

Choosing factors

Eugene F. Fama, Kenneth R. French

Sep 21, 2023

目录

Introduction

Nested models

OP or CP

Ordering six-factor models

Deconstructing $Sh^2(f_i)$

Relations between $Sh^2(f_i)$ and other measures of performance

Conclusions

Introduction

本文要点：

- ▶ 主要通过比较不同因子模型的最大夏普平方比来选择合适的因子模型。
- ▶ 在嵌套模型 (nested model) 中，六因子模型 (FF5+ 动量因子) 夏普平方比最大，且其他因子都无法解释动量因子
- ▶ 在非嵌套模型 (non-nested model) 中，采用小规模股票构造的六因子模型的夏普平方比最大。

Introduction

随着更多的因子模型被开发出来，已有研究对于不同因子模型的选择做出了一定工作，主要有两种方式：

- ▶ Left-hand-side: 通过构造不同的 test assets，根据因子模型回归的截距项（即未被模型解释的部分）选择合适的因子模型。缺陷是结论会受到 test assets 构建方式的影响。
- ▶ Right-hand-side: 通过 Spanning regression(跨越回归、张成回归)，检验某一因子是否能被其他因子解释，多用于判断某一因子是否适合加入现有的因子模型。缺陷是非嵌套模型不适用。

Introduction

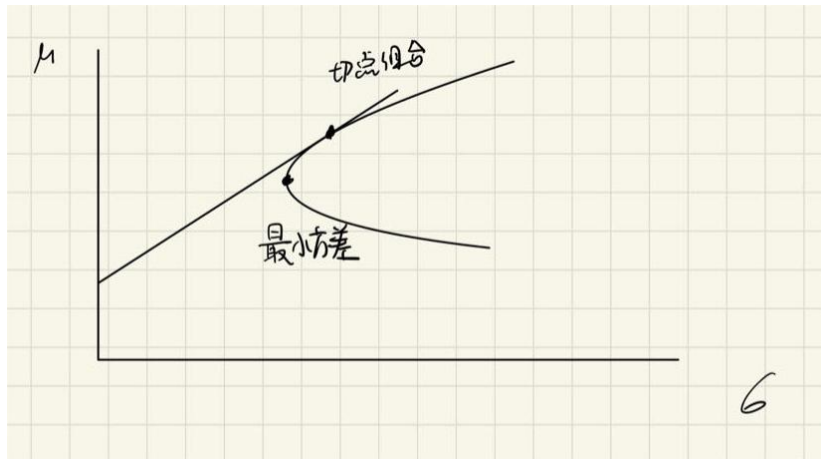
主要判断依据：

- ▶ GRS test: 检验回归截距项是否联合为 0。
- ▶ Spanning regression(跨越回归、张成回归)：检验某一个因子是否能够由被其他因子张成的切线组合 (tangency portfolio) 解释

Introduction

Spanning regression(跨越回归、张成回归):

- ▶ $R_i = \alpha + \beta f + \epsilon$
- ▶ $H_0: \alpha = 0, \beta_N = 1_N$



Introduction

本文采用最大夏普平方比 (Maximum squared Sharpe ratio, Barillas and Shanken, 2017)¹ 作为选择因子模型的判断依据。

- ▶ 考虑一个因子模型 f_1 ，备选的竞争模型 f_2 以及一组回报为 R 的 test assets，对于模型 f_1 ，由超额收益对因子回归：
 - ▶ $R = \alpha + \beta f_1 + \epsilon$
 - ▶ 其中 α 为定价误差 (pricing error)
- ▶ 定价误差的夏普平方为： $Sh^2(\alpha) = \alpha' \Sigma^{-1} \alpha$
- ▶ 为了在 f_1 和 f_2 中选择 $Sh^2(\alpha)$ 最小的因子模型，Barillas and Shanken (2017) 认为 test asset 的构建不再重要，定价误差的夏普平方等于将两个因子模型一同纳入 test asset 所张成的切线组合的夏普平方，与该因子模型单独构造的切线组合的夏普平方之差。
 - ▶ $Sh^2(\alpha_i) = Sh^2(\Pi_i, f_i) - Sh^2(f_i)$
 - ▶ Π_i contains R_i and f_2

