



南京大學  
研究生畢業論文  
(申請碩士學位)

論文題目 有限大圓盤對聲功率率測量的影響

作者姓名 钟家鑫

學科專業名稱 聲學

研究方向 音頻聲學

指導教師 陶建成副教授、邱小軍教授

2018年5月24日

学 号： MG1522102

论文答辩日期： 2018 年 5 月 24 日

指导教师： 邱小军 (签字)

# 南京大学研究生毕业论文中文摘要首页用纸

毕业论文题目：有限大圆盘对声功率测量的影响

声学 专业 2015 级硕士生姓名：钟家鑫

指导教师（姓名、职称）：陶建成副教授、邱小军教授

## 摘要

声功率是表征各种机器设备噪声辐射的重要物理量。在全消声室中进行基于声压的声功率测量时，有时需要引入支撑障板，有时需要铺设障板模拟半消声室的声学环境。障板的引入对恒体积速度声源的辐射声场有影响，本文针对有限大圆盘对全消声室中声功率测量的影响进行研究。

首先，基于扁球面坐标系，建立有限大圆盘附近点源声散射的理论模型，推导恒体积速度声源辐射声功率的解析表达式。通过在远场离散声强的积分，推导声源辐射至上半空间的声功率数值计算式。考察在全消声室中引入有限大圆盘进行声功率测量的3种实际测量情况，即使用圆盘支撑声源且在全空间测量球面的声压可测得；使用圆盘支撑声源但仅在圆盘上方布置测量半球面；铺设有限大圆盘模拟半消声室的声功率测量环境，给出3种对应的声功率修正项的表达式。

其次，使用边界元法建立点声源附近布置有限大圆盘的数值仿真模型，验证理论模型的正确性。以点源位于圆盘轴线上的模型为例，分析声压级的空间分布特性，结果表明在测量球面上的声压分布有较大差异，对声功率测量结果影响显著。根据数值仿真结果，定量讨论圆盘半径和声源高度对声功率修正项的影响。

最后，在全消声室和半消声室分别进行实验测量，验证理论模型和数值仿真得到的修正项。从圆盘的面密度、空间声场分布特性及声源指向性3个方面分析实验误差。研究发现，引入有限大圆盘会显著影响声功率测量结果，在实际测量中不容忽视。若不对结果进行修正，声功率级测量误差最高可达7.0 dB。

关键词：声功率测量、全消声室、有限大圆盘、扁球面坐标系

## 南京大学研究生毕业论文英文摘要首页用纸

THESIS: Effects of a finite size reflecting disk on sound power

measurements

SPECIALIZATION: Acoustics

POSTGRADUATE: Jiaxin Zhong

MENTOR: Associate Professor Jiancheng Tao

Professor Xiaojun Qiu

### **Abstract**

The sound power is an important parameter of sound sources which characterizes the rate of sound energy radiated by machinery equipment. In practical sound power measurements in an anechoic room based on sound pressure-based methods, a baffle sometimes has to be used to support the sound source under test or the anechoic room are used as a hemi-anechoic room by laying a baffle. The sound field radiated by a constant velocity sound source differs after the introduce of a finite size baffle. This thesis investigates the effects of a disk on sound power measurements conducted in an anechoic room.

Firstly, an analytical mode, where a monopole scattered by a disk, is established based on the oblate spheroidal coordinates, to derive the exact solution of the sound power output of the source. The discrete summation form of the sound power radiated to the upper half-space is derived based on the sound intensity travelling out in the upper half-space. Three practical measurement cases are considered, i.e., a supporting baffle has to be used in measurements in a full anechoic room and the sound pressure on spherical measurement surface is obtainable; a supporting baffle has to be used in measurements in a full anechoic room an only the sound pressure on the hemi-spherical measurement surface above the disk is obtainable; an anechoic room is used to simulate the environment in a

hemi-anechoic room by laying a finite size disk on the wire-meshed floor. The correction terms for three cases are then presented.

Secondly, the theoretical mode is established and validated by Boundary Element Method(BEM). The distribution of sound field due to a monopole being placed at the axis of a rigid disk is computed and analyzed, and the results show that large deviations of sound pressure occur on the spherical measurement surface which indicates the disk impact the measurement results. The effects of the disk radius and the height of the source above the disk are discussed based on the numerical results.

Finally, the experiments in both an anechoic room and a hemi-anechoic room are conducted to validate the theoretical model and the correction terms computed by numerical simulations. The errors between the theoretical solution and the measured correction terms are analyzed based on the factors: the area density of the real disk, the distribution of the sound field, and the directivity of sound source. Results show that the correction terms can be large, which means the effects of the disk should not be neglected in practical measurements. It is found that the measurement error can be up to 7.0 dB without correction.

**Key words:** sound power measurements, full anechoic rooms, finite disks, oblate spheroidal coordinates

# 目录

摘要.....	I
Abstract.....	III
目录.....	V
第一章 绪论.....	1
1.1 引言.....	1
1.1 全消声室中的声功率测量.....	1
1.2 有限大圆盘点源声散射模型.....	3
1.3 本文主要工作及全文安排.....	5
第二章 理论模型.....	7
2.1 引言.....	7
2.2 有限大圆盘的点源声散射模型.....	7
2.2.1 扁球面坐标系中声波波动方程的解.....	8
2.2.2 声压场.....	9
2.2.3 辐射声功率.....	10
2.3 有限大圆盘对声功率测量影响的修正项.....	11
2.4 本章小结.....	12
第三章 数值仿真.....	13
3.1 引言.....	13
3.2 圆盘声散射理论模型的验证.....	13
3.3 全空间声压可测情况的仿真.....	16
3.4 仅上半空间声压可测情况的仿真.....	18
3.5 铺设有有限大圆盘模拟半消声室的仿真.....	19
3.6 本章小结.....	21
第四章 实验研究.....	23
4.1 引言.....	23
4.2 实验设置.....	23
4.3 实验结果与讨论.....	26
4.3.1 声压级.....	26
4.3.2 声功率修正项.....	31
4.4 本章小结.....	33
第五章 总结及展望.....	35
5.1 全文总结.....	35
5.2 今后工作.....	36
参考文献.....	37
致谢.....	43
作者在硕士研读期间发表论文及主要成果.....	45

# 第一章 绪论

## 1.1 引言

声功率是表征各种机器设备噪声辐射的重要物理量，因此噪声源声功率的准确测量是声学研究者经常面临的问题。从测量结果的精密程度来看，声功率测量可划分为精密级(1 级)、工程级(2 级)和简易级(3 级) [1]。从测量手段来看，声功率测量可分为基于声压的测量[2–4]、基于声强的测量[2,5]或其他间接测量[6,7]。由于设备要求低，基于声压的声功率测量应用广泛。考虑到测量精度，测量通常在特定的声学环境中进行，如全消声室、半消声室或混响室[2]。

吸尘器[8]、洗衣机[9]等家电产品和电力电容器[10]、往复式内燃机[11]等工业产品都要求在半消声室中测定半自由场声功率级。在仅有全消声室实验条件下，通常会在全消声室中满铺障板来模拟半消声室[12,13]。但满铺的方案在具体实施时成本高、耗时长。有必要针对实际情况，考察全消声室中存在有限大障板时，基于声压获取的声功率的精度。

### 1.1 全消声室中的声功率测量

声功率测量技术较为成熟，ISO 发布了一系列基于声压或声强测量方法的测量标准[2]，我国也有与之对应的标准[14]。基于声压的声功率测量是通过测量场点处的声压，利用场点声压与声功率之间的物理关系，计算出声功率[1]。基于声压的精密级声功率测量方法由标准 ISO 3745[3]规定，它与我国发行的标准 GB/T 6882 相对应[16]。有许多因素会影响声功率的测量结果，如空气湿度和温度等气象条件[17–20]、消声室的环境[21]、以及测量传声器阵列的布放方案[22,23]等。

全消声室中进行基于声压的声功率测量时，被测噪声源通常被安放在地网上。在以噪声源为中心的测量球面上，于不同的测点上布放若干传声器，测量测点处的声压。在自由场中，根据声源辐射的声能量密度与距离平方成反比的规律，通过测量面上的面平均声压来计算噪声源的辐射声功率级[3]：

$$L_{W,m} = 10 \lg \left( \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N 10^{0.1 L_{p,n}} \right) + 10 \lg \left( \frac{S}{S_0} \right), \quad (1.1)$$

式中,  $L_{W,m}$  表示测量得到的声功率级,  $N$  是测点数量,  $L_{p,n}$  是第  $n$  个测量传声器的声压级,  $S = 4\pi R^2$ (测量球面),  $S = 2\pi R^2$ (测量半球面),  $S_0 = 1 \text{ m}^2$ 。

在实际测量中, 被测噪声源通常有一定体积或重量, 不便直接放置于地网上, 因此通常会在其底下铺设一块支撑障板(如图 1.1 中铺设的是一块半径为  $a$  的圆盘障板, 声源距离圆盘的高度为  $h$ )。引入障板后, 在一方面: 噪声源辐射的直达声经过障板的散射, 使空间声场声压发生改变, 导致测量面上测点处的声压改变, 从而影响计算所得的声功率; 在另一方面, 若声源是恒体积源, 由于边界的存, 声源的自辐射阻发生改变, 导致声源辐射的声功率与未引入障板前不同。因此, 障板的引入影响声功率的测量结果, 尤其是当频率较低的时候影响显著[12,13]。

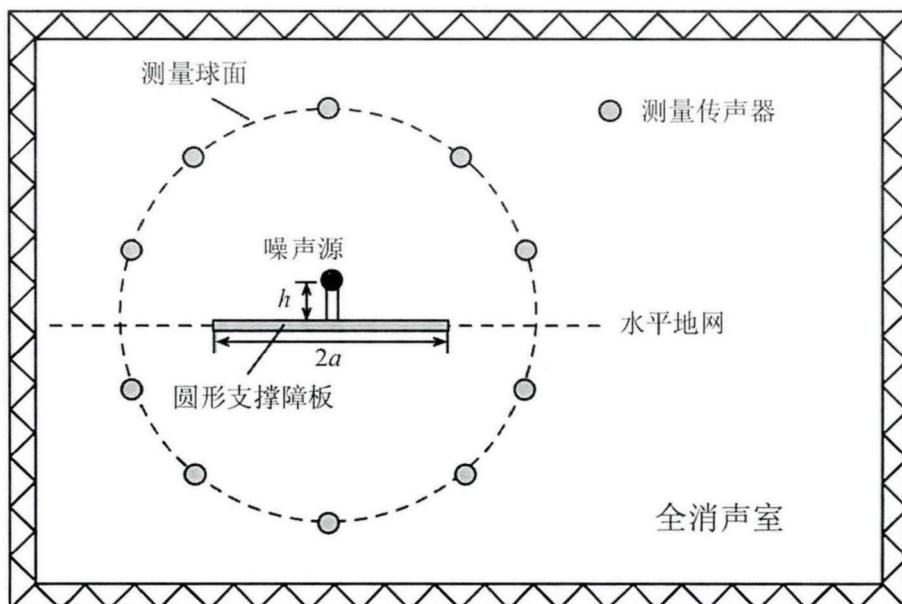


图 1.1 全消声室中进行声压法声功率测量的示意图

如前文所述, 某些场合需要的是声源在半消声室中的声功率, 而声源在半消声室中的声功率与全消声室中的不同。已有研究通常将半消声室的地面可看作无限大反射面, 把镜像源法(Image Source Method)作为理论分析工具。1958 年, Waterhouse 使用镜像源法分析了无限大反射面对单极子、偶极子的辐射声功率的影响[24]。1981 年, Lim 等[25]对单极子的半消声室声功率测量, 实验结果与基于镜像源法理论预测结果吻合较好。其结论主要有: 无限大反射面的存

在通常会增强点源的声辐射功率；当点源的位置足够靠近反射面时，声功率级高于自由场中的 3 dB。

2007 年，Suzuki 等[23]在研究中，以随机数量且随机相位的多极子作为噪声源，仿真了多次基于声压法的 ISO 声功率测量标准的测量结果。通过对结果的统计参数分析，指出 ISO 标准中对称性越强的测点布放方案测量结果误差越大。Suzuki 等基于仿真模型，提出了测量误差更小的测点布放方案，并被 ISO 3745 采纳。该布点方案的仿真结果表明，对随机位置随机位的 32 极子声源、测量面半径为 1 m、重复试验次数 1000 次的情况，在 10 kHz 内，声功率级平均值波动范围小于 0.1 dB、标准差小于 0.8 dB。

2014 年，Yamada 等[12,13]通过理论和实验，研究了全消声室中铺设低面密度障板对声功率测量的影响。在实验中，Yamada 等使用了面积为 26.9 m<sup>2</sup>(覆盖 35% 的消声室地网)、面密度分别为 5.0、7.5、15.0 和 20 kg/m<sup>2</sup> 的木质障板。其仿真结果表明，由于声波透射过障板，测得的声功率会偏小，并且频率越低或面密度越低时差值越大。其实验结果表明，当障板的尺寸与声波的波长相当或更小时，基于镜像源法的理论分析误差过大或不再适用。

综合来说，现有的研究主要集中在气象条件、测量室环境和测量传声器阵列布点方案等对声功率测量的影响，或通过镜像源法分析半消声室的声功率测量，鲜有研究对有限大障板的影响做定量分析。

## 1.2 有限大圆盘点源声散射模型

在声功率测量中引入一个圆盘来支撑被测声源，其声学模型为自由场中的点源关于一个有限大圆形反射面的声散射，数学模型为有源 Helmholtz 方程的边值问题。该模型可通过分离变量法[26]、T-matrix 法[27]或积分方程法[28]等来求解，其中较有效计算方法是使用基于扁球面坐标系(Oblate Spheroidal Coordinates)下的分离变量法来求解[29]。

1897 年，Rayleigh 最早提出圆盘的声散射模型，并进行了初步研究[30]。1933 年，Kotani 首次将声学问题里的圆盘边界看作退化的扁球面，在扁球面坐标系中，径坐标曲面  $\zeta=0$  表征了以坐标原点为圆心的圆盘[31]。随后 20 年内，Spence 等[32]、Wiener 等[33]、Leitner 等[34]和 Bouwkamp 等[29]发展了基于扁

球面坐标系下圆盘的声衍射理论，给出了空间声场的解析解形式。声场解涉及两类特殊函数：扁球面角波动函数(Oblate Spheroidal Angular Wave Functions)和扁球面径波动函数(Oblate Spheroidal Radial Wave Functions)，因此两类函数的数值计算成为研究的焦点。

1957 年，Flammer 在其数学专著[35]中给出了格林函数的扁球面软、硬边界的理论解析解。已知点源、扁球面的信息及两类函数的数值解，就可得到圆盘附近点源声散射声场分布的数值解。Flammer 综述了两类特殊函数的数值计算方法，并给出了波数( $k$ )与圆盘半径( $a$ )的乘积  $ka \leq 2.5$ 、模态数目  $m \leq 1$ 、 $n \leq 3$  的数值表。对  $ka$  或模态数目更大的情况，其数值解难以计算得到，因此，尚无法在声学模型的具体分析中进行有效应用。

