

A five-factor asset pricing model

Eugene F. Fama, Kenneth R. French

Sep 22, 2023

Introduction

Literature

The playing field

Factor definitions

A redundant factor

Regression details

Conclusions

Introduction

$$R_{it} - R_{Ft} = a_i + b_i(R_{Mt} - R_{Ft}) + s_iSMB_t + h_iHML_t + r_iRMW_t + c_iCMA_t + e_{it}.$$

- ▶ RMW_t : 高盈利 (robust) 与低盈利 (weak) 的股票组合回报之差
- ▶ CMA_t : 低投资 (conservative) 与高投资 (aggressive) 的股票组合回报之差

Introduction

$$m_t = \sum_{\tau=1}^{\infty} E(d_{t+\tau})/(1+r)^{\tau}.$$

$$\frac{M_t}{B_t} = \frac{\sum_{\tau=1}^{\infty} E(Y_{t+\tau} - dB_{t+\tau})/(1+r)^{\tau}}{B_t}.$$

- ▶ 根据 Miller and Modigliani (1961)¹ 公式中, $Y_{t+\tau}$ 在 $t+\tau$ 期的盈利, $dB_{t+\tau} = B_{t+\tau} - B_{t+\tau-1}$ 账面资产价值的变化
- ▶ 可见 B/M 作为预期回报的预测变量噪声较大, 因为市场价值 M_t 也与企业的收益和投资有关。

Prior Literature

已有部分文献研究盈利和投资对于股票回报的影响，但都没有将二者作为因子纳入因子模型，与本文研究类似的是 Hou, Xue, and Zhang(2012)² 的 q 因子，FF 在文末解释了与该研究的不同。

- ▶ Fama and French(2006)³ 初步研究了盈利与投资对股票回报的关系。
- ▶ Novy-Marx (2013)⁴ 研究了企业的预期盈利的代理变量，其与股票回报具有强相关性 (即本文构造因子的 OP 变量)
- ▶ Aharoni, Grundy, and Zeng (2013)⁵ 研究投资与股票回报之间的关系。

The playing field

- ▶ 数据来源: 纽约证券交易所 (NYSE)、美国证券交易所 (AMEX) 和纳斯达克股票 (NASDAQ). 回报数据来自证券价格研究中心 (CRSP) 财务数据来自 Compustat 数据
- ▶ 时间: July 1963–December 2013.
- ▶ 盈利 (operating Profitability, OP) 为 $t-1$ 期的年度收入减生产成本, 利息支出, 经营费用, 并除以账面所有者权益价值。
- ▶ 投资 (Investment) 为 $t-1$ 期企业的总资产增长率

The playing field

Figure: Table 1 Average monthly percent excess returns for portfolios formed on Size and B/M, Size and OP, Size and Inv; July 1963–December 2013, 606 months.

	Low	2	3	4	High
<i>Panel A: Size-B/M portfolios</i>					
Small	0.26	0.81	0.85	1.01	1.15
2	0.48	0.72	0.94	0.94	1.02
3	0.50	0.78	0.79	0.88	1.07
4	0.60	0.57	0.71	0.85	0.86
Big	0.46	0.51	0.48	0.56	0.62
<i>Panel B: Size-OP portfolios</i>					
Small	0.56	0.94	0.90	0.95	0.88
2	0.59	0.78	0.84	0.81	0.98
3	0.53	0.77	0.72	0.78	0.94
4	0.57	0.65	0.63	0.70	0.82
Big	0.39	0.33	0.43	0.47	0.57
<i>Panel C: Size-Inv portfolios</i>					
Small	1.01	0.98	0.99	0.89	0.35
2	0.92	0.91	0.92	0.90	0.48
3	0.90	0.93	0.81	0.82	0.50
4	0.79	0.72	0.71	0.75	0.54
Big	0.71	0.52	0.49	0.48	0.42

Size effect

Value effect

The playing field

- ▶ Panel A: 价值效应与规模效应普遍存在，小盘股价值效应最为明显；Low-B/M 组合中，规模效应不存在，microcap 组合回报率较低。
- ▶ Panel B: 规模效应存在，盈利效应存在，且 OP 带来的回报走势在 highest-size 组合中最为平稳，中间三组组合回报较为近似。
- ▶ Panel C: 投资效应存在，highest-Inv 组合中，没有规模效应，microcap 组合回报率较低