因此因子模型的选择问题转化为：选择因子夏普平方比 $Sh^2(f_i)$ 最大的因子模型。

Introduction

问题 1: 存在预测偏差: 回报高的因子所占权重较大, 因子协方差矩阵的抽样误差也会影响优化问题。

- ▶ bootstrap 方法
- ▶ 抽样对象: 1963.7–2016.6 的美国股票回报数据
- ▶ 将 636 个月度回报率数据拆分为 318 组相邻的收益数据对: 月度 $(1, 2), (3, 4) \dots (635, 636)$
- ▶ 每一次有放回地抽取所有 318 对数据, 并从每一对中随机选择一个月份的数据。
- ▶ 对抽取的数据计算每个因子模型的最大夏普平方。
- ▶ 将因子权重赋予未被抽样的样本, 构造样本外最大夏普平方。

Introduction

问题 2: 非嵌套模型

- ▶ RMW_c VS RMW_o : Ball et al. (2016) 提出以现金收益 (cash profitability) 代替经营收益 (operating profitability)²
- ▶ HML_s & HML_b VS HML : 现有因子构造方法为小规模多空组合回报与大规模多空组合回报的等权平均, 可能会低估小型股票的因子效应, 高估大型股票的因子效应。
- ▶ $H - F$ & $L - F$ VS HML : 现有因子构造方法为多空组合, 若投资者采取跨期资产定价模型 (ICAPM), 则直接根据各因子的超额收益率构造投资组合, 故考虑了直接采用多头和空头的超额收益率构建的因子模型。(Metron, 1961)³

Nested models

- ▶ 数据来源: 纽约证券交易所 (NYSE)、美国证券交易所 (AMEX) 和纳斯达克股票 (NASDAQ). 证券价格研究中心 (CRSP) 股票代码为 10 或 11(普通股), 财务数据来自 Compustat 数据
- ▶ 财务相关因子: 2×3 sorting, 每年更新
- ▶ 动量因子: 每月更新一次
- ▶ CP: 利用经营利润减去应计收益的部分构造因子。

Nested models

Figure: Table 1 Summary statistics for monthly factor returns, July 1963–June 2016

Panel A: Summary statistics for market and size factors								
Factors	Average return				t-statistic			
	Mkt	SMB	S-F	B-F	Mkt	SMB	S-F	B-F
Market and size factors	0.50	0.26	0.78	0.52	2.84	2.17	3.41	3.02

Panel B: Summary statistics for value, operating profitability, cash profitability, investment, and momentum factors										
Factors	Average return					t-statistic				
	Value	Prof _O	Prof _C	Inv	Mom	Value	Prof _O	Prof _C	Inv	Mom
HML, RMW, CMA, UMD	0.35	0.24	0.36	0.31	0.69	3.15	2.75	4.71	3.88	4.09
HML _S , RMW _S , CMA _S , UMD _S	0.51	0.31	0.45	0.41	0.92	4.00	2.96	4.61	5.20	5.47
HML _B , RMW _B , CMA _B , UMD _B	0.19	0.17	0.27	0.21	0.46	1.57	1.76	2.91	1.96	2.47
H-F, R-F, C-F, U-F	0.84	0.74	0.79	0.79	0.96	4.21	3.79	4.29	4.05	4.56
H _S -F, R _S -F, C _S -F, U _S -F	1.00	0.90	0.97	0.93	1.17	4.51	3.83	4.45	3.87	4.76
H _B -F, R _B -F, C _B -F, U _B -F	0.68	0.58	0.62	0.65	0.76	3.52	3.34	3.65	3.78	3.95
L-F, W-F, A-F, D-F	0.49	0.49	0.44	0.48	0.27	2.24	2.21	1.92	2.16	1.10
L _S -F, W _S -F, A _S -F, D _S -F	0.49	0.59	0.52	0.52	0.25	1.80	2.25	1.96	2.02	0.88
L _B -F, W _B -F, A _B -F, D _B -F	0.48	0.40	0.36	0.44	0.30	2.65	1.97	1.69	2.16	1.29
HML _{S-B} , RMW _{S-B} , CMA _{S-B} , UMD _{S-B}	0.32	0.14	0.18	0.20	0.46	2.80	1.35	1.65	2.01	4.14
H _{S-B} , R _{S-B} , C _{S-B} , U _{S-B}	0.32	0.32	0.35	0.28	0.41	2.76	2.43	2.78	1.88	3.27
L _{S-B} , W _{S-B} , A _{S-B} , D _{S-B}	0.00	0.18	0.16	0.08	-0.05	0.03	1.31	1.13	0.62	-0.35

