 次支路有功越限、622 次节点电压越限与 19 次机组无功越限, 经 1 次恢复即可得到交流可行解; 算例 IV 交流越限解共有越限时刻 671 个, 包括 59 次支路有功越限与 640 次机组无功越限, 经 1 次恢复即可得到交流可行解。对比四个算例结果可知, 该恢复算法在实际算例中所需恢复迭代次数少, 能够快速收敛, 将交流越限解恢复为最近的交流可行解。

表 2 算例结果对比分析  
Tab. 2 Result comparisons of different cases

		I	II	III	IV
目标函数	调度最优解成本/万元	16.201	16.197	1878.243	1887.917
	交流越限解成本/万元	16.450	16.437	1923.725	1923.389
	交流可行解成本/万元	16.456	16.442	1923.738	1923.396
计算用时	调度模型用时/s	15.2	5.0	188.6	80.4
	交流潮流恢复用时/s	\	5.9	\	68.6
	调度阶段用时小计/s	15.2	10.9	188.6	149.0
	交流可行解恢复用时/s	0.5	1.0	15.1	16.2
越限情况	越限时刻/个	315/8760	402/8760	478/8760	671/8760
	支路有功/次	567	22	117	59
	节点电压/次	11	0	622	0
	机组无功/次	28	465	19	640
恢复效果	迭代次数/次	1	1	1	1
	恢复结果	交流可行	交流可行	交流可行	交流可行

#### 4.3 恢复算法收敛性验证

为说明本文提出的交流可行解恢复算法对于不同系统不同边界条件下的收敛性, 本节基于原文算例 III, 对比分析了 IEEE118 系统在不同总负荷条

件下以及相同总负荷不同节点负荷条件下的恢复结果。

基于原文算例 III, 本节首先通过调整总负荷系数  $k$ , 新增若干算例分析不同总负荷条件下的交流



可行解恢复结果。表 3 结果显示,  $k=1.1$ 时调度模型无解;  $k=0.8$ 时调度最优解经潮流计算后无越限, 交流可行解成本为 1673.4 万元;  $k=1.05$ 时, 调度最优解需经 3 次迭代恢复最终得到交流可行解, 最终交流可行解成本相比调度最优解成本增加了 45.1 万元, 恢复总用时为调度用时的 22.77%; 其余情况下, 各算例仅通过 1 次恢复即可得到交流可行解, 交流可行解成本相比调度最优解成本分别增加了 43 万元( $k=0.9$ )、45.5 万元( $k=1$ )和 64.9 万元( $k=1.025$ ), 恢复用时为调度用时的 10.68%( $k=0.9$ )、8.01%( $k=1$ )和 13.07%( $k=1.025$ ), 进一步说明了本文算法对于不同负荷边界下的调度最优解都能快速高效地恢复其交流可行解。

图 4 为表 3 中  $k=1.05$  算例恢复过程系统 AFVR 变化结果: 在可行性约束恢复算法对系统进行逐次恢复过程中, 系统 AFVR 总体明显下降, 随

着逐次迭代恢复下降趋势逐渐变缓。说明在迭代恢复过程中, 可行性约束恢复模型对于系统越限状况的改善是有效的。

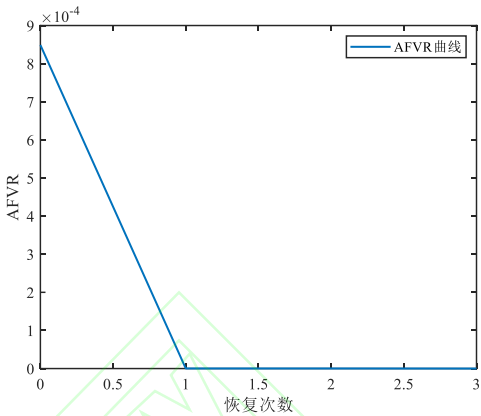


图 4  $k=1.05$  算例恢复过程 AFVR 变化曲线  
Fig. 4 AFVR variation curve during recovery process

表 3 不同负荷系数算例结果对比

Tab. 3 Result comparisons of cases for different load factors

		$k=0.8$	$k=0.9$	$k=1$	$k=1.025$	$k=1.05$	$k=1.1$
目标函数/万元	调度最优解	1613.3	1747.7	1878.2	1932.5	<b>1959.6</b>	无解
	交流越限解	\	1790.7	1923.7	1997.4	<b>2004.8</b>	\
	交流可行解	1673.4	1790.7	1923.7	1997.4	<b>2004.7</b>	\
计算用时/s	调度阶段	\	167.15	188.6	222.86	<b>216.84</b>	\
	恢复阶段	\	17.85	15.1	29.12	<b>49.37</b>	\
越限情况	初始 AFVR	0	$2.21 \times 10^{-4}$	$3.48 \times 10^{-4}$	$5.64 \times 10^{-4}$	$8.49 \times 10^{-4}$	\
恢复效果	迭代次数/次	\	1	1	1	<b>3</b>	\
	恢复结果	\	交流可行	交流可行	交流可行	<b>交流可行</b>	\