1961 年，Silbiger 给出了  $ka$  极小和极大情况下两类函数的渐近解形式，以此分析了扁球面型活塞在自由场或镶嵌在无限大障板上时的辐射声场[36]。其研究发现，在  $ka$  较小时，两种情况的辐射抗均随着扁球面短轴的增加而减小，无障板镶嵌时的辐射阻随短轴的增加而增加，有障板镶嵌时保持不变；在  $ka$  较大时，辐射抗的变化规律相同，两种情况的辐射阻随短轴增加而减小；在  $ka$  处于中间大小(声波波长与扁球面尺寸相当)时，辐射阻抗的变化规律较为复杂且难以计算。

1979 年，Lauchle 等[42]基于两类函数在远场( $\xi \rightarrow \infty$ )的渐近解，研究了有限大圆盘中心镶嵌无背腔扬声器的远场指向性，其模型为圆盘表面中心处布放偶极子的辐射(正、负极子分别位于圆盘两侧表面中心处)。研究结果表明，当  $ka$  时，远场指向性表现为有限大极距的偶极子辐射，圆盘对指向性影响较小；当  $ka$  较大时，圆盘有显著影响，并且可等效为位于圆盘边缘的环声源。

综上可知，在 20 世纪 80 年代之前，有限大圆盘的声散射研究主要集中在  $ka$  极小、极大或者远场指向性。这是由于两类特殊函数的数值计算极为复杂，仅有渐近解容易计算，对近场、高模态数目、中高频、大圆盘尺寸等情况，需要相当大的计算量与计算速度。直到最近 20 多年，随着数值计算方法、计算机计算速度和资源的发展，一些关于这两类特殊函数的精确数值解的程序和代码才被研究与发布[37–40]。

1996 年，Zhang 等的数学专著[37]综述并发展了两类函数的数值计算方法，

给出了具体计算的 Fortran 代码，并提供了  $ka = 1$  和  $5, m, n \leq 4, \zeta \leq 10$  的函数数值表。2014 年，Adelman 等[38]利用 C 语言 GNU MPFR 函数库[41]的高精度计算技术，提出了对两类特殊函数的高精度数值解的方法，并且给出 MATLAB 和 C 语言耦合的代码。随后，Adelman 等[43]仿真并计算了刚性圆盘的点源和平面波入射的近场散射声场分布。2016 年，Gonzalez 等[39]同样使用 GNU MPFR 函数库，开发了 Julia 语言的数值计算代码。Adelman 等[38]与 Gonzalez 等[39]的数值计算原理与 Zhang 等[37]的基本相同，理论上可计算特殊函数的任意精度数值结果，但在计算机中需要使用高精度的数据类型，导致计算耗时较长。另外，对一些特殊的参数，即使使用高精度也无法计算。

2017 年，Van Buren 改进了数值计算的原理，分析了计算误差，并提供了 Fortran 代码。在 Fortran 代码中，即使计算中的变量使用个人计算机常用的双精度浮点数，亦可得到较精确的数值解[40]。具体而言，使用双精度浮点数(64-bit)时：当  $0.000001 \leq \zeta < 0.1$ ，在  $m, n \leq 1000$  内；当  $\zeta \geq 0.01$  时，在  $m, n \leq 5000$  内可获得  $ka \leq 2000$  的较可靠数值解。

2017 年，Zhong 等[44]计算了全消声室中引入一个有限大刚性圆盘后，声功率测量的测点处声压变化量与空间声场分布特性，并给出了 1/3 倍频程的修正量。其结果表明，当  $ka = 15$ 、单极子位于圆盘中心上方 0.01 m 处时，半径 1.5 m 测量球面上的声压级差异最大达到了 15 dB 以上，圆盘的引入对声功率测量有明显的影响。但该研究未进行实验验证，且未讨论圆盘对恒体积源实际声辐射功率的影响。

综上所述，已有的研究主要关注散射声压场，并提出了有关特殊函数的数值计算方法，但对点源附近放置刚性圆盘的声辐射功率的理论、数值仿真以及实验的研究鲜有关注。

### 1.3 本文主要工作及全文安排

本文主要研究有限大圆盘对声功率测量的影响。全文安排如下：

第一章介绍噪声源声功率的测量方法，回顾基于声压的声功率测量和有限大圆盘声散射的研究进展，提出本文的研究内容：在全消声室的声功率测量中引入有限大圆盘的影响。

第二章基于扁球面坐标系，建立有限大圆盘附近点源声散射的理论模型，推导恒体积速度声源的辐射声功率的解析表达式与辐射至上半空间的声功率的数值计算式。针对在全消声室中引入有限大圆盘进行声功率测量的3种实际测量情况，给出对应修正项的表达式。

第三章使用边界元法建立点声源附近布置有限大圆盘的数值仿真模型，验证第二章理论模型的正确性。以点源位于圆盘轴线上的情况为模型，分析声压级的空间分布特性，并针对前文提出的声功率修正项，定量讨论圆盘半径和声源高度的影响。

第四章在全消声室和半消声室分别进行实验测量，验证前文理论模型和数值仿真给出的修正项。从圆盘的面密度、空间声场分布特性以及声源指向性3个方面分析实验误差。

第五章全文总结并提出将来的研究方向。

## 第二章 理论模型

### 2.1 引言

基于声压的声功率测量的理论已经较为成熟[2,15]，有限大圆盘的点源声散射模型也有较多的研究[29–36,42–44]，已有的研究往往是针对声场声压或速度势进行求解，对点源附近放置刚性圆盘的声辐射功率的研究鲜有关注。本章在已有的研究基础上，基于扁球面坐标系推导引入圆盘后点声源声功率的解析表达式与点源辐射至上半空间的声功率的数值计算式，并对消声室中引入有限大圆盘进行声功率测量的3种实际情况，讨论基于声压的声功率测量结果所需的修正项。

### 2.2 有限大圆盘的点源声散射模型

在全消声室中进行声功率测量，若水平地网上铺设有限大圆盘以支撑噪声源，则其声学理论模型是有限大圆盘的点源声散射，数学模型是有源 Helmholtz 方程的边值问题。

理论模型如图 2.1 所示，在自由场中存在一个半径为  $a$ 、厚度忽略的刚性圆盘。以圆盘圆心为源点  $O$ ，建立 3 维的笛卡尔坐标系  $(x, y, z)$ 。空间中点源位于  $\mathbf{r}_s$  处，恒体积源强为  $Q$ ，场点位于  $\mathbf{r}$  处。点源的入射声记为  $p_{\text{inc}}$ ，经圆盘散射的散射声记为  $p_{\text{scat}}$ ，引入圆盘后的总声场  $p_{\text{disk}}$  是两者之和： $p_{\text{inc}} + p_{\text{scat}}$ 。

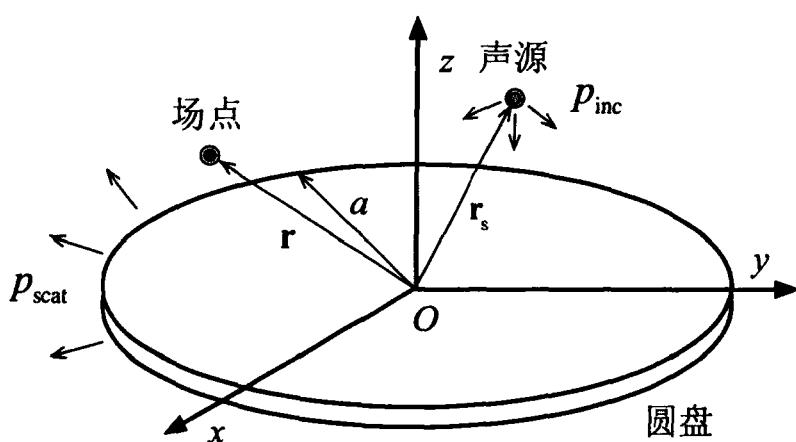


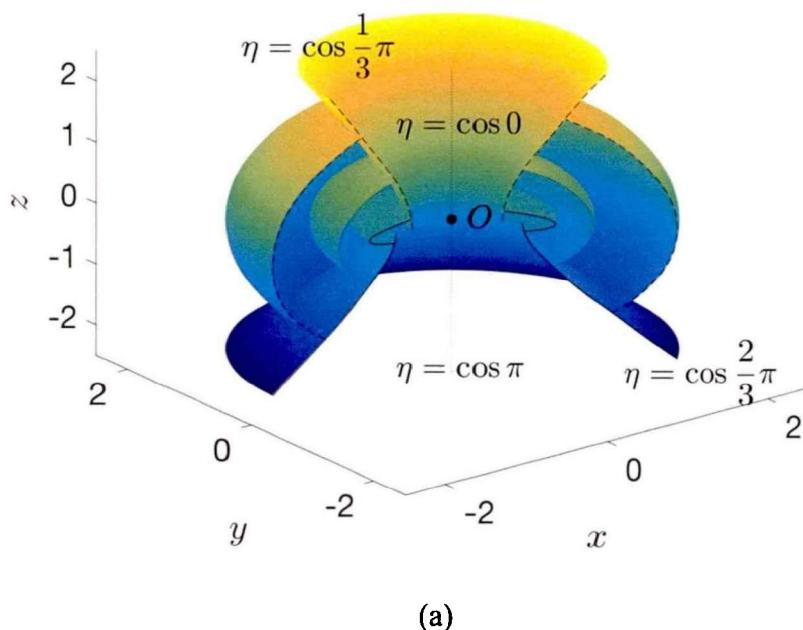
图 2.1 有限大圆盘的点源声散射模型

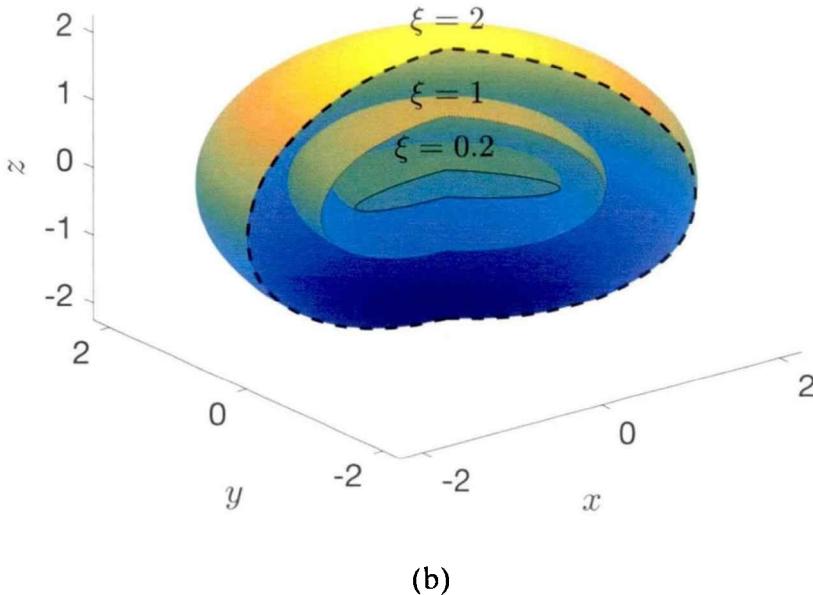
### 2.2.1 扁球面坐标系中声波波动方程的解

无限薄圆盘可看作退化的扁球面，因此在扁球面坐标系中对声波波动方程进行分离变量，可得到该模型的解析解。以相同点  $O$  为坐标轴源点的扁球面坐标  $(\eta, \xi, \varphi)$  与笛卡尔坐标  $(x, y, z)$  的关系为[35]：

$$\begin{aligned} x &= a\sqrt{(1-\eta^2)(1+\xi^2)} \cos \varphi \\ y &= a\sqrt{(1-\eta^2)(1+\xi^2)} \sin \varphi \\ z &= a\eta\xi \end{aligned}, \quad (2.1)$$

式中， $\eta$  为天顶角坐标， $\xi$  为径坐标， $\varphi$  为方位角坐标， $a$  是生成椭圆的半焦距。如图 2.2(a)所示， $\eta$  曲面是个旋转双曲面，取值范围为  $[-1, 1]$ ， $\eta = \pm 1$  分别对应正、负  $z$  轴。如图 2.2(b)所示， $\xi$  曲面是个扁球面，取值范围为  $[0, \infty)$ ，当  $\xi = 0$  时，扁球面退化为  $z = 0$  平面上以源点为圆心、半径为  $a$  的实心圆；当  $\xi \rightarrow \infty$  时，扁球面趋于球面，且与球坐标系  $(r, \theta, \varphi)$  有关系  $a\xi \rightarrow r$  和  $\eta \rightarrow \cos\theta$  [35]。 $\varphi$  曲面的几何意义与球坐标系  $(r, \theta, \varphi)$  中的  $\varphi$  曲面完全相同。





(b)

图 2.2 扁球面坐标系坐标曲面 (a) 天顶角坐标  $\eta$  曲面; (b) 径坐标  $\xi$  曲面

### 2.2.2 声压场

假设点源位于  $\mathbf{r}_s$ , 则场点  $\mathbf{r}$  处的声场  $p(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s)$  满足方程[35]:

$$(\nabla^2 + k^2)p(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s) = j\rho\omega Q\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_s), \quad (2.2)$$

式中  $j$  为虚数单位,  $k$  为波数,  $\rho$  为空间流体密度,  $\omega$  为角频率,  $\delta(x)$  为 3 维 Dirac delta 函数, 即  $\delta(x) = 0 (x \neq 0)$ 、 $\delta(x) = \infty (x = 0)$  且  $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x)dx = 1$ , 本文略去简谐项  $\exp(-j\omega t)$ 。

式(2.2)的解在无穷大远处满足 Sommerfeld 辐射条件, 因此声场解表现为出射波。在球坐标系中, 式(2.2)的解为  $p(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s) = -j\rho\omega Q/(4\pi|r - r_s|)\exp(jk|r - r_s|)$ , 其中  $\mathbf{r}_s = (r_s, \theta_s, \varphi_s)$ 。在扁球面坐标系  $(\eta, \xi, \varphi)$  中,  $\mathbf{r}_s = (\eta_s, \xi_s, \varphi_s)$ , 式(2.2)的解为[35]:

$$\begin{aligned} p(\eta, \xi, \varphi) = & \frac{\rho\omega k Q}{4\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} \frac{2\varepsilon_m}{N_{mn}(-jka)} S_{mn}(-jka, \eta) S_{mn}(-jka, \eta_s) \\ & \times \cos[m(\varphi - \varphi_s)] R_{mn}^{(1)}(-jka, j\xi_s) R_{mn}^{(3)}(-jka, j\xi_s) \end{aligned}, \quad (2.3)$$

式中,  $\varepsilon_m$  表示诺伊曼因子,  $m = 0$  时  $\varepsilon_m = 1$ ,  $m = 1$  时  $\varepsilon_m = 2$ ;  $S_{mn}(-jka, \eta)$  表示扁球面角函数,  $N_{mn}(-jka) = \int_{-1}^1 [S_{mn}(-jka, \eta)]^2 d\eta$  是它的归一化因子;