Nested models

Figure: Table 2, Spanning tests for nested models: July 1963–June 2016

Panel A: Spanning regressions															
LHS	Coefficient							t(Coefficient)							R ²
	Int	Mkt	SMB	HML	RMW _O	RMW _C	CMA	Int	Mkt	SMB	HML	RMW _O	RMW _C	CMA	
SMB	0.17	0.18						1.46	6.89						0.07
HML	0.43	-0.17						4.01	-6.89						0.07
RMW _O	0.34	-0.07	-0.23	0.01				4.01	-3.70	-8.16	0.25				0.14
RMW _C	0.48	-0.14	-0.26	0.06				7.88	-10.12	-13.05	2.70				0.39
CMA	0.20	-0.10	0.01	0.46				3.53	-7.57	0.35	22.34				0.52
UMD	0.73	-0.13	0.08	-0.54	0.25		0.41	4.34	-3.07	1.37	-6.74	3.12		3.47	0.09
UMD	0.61	-0.09	0.14	-0.53		0.46	0.34	3.55	-1.97	2.30	-6.72		4.29	2.91	0.10

Panel B: Multi-factor tests			
Model	LHS returns	GRS	p-value
CAPM	SMB, HML	9.20	0.000
Three-factor model	RMW _O , CMA	17.99	0.000
Three-factor model	RMW _C , CMA	37.46	0.000

- ▶ 跨越回归显示，CAPM 模型无法解释 FF3 因子，FF3 因子无法解释盈利和投资因子，FF5 因子模型无法解释动量因子。
- ▶ GRS 检验均拒绝了截距项联合为零的假设。
- ▶ 动量因子的纳入有助于提高夏普平方比，六因子模型胜过 FF3、FF5 因子。
- ▶ CP 构建的盈利因子对因子夏普平方的提升程度高于 OP 构建的盈利因子。

OP or CP

Figure: Table 3: Comparison of six-factor models that include OP or CP factor: July 1963–June 2016.

Panel A: Levels of $Sh^2(f)$							
Model	Actual	Full-sample		In-sample		Out-of-sample	
		Average	Median	Average	Median	Average	Median
Six-factor Operating Profitability							
Mkt, SMB, HML, RMW _O , CMA, UMD	0.135	0.152	0.149	0.177	0.169	0.108	0.102
Mkt, SMB, HML _S , RMW _{OS} , CMA _S , UMD _S	0.199	0.217	0.213	0.244	0.236	0.169	0.162
Mkt, S-F, H-F, R _O -F, C-F, U-F	0.134	0.148	0.146	0.172	0.166	0.106	0.100
Mkt, S-F, H _S -F, R _{OS} -F, C _S -F, U _S -F	0.167	0.182	0.180	0.206	0.200	0.138	0.132
Mkt, S-FL-F, W _O -F, A-F, D-F	0.111	0.127	0.124	0.152	0.144	0.085	0.079
Mkt, S-F, L _S -F, W _{OS} -F, A _S -F, D _S -F	0.174	0.192	0.189	0.220	0.212	0.144	0.137
Six-factor cash profitability							
Mkt, SMB, HML, RMW _C , CMA, UMD	0.190	0.208	0.205	0.236	0.228	0.159	0.152
Mkt, SMB, HML _S , RMW _{CS} , CMA _S , UMD _S	0.226	0.244	0.241	0.274	0.265	0.194	0.186
Mkt, S-F, H-F, R _C -F, C-F, U-F	0.177	0.193	0.191	0.218	0.212	0.147	0.141
Mkt, S-F, H _S -F, R _{CS} -F, C _S -F, U _S -F	0.188	0.204	0.201	0.229	0.221	0.159	0.153
Mkt, S-FL-F, W _C -F, A-F, D-F	0.160	0.176	0.173	0.204	0.196	0.128	0.121
Mkt, S-F, L _S -F, W _{CS} -F, A _S -F, D _S -F	0.210	0.229	0.226	0.259	0.250	0.177	0.170