表 4 负荷系数  $k=1$  算例结果对比

Tab. 4 Result comparisons of cases for load factor  $k=1$

		i	ii	iii	iv	v
目标函数/万元	调度最优解	1878.9	1883.2	1873.8	1892.6	1885.3
	交流越限解	1923.3	1927.5	1915.9	\	1921.7
	交流可行解	1923.3	1927.5	1915.9	1938.3	1921.7
计算用时/s	调度阶段	169.66	160.32	188.14	195.85	179.13
	恢复阶段	35.20	4.49	2.00	\	25.84
越限情况	初始 AFVR	$5.18 \times 10^{-4}$	$4.17 \times 10^{-5}$	$5.20 \times 10^{-6}$	0	$7.53 \times 10^{-5}$
恢复效果	迭代次数/次	1	1	1	\	1

恢复结果

交流可行

交流可行

交流可行

\

交流可行

基于原文算例 III，我们保持负荷系数  $k=1$  不变，通过重新随机分配各节点负荷新增算例进行了对比分析。表 4 结果显示，算例 iv 经潮流计算后无越限，交流可行解成本为 1938.3 万元。其余算例均能通过 1 次恢复即可恢复为交流可行解，交流可行解成本相比调度最优解成本分别增加了 44.4 万元(算例 i)、44.3 万元(算例 ii)、42.1 万元(算例 iii)和 36.4 万元(算例 iv)，恢复用时为调度用时的 20.74%(算例 i)、2.80%(算例 ii)、1.06%(算例 iii)和 14.43%(算例 iv)，进一步说明了本文算法能够快速收敛。

#### 4.4 恢复算法过程展示

图 5 和表 5 展示了算例 III 在最大负荷时刻的潮流恢复算法的具体调整细节。

图 5(a)展示了节点电压的具体调整细节：算例 III 所有节点电压幅值上下限为  $[0.95, 1.05]$  p.u.，交流越限解在节点 21 和节点 117 处出现明显电压越限，其电压分别为 0.9393 p.u.和 0.9402 p.u.。经恢复

后，节点 21 和节点 117 处电压调整为 0.9519 p.u.和 0.9515 p.u.，越限解除。

图 5(b)展示了机组无功出力的调整细节：机组 6 的无功出力上/下限为  $[-240, 240]$  MVar，其由越限前的无功出力 251.31 MVar 调整为越限后的 236.74 MVar，越限解除。

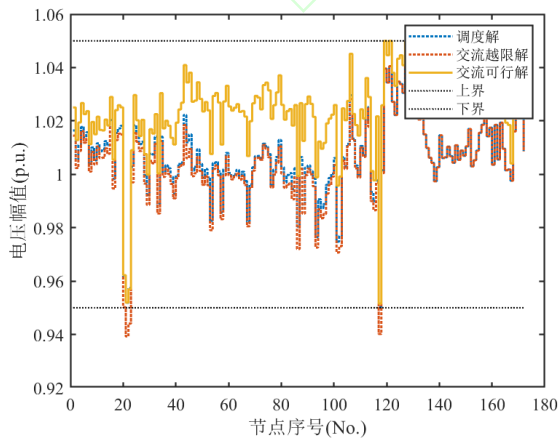
图 5(c)展示了机组有功出力调整细节：系统潮流计算时选定的平衡机为机组 12，其调度解有功出力为 299.97 MW，交流越限解有功出力为 299.48 MW，与调度解差距很小，说明经过网损均摊后，调度模型忽略的有功网损被均匀分摊给了各机组，由松弛节点平衡机独自承担网损的问题得到了良好解决。

图 5(d)展示了支路有功潮流调整细节：支路 21 和支路 38 处有功潮流上/下限为  $[-300, 300]$  MW，其交流越限解有功潮流分别为 -316.17 MW 和 363.35 MW。经恢复后，支路 21 和支路 38 处有功潮流调整为 -258.87 MW 和 262.01 MW，越限解除。