$R_{mn}^{(i)}(-jka, j\xi)$  表示第  $i$  类扁球面径函数,  $i = 1, 3$ ;  $\xi_< = \min(\xi, \xi_s)$ ,  $\xi_> = \max(\xi, \xi_s)$ 。

当空间存在  $\xi = \xi_b$  扁球面刚性边界, 则声场在边界上满足刚性边界条件:

$$\left. \frac{\partial p_{\text{disk}}}{\partial \xi} \right|_{\xi=\xi_b} = 0. \quad (2.4)$$

应用此边界条件, 可求得任意场点  $(\eta, \xi, \varphi)$  的声场为[35]:

$$p_{\text{disk}}(\eta, \xi, \varphi) = \frac{\rho \omega k Q}{4\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} \frac{2\varepsilon_m}{N_{mn}(-jka)} S_{mn}(-jka, \eta) S_{mn}(-jka, \eta_s) \\ \times \cos[m(\varphi - \varphi_s)] \left[ R_{mn}^{(1)}(-jka, j\xi_<) R_{mn}^{(3)}(-jka, j\xi_>) \right. \\ \left. - \frac{R_{mn}^{(1)'}(-jka, j\xi_b)}{R_{mn}^{(3)'}(-jka, j\xi_b)} R_{mn}^{(3)}(-jka, j\xi) R_{mn}^{(3)}(-jka, j\xi_s) \right], \quad (2.5)$$

式中  $R_{mn}^{(i)'}(-jka, j\xi)$  表示扁球面径函数  $R_{mn}^{(i)}(-jka, j\xi)$  关于  $\xi$  的导数。

### 2.2.3 辐射声功率

在自由场中, 源强为  $Q$  的点源声功率  $W_{\text{free}}$  为[24]:

$$W_{\text{free}} = \frac{\rho \omega k Q^2}{8\pi}. \quad (2.6)$$

引入圆盘后, 点源的声辐射阻发生改变。将式(2.3)代入声功率与辐射阻的关系式  $W = 0.5 \text{Re}(Z_s) Q^2$ :

$$W_{\text{disk}} = \frac{\rho \omega k Q^2}{8\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} \frac{2\varepsilon_m}{N_{mn}(-jka)} [S_{mn}(-jka, \eta_s)]^2 \\ \times \left| R_{mn}^{(1)}(-jka, j\xi_s) - \frac{R_{mn}^{(1)'}(-jka, j\xi_b)}{R_{mn}^{(3)'}(-jka, j\xi_b)} R_{mn}^{(3)}(-jka, j\xi_s) \right|^2, \quad (2.7)$$

式中  $Z_s = p_{\text{disk}}(\eta_s, \xi_s, \varphi_s)/Q$  是点源处辐射阻。给定声源信息和圆盘半径, 便可通过式(2.7)计算出声源的辐射声功率。

当点源位于圆盘轴向(正  $z$  轴)时,  $m = 0$ ,  $\eta = 1$ , 到圆盘的距离为  $h$ , 则声功率  $W_{\text{disk}}$  可简化为:

$$W_{\text{disk}} = \frac{\rho \omega k Q^2}{8\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{N_{0n}(-jka)} [S_{0n}(-jka, 1)]^2 \\ \times \left| R_{0n}^{(1)}(-jka, jh/a) - \frac{R_{0n}^{(1)'}(-jka, j0)}{R_{0n}^{(3)'}(-jka, j0)} R_{0n}^{(3)}(-jka, jh/a) \right|^2. \quad (2.8)$$

当点源位于圆盘中心,  $h = 0$ , 式(2.8)可进一步简化为:

$$W_{\text{disk}} = \frac{\rho \omega k Q^2}{8\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{N_{0n}(-jka)} \left| \frac{S_{0n}(-jka, 1)}{R_{0n}^{(3)\prime}(-jka, j0)} \right|^2. \quad (2.9)$$

## 2.3 有限大圆盘对声功率测量影响的修正项

考察 3 种实际测量情况：(1) 全消声室中使用圆盘支撑噪声源且全空间的声压可以测得；(2) 全消声室中使用圆盘支撑噪声源且仅上半空间的声压可以测得(通常是由下半空间不便布放传声器或传声器数量不够)；(3) 全消声室中铺设圆盘以模拟半消声室且仅上半空间的声压可以测得。为分析方便，定义对应的 3 种修正项为：

$$C_1 = 10 \lg(W_{\text{disk}} / W_{\text{free}}), \quad (2.10)$$

$$C_2 = 10 \lg(W_{\text{disk,above}} / W_{\text{disk}}), \quad (2.11)$$

$$C_3 = 10 \lg(W_{\text{free}} / W_{\text{inf}}), \quad (2.12)$$

式中  $W_{\text{disk}}$ 、 $W_{\text{disk,above}}$ 、 $W_{\text{free}}$  和  $W_{\text{inf}}$  分别表示圆盘存在时、圆盘存在时上半空间、圆盘不存在时和圆盘足够大时点源的辐射声功率。 $W_{\text{disk}}$  和  $W_{\text{free}}$  分别可由式(2.7)和式(2.6)求得。 $W_{\text{inf}}$  可由无限大反射面的点源辐射声功率得到[24]：

$$W_{\text{inf}} = \frac{\rho \omega k Q^2}{8\pi} [1 + \text{sinc}(2kh)], \quad (2.13)$$

式中  $\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$ 。 $W_{\text{disk,above}}$  可通过对上半空间的声强进行积分得到，在远场进行半球面元离散化处理后，声强的积分转化为声压平方的求和：

$$W_{\text{disk,above}} = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{\pi R^2}{\rho c L} \sum_{l=1}^L |p_{\text{disk,far}}(R, \theta_l, \varphi_l)|^2, \quad (2.14)$$

式中  $L$  是离散点数目， $p_{\text{disk,far}}(R, \theta_l, \varphi_l)$  是第  $l$  个面元中心处球坐标  $(R, \theta_l, \varphi_l)$  的声压。 $p_{\text{disk,far}}(R, \theta_l, \varphi_l)$  可通过式(2.3)获得，在远场处  $\xi \rightarrow \infty$ ,  $a\xi \rightarrow r$  且  $\eta \rightarrow \cos\theta$ , 扁球面径函数  $R_{mn}^{(3)}(-jka, j\xi)$  有渐近形式  $(kr)^{-1} \exp[jkr - j\pi(n+1)/2]$  [35]，因此式(2.3)在远场球坐标系的表示式为：

$$p_{\text{disk,far}}(r, \theta, \varphi) = \frac{\rho \omega Q}{4\pi r} e^{jkr} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} \frac{2\varepsilon_m(-j)^{n+1}}{N_{mn}(-jka)} S_{mn}(-jka, \cos\theta) S_{mn}(-jka, \eta_s) \\ \times \cos[m(\varphi - \varphi_s)] \left[ R_{mn}^{(1)}(-jka, j\xi_s) - \frac{R_{mn}^{(1)\prime}(-jka, j\xi_b)}{R_{mn}^{(3)\prime}(-jka, j\xi_b)} R_{mn}^{(3)}(-jka, j\xi_s) \right]. \quad (2.15)$$

联立式(2.6)、(2.7)、(2.13)和(2.10)~(2.12)，可求得修正项  $C_1$ 、 $C_2$  和  $C_3$ 。则 3 种测量情况所对应的修正结果分别为  $C_1$ 、 $C_1 + C_2$  和  $C_1 + C_2 + C_3$ ，最后修正得到的声功率级  $L_W$  为：

$$L_W = L_{W,m} - \sum_{i=1}^{N_c} C_i, \quad N_c = 1, 2, 3, \quad (2.16)$$

式中  $N_c$  表示不同测量情况的编号。

## 2.4 本章小结

本章利用有限大圆盘声散射的声压场解析解，推导了声功率的解析表达式。通过在远场离散化声强的积分，推导了点源辐射至上半空间的声功率的数值计算式。进一步地，针对全消声室中引入有限大圆盘进行声功率测量的 3 种不同情况，推导了相应修正项的表达式。

## 第三章 数值仿真

### 3.1 引言

本章首先使用边界元法建立点声源附近布置有限大圆盘的数值仿真模型，验证第二章理论模型的正确性。接着以点源位于圆盘轴线上的情况为模型，分析声压级的空间分布特性。最后针对前文提出的声功率修正项，定量讨论圆盘半径和声源高度的影响。

### 3.2 圆盘声散射理论模型的验证

本文理论的数值仿真结果主要由 MATLAB 程序得到，其中扁球面角函数与径函数由 FORTRAN 程序进行优化得到，FORTRAN 程序代码部分参考于 Zhang 等的数学专著[37]的第 15 章。由于  $\xi_b = 0$  表示了圆盘边界，故宗量  $\xi_b = 0$  的扁球面径函数被大量用到，本文  $\xi = 0$  的函数计算依据 Flammer 的数学专著[35]的第 4.6.2 节理论进行了优化，提高了计算效率与速度。

声功率表达式(2.7) ~ (2.9)的推导基于场点声压表达式(2.3)，因此仅需要验证式(2.3)的准确性。本文对声学模型进行有限建模，然后采用商业软件 LMS Virtual.Lab 11 的边界元模块(BEM, Boundary Element Method)仿真点源声散射的声场分布[45]。模型如图 3.1 所示，圆盘半径  $a = 0.5$  m，网格的最大尺寸为 17 mm(当声波频率为 1000 Hz 时，约为  $0.05\lambda$ )，点源的声压幅度  $\rho\omega Q/(j4\pi)$  设为 1 kg/s<sup>2</sup>。仿真中的坐标系与前文定义一致。在 64 位操作系统、4.0 GB 内存和 Intel Core I3-4150 处理器的计算机上进行仿真计算，每个频率的平均处理时长约 10 秒钟。

仿真的声压级(SPL)结果如图 3.2 所示，可以看出，在 63 ~ 800 Hz 范围内，理论数值与 BEM 仿真结果曲线吻合较好，最大误差小于 0.1 dB。

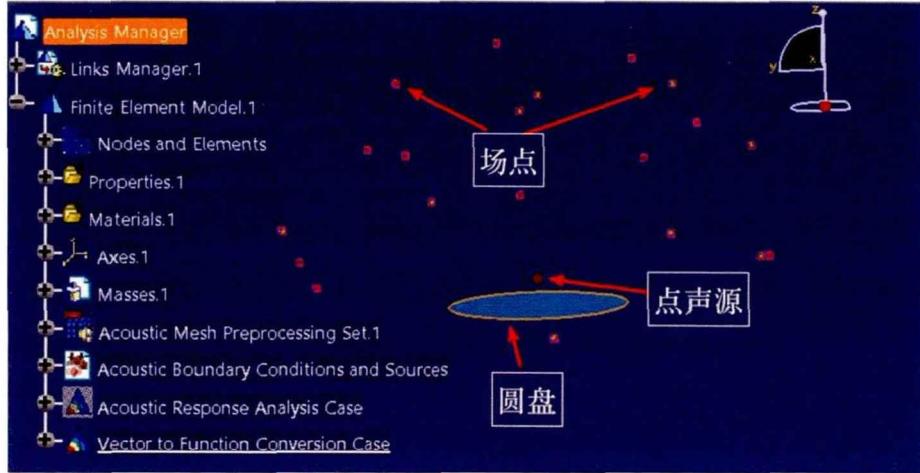


图 3.1 Virtual.Lab 的边限元仿真模型

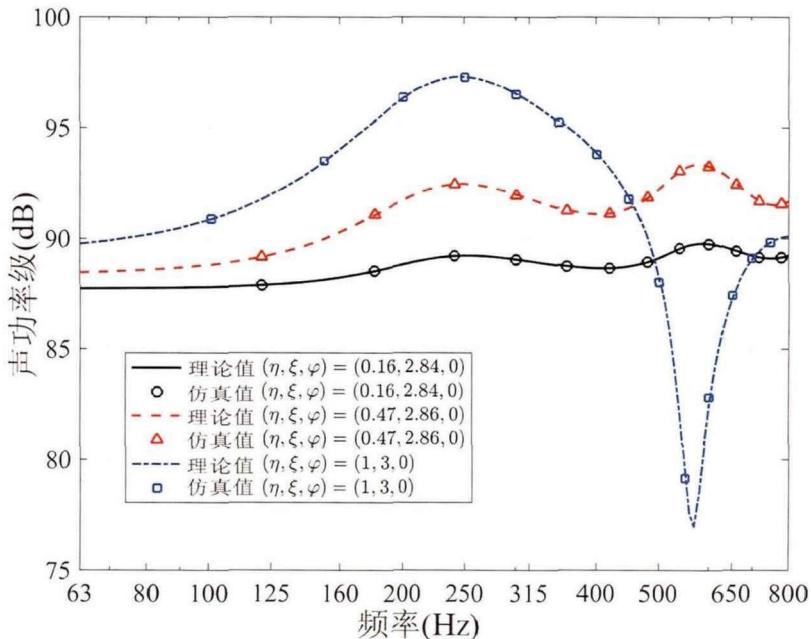


图 3.2 随机 3 个场点处分别使用理论与边界元仿真得到的声压级

$$(a = 0.5 \text{ m}, h = 0.1 \text{ m}, \rho \omega Q / (j4\pi) = 1 \text{ kg/s}^2)$$

对声压幅度为  $1 \text{ kg/s}^2$  的单极子声源，考察在圆盘轴线上方  $0.01 \text{ m}$  高度的空间总声压场。如图 3.3 所示，分别是  $ka = 1, 6, 12$  和  $15$  的声压级场。图中圆盘中心位于原点处，圆盘所在平面为  $z = 0$ 。因为声源与边界关于  $z$  轴旋转对称，所以图 3.3 仅给出了  $xOz$  半平面内的结果。