Panel B: Differences between $Sh^2(f)$ for cash and operating profitability factors										
Model	Actual	Full-sample			In-sample			Out-of-sample		
		Average	Median	% < 0	Average	Median	% < 0	Average	Median	% < 0
Cash – Operating Profitability										
Mkt, SMB, HML, RMW, CMA, UMD	0.055	0.056	0.054	0.0	0.059	0.055	1.1	0.050	0.047	2.2
Mkt, SMB, HML _S , RMW _S , CMA _S , UMD _S	0.027	0.028	0.027	1.0	0.030	0.027	8.2	0.025	0.023	10.0
Mkt, S-F, H-F, R-F, C-F, U-F	0.043	0.045	0.043	0.0	0.047	0.044	1.1	0.041	0.039	2.0
Mkt, S-F, H _S -F, R _S -F, C _S -F, U _S -F	0.021	0.022	0.021	4.5	0.023	0.020	17.3	0.022	0.020	15.4
Mkt, S-FL-F, W-F, A-F, D-F	0.048	0.049	0.047	0.2	0.052	0.047	4.1	0.043	0.040	5.0
Mkt, S-F, L _S -F, W _S -F, A _S -F, D _S -F	0.036	0.037	0.036	0.0	0.039	0.035	1.8	0.033	0.031	5.4

- 在 bootstrap 抽样检验中，包含 CP 盈利因子的模型夏普平方普遍更高

Ordering six-factor models

Figure: Table 4 Distributions of differences between $Sh^2(f)$, column model minus row model: July 1963–June 2016.