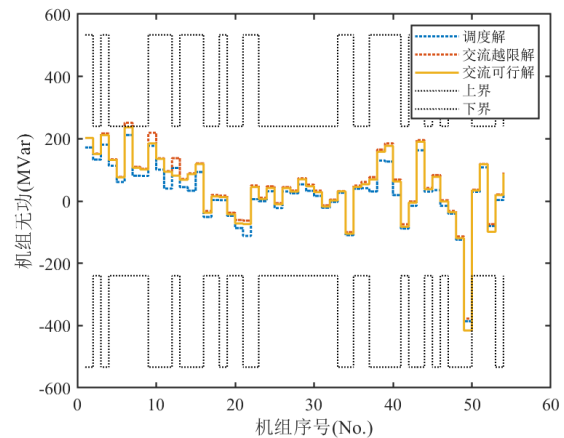
表 5 算例 III 最大负荷时刻部分恢复细节

Tab. 5 Restoration details at maximum load of Case III

		范围	调度解	交流越限解	交流可行解
节点电压/p.u.	节点 21	$[0.95, 1.05]$	0.9505	0.9393	<b>0.9519</b>
	节点 117	$[0.95, 1.05]$	0.9502	0.9402	<b>0.9515</b>
机组无功/MVar	机组 6	$[-240, 240]$	211.92	251.31	<b>236.74</b>
支路有功/MW	支路 21	$[-300, 300]$	-215.01	-316.17	<b>-258.87</b>
	支路 38	$[-300, 300]$	268.34	363.35	<b>262.01</b>



(a)节点电压调整



(b)机组无功出力调整

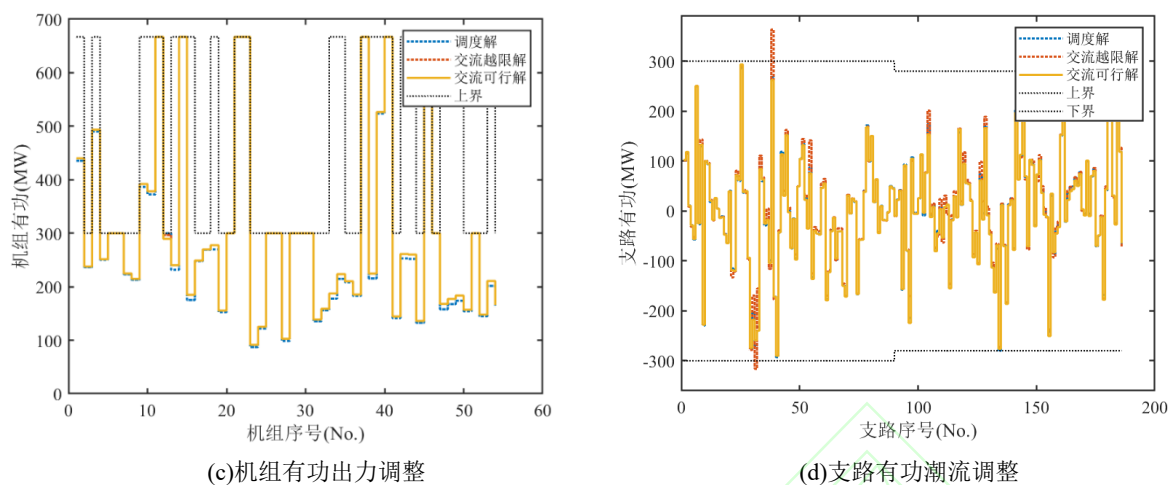


图 5 算例 III 最大负荷时刻恢复细节

Fig. 5 Restoration details of study III at the moment of maximum load

## 5 结论

本文针对电力系统调度优化结果的交流可行性恢复问题,提出了一种通用的调度模型交流潮流可行解的恢复算法,一些相关结论如下:

1) 交流潮流恢复模型解决了有功调度模型的交流可行解恢复问题。经过近似处理后的快速交流潮流恢复模型显著提高了交流潮流模型恢复效率。

2) 可行性约束恢复模型在大多数情况下都能够将交流越限解恢复为就近的交流可行解,适用于不同调度模型,具有一定的通用性。而分时段建模方法对原问题的无差简化,使大规模系统长时段调度解的快速恢复问题得到解决。

3) 本文基于修改的 IEEE-30 与 IEEE-118 系统开展潮流可行性恢复的算例研究,算例结果表明,本文提出的交流可行解恢复算法收敛快,效率高,最终恢复的交流可行解与原调度最优解成本差距小,且该恢复算法适用于不同系统、不同调度模型,进一步说明了该恢复算法的实用性。

本文未来将针对更复杂的现实系统开展更进一步的实证探讨与研究。

## 参考文献

- [1] 谢小荣,贺静波,毛航银,等. “双高”电力系统稳定性的新问题及分类探讨[J]. 中国电机工程学报, 2021,41(02):461-475.  
XIE Xiaorong, HE Jingbo, MAO Hangyin, et al. New Issue and Classification of Power System Stability With

High Shares of Renewables and Power Electronics[J]. Proceedings of the CSEE, 2021,41(02):461-475.