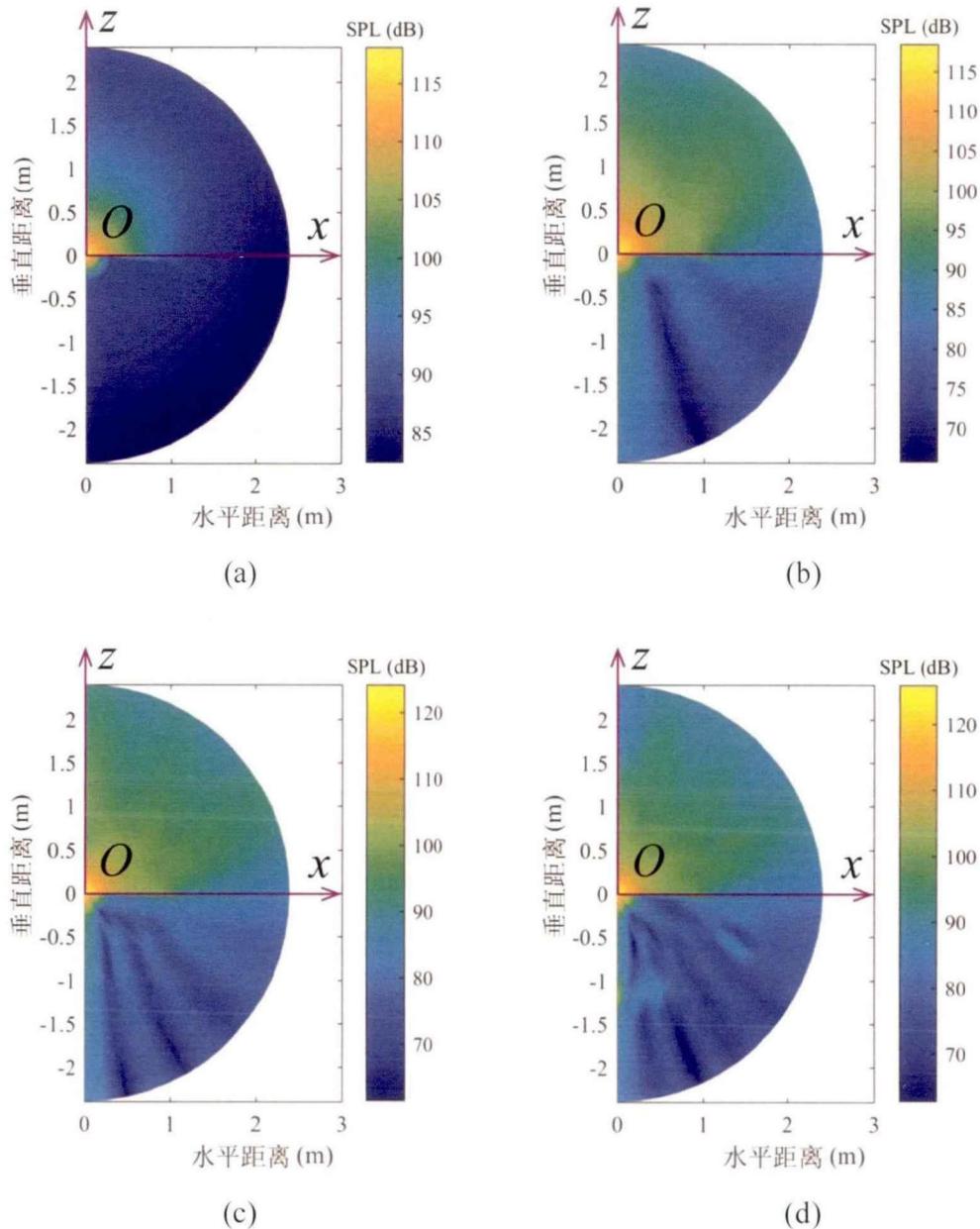


图 3.3 声源高度为 0.01 m 的单极子噪声源的辐射声场，其中圆盘半径  $a = 1$  m。  
声源幅度  $\rho\omega Q/(j4\pi) = 1 \text{ kg/s}^2$  (a)  $ka = 1$ ; (b)  $ka = 6$ ; (c)  $ka = 12$ ; (d)  $ka = 15$

从图 3.3 中可知，通常而言，圆盘使相同半径的包络球面上的声场分布不均，声源所处的一半空间有较大的声压级。具体地看，当  $ka$  足够小时 ( $ka \leq 1$ )，圆盘对近场声压有较大影响，对远场声压影响较小，此时远场声压在相同半径的测量球面上分布均匀，因此使用 ISO 3745 规定的式(1.1)计算的声功率级较准确。

随着声波频率或圆盘半径的增加，即  $ka$  的增加，测量球面上声场分布的差

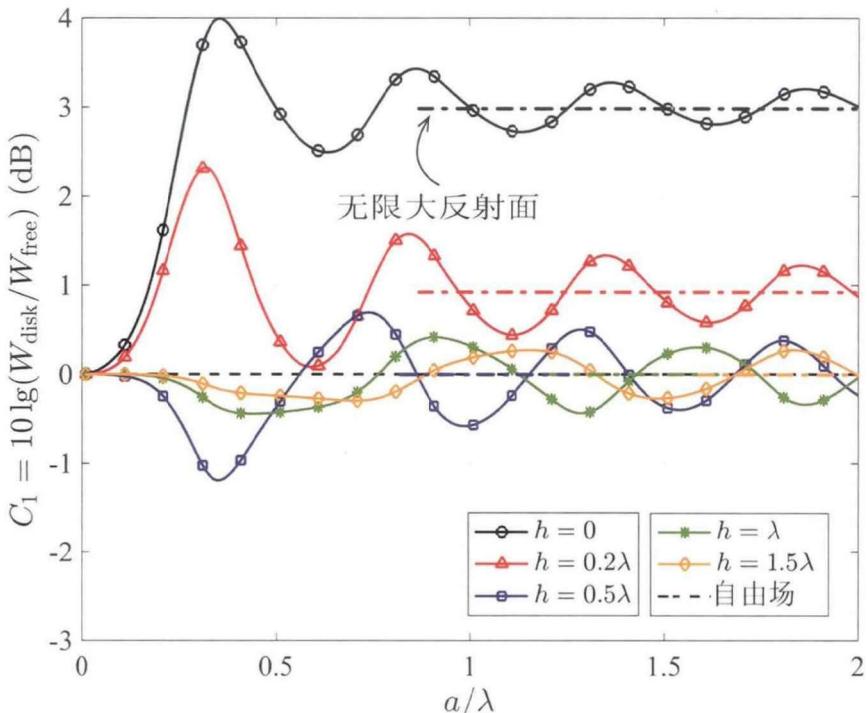
异逐渐增大。例如，在图 3.3(d)中，当  $ka = 15$ ，半径 1.5 m 测量球面上的声压级差异最大达到了 15 dB 以上。然而，根据 ISO 3745 附录 A 的规定[3]，最大可允许的理论误差应当在所有 1/3 倍频程内小于 3 dB。因此，实际测量中，在中高频或圆盘尺寸与声波波长相当或更大时，测量声压级并以此计算得到的声功率级误差较大。

### 3.3 全空间声压可测情况的仿真

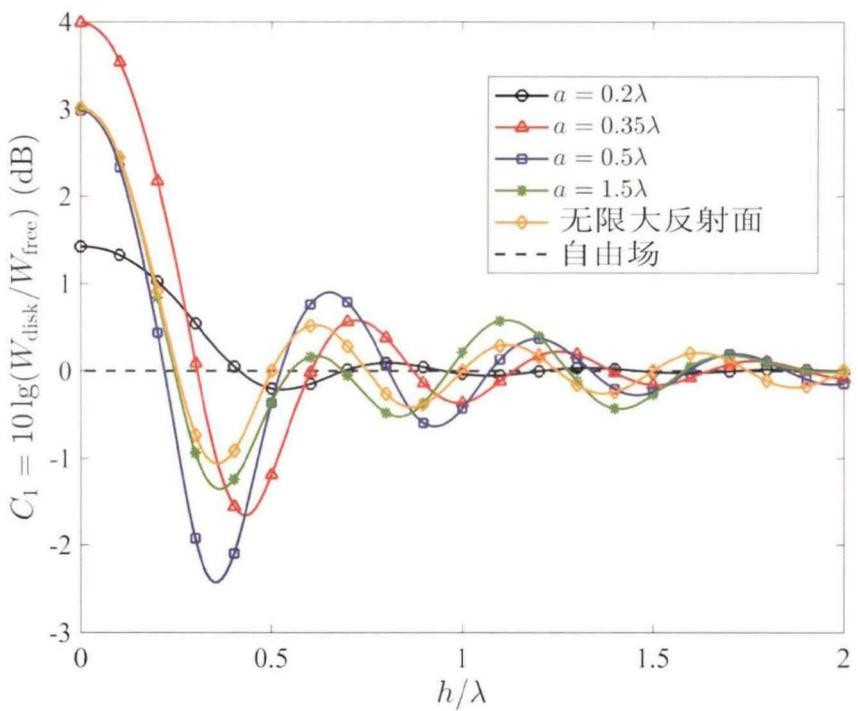
在全消声室进行声功率测量中，当必须使用障板支撑噪声源时，如图 1.1 所示，采用圆盘作为支撑障板，若上下测量面均可布放传声器，则修正项为  $C_1$ 。图 3.4 为情况 1 中，不同圆盘半径和声源高度对应的修正项。从图中可看到，当圆盘半径足够小或声源高度足够大时，修正项近似为 0 dB；当圆盘半径和声源高度与波长  $\lambda$  相当时，修正项曲线波动明显。

如图 3.4(a)所示，当  $h = 0$  时，修正项在圆盘半径小于  $0.35\lambda$  内随着圆盘半径的增加逐渐增加到 4.0 dB，然后震荡收敛到 3.0 dB；当  $h = 0.5\lambda$  时，修正项在圆盘半径小于  $0.36\lambda$  内随着圆盘半径的增加逐渐减小到 -1.2 dB，然后震荡收敛到 0 dB；当  $h = 1.5\lambda$  时，修正项曲线的变化规律与  $h = 0.5\lambda$  曲线类似，但震荡更小、更缓。

如图 3.4(b)所示，对于不同半径的圆盘，修正项曲线起初均随着声源高度的增加而下降，然后震荡收敛到 0 dB。曲线  $a = 0.2\lambda$ 、 $0.35\lambda$  和  $1.5\lambda$  所对应的最大值分别为 1.5 dB、4.0 dB 和 3.0 dB，均出现在  $h = 0$  处；所对应的最小值分别为 -0.2 dB、-1.7 dB 和 -1.4 dB，分别出现在  $h = 0.53\lambda$ 、 $0.43\lambda$  和  $0.36\lambda$  处。



(a)



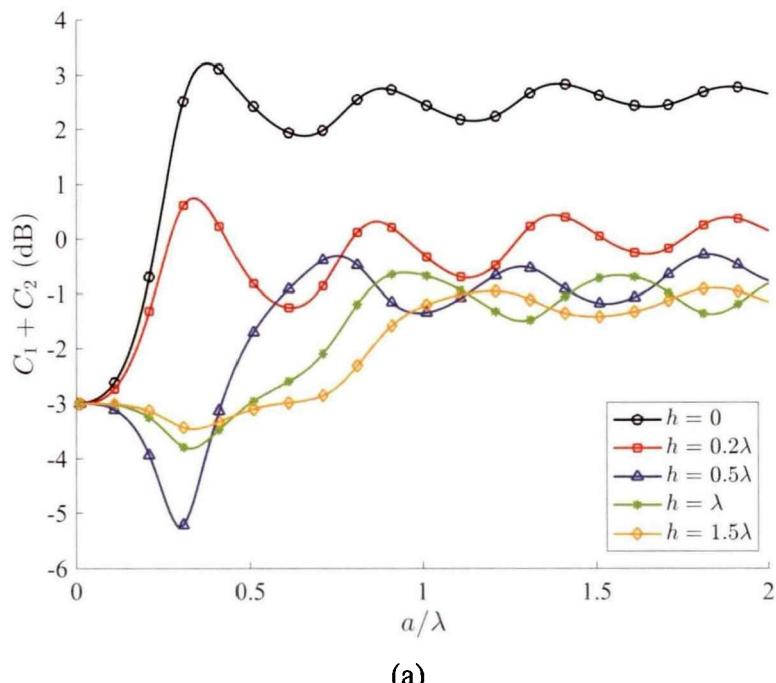
(b)

图 3.4 测量情况 1 的修正项  $C_1$  (a) 固定声源高度  $h$ , 修正项随圆盘半径  $a$  的变化; (b) 固定圆盘半径  $a$ , 修正项随声源高度  $h$  的变化

下面取图 3.4(a)的  $h = 0$  曲线作为对象，分析修正项曲线的波动规律。当声波从圆盘中心处的声源产生时，声波沿着圆盘表面的径向传播至边界处，在边界处遇到曲率的突变[42]。声波在突变边界处以相对声源处的反相位反射，反射声声压正比于  $jQ \exp(j2ka)$  [42]。因为总辐射声场是直达声和反射声的叠加，所以声源的辐射阻的实部的变化由反射声决定，它正比于  $-\text{sinc}(2ka)$ 。根据声功率与辐射阻的关系式  $W = 0.5\text{Re}(Z_s)Q^2$ ，可知总辐射声功率的波动与函数  $-\text{sinc}(2ka)$  的波动相同。因此， $h = 0$  曲线的峰值和谷值分别对应了函数  $\text{sinc}(2ka)$  的谷值和峰值。例如， $\text{sinc}(2ka)$  的第 1 个谷值出现在  $2ka \approx 1.4\pi$ ，因此  $h = 0$  曲线的第 1 个峰值出现在  $a \approx 0.35\lambda$ 。

### 3.4 仅上半空间声压可测情况的仿真

在全消声室进行声功率测量中，当必须使用障板支撑噪声源时，如图 1.1 所示，采用圆盘作为支撑障板，若仅有上方测量面可布放传声器，下方测量面无法布放传声器或传声器数量不够，则修正项为  $C_1 + C_2$ 。图 3.5 为情况 2 中，不同圆盘半径和声源高度对应的修正项。图 3.5 中的曲线变化情况与图 3.4 中对应的曲线类似，但相较于后者通常数值更小，这是由于声源辐射至上半空间的声功率与总声功率的比值总是小于 1。



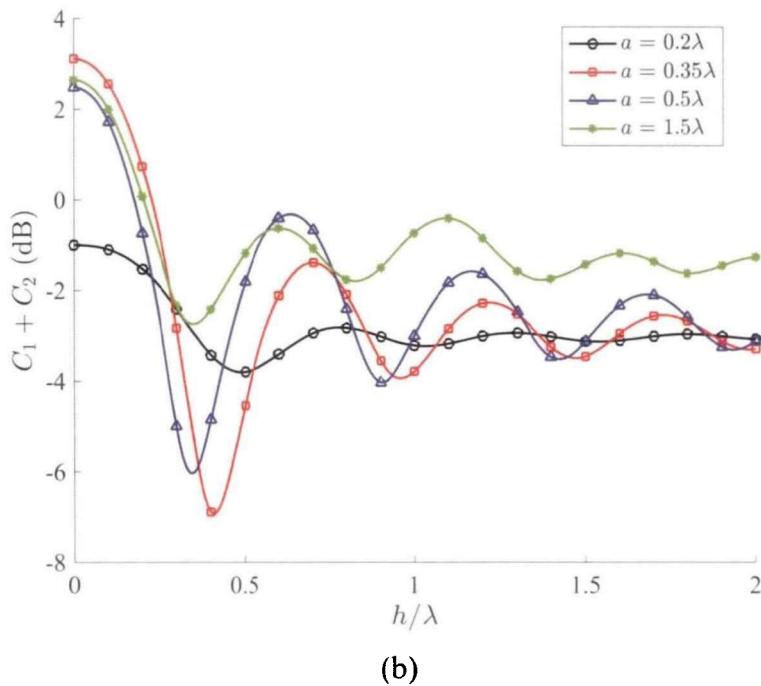
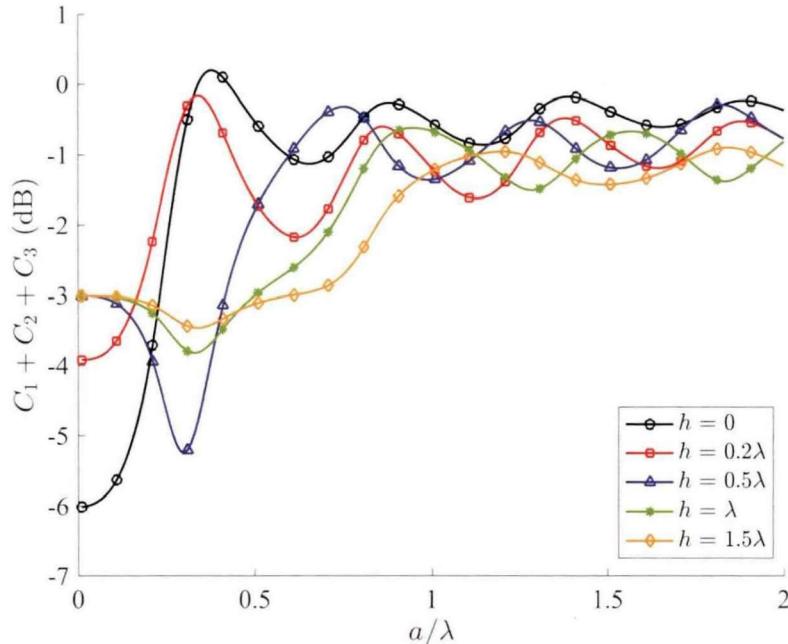