The playing field

Figure: Table 2

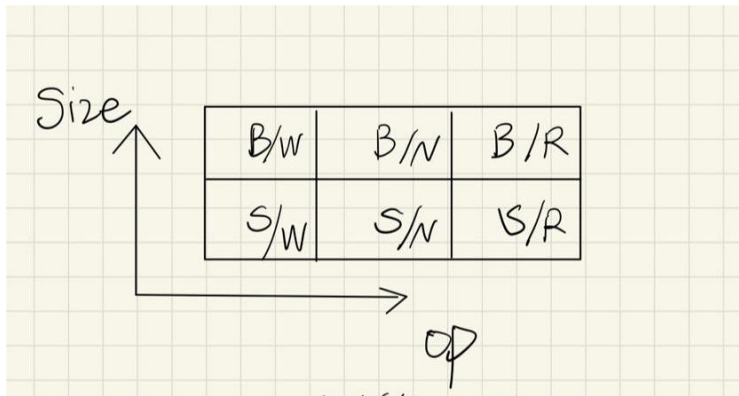
Small					Big			
Panel A: Portfolios formed on Size, B/M, and OP								
B/M →	Low	2	3	High	Low	2	3	High
Low OP	0.03	0.72	0.84	0.93	0.24	0.23	0.37	0.60
2	0.67	0.76	0.88	1.08	0.41	0.50	0.47	0.69
3	0.66	0.88	1.07	1.30	0.40	0.59	0.68	0.91
High OP	0.81	1.13	1.22	1.63	0.53	0.64	0.79	0.71
Panel B: Portfolios formed on Size, B/M and Inv								
B/M →	Low	2	3	High	Low	2	3	High
Low Inv	0.69	0.99	1.18	1.23	0.58	0.70	0.62	0.77
2	0.87	0.92	0.93	1.08	0.49	0.54	0.54	0.60
3	0.84	0.95	1.01	0.97	0.49	0.54	0.56	0.72
High Inv	0.39	0.75	0.87	1.01	0.49	0.44	0.39	0.64
Panel C: Portfolios formed on Size, OP, and Inv								
OP →	Low	2	3	High	Low	2	3	High
Low Inv	0.85	1.01	1.19	1.27	0.63	0.66	0.79	0.70
2	0.94	0.90	0.92	1.04	0.32	0.43	0.64	0.64
3	0.61	0.93	0.94	1.06	0.52	0.57	0.48	0.53
High Inv	-0.09	0.58	0.76	0.76	0.29	0.25	0.38	0.65

- ▶ 小型组合中，回报的价值效应，盈利与投资效应较强，大型组合中也存在但较弱
- ▶ 异常：小型股的 Lowest-OP&Highest-Inv 组合回报为负，该组合回报对 *CMA RMW* 的暴露为负；Lowest-OP&Lowest-BM 组合回报较低。

Factor definitions

参考 FF3(1993) 本文主要采用了三类因子构建方式，将大小型股票多空组合的回报取等权平均。

- ▶ 2×3 分组
- ▶ 2×2 分组
- ▶ $2 \times 2 \times 2 \times 2$ 分组



Factor definitions

Figure: Table 3

Sort	Breakpoints	Factors and their components
2 × 3 sorts on Size and B/M, or Size and OP, or Size and Inv	Size: NYSE median	$SMB_{B/M} = (SH + SN + SL)/3 - (BH + BN + BL)/3$ $SMB_{OP} = (SR + SN + SW)/3 - (BR + BN + BW)/3$ $SMB_{Inv} = (SC + SN + SA)/3 - (BC + BN + BA)/3$ $SMB = (SMB_{B/M} + SMB_{OP} + SMB_{Inv})/3$
	B/M: 30th and 70th NYSE percentiles OP: 30th and 70th NYSE percentiles Inv: 30th and 70th NYSE percentiles	$HML = (SH + BH)/2 - (SL + BL)/2 = [(SH - SL) + (BH - BL)]/2$ $RMW = (SR + BR)/2 - (SW + BW)/2 = [(SR - SW) + (BR - BW)]/2$ $CMA = (SC + BC)/2 - (SA + BA)/2 = [(SC - SA) + (BC