- [2] 张勇军,任震,李邦峰. 电力系统无功优化调度研究综述[J]. 电网技术, 2005(02): 50-56.

ZHANG Yongjun, REN Zhen, LI Bangfeng. Survey on voltage/var control and coordination of power systems[J]. Power System Technology, 2005(02): 50-56 (in Chinese).

- [3] 林哲,胡泽春,宋永华,等. 最优潮流问题的凸松弛技术综述[J]. 中国电机工程学报, 2019, 39(13): 3717-3728.

LIN Zhe, HU Zechun, SONG Yonghua, et al. Convex relaxation for optimal power flow problem: a recent review[J]. Proceedings of the CSEE, 2019, 39(13): 3717-3728(in Chinese).

- [4] YUAN Haoyu, LI Fangxing, WEI Yanli, et al. Novel linearized power flow and linearized OPF models for active distribution networks with application in distribution LMP[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2018, 9(1): 438-448.

- [5] YANG Zhifang, ZHONG Haiwang, BOSE A, et al. A linearized OPF model with reactive power and voltage magnitude: a pathway to improve the MW-only DC OPF[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(2): 1734-1745.

- [6] 范志成, 朱俊澎, 袁越, 等. 基于改进型直流潮流算法的主动配电网分布式电源规划模型及其线性化方法[J]. 电网技术, 2019, 43(2): 504-513.
- FAN Zhicheng, ZHU Junpeng, YUAN Yue, et al. Distributed generation planning model of active distribution network and linearization method based on improved DC power flow algorithm[J]. Power System Technology, 2019, 43(2): 504-513(in Chinese).
- [7] WANG S, WU W, LIN C, et al. A Dynamic Equivalent Energy Storage Model of Natural Gas Networks for Joint Optimal Dispatch of Electricity-Gas Systems[J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2023, 15(1): 621-632.
- [8] YI Z, WANG X, YANG C, et al. Real-time Sequential Security-Constrained Optimal Power Flow: A Hybrid Knowledge-Data-Driven Reinforcement Learning Approach[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2023, 39(1): 2154-2169.
- [9] FATEMI S M, ABEDI S, GHAREHPETIAN G, et al. Introducing a novel DC power flow method with reactive power considerations[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2015, 30(6): 3012-3023.
- [10] LI Zhigang, YU Jinyu, WU Q H. Approximate linear power flow using logarithmic transform of voltage magnitudes with reactive power and power loss consideration[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2017, 33(4): 4593-4603.
- [11] JIANG Mang, GUO Qinglai, SUN Hongbin, et al. Decoupled piecewise linear power flow and its application to under voltage load shedding[J]. CSEE Journal of Power and Energy Systems, 2021, 7(5): 976-985.
- [12] TRODDEN P A, BUKHSH W A, GROTHEY A, et al. Optimization-based islanding of power networks using piecewise linear AC power flow[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2014, 29(3): 1212-1220.
- [13] BAI Xiaoqing, WEI Hua, FUJISAWA K, et al. Semidefinite programming for optimal power flow problems[J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2008, 30(6-7): 383-392.
- [14] 白晓清, 韦化, FUJISAWA K, 等. 求解最优潮流问题的内点半定规划法[J]. 中国电机工程学报, 2008(19): 56-64.
- BAI Xiaoqing, WEI Hua, FUJISAWA K, et al. Solution of optimal power flow problems by semi-definite programming[J]. Proceedings of the CSEE, 2008(19): 56-64 (in Chinese).
- [15] JABR R. Radial distribution load flow using conic programming[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2006, 21(3): 1458-1459.
- [16] JABR R. A conic quadratic format for the load flow equations of meshed networks[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2007, 22(4): 2285-2286.
- [17] JABR R. Optimal power flow using an extended conic quadratic formulation[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2008, 23(3): 1000-1008.
- [18] COFFRIN C, VAN H P. A linear-programming approximation of AC power flows[J]. INFORMS Journal on Computing, 2014, 26(4): 718-734.
- [19] HIJAZI H, COFFRIN C, VAN H P. Convex quadratic relaxations for mixed-integer nonlinear programs in power systems[J]. Mathematical Programming Computation, 2017, 9(3): 321-367.
- [20] COFFRIN C, HIJAZI H, VAN H P. The QC relaxation: a theoretical and computational study on optimal power flow[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2016, 31(4): 3008-3018.
- [21] ADEMOLA A, YOU Shutang, LIU Yilu, et al. Automated two-stage conversion of hourly optimal DC flow solution to AC power flow[J]. CSEE Journal of Power and Energy Systems, 2023, 9(1): 28-36.
- [22] YANG Zhifang, BOSE A, ZHONG Haiwang, et al. Optimal reactive power dispatch with accurately modeled discrete control devices: a successive linear approximation approach[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2017, 32(3): 2435-2444.
- [23] X. Fang, Z. Yang, J. Yu and Y. Wang. AC Feasibility Restoration in Market Clearing: Problem Formulation and Improvement[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2022, 18(11): 7597-7607.
- [24] Cain M B, O'Neill R P, Castillo A, et al. History of optimal power flow and formulations[J]. Federal Energy Regulatory Commission, 2012, 1: 1-36.
- [25] 张伯明, 陈寿孙, 严正. 高等电力网络分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 2007: 202-203.