图 3.5 测量情况 2 的修正项  $C_1 + C_2$  (a) 固定声源高度  $h$ , 修正项随圆盘半径  $a$  的变化; (b) 固定圆盘半径  $a$ , 修正项随声源高度  $h$  的变化

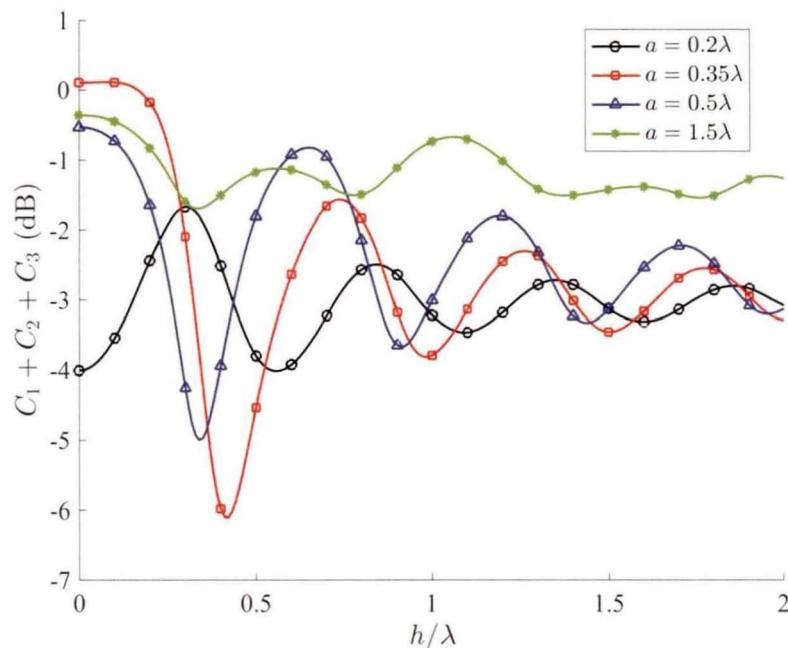
一般而言, 圆盘半径  $a$  越大, 此声功率比值越大。因此, 图 3.5(a)与图 3.4(a)中修正项的差值随着圆盘半径  $a$  的增大而减小。特别地, 当圆盘半径近似为 0 时, 声源辐射至上半空间的声功率是总声功率的一半, 则  $C_1 + C_2 = 0 + 10\lg(0.5) = -3 \text{ dB}$ , 这与图 3.5(a)中的曲线值一致。从图 3.5(b)中可知, 在  $a = 0.35\lambda$ 、 $h = 0.41\lambda$  时, 修正项取到最小值  $-7.0 \text{ dB}$ , 它的绝对值大于情况 1 中的  $4.0 \text{ dB}$ , 此时  $a = 0.35\lambda$ 、 $h = 0$ 。对于其他圆盘半径与声源高度, 情况 2 的修正项通常大于情况 1 的值。

### 3.5 铺设有限大圆盘模拟半消声室的仿真

在全消声室进行声功率测量中, 当通过铺设有限大圆盘来模拟半消声室的声学环境时, 修正项为  $C_1 + C_2 + C_3$ 。图 3.6 为情况 3 中, 不同圆盘半径和声源高度对应的修正项。图中修正项基本都小于  $0 \text{ dB}$ , 这表明测得的声功率级通常小于真实的声功率级。



(a)



(b)

图 3.6 测量情况 3 的修正项  $C_1 + C_2 + C_3$  (a) 固定声源高度  $h$ , 修正项随圆盘半径  $a$  的变化; (b) 固定圆盘半径  $a$ , 修正项随声源高度  $h$  的变化

从图 3.6(a)可知, 如果声源足够接近圆盘, 即声源高度为 0, 只要圆盘半径大于  $0.28\lambda$ , 修正项可控制在 1.1 dB 以内。当圆盘半径从  $0.28\lambda$  开始减少时, 修

正项迅速减小，当圆盘半径接近于 0 时，达到最小值 -6 dB。这表明，在全消声室中铺设一块较小圆盘以模拟半消声室的环境时，在低频段测得的声功率级比实际在半消声室中的声功率级低 6 dB。当圆盘半径逐渐增大时，所有曲线趋于稳定，此时圆盘的作用效果与无限大反射面相同。从图 3.6(b)可知，当圆盘半径为  $1.5\lambda$  时，修正项的取值范围在 -1.7 dB 与 -0.4 dB 之间，不同声源高度的曲线震荡较小，这表明圆盘较大时影响较小。当声源高度逐渐增大时，所有曲线趋向稳定，此时圆盘远离声源，所以影响减弱。

## 3.6 本章小结

本章以点声源位于有限大圆盘轴线上的理论模型为研究对象，首先使用边界元法验证了第二章理论模型的正确性，接着仿真了有限大圆盘的点源声散射声压场，分析了声压的空间分布特性。最后对提出的 3 种实际测量情况，分析了不同圆盘半径和声源高度的修正项曲线。根据仿真结果，主要结论为：

- (1) 当  $ka$  足够小时( $ka \leq 1$ )，圆盘对近场声压有较大影响，对远场声压影响较小。当  $ka$  增加，测量球面上声场分布的差异逐渐增大，此时采用标准 ISO 3745 测量并计算得到的声功率级误差较大。
- (2) 情况 1(全消声室中铺设有限大圆盘且全空间声压可测)中，当圆盘半径足够小或声源高度足够大时，修正项可忽略；当声源高度较小，圆盘半径约为  $0.35\lambda$  时，修正项最大，最大可达 4.0 dB。
- (3) 情况 2(全消声室中铺设有限大圆盘且仅上半空间声压可测)中，修正项的曲线变化情况与情况 1 中对应的曲线类似，但相较于后者通常数值更小，这是由于声源辐射至上半空间的声功率与总声功率的比值总是小于 1。在  $a = 0.35\lambda$ 、 $h = 0.41\lambda$  时，修正项取到最小值 -7.0 dB，它的绝对值大于情况 1 中的 4.0 dB。
- (4) 情况 3(全消声室中铺设有限大圆盘模拟半消声室且仅上半空间声压可测)中，修正项基本都小于 0 dB，这表明测得的声功率级通常小于真实的声功率级。当圆盘半径接近于 0 时，修正项达到最小值 -6 dB。当圆盘半径(或声源高度)较大时，不同声源高度(或圆盘半径)的曲线震荡较小，圆盘影响较小。



## 第四章 实验研究

### 4.1 引言

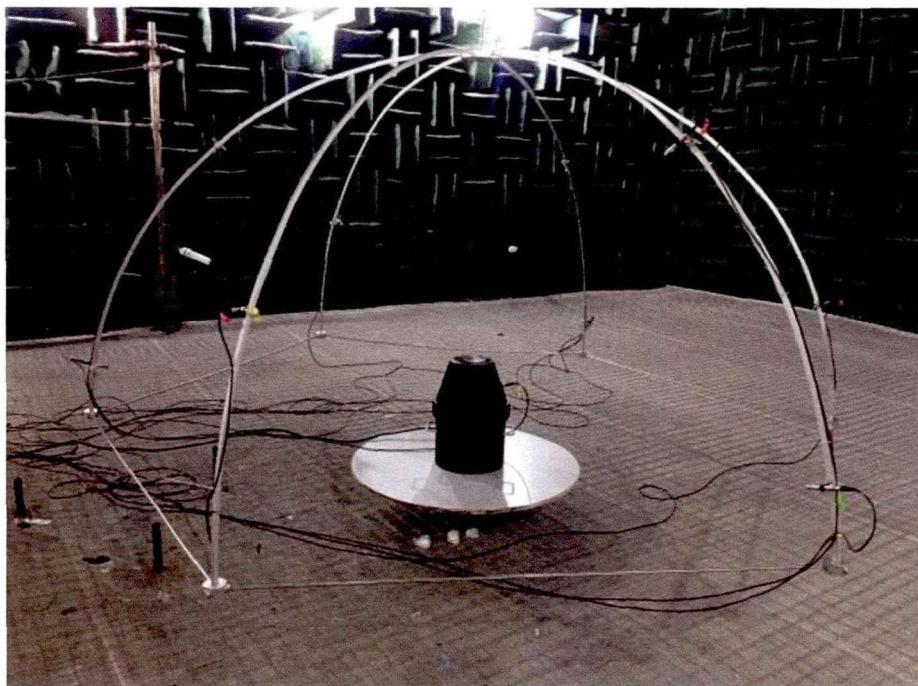
本章首先介绍实验设置，然后通过实验结果，验证有限大圆盘声散射的声压场理论模型的准确性，并分析实验误差产生的原因。然后根据 3 种修正项及 3 种实际测量情况的总修正项，分析有限大圆盘对声功率测量的影响。

### 4.2 实验设置

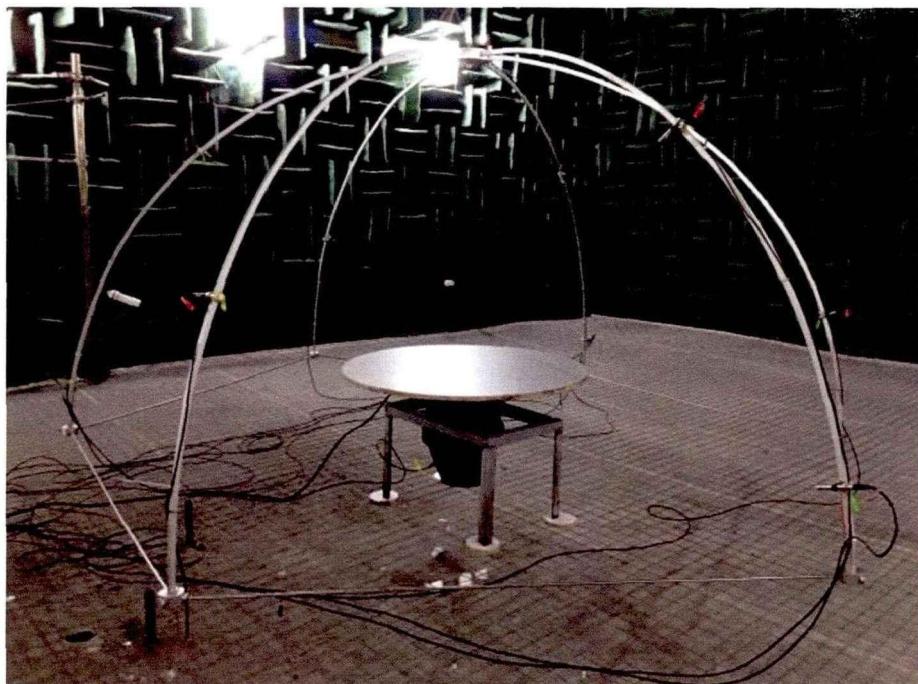
实验中依据 ISO 3745 的有关规定，分别对前文定义的 3 种修正项进行了测量：引入与不引入圆盘的声功率级之差( $C_1$ )、引入圆盘后声源辐射至上半空间与全空间的声功率级之差( $C_2$ )和声源在全消声室与在半消声室中的声功率之差( $C_3$ )。根据 3 种修正项的实验结果，计算 3 种实际测量情况的修正项。

图 4.1 所示为测量环境实验装置图。其中图 4.1(a) ~ (b) 的实验环境是南京大学声学所的全消声室，长宽高为  $11.4 \text{ m} \times 7.8 \text{ m} \times 6.7 \text{ m}$ ，测量面支架半径为  $1.5 \text{ m}$ ；图 4.1(c) 的实验环境是中国计量科学研究院的半消声室，长宽高为  $13.2 \text{ m} \times 10.0 \text{ m} \times 7.2 \text{ m}$ ，测量面支架半径为  $2 \text{ m}$ 。

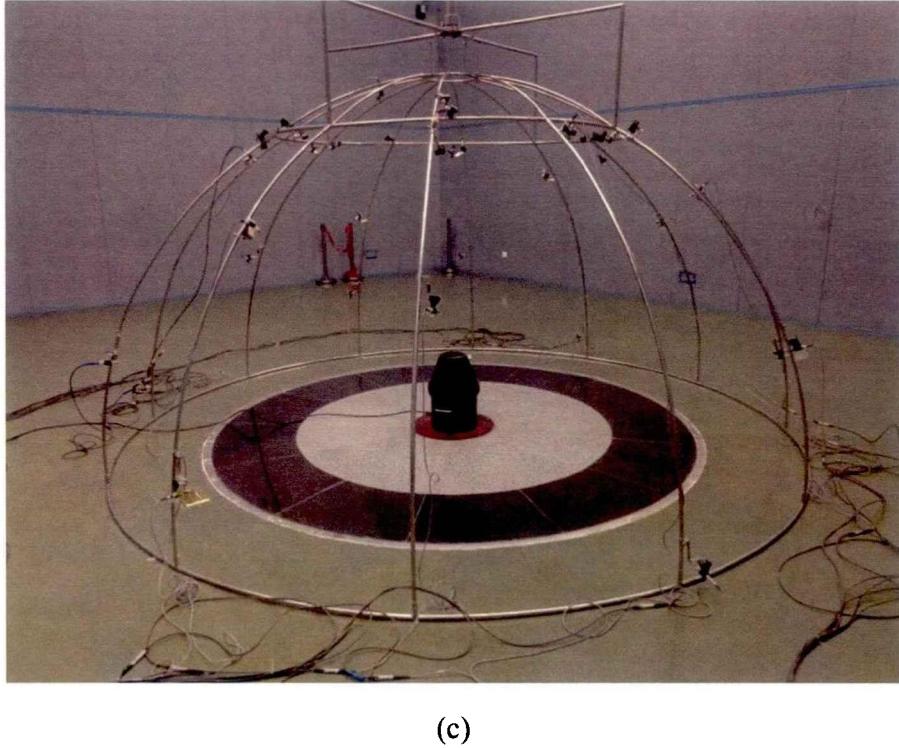
实验中使用的噪声源是由中国声望科技公司生产的 VSS 058 低频恒体积速度源[46]，其指向性在工作频段  $50 \sim 800 \text{ Hz}$  可近似看作点源，声源声中心位于声源轴线上，距底面为  $55 \text{ cm}$ ，其体积速度可根据声源内置的传声器计算得到。图 4.1(a) ~ (b) 中噪声源置于半径  $0.5 \text{ m}$ 、厚度为  $1.8 \text{ cm}$  的圆形木板中央，圆盘的面密度测得为  $15.30 \text{ kg/m}^2$ 。