Model	Mkt, SMB, HML, RMW _C , CMA, UMD			Mkt, SMB, HML _S , RMW _{CS} , CMA _S , UMD _S			Mkt, S-F, L _S -F, W _{CS} -F, A _S -F, D _S -F		
	Average	Median	% < 0	Average	Median	% < 0	Average	Median	% < 0
Full-sample									
Mkt, SMB, HML, RMW _C , CMA, UMD				0.037	0.036	8.7	0.021	0.021	21.0
Mkt, SMB, HML _S , RMW _{CS} , CMA _S , UMD _S	-0.037	-0.036	91.3				-0.015	-0.015	82.5
Mkt, S-F, L _S -F, W _{CS} -F, A _S -F, D _S -F	-0.021	-0.021	79.0	0.015	0.015	17.5			
Mkt, SMB, HML, RMW ₀ , CMA, UMD	0.056	0.054	0.0	0.093	0.091	0.0	0.077	0.076	0.0
Mkt, S-F, H-F, R _C -F, C-F, U-F	0.015	0.014	24.6	0.051	0.050	3.1	0.036	0.035	12.3
Mkt, S-F, H _S -F, R _{CS} -F, C _S -F, U _S -F	0.004	0.003	45.7	0.040	0.040	2.8	0.025	0.025	21.4
Mkt, S-F, L-F, W _C -F, A-F, D-F	0.032	0.031	0.6	0.068	0.068	1.4	0.053	0.052	3.1
In-sample									
Mkt, SMB, HML, RMW _C , CMA, UMD				0.038	0.036	21.5	0.023	0.022	31.8
Mkt, SMB, HML _S , RMW _{CS} , CMA _S , UMD _S	-0.038	-0.036	78.5				-0.015	-0.014	69.6
Mkt, S-F, L _S -F, W _{CS} -F, A _S -F, D _S -F	-0.023	-0.022	68.2	0.015	0.014	30.4			
Mkt, SMB, HML, RMW ₀ , CMA, UMD	0.059	0.055	1.1	0.097	0.092	0.9	0.082	0.078	1.7
Mkt, S-F, H-F, R _C -F, C-F, U-F	0.018	0.016	31.5	0.056	0.051	13.7	0.041	0.038	23.7
Mkt, S-F, H _S -F, R _{CS} -F, C _S -F, U _S -F	0.007	0.006	45.5	0.045	0.043	11.8	0.030	0.029	29.7
Mkt, S-F, L-F, W _C -F, A-F, D-F	0.032	0.031	7.4	0.070	0.068	10.1	0.055	0.054	13.8
Out-of-sample									
Mkt, SMB, HML, RMW _C , CMA, UMD				0.035	0.033	20.0	0.018	0.017	33.5
Mkt, SMB, HML _S , RMW _{CS} , CMA _S , UMD _S	-0.035	-0.033	80.0				-0.017	-0.016	74.1
Mkt, S-F, L _S -F, W _{CS} -F, A _S -F, D _S -F	-0.018	-0.017	66.5	0.017	0.016	25.9			
Mkt, SMB, HML, RMW ₀ , CMA, UMD	0.050	0.047	2.2	0.085	0.081	1.1	0.068	0.064	3.1
Mkt, S-F, H-F, R _C -F, C-F, U-F	0.012	0.010	35.5	0.047	0.043	14.5	0.030	0.027	27.7
Mkt, S-F, H _S -F, R _{CS} -F, C _S -F, U _S -F	-0.001	-0.001	51.0	0.034	0.033	15.4	0.017	0.016	36.5
Mkt, S-F, L-F, W _C -F, A-F, D-F	0.031	0.029	7.6	0.066	0.062	7.8	0.049	0.046	12.5

- 该表列出了列组合的夏普平方与行组合的夏普平方之差，在结果中， $Sh^2(f_i)$ 最高的因子模型为 Mkt , SMB , HML_S , RMW_{CS} , CMA_S , UMD_S 。

Deconstructing $Sh^2(f_i)$

为了判断每加入一个因子对于模型 $Sh^2(f_i)$ 提升的边际贡献，可以将该因子视为一个 test asset 进行跨越回归，如果一个因子的预期回报可以很好地解释，而不能用其他因素 (α_i 接近于 0) 解释的变化 (σ_i) 很大，则说明那么一个因素对模型的边际贡献很小。回归中截距项的显著性衡量了边际贡献的可靠性