- [26] YANG Jingwei, ZHANG Ning, KANG Chongqing, et al. A state-independent linear power flow model with accurate estimation of voltage magnitude[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2017, 32(5): 3607-3617



## 附录 A

图 1 中交流越限解的平均越限率 AFVR 衡量了交流潮流不满足可行性约束的程度，具体计算方法如下所示。

$$\text{FVR}^V = \frac{\sum_{t=1}^T \sum_{i \in \mathcal{N}} \max\{V_{i,t} - V_{i,\max}, 0\} - \sum_{t=1}^T \sum_{i \in \mathcal{N}} \min\{V_{i,t} - V_{i,\min}, 0\}}{T} \quad (\text{A-1})$$

式(A-1)为电压幅值越限率  $\text{FVR}^V$  计算公式，用于衡量系统电压越限的严重程度。其中， $V_{i,t}$  为时刻  $t$  节点  $i$  电压幅值， $V_{i,\max} \setminus V_{i,\min}$  为节点  $i$  电压幅值上\下限。

$$\text{FVR}^{Q^{\text{Gen}}} = \frac{\sum_{t=1}^T \sum_{g \in \mathcal{G}} \max\left\{\frac{Q_{g,t}^{\text{Gen}} - Q_{g,\max}^{\text{Gen}}}{M_{Q_g^{\text{Gen}}}}, 0\right\} - \sum_{t=1}^T \sum_{g \in \mathcal{G}} \min\left\{\frac{Q_{g,t}^{\text{Gen}} - Q_{g,\min}^{\text{Gen}}}{M_{Q_g^{\text{Gen}}}}, 0\right\}}{T} \quad (\text{A-2})$$

式(A-2)为机组无功越限率  $\text{FVR}^{Q^{\text{Gen}}}$  计算公式，用于衡量系统机组无功出力越限的严重程度。其中， $Q_{g,t}^{\text{Gen}}$  为时刻  $t$  机组  $g$  无功出力， $Q_{g,\max}^{\text{Gen}} \setminus Q_{g,\min}^{\text{Gen}}$  为机组  $g$  无功出力上\下限， $M_{Q_g^{\text{Gen}}} = \max\{|Q_{g,\max}^{\text{Gen}}|, |Q_{g,\min}^{\text{Gen}}|\}$  为归一化因子。

$$\text{FVR}^{P^{\text{Branch}}} = \frac{\sum_{t=1}^T \sum_{(i,j) \in \mathcal{K}} \max\left\{\frac{P_{ij,t}^{\text{Branch}} - P_{ij,\max}^{\text{Branch}}}{M_{P_{ij}^{\text{Branch}}}}, 0\right\} - \sum_{t=1}^T \sum_{(i,j) \in \mathcal{K}} \min\left\{\frac{P_{ij,t}^{\text{Branch}} - P_{ij,\min}^{\text{Branch}}}{M_{P_{ij}^{\text{Branch}}}}, 0\right\}}{T} \quad (\text{A-3})$$

式(A-3)为线路有功潮流越限率  $\text{FVR}^{P^{\text{Branch}}}$  计算公式，用于衡量系统支路有功潮流越限的严重程度。其中， $P_{ij,t}^{\text{Branch}}$  为时刻  $t$  支路  $(i,j)$  有功潮流， $P_{ij,\max}^{\text{Branch}} \setminus P_{ij,\min}^{\text{Branch}}$  为支路  $(i,j)$  有功潮流上\下限， $M_{P_{ij}^{\text{Branch}}} = \max\{|P_{ij,\max}^{\text{Branch}}|, |P_{ij,\min}^{\text{Branch}}|\}$  为归一化因子。

$$\text{AFVR} = \frac{\text{FVR}^V + \text{FVR}^{Q^{\text{Gen}}} + \text{FVR}^{P^{\text{Branch}}}}{T} \quad (\text{A-4})$$