(a)



(b)



(c)

图 4.1 恒体积噪声源与测量环境实验装置图 (a) 全消声室中铺设半径 0.5 m 的圆盘, 其中声源顺置; (b) 全消声室中铺设半径 0.5 m 的圆盘, 其中声源倒置;

(c) 半消声室

全消声室中的总声功率( $W_{\text{free}}$ 、 $W_{\text{disk}}$ )由测量球面上的 40 个测量传声器的声压计算得到, 计算式为式(1.1), 其中  $S = 4\pi R^2$ 。声源下方的 20 个测量传声器的布放通过倒置声源得到, 如图 4.1(b)所示。测量传声器的声压频谱通过 B&K PULSE 测量系统的 FFT 分析仪, 在软件 PULSE Labshop 12.6.1 中获得。频带宽度设为 1.6 kHz, 频谱分辨率为 1 Hz, 平均方式为 66.67% 重叠的线性平均, 平均时间为 30 秒。

如图 4.1(a)所示, 全消声室中声源辐射至上半空间的声功率( $W_{\text{disk}}$ )由测量半球面上的 20 个测量传声器的声压计算得到, 计算式为式(1.1), 其中  $S = 2\pi R^2$ 。图中测量面支架每次仅可布放 10 只传声器, 故通过 2 次 10 点测量来完成 20 点的声压测量。如图 4.1(c)所示, 半消声室的声功率也通过相同的方式得到。测量半球面上的测量传声器测点位置参照标准 ISO 3745 的表 E. 1 的前 20 个测点[3]。

## 4.3 实验结果与讨论

### 4.3.1 声压级

通过测量传声器测得的声压级频谱与声场声压的理论计算式(2.3)进行对比, 以检验理论的准确性。在实验中, 首先将体积源置于自由场中, 利用 40 点法得到测量球面的声压级, 然后通过式(1.1)计算出自由场中体积源的声功率级  $W_{\text{free}}$ 。根据式(2.6), 可得到自由场中体积源的体积速度  $Q_{\text{free}}$ , 即:

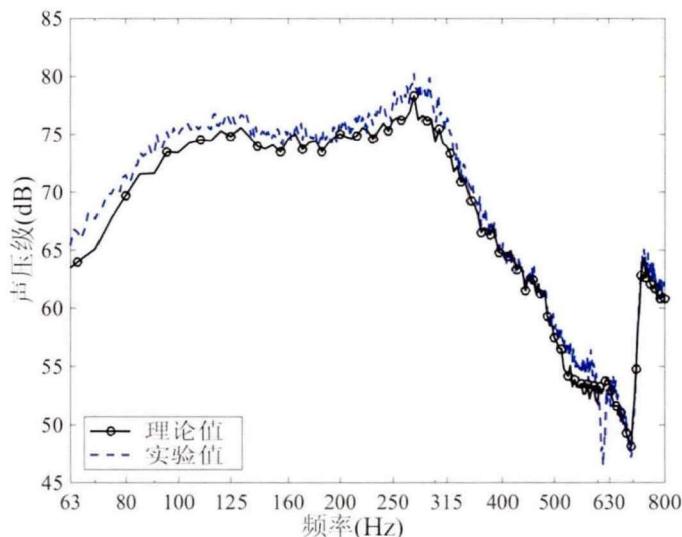
$$Q_{\text{free}} = \sqrt{\frac{8\pi W_{\text{free}}}{\rho\omega k}}。 \quad (4.1)$$

与此同时, 记录体积源内置传声器的声压级频谱  $L_{\text{free,cali}}$ 。然后引入圆盘, 引入圆盘后, 体积源的体积速度发生改变。记录此时体积源内置传声器的声压级频谱  $L_{\text{disk,cali}}$ , 则此时的体积速度  $Q_{\text{disk}}$  为:

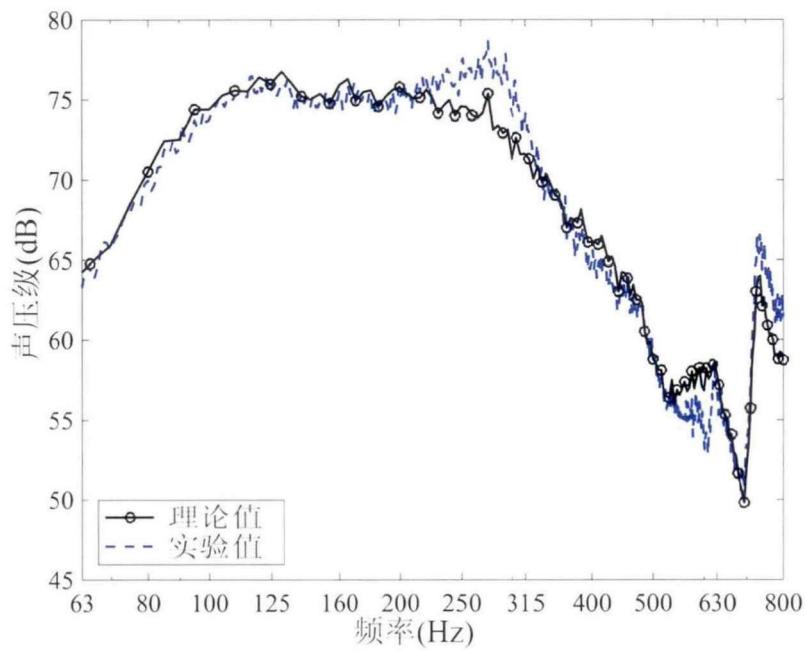
$$Q_{\text{disk}} = Q_{\text{free}} 10^{(L_{\text{disk,cali}} - L_{\text{free,cali}})/20}。 \quad (4.2)$$

$Q_{\text{disk}}$  即为引入圆盘后, 声源实际辐射的体积速度。将  $Q_{\text{disk}}$  代入式(2.3)得到声压级频谱的理论预测曲线, 再通过 40 点法得到引入圆盘后场点的实际声压级频谱曲线, 最后将二者进行对比。

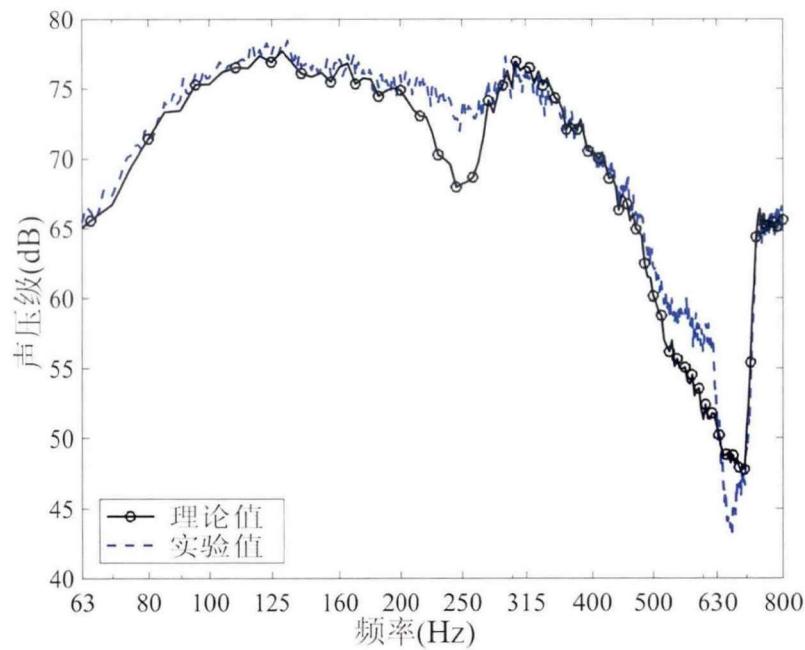
图 4.2 与图 4.3 分别给出了上半空间与下半空间场点处声压级的理论值与实测值。可以看到, 在 63~800 Hz 的范围内, 实验结果与理论计算结果基本吻合。在 63~100 Hz、240~270 Hz 和 500~800 Hz 附近有较大误差。



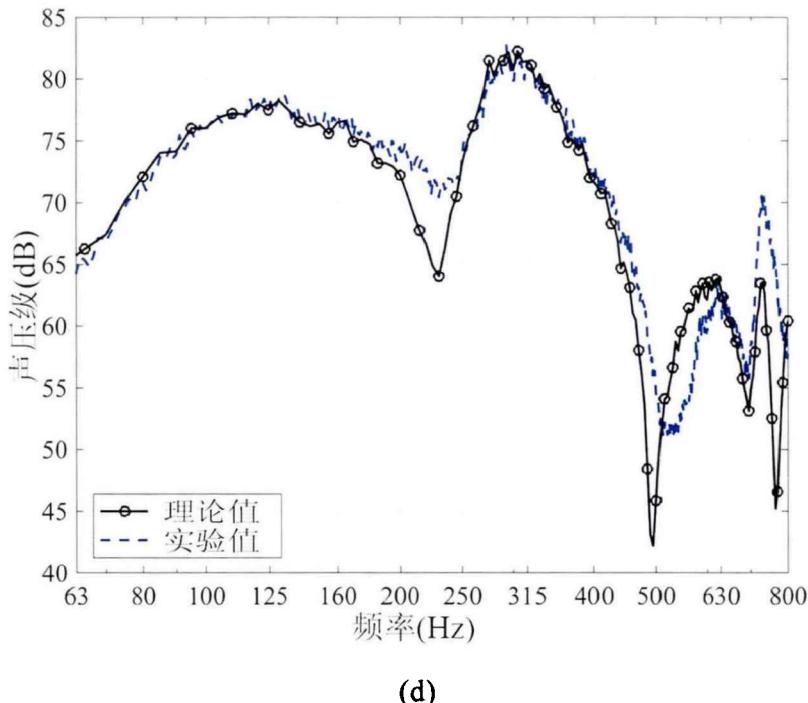
(a)



(b)



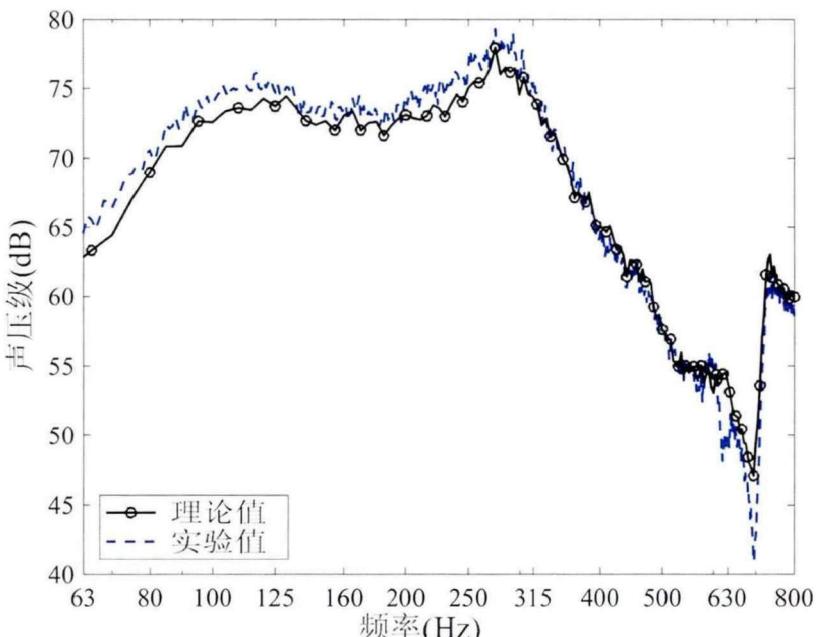
(c)



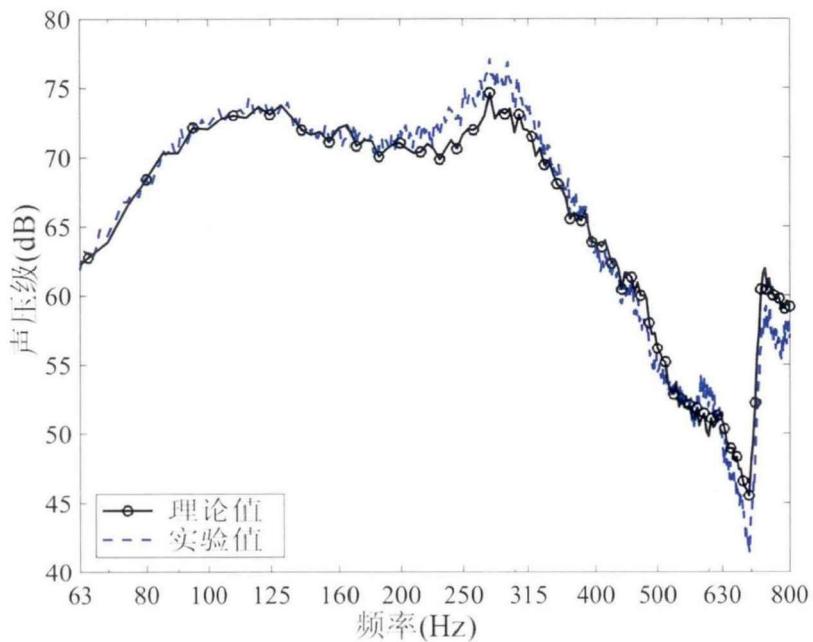
(d)