$$\blacktriangleright \frac{\alpha_i^2}{\sigma_i^2} = Sh^2(f, i) - Sh^2(f)$$

Deconstructing $Sh^2(f_i)$

Figure: Table 5 marginal contributions

Panel A: Spanning regressions for combined spread factor model												
LHS	a	Mkt	SMB	HML	RMW_C	CMA	UMD	$t(a)$	R^2	$s(e)$	$Sh^2(f)$	$a^2/s^2(e)$
Mkt	1.04		0.06	0.04	-0.87	-0.70	-0.07	6.77	0.31	3.70	0.190	0.080
SMB	0.48	0.03		0.04	-0.83	0.03	0.06	4.35	0.27	2.59	0.190	0.034
HML	0.08	0.01	0.03		0.16	0.94	-0.13	0.90	0.51	1.95	0.190	0.002
RMW_C	0.43	-0.14	-0.27	0.09		-0.02	0.06	7.00	0.41	1.47	0.190	0.085
CMA	0.17	-0.10	0.01	0.47	-0.02		0.04	2.87	0.53	1.38	0.190	0.015
UMD	0.61	-0.09	0.14	-0.53	0.46	0.34		3.55	0.10	4.02	0.190	0.023
Panel B: Spanning regressions for small stock spread factor model												
LHS	a	Mkt	SMB	HML_S	RMW_{CS}	CMA_S	UMD_S	$t(a)$	R^2	$s(e)$	$Sh^2(f)$	$a^2/s^2(e)$
Mkt	1.02		0.18	-0.16	-0.36	-0.51	-0.13	6.19	0.23	3.88	0.226	0.070
SMB	0.45	0.08		0.03	-0.60	0.09	-0.01	4.03	0.27	2.60	0.226	0.031
HML_S	-0.05	-0.04	0.01		0.69	0.84	-0.09	-0.59	0.64	1.91	0.226	0.001
RMW_{CS}	0.42	-0.07	-0.24	0.51		-0.42	0.04	6.03	0.56	1.64	0.226	0.066
CMA_S	0.30	-0.07	0.03	0.48	-0.32		0.05	4.73	0.47	1.45	0.226	0.042
UMD_S	0.96	-0.14	-0.03	-0.42	0.22	0.37		5.41	0.05	4.12	0.226	0.054
Panel C: Spanning regressions for small stock short factor model												
LHS	a	Mkt	$S-F$	L_S-F	$W_{CS}-F$	A_S-F	D_S-F	$t(a)$	R^2	$s(e)$	$Sh^2(f)$	$a^2/s^2(e)$
Mkt	-0.03		0.71	0.19	-0.66	0.42	0.03	-0.41	0.81	1.93	0.210	0.000
$S-F$	0.31	0.10		-0.27	0.53	0.52	0.04	10.50	0.98	0.73	0.210	0.179
L_S-F	0.07	0.04	-0.44		0.55	0.88	-0.05	1.81	0.98	0.93	0.210	0.006
$W_{CS}-F$	-0.19	-0.13	0.71	0.45		-0.02	0.02	-5.11	0.98	0.85	0.210	0.048
A_S-F	-0.12	0.06	0.48	0.50	-0.01		0.04	-4.06	0.99	0.70	0.210	0.031
D_S-F	-0.52	0.07	0.65	-0.41	0.21	0.60		-4.30	0.85	2.79	0.210	0.034

- ▶ Panel A 中 Mkt 与 RMW 的边际贡献最大 (0.080 and 0.085)
- ▶ 小型股票的因子边际贡献更加集中
- ▶ 动量因子残差较大，但对模型边际贡献较低
- ▶ 超额回报因子存在负截距，因其在切线组合中被卖空

Weights for factors in Sh2(f)

Figure: Table 6 Weights (in %) and leverage in Sh2(f) tangency portfolios for the models of Table 4: July 1963–June 2016

Model	Sh ² (f)	Weight in tangency portfolio						Leverage
		Mkt	Size	Value	Prof	Inv	Mom	
Mkt, SMB, HML, RMW _C , CMA, UMD	0.190	100.0	93.7	26.1	259.6	116.7	49.3	5.5
Mkt, SMB, HML _S , RMW _{CS} , CMA _S , UMD _S	0.226	100.0	99.2	-20.0	230.5	207.8	82.9	6.4
Mkt, S-F, L _S -F, W _{CS} -F, A _S -F, D _S -F	0.210	-11.7	726.7	106.2	-324.4	-313.4	-83.5	7.3
Mkt, SMB, HML, RMW _O , CMA, UMD	0.135	100.0	69.7	38.9	152.5	197.6	77.4	5.4
Mkt, S-F, H-F, R _C -F, C-F, U-F	0.177	-955.3	-673.5	66.7	857.7	485.5	318.8	16.3
Mkt, S-F, H _S -F, R _{CS} -F, C _S -F, U _S -F	0.188	-25.6	-1756.6	273.7	699.0	438.3	471.1	17.8
Mkt, S-F, L-F, W _C -F, A-F, D-F	0.160	323.7	369.1	-61.1	-361.0	-118.0	-52.6	5.9