式(A-4)为平均越限率 AFVR 计算式，其中  $T$  为总时段数。

## 附录 B

大部分调度模型在调度阶段忽略了有功网损，导致进行潮流计算时，有功网损全由平衡机承担。平衡机在实际系统中并不存在，因此需要对调度解进行修正。本文提出的网损处理方法是根据机组剩余备用容量，将有功网损均摊至系统各个机组，主要流程如图 B1 所示，具体步骤如下。

1) 交流潮流计算。计算得到交流潮流解有功出力  $P_{g(k)}^{\text{ACPF}}$ 。

2) 修正判断。若调度解有功出力  $P_{g(k)}^{\text{ED}}$  与交流潮流解有功出力  $P_{g(k)}^{\text{ACPF}}$  之差小于预先给定精度  $\delta$ ，进入步骤 3)；反之，则需要修正。网损均摊  $\Delta P_{g(k)}$  的计算由式(B-1)给出。

$$\Delta P_{g(k)} = \frac{\text{Cap}_g^{\text{Spare}}}{\sum_{g \in \mathcal{G}} \text{Cap}_g^{\text{Spare}}} \times \sum_{g \in \mathcal{G}} (P_{g(k)}^{\text{ACPF}} - P_{g(k)}^{\text{ED}}) \quad (\text{B-1})$$

其中， $\text{Cap}_g^{\text{Spare}}$  为机组  $g$  的有功备用容量， $\text{Cap}_g^{\text{Spare}} / \sum_{g \in \mathcal{G}} \text{Cap}_g^{\text{Spare}}$  为依据机组有功备用容量的网损分配系数， $\sum_{g \in \mathcal{G}} (P_{g(k)}^{\text{ACPF}} - P_{g(k)}^{\text{ED}})$  为有功网损总和。

3) 结果输出。输出修正后的调度解  $P_{g(k)}^{\text{ED}}$ 。

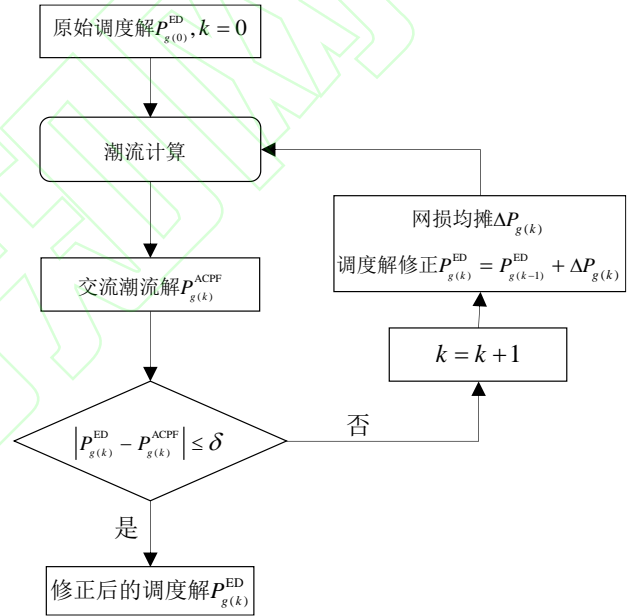


图 B1 网损处理方法  
Fig. B1 Disposal of network loss

## 附录 C

本文所用支路潮流灵敏度矩阵与机组出力灵敏度矩阵的推导过程如下。不失一般性，考虑支路  $k$  两端为节点  $i$  与节点  $j$ ，则矩阵  $\partial P^{\text{Branch}} / \partial V^T$  在  $(k,i)$  与  $(k,j)$  处的元素为：

$$\begin{cases} \left( \frac{\partial P^{\text{Branch}}}{\partial V^T} \right)_{ki} = 2g_{ij}V_i - g_{ij}V_j \cos \theta_{ij} - b_{ij}V_j \sin \theta_{ij} \\ \left( \frac{\partial P^{\text{Branch}}}{\partial V^T} \right)_{kj} = -g_{ij}V_i \cos \theta_{ij} - b_{ij}V_i \sin \theta_{ij} \end{cases} \quad (\text{C-1})$$

矩阵  $\partial P^{\text{Branch}} / \partial \theta^T$  在  $(k,i)$  与  $(k,j)$  处的元素为：

$$\begin{cases} \left( \frac{\partial P^{\text{Branch}}}{\partial \theta^T} \right)_{ki} = g_{ij} V_i V_j \sin \theta_{ij} - b_{ij} V_i V_j \cos \theta_{ij} \\ \left( \frac{\partial P^{\text{Branch}}}{\partial \theta^T} \right)_{kj} = -g_{ij} V_i V_j \sin \theta_{ij} + b_{ij} V_i V_j \cos \theta_{ij} \end{cases} \quad (\text{C-2})$$