图 4.2 上半空间场点理论与实验得到的声压级, 实验中  $a = 0.5 \text{ m}$ 、 $h = 0.55 \text{ m}$

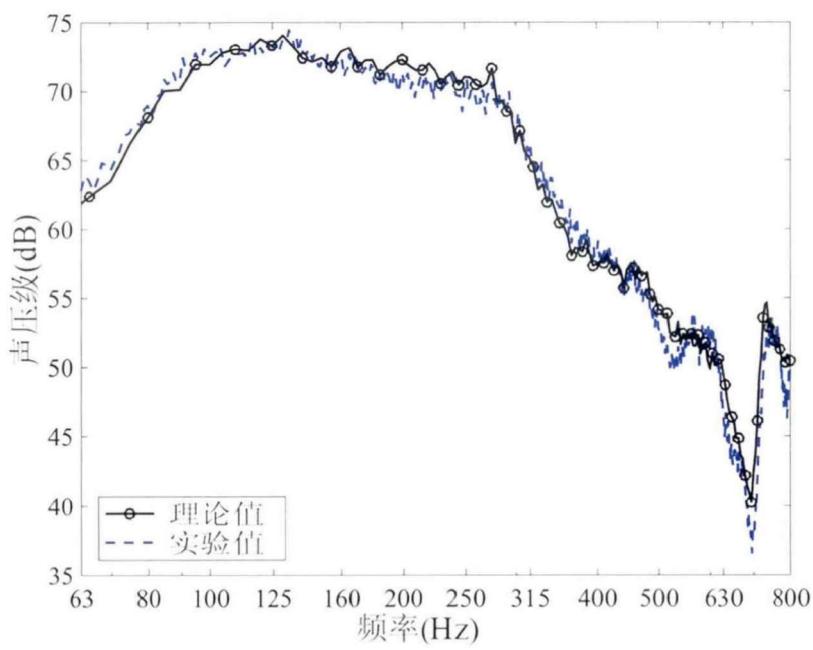
- (a) 场点坐标  $(\eta, \xi, \varphi) = (0.16, 2.84, 0)$
- (b) 场点坐标  $(\eta, \xi, \varphi) = (0.47, 2.85, 0)$
- (c) 场点坐标  $(\eta, \xi, \varphi) = (0.77, 2.93, 0)$
- (d) 场点坐标  $(\eta, \xi, \varphi) = (1, 3, 0)$



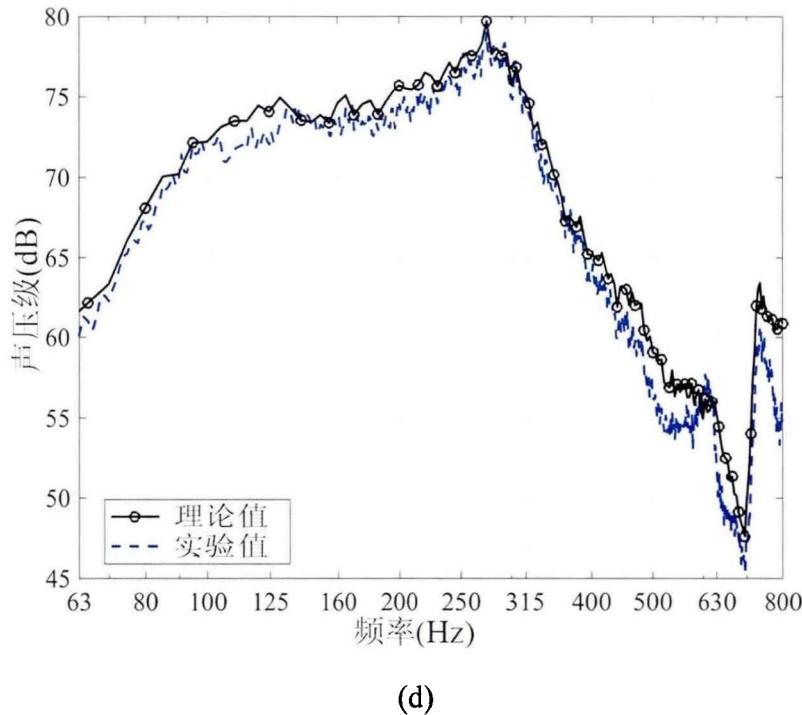
(a)



(b)



(c)



(d)

图 4.3 下半空间场点理论与实验得到的声压级, 实验中  $a = 0.5 \text{ m}$ 、 $h = 0.55 \text{ m}$

- (a) 场点坐标  $(\eta, \xi, \varphi) = (-0.16, 2.84, 0)$
- (b) 场点坐标  $(\eta, \xi, \varphi) = (-0.47, 2.85, 0)$
- (c) 场点坐标  $(\eta, \xi, \varphi) = (-0.77, 2.93, 0)$
- (d) 场点坐标  $(\eta, \xi, \varphi) = (-1, 3, 0)$

频率为  $63 \sim 100 \text{ Hz}$  时, 有较小的误差, 此时主要原因在于实际圆盘材质的面密度不是无限大, 有部分声波透射过圆盘。定义经木板表面反射的声功率( $W_r$ )与总声功率( $W_0$ )比值的级为[13]:

$$L_{w,\text{ratio}} = -10 \lg(W_r / W_0)。 \quad (4.3)$$

因为  $W_r$  总是小于  $W_0$ , 因此  $L_{w,\text{ratio}}$  恒为正数, 则  $L_{w,\text{ratio}} = 0 \text{ dB}$  时表示圆盘表面完全反射。根据文献[13]的研究, 对面积为  $26.9 \text{ m}^2$ 、面密度为  $15.0 \text{ kg/m}^2$  的木板,  $L_{w,\text{ratio}}$  在大于  $100 \text{ Hz}$  频率范围小于  $0.15 \text{ dB}$ , 且随着频率的减小  $L_{w,\text{ratio}}$  逐渐增大。因此, 当频率小于  $100 \text{ Hz}$  时,  $L_{w,\text{ratio}}$  大于  $0.15 \text{ dB}$ , 即通过木板透射的能量比例大于  $3.4\%$ 。全消声室的实际测量中圆形木板的面密度测得为  $15.30 \text{ kg/m}^2$ , 因此实验中低频会出现误差。

频率为  $240 \sim 270 \text{ Hz}$  时, 圆盘半径  $0.5 \text{ m}$  大约是  $0.35$  倍波长, 由第 3 章的数值仿真分析可知, 此时圆盘对测点处的声压级影响最大, 测量面上的声场分布最不均匀, 较小的传声器位置差异, 可带来较大的声压级测量误差。

频率为 500 ~ 800 Hz 时, 噪声源的指向性是主要的误差来源。如图 4.4 所示是 VSS 058 体积源的指向性图, 从图中可知, 水平方向的指向性在各个频率都较均匀, 但竖直方向的指向性越到高频越不均匀。基于声压的声功率测量计算式(1.1)基于声源是单极子的假设, 而单极子的指向性是全方位均匀的, 因此测量易出现较大误差。

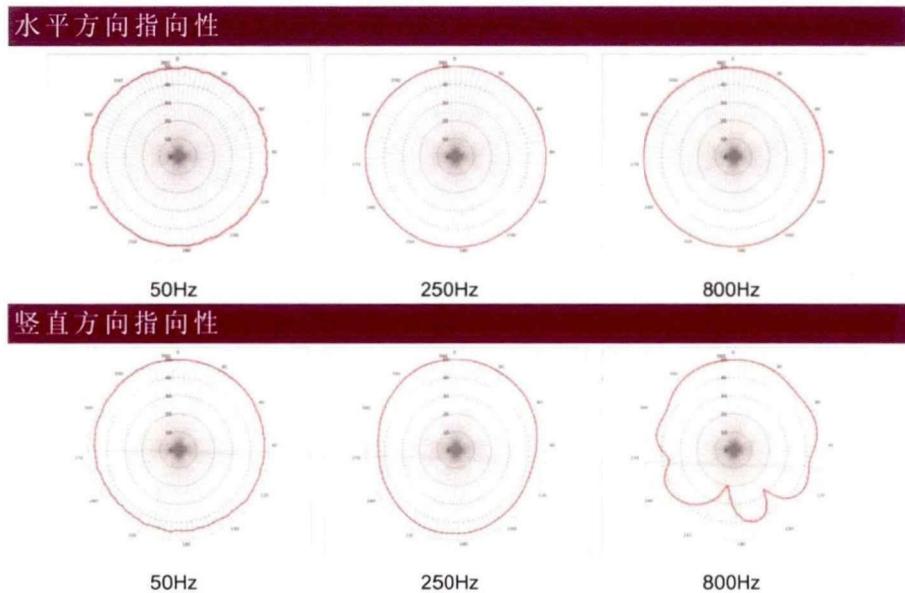
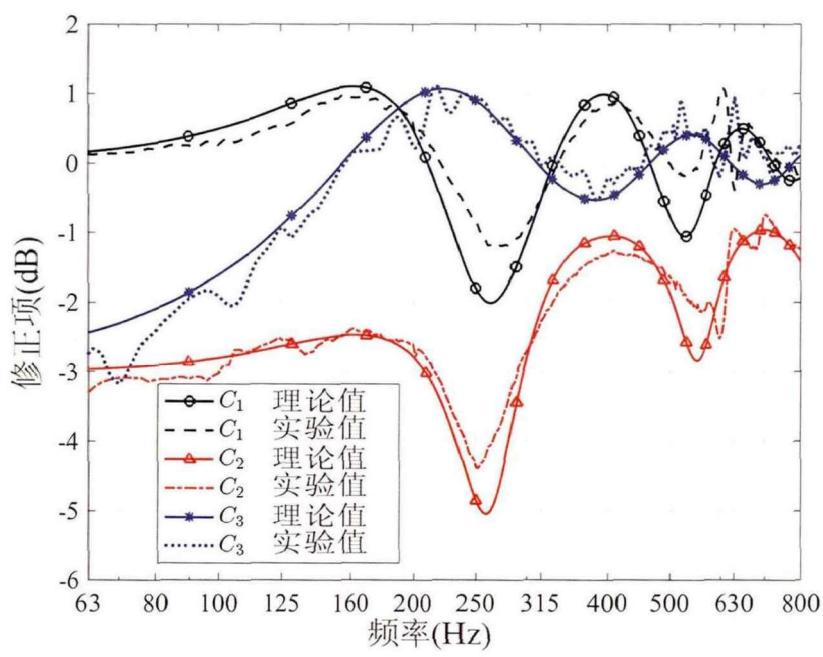


图 4.4 VSS 058 体积声源的指向性图 [46]

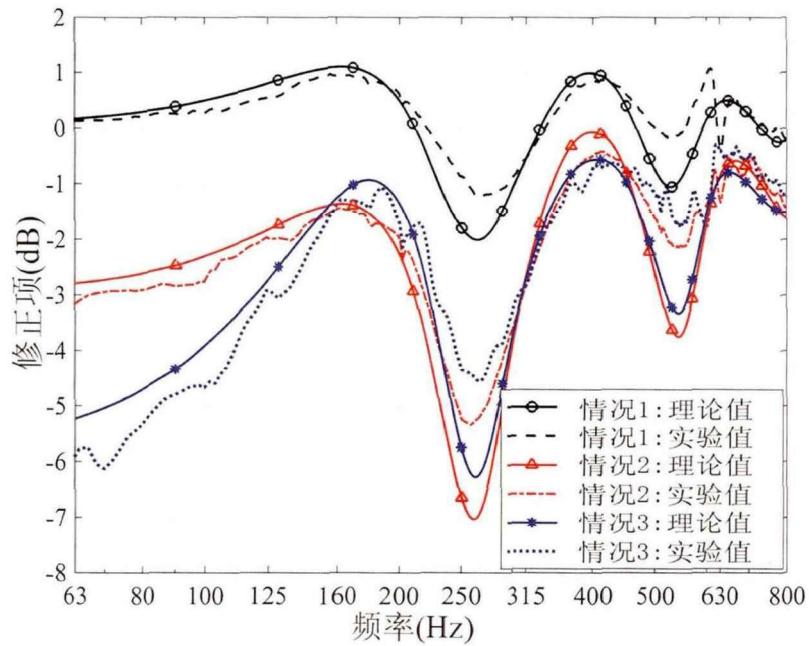
### 4.3.2 声功率修正项

根据式(2.11)~(2.13)可计算 3 种修正项与 3 种测量情况对应的总修正项, 理论计算和实验结果的对比见图 4.5。从图中可知, 实验结果与理论计算结果基本吻合, 在 200 ~ 270 Hz 和 500 ~ 635 Hz 附近有较大误差, 其原因同上节分析。

3 种测量情况在 63 Hz 处修正项的实验值分别是 0.1 dB、-3.1 dB 和 -6.0 dB, 这与理论分析一致。最大的修正项出现在 260 Hz 附近, 此时圆盘半径 0.5 m 大约是 0.35 倍波长。同时可看到, 修正项通常不为 0, 例如, 测量情况 2 的 260 Hz 处, 理论和实验的修正项分别为 -7.0 dB 和 -5.3 dB。显然, 这表明了有限大圆盘对声功率测量的影响不可忽略, 并且若实际测量中以修正项曲线进行修正, 误差将会减小。



(a)



(b)

图 4.5 修正项的理论与实验值对比 (a)  $C_1$ 、 $C_2$  和  $C_3$ ; (b) 3 种情况的总修正项

## 4.4 本章小结

本章通过实验研究了全消声室中引入有限大圆盘后的声功率测量修正项。

首先，测量了自由场中声源的声压级，计算声源的声功率级，并推算声源的体积速度。然后根据声源内置的参考传声器，修正了引入圆盘后声源的体积速度。基于修正的体积速度，依照第二章提出的声散射理论模型，计算出引入圆盘后场点的声压级，与实验数据进行对比。结果表明，在 63 ~ 800 Hz 范围内，实验结果与理论计算结果基本吻合。在 63 ~ 100 Hz、240 ~ 270 Hz 和 500 ~ 800 Hz 附近有较大误差，可能的原因有：(1) 实际圆盘存在声波透射；(2) 空间声场不均导致的测量误差；(3) 噪声源不是全指向性。

最后，根据实验所得数据，计算了 3 种修正项以及 3 种实际测量情况所对应的总修正项，并将其直接与理论值进行比较，在 63 ~ 800 Hz 的范围内，实验结果与理论计算结果基本吻合。理论和实验结果表明，引入有限大圆盘后声功率的修正项不可忽略，例如，在测量情况 2 的 260 Hz 处，理论和实验的修正项分别达到 -7.0 dB 和 -5.3 dB。



## 第五章 总结及展望

### 5.1 全文总结

本文基于圆盘声散射的理论模型，研究了在全消声室中引入有限大圆盘对声功率测量结果的影响，针对 3 种不同的情况定量给出了修正项。本文主要贡献如下：

- (1) 基于扁球面坐标系下散射模型的声压场解析解，推导了声源总辐射声功率解析解与声源辐射至上半空间的数值计算式。针对全消声室中基于声压的声功率测量的 3 种情况进行讨论，给出了声功率修正项。
- (2) 通过边界元法的数值仿真，验证了所提声散射理论模型，研究了有限大圆盘存在时点源声散射的总声压场，对 3 种实际测量方法的修正项进行了定量计算，并分析了圆盘半径和声源高度对修正项的影响。
- (3) 设计实验，验证了有限大圆盘存在时点源声散射的总声压场理论解析解的准确性，并分析了实验中误差产生的原因。

本文研究得到的主要结果如下：

- (1) 在全消声室中进行声功率测量时，有限大圆盘会对测量结果造成显著影响。当频率较低或者圆盘较小时( $ka \leq 1$ ，其中  $k$  为波数， $a$  为圆盘半径)，圆盘对近场声压有较大影响，对远场声压影响较小。当  $ka$  增加，测量球面上声场分布的差异逐渐增大，此时采用标准 ISO 3745 测量并计算得到的声功率级误差较大。
- (2) 全消声室声功率测量中使用圆盘支撑噪声源且在圆盘上下都布置测量面时，如果圆盘半径足够小或声源高度足够大，声功率修正项可以忽略；当声源高度较小，圆盘半径约为  $0.35\lambda$  (其中  $\lambda$  为声波波长)时，修正项最大，最大可达 4.0 dB。
- (3) 全消声室声功率测量中使用圆盘支撑噪声源且仅在圆盘上布置测量面时，此时修正项的曲线变化情况与前一种中对应的曲线类似，但相较于后者通常数值更小，这是由于声源辐射至上半空间的声功率与总声功率的比值总是小于 1。在  $a = 0.35\lambda$ 、 $h = 0.41\lambda$  时(其中  $h$  为声源高度)，修正项取到最小值 -7.0 dB，它的绝对值大于情况 1 中的 4.0 dB。