- ▶ 边际贡献与权重不一定呈线性关系，因为新纳入一个资产，组合内部因子会进行调整。
- ▶ 超额回报因子的杠杆较高，因为要为组合的多头提供资金
- ▶ Mkt, S-F L_S-F, W_{CS}-F, A_S-F D_S-F 的模型更注重小规模公司的回报 (Size 权重较高)。

Relations between $Sh^2(f_i)$ and other measures of performance

Figure: Summary statistics for regression intercepts, July 1963–June 2016

Model	GRS	$p(\text{GRS})$	$ A $	Aa_1^2/AF_1^2	$As^2(a_1)/Aa_1^2$	AR^2	$Sh^2(f)$	$Sh^2(a)$
Panel A: All portfolios in Panels B and C								
<i>Mkt</i> , <i>SMB</i> , <i>HML_S</i> , <i>RMW_{CS}</i> , <i>CMA_S</i> , <i>UMD_S</i>	2.26	0.000	0.087	0.14	0.42	0.91	0.226	1.926
<i>Mkt</i> , <i>S-F</i> , <i>L_S-F</i> , <i>W_{CS}-F</i> , <i>A_S-F</i> , <i>D_S-F</i>	2.33	0.000	0.103	0.18	0.32	0.91	0.210	1.958
<i>Mkt</i> , <i>SMB</i> , <i>HML</i> , <i>RMW_C</i> , <i>CMA</i> , <i>UMD</i>	2.35	0.000	0.095	0.18	0.33	0.91	0.190	1.943
<i>Mkt</i> , <i>S-F</i> , <i>H_S-F</i> , <i>R_{CS}-F</i> , <i>C_S-F</i> , <i>U_S-F</i>	2.39	0.000	0.111	0.28	0.22	0.91	0.188	1.975
<i>Mkt</i> , <i>S-F</i> , <i>H-F</i> , <i>R_C-F</i> , <i>C-F</i> , <i>U-F</i>	2.40	0.000	0.106	0.25	0.25	0.90	0.177	1.961
<i>Mkt</i> , <i>S-F</i> , <i>L-F</i> , <i>W_C-F</i> , <i>A-F</i> , <i>D-F</i>	2.47	0.000	0.094	0.19	0.31	0.91	0.160	1.989
<i>Mkt</i> , <i>SMB</i> , <i>HML</i> , <i>RMW_O</i> , <i>CMA</i> , <i>UMD</i>	2.54	0.000	0.094	0.19	0.30	0.91	0.135	2.010
Panel B: 5 × 5 sorts on ME and BE/ME, OP, CP, Inv, and Mom								
<i>Mkt</i> , <i>SMB</i> , <i>HML_S</i> , <i>RMW_{CS}</i> , <i>CMA_S</i> , <i>UMD_S</i>	1.99	0.000	0.072	0.09	0.58	0.92	0.226	0.599
<i>Mkt</i> , <i>S-F</i> , <i>L_S-F</i> , <i>W_{CS}-F</i> , <i>A_S-F</i> , <i>D_S-F</i>	2.07	0.000	0.091	0.14	0.35	0.92	0.210	0.613
<i>Mkt</i> , <i>SMB</i> , <i>HML</i> , <i>RMW_C</i> , <i>CMA</i> , <i>UMD</i>	2.17	0.000	0.082	0.13	0.38	0.92	0.190	0.631
<i>Mkt</i> , <i>S-F</i> , <i>H_S-F</i> , <i>R_{CS}-F</i> , <i>C_S-F</i> , <i>U_S-F</i>	2.22	0.000	0.084	0.14	0.37	0.92	0.188	0.647
<i>Mkt</i> , <i>S-F</i> , <i>H-F</i> , <i>R_C-F</i> , <i>C-F</i> , <i>U-F</i>	2.24	0.000	0.081	0.14	0.36	0.92	0.177	0.645
<i>Mkt</i> , <i>S-F</i> , <i>L-F</i> , <i>W_C-F</i> , <i>A-F</i> , <i>D-F</i>	2.31	0.000	0.086	0.15	0.33	0.92	0.160	0.657
<i>Mkt</i> , <i>SMB</i> , <i>HML</i> , <i>RMW_O</i> , <i>CMA</i> , <i>UMD</i>	2.43	0.000	0.079	0.12	0.37	0.92	0.135	0.675
Panel C: 5 × 5 sorts on ME and accruals, β , variance of daily returns and residuals, and 5 × 7 sorts on ME and net share issuance								
<i>Mkt</i> , <i>SMB</i> , <i>HML_S</i> , <i>RMW_{CS}</i> , <i>CMA_S</i> , <i>UMD_S</i>	2.62	0.000	0.100	0.19	0.36	0.90	0.226	0.867
<i>Mkt</i> , <i>S-F</i> , <i>L_S-F</i> , <i>W_{CS}-F</i> , <i>A_S-F</i> , <i>D_S-F</i>	2.63	0.000	0.114	0.22	0.30	0.90	0.210	0.858
<i>Mkt</i> , <i>SMB</i> , <i>HML</i> , <i>RMW_C</i> , <i>CMA</i> , <i>UMD</i>	2.66	0.000	0.106	0.23	0.31	0.89	0.190	0.853
<i>Mkt</i> , <i>S-F</i> , <i>H_S-F</i> , <i>R_{CS}-F</i> , <i>C_S-F</i> , <i>U_S-F</i>	2.80	0.000	0.136	0.41	0.17	0.89	0.188	0.899
<i>Mkt</i> , <i>S-F</i> , <i>H-F</i> , <i>R_C-F</i> , <i>C-F</i> , <i>U-F</i>	2.82	0.000	0.130	0.35	0.20	0.89	0.177	0.895
<i>Mkt</i> , <i>S-F</i> , <i>L-F</i> , <i>W_C-F</i> , <i>A-F</i> , <i>D-F</i>	2.71	0.000	0.102	0.23	0.30	0.89	0.160	0.849
<i>Mkt</i> , <i>SMB</i> , <i>HML</i> , <i>RMW_O</i> , <i>CMA</i> , <i>UMD</i>	2.88	0.000	0.108	0.25	0.26	0.90	0.135	0.881