矩阵  $\partial Q^{\text{Branch}} / \partial V^T$  在  $(k, i)$  与  $(k, j)$  处的元素为:

$$\begin{cases} \left( \frac{\partial Q^{\text{Branch}}}{\partial V^T} \right)_{ki} = -2b_{ij} V_i + b_{ij} V_j \cos \theta_{ij} - g_{ij} V_j \sin \theta_{ij} \\ \left( \frac{\partial Q^{\text{Branch}}}{\partial V^T} \right)_{kj} = b_{ij} V_i \cos \theta_{ij} - g_{ij} V_i \sin \theta_{ij} \end{cases} \quad (\text{C-3})$$

矩阵  $\partial Q^{\text{Branch}} / \partial \theta^T$  在  $(k, i)$  与  $(k, j)$  处的元素为:

$$\begin{cases} \left( \frac{\partial Q^{\text{Branch}}}{\partial \theta^T} \right)_{ki} = -b_{ij} V_i V_j \sin \theta_{ij} - g_{ij} V_i V_j \cos \theta_{ij} \\ \left( \frac{\partial Q^{\text{Branch}}}{\partial \theta^T} \right)_{kj} = b_{ij} V_i V_j \sin \theta_{ij} + g_{ij} V_i V_j \cos \theta_{ij} \end{cases} \quad (\text{C-4})$$

由节点功率平衡方程, 可以建立机组有功/无功出力与节点电压幅值/相角的局部线性关系如下:

$$\sum_{g \in \mathcal{G}_i} \Delta P_g^{\text{Gen}} = \sum_{(i, j) \in \mathcal{K}_i} \Delta P_{ij} + 2g_{ii} V_i \Delta V_i \quad (\text{C-5})$$

$$\sum_{g \in \mathcal{G}_i} \Delta Q_g^{\text{Gen}} = \sum_{(i, j) \in \mathcal{K}_i} \Delta Q_{ij} - 2b_{ii} V_i \Delta V_i \quad (\text{C-6})$$

基于支路潮流灵敏度矩阵  $\partial P^{\text{Branch}} / \partial V^T$ 、 $\partial P^{\text{Branch}} / \partial \theta^T$ 、 $\partial Q^{\text{Branch}} / \partial V^T$  和  $\partial Q^{\text{Branch}} / \partial \theta^T$ , 即可

得到机组出力灵敏度矩阵。  $\partial P^{\text{Gen}} / \partial V^T$  在  $(i, i)$  和  $(i, j)$  处元素分别为:

$$\begin{cases} \left( \frac{\partial P^{\text{Gen}}}{\partial V^T} \right)_{ii} = \sum_{j=1, j \neq i}^{N_b} \frac{\partial P_{ij}^{\text{Branch}}}{\partial V_i} + 2g_{ii} V_i \\ \left( \frac{\partial P^{\text{Gen}}}{\partial V^T} \right)_{ij} = \frac{\partial P_{ij}^{\text{Branch}}}{\partial V_j} \end{cases} \quad (\text{C-7})$$

$\partial P^{\text{Gen}} / \partial \theta^T$  在  $(i, i)$  和  $(i, j)$  处元素分别为:

$$\begin{cases} \left( \frac{\partial P^{\text{Gen}}}{\partial \theta^T} \right)_{ii} = \sum_{j=1, j \neq i}^{N_b} \frac{\partial P_{ij}^{\text{Branch}}}{\partial \theta_i} \\ \left( \frac{\partial P^{\text{Gen}}}{\partial \theta^T} \right)_{ij} = \frac{\partial P_{ij}^{\text{Branch}}}{\partial \theta_j} \end{cases} \quad (\text{C-8})$$

$\partial P^{\text{Gen}} / \partial V^T$  在  $(i, i)$  和  $(i, j)$  处元素分别为:

$$\begin{cases} \left( \frac{\partial Q^{\text{Gen}}}{\partial V^T} \right)_{ii} = \sum_{j=1, j \neq i}^{N_b} \frac{\partial Q_{ij}^{\text{Branch}}}{\partial V_i} - 2b_{ii} V_i \\ \left( \frac{\partial Q^{\text{Gen}}}{\partial V^T} \right)_{ij} = \frac{\partial Q_{ij}^{\text{Branch}}}{\partial V_j} \end{cases} \quad (\text{C-9})$$