(4) 可以在全消声室内铺设有限大圆盘模拟半消声室的声功率测量环境。此时, 测得的声功率级通常小于半消声室声功率级。当圆盘半径接近于 0 时, 修正项达到最小值 -6 dB。当圆盘半径为较大时, 不同声源高度的曲线震荡较小, 测得的声功率级接近半消声室声功率级。

## 5.2 今后工作

本文应用扁球面坐标系下的分离变量法, 定量分析了有限大圆盘对声功率测量的影响。接下来的工作可从以下几个方面中展开:

- (1) 研究声源的指向性对本文提出的模型的影响, 以及声中心偏离圆盘中心时, 有限大圆盘对声功率测量的影响;
- (2) 研究引入圆盘情况下, 测量误差较小的测量传声器布点方案;
- (3) 从算法上优化扁球面角函数与径函数的数值计算, 从而提高修正项的计算效率, 将修正项的应用拓展至更高频率。

## 参考文献

- [1] 何琳, 朱海潮, 邱小军, 等. 声学理论与工程应用[M]. 北京: 科学出版社, 2006: 335–344.
- [2] ISO Technical Committees: Noise. Acoustics — Determination of sound power levels of noise sources — Guidelines for the use of basic standards: ISO 3740:2010[S]. Geneva: International Organization for Standardization, 2010.
- [3] ISO Technical Committees: Noise. Acoustics — Determination of sound power levels and sound energy levels of noise sources using sound pressure — Precision methods for anechoic rooms and hemi-anechoic rooms: ISO 3745:2012[S]. Geneva: International Organization for Standardization, 2012.
- [4] HICKLING R, LEE P, WEI W. Investigation of integration accuracy of sound-power measurement using an automated sound-intensity system[J]. Applied Acoustics, 1997, 50(2): 125–140.
- [5] FAHY F J. International standards for the determination of sound power levels of sources using sound intensity measurement: an exposition[J]. Applied Acoustics, 1997, 50(2): 97–109.
- [6] BOTE J L S, GIL J S, BALLESTA F A, et al. Procedure for determination of sound power levels of direct-radiator loudspeakers in the low-frequency range using the sound pressure with the system enclosure[J]. Applied Acoustics, 2015, 96: 75–82.
- [7] JACOBSEN F, TIANAROIG E. Measurement of the sound power incident on the walls of a reverberation room with near field acoustic holography[J]. Acta Acustica united with Acustica, 2010, 96(1): 76–81.
- [8] 全国家用电器标准化技术委员会. 家用和类似用途电器噪声测试方法 真空吸尘器的特殊要求: GB/T 4214.2—2008[S]. 北京: 中国标准出版社, 2009.
- [9] 全国家用电器标准化技术委员会. 家用和类似用途电器噪声测试方法 洗

- 衣机和离心式脱水机的特殊要求: GB/T 4214.4—2008[S]. 北京: 中国标准出版社, 2009.
- [10] 全国声学标准化技术委员会. 声学 声压法测定电力电容器单元的声功率级和指向性: 第1部分: 半消声室精密法: GB/T 32524.1—2016[S]. 北京: 中国标准出版社, 2016.
- [11] 全国内燃机准化技术委员会. 往复式内燃机 声压法声功率级的测定: 第3部分: 半消声室精密法: GB/T 1859.3—2015[S]. 北京: 中国标准出版社, 2016.
- [12] YAMADA K, TAKAHASHI H, HORIUCHI R. Influence of reflecting plane having finite surface density on sound power level of reference sound sources calibrated in hemi free-field[C]//Proceedings of Inter-Noise14, 2014, Melbourne, Australia.
- [13] YAMADA K, TAKAHASHI H, HORIUCHI R. Theoretical and experimental investigation of sound power transmitting through reflecting plane with low surface density in the calibration of reference sound sources[J]. Acoustical Science and Technology, 2015, 35(4): 374–376.
- [14] 全国声学标准化技术委员会. 声学 噪声源声功率级的测定 基础标准使用指南: GB/T 14376—2006[S]. 北京: 中国标准出版社, 2006.
- [15] Siemens AG. Siemens PLM Software. A guide to measuring sound power: An overview of international standards[R/OL]. (2016-05) [2018-05-15]. <https://www.plm.automation.siemens.com/pt/products/lms/testing/test-xpress/iso-sound-power.shtml>.
- [16] 全国声学标准化技术委员会. 声学: 声压法测定噪声源声功率级和声能量级 消声室和半消声室精密法: GB/T 6882—2016[S]. 北京: 中国标准出版社, 2016.
- [17] DAVIES R S. Equation for the determination of the density of moist air[J]. Metrologia, 1992, 29: 67–70.
- [18] CRAMER O. The variation of the specific heat ratio and the speed of sound in air with temperature, humidity and CO<sub>2</sub> concentration[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1993, 93:2510–2516.

- [19] HUBNER G. Accuracy consideration on the meteorological correction for a normalized sound power level[C]//Proceedings Inter-Noise 2000, 2000-08-27, Nice, France.
- [20] WITTSTOCK V. On the uncertainty of meteorological corrections in sound power determination[C]//Proceedings Inter-Noise 2004, 2004-08-22, Prague, Czech Republic.
- [21] CUNEFARÉ K A, BIESEL V B, TRAN J, et al. Anechoic chamber qualification: traverse method, inverse square law analysis method, and nature of test signal[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2003, 113: 881–892.
- [22] NOBILE M A, DONALD B, SHAW J A. The cylindrical microphone array: A proposal for use in international standards for sound power level measurements[C]//Proceedings Noise-Con 2000, 2000-12-03, Newport Beach, USA.
- [23] SUZUKI H, NAKAMURA M, TICHY J. An accuracy evaluation of the sound power measurement by the use of the sound intensity and the sound pressure methods[J]. Acoustical Science and Technology, 2007, 28(5): 319–327.
- [24] WATERHOUSE R V. Output of a sound source in a reverberation chamber and other reflecting environments[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1958, 30(4): 4–13.
- [25] LIM M K. Experimental investigation of the power radiated by a monopole above a reflected plane[J]. Applied Acoustics, 1982, 15: 283–288.
- [26] ARSCOTT F M, DARAI A. Curvilinear co-ordinate systems in which the Helmholtz equation separates[J]. IMA Journal of Applied Mathematics, 1981, 27(1): 33–70.
- [27] VARADAN V K, VARADAN V V. Acoustic, electromagnetic and elastic wave scattering — focus on the  $T$ -matrix approach[M]. New York: Pergamon Press, 1980.
- [28] KLEINMAN R E, ROACH G F. Boundary integral equations for the three-dimensional Helmholtz equation[J]. SIAM Review, 1974, 16: 214–236.

- [29] BOUWKAMP C J. On the freely vibrating circular disk and the diffraction by circular disks and apertures[J]. *Physica*, 1950, 16(1): 1–16.
- [30] LORD RAYLEIGH F R S. On the passage of waves through apertures in plane screens, and allied problems[J]. *The London, Edinburgh and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 1897, 43(263): 256–272.
- [31] KOTANI M I. An acoustic problem relating to the theory of the Rayleigh disc[C]//*Proceedings of the Physico-Mathematical Society of Japan*, 1993, 15(1): 30–57.
- [32] SPENCE R D. The diffraction of sound by circular disks and apertures[J]. *Journal of Acoustical Society of America*, 1948, 20(4): 380–386.
- [33] WIERNER F M. Diffraction by rigid disks and rigid squares[J]. *Journal of Acoustical Society of America*, 1949, 21(1): 39–40.
- [34] LEITNER A. Diffraction of sound by a circular disk[J]. *Journal of Acoustical Society of America*, 1949, 21(4): 331–334.
- [35] FLAMMER C. Spheroidal wave functions[M]. California: Stanford University Press, 1957.
- [36] SILBINGER A. Radiation from circular pistons of elliptical profile[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1961, 33(11): 1515–1522.
- [37] ZHANG S, JIN J. Computation of special functions[M]. New York: Wiley-InterScience, 1996.
- [38] ADELMAN R, GUMEROV R, DURAISWAMI R. Software for computing the spheroidal wave functions using arbitrary precision arithmetic[EB/OL]. arXiv: 1408.0074 [cs.MS], 2014, [2018-05-18]. <https://arxiv.org/abs/1408.0074>.
- [39] GONZALEZ J D, LAVIA E F, BLANC S. A computational method to calculate the exact solution for acoustic scattering by fluid spheroids[J]. *Acta Acustica united with Acustica*, 2016, 102: 1061–1071.
- [40] VAN BUREN A L. Accurate calculation of oblate spheroidal wave functions[EB/OL]. arXiv: 1708.07929 [math.CA], 2017, [2018-05-18]. <https://arxiv.org/abs/1708.07929>.

- 
- [41] INRIA. The GNU MPFP library[EB/OL]. [2018-05-12]. <http://www.mpf.fr.org>.
  - [42] LAUCHLE G C. Radiation of sound from a small loudspeaker located in a circular baffle[J]. Journal of Acoustical Society of America, 1974, 57(3): 543–549.
  - [43] ADELMAN R, GUMEROV N A, DURAISWAMI R. Semi-analytical computation of acoustic scattering by spheroids and disks[J]. Journal of Acoustical Society of America, 2014, 136(6): EL405–410.
  - [44] ZHONG J, TAO J, QIU X. Effects of the finite circular baffle size on the sound power measurement[C]//INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings, InterNoise17, 2017, Hong Kong, China. Washington, DC: Institute of Noise Control Engineering, 2017: 2020–2027.
  - [45] Siemens AG. Siemens PLM Software. Boundary Element Acoustics[EB/OL]. [2018-05-16]. <https://www.plm.automation.siemens.com/pt/products/lms/virtual-lab/acoustics/boundary-element-acoustics.shtml#lightview-close>.
  - [46] BSWA Technology Co. Ltd.. VSS058 Low Frequency Volume Source[EB/OL]. [2018-05-16]. [http://www.bswa-tech.com/web\\_proDetail.action?proId=438](http://www.bswa-tech.com/web_proDetail.action?proId=438).



## 致谢

我的毕业论文由邱小军教授和陶建成副教授指导完成，感谢两位老师对我耐心的指导。感谢我的导师邱小军教授对我的悉心指导和关怀。邱老师在学术上造诣深厚、学识渊博、经验丰富以及要求严格；在生活中平易近人和关心学生。我在本科阶段就开始跟邱老师做科研小课题，时至今日已经接受了近3年的指导。我在科研中犯了很多错误、走了许多弯路，但是邱老师始终给予我耐心细致地教导与指引。当我找不到头绪的时候，邱老师总是及时指出我的心态问题，引导我调整心态，给我科研的信心。

感谢陶建成老师给予我的指导和帮助。陶老师科研与项目经验丰富，考虑问题细致，并且工作严谨负责。在3年的研究生生涯中，陶老师不仅帮助我克服了项目和科研的重重难题，还帮我竖立了解决问题的科学思维。

感谢实验室的李宁荣老师提供各类仪器设备、场所的管理与借用。感谢卢晶老师对实验室的日常管理与对我的帮助。感谢陈锴老师在电子元器件的使用给我的指导与帮助。感谢薛金佩老师在控制器调试以及仪器借用方面提供的帮助。感谢林志斌对我硕士在实验室的生活上提供的帮助。感谢邹海山老师在有源噪声控制方面给我提供的帮助。

感谢实验室的师兄弟姐妹：丛超楠、赵斯培、涂臻、黄晓帆、胡玉祥、於静霞、王淑萍、王军、马进、朱天一、周浩然、郭琴、王旻、王康、王鹏、张聪鑫、章康宁、向腾、骆耀东、王泽林、王泽俊。大家在科研中互相学习和帮助，一起度过了很多快乐的时光。

感谢南大声学所给我提供了良好的科研环境。感谢学校里各位帮助过我的老师和同学，感激在南大度过的每一天。

感谢我的父母养育我长大，他们全力地支持我完成学业，为我提供了无忧的学习条件和生活环境。感谢我的朋友们，感谢大家与我一起相处的每一天。



## 作者在硕士研读期间发表论文及主要成果

论文:

- [1] ZHONG J, TAO J, NIU F, QIU X. Effects of a finite size reflecting disk in sound power measurements[J]. Applied Acoustics, 2018, Accepted.
- [2] ZHONG J, TAO J, QIU X. Effects of the finite circular baffle size on the sound power measurement[C]//INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings, InterNoise17, 2017, Hong Kong, China. Washington, DC: Institute of Noise Control Engineering, 2017: 2020–2027.
- [3] TAO J, ZHONG J, QIU X. Noise radiation from an AC filter capacitor[C]//INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings, InterNoise17, 2017, Hong Kong, China. Washington, DC: Institute of Noise Control Engineering, 2017: 1549–1558.

专利:

- [1] 钟家鑫, 陶建成, 邱小军. 2018. 一种恒体积速度声源低频声功率的估算方法: 中国, 201810269068.8[P].

项目:

- [1] 南京大学与某公司合作项目, 2016  
“电容器噪声振动特性的研究”(主要承担者)
- [2] 南京大学与某公司合作项目, 2016  
“吸尘器有源噪声控制的研究”(主要承担者)

附件二

## 《学位论文出版授权书》

本人完全同意《中国优秀博硕士学位论文全文数据库出版章程》(以下简称“章程”),愿意将本人的学位论文提交“中国学术期刊(光盘版)电子杂志社”在《中国博士学位论文全文数据库》、《中国优秀硕士学位论文全文数据库》中全文发表。

《中国博士学位论文全文数据库》、《中国优秀硕士学位论文全文数据库》可以以电子、网络及其他数字媒体形式公开出版,并同意编入《中国知识资源总库》,在《中国博硕士学位论文评价数据库》中使用和在互联网上传播,同意按“章程”规定享受相关权益。

作者签名: 钟家金  
2018年5月24日

论文题名	有限大圆盘对声功率率测量的影响				
研究生学号	M61522102	所在院系	物理学院	学位年度	2018年
论文级别	<input checked="" type="checkbox"/> 硕士 <input type="checkbox"/> 硕士专业学位 <input type="checkbox"/> 博士 <input type="checkbox"/> 博士专业学位 (请在方框内画钩)				
作者 Email					
导师姓名	邱小军      邱小军				

论文涉密情况:

不保密

保密,保密期(\_\_\_\_年\_\_\_\_月\_\_\_\_日至\_\_\_\_年\_\_\_\_月\_\_\_\_日)

注:请将该授权书填写后装订在学位论文最后一页(南大封面)。