- *Mkt* and *SMB* *HML_S*, *RMW_{CS}*, *CMA_S*, and *UMD_S*,
在其他的 LHS 检验中也优于其他因子模型。

Conclusions

- ▶ $Sh^2(f_i)$ 最高的因子模型为 Mkt , SMB , 以及小规模股票的多空利差因子, RMW_{CS} , CMA_S , and UMD_S
- ▶ 因子模型的研究应该有一定理论支撑, 否则该方向的研究将转化为追求事后切线组合超额收益最大化的数据挖掘。
- ▶ "We include momentum factors (somewhat reluctantly) now to satisfy insistent popular demand. We worry, however, that opening the game to factors that seem empirically robust but lack theoretical motivation has a destructive downside: the end of discipline that produces parsimonious models and the beginning of a dark age of data dredging that produces a long list of factors with little hope of sifting through them in a statistically reliable way."

- [1] Francisco Barillas and Jay Shanken. “Which alpha?” In: *The Review of Financial Studies* 30.4 (2017), pp. 1316–1338.
- [2] Ray Ball. “Anomalies in relationships between securities’ yields and yield-surrogates”. In: *Journal of financial economics* 6.2-3 (1978), pp. 103–126.
- [3] Merton H Miller and Franco Modigliani. “Dividend policy, growth, and the valuation of shares”. In: *the Journal of Business* 34.4 (1961), pp. 411–433.