$\partial P^{\text{Gen}} / \partial \theta^T$  在  $(i, i)$  和  $(i, j)$  处元素分别为:

$$\begin{cases} \left( \frac{\partial Q^{\text{Gen}}}{\partial \theta^T} \right)_{ii} = \sum_{j=1, j \neq i}^{N_b} \frac{\partial Q_{ij}^{\text{Branch}}}{\partial \theta_i} \\ \left( \frac{\partial Q^{\text{Gen}}}{\partial \theta^T} \right)_{ij} = \frac{\partial Q_{ij}^{\text{Branch}}}{\partial \theta_j} \end{cases} \quad (\text{C-10})$$

#### 附录 D

1) 本文所用 DC 调度模型如下:

$$\min \sum_t \sum_{g \in \mathcal{G}} c_g P_{g,t}^{\text{Gen}} \quad (\text{D-1})$$

$$P_{ij,t}^{\text{DC}} = -b_{ij} (\theta_i - \theta_j) \quad (\text{D-2})$$

$$\sum_{g \in \Omega_i^g} P_{g,t}^{\text{Gen}} - P_i^{\text{Load}} = \sum_{(i,j) \in \mathcal{K}} P_{ij,t}^{\text{DC}} \quad (\text{D-3})$$

$$\begin{aligned} P_{g,\min}^{\text{Gen}} &\leq P_{g,t}^{\text{Gen}} \leq P_{g,\max}^{\text{Gen}} \\ P_{ij,\min} &\leq P_{ij,t} \leq P_{ij,\max} \end{aligned} \quad (\text{D-4})$$

$$-\pi \leq \theta_i \leq \pi, \theta_{\text{ref}} = 0$$

其中,  $c_g$  为机组  $g$  单位出力成本。式(D-1)为目标函数; 式(D-2)构建了直流潮流支路有功平衡约束; 式(D-3)构建了节点有功平衡约束; 式(D-4)构建了决策变量上/下限不等式约束。

2) 本文所用 LPF 调度模型如下:

$$\min \sum_t \sum_{g \in \mathcal{G}} c_g P_{g,t}^{\text{Gen}} \quad (\text{D-5})$$

$$P_{ij,t}^{\text{LPF}} = g_{ij} \left( \frac{V_i^2 - V_j^2}{2} \right) - b_{ij} \theta_{ij} \quad (\text{D-6})$$

$$Q_{ij,t}^{\text{LPF}} = -b_{ij} \left( \frac{V_i^2 - V_j^2}{2} \right) - g_{ij} \theta_{ij}$$

$$\sum_{g \in \mathcal{G}_i} P_{g,t}^{\text{Gen}} - P_i^{\text{Load}} = \sum_{(i,j) \in \mathcal{K}_i} P_{ij,t}^{\text{LPF}} + \left( \sum_{j=1}^N G_{ij} \right) V_i^2 \quad (\text{D-7})$$

$$\sum_{g \in \mathcal{G}_i} Q_{g,t}^{\text{Gen}} - Q_i^{\text{Load}} = \sum_{(i,j) \in \mathcal{K}_i} Q_{ij,t}^{\text{LPF}} + \left( \sum_{j=1}^N -B_{ij} \right) V_i^2$$

$$(V_{i,\min})^2 \leq V_{i,t}^2 \leq (V_{i,\max})^2$$

$$P_{g,\min}^{\text{Gen}} \leq P_{g,t}^{\text{Gen}} \leq P_{g,\max}^{\text{Gen}}$$

$$Q_{g,\min}^{\text{Gen}} \leq Q_{g,t}^{\text{Gen}} \leq Q_{g,\max}^{\text{Gen}}$$

$$P_{ij,\min} \leq P_{ij,t} \leq P_{ij,\max}$$

$$-\pi \leq \theta_i \leq \pi, \theta_{\text{ref}} = 0$$

(D-8)

作者简介:



杨旻

杨旻(2001), 男, 博士生, 主要研究方向为电力系统规划与运行、电力系统分析, yangmin20@mails.tsinghua.edu.cn;

\*通信作者: 王佳昕(2000), 男, 博士生, 主要研究方向为电力系统规划与运行、电力系统安全稳定分析、数据-模型联合驱动的电力系统方法, wjx22@mails.tsinghua.edu.cn;

章家维(1996), 男, 博士, 主要研究方向为数据驱动的电力系统分析, zhang-jw19@mails.tsinghua.edu.cn;

姜海洋(1996), 男, 博士, 主要研究方向为季节性储能、P2X、电力系统规划, jiang\_hy@mail.tsinghua.edu.cn;

方陈(1983), 男, 博士, 主要研究方向为电力系统分析、电力系统运行与控制, fangc02@129.com;

张宁(1985), 男, 博士, 长聘副教授, 主要从事低碳电力技术、电力系统规划与运行、多能源系统等方面研究工作, ningzhang@tsinghua.edu.cn.

收稿日期: 2024-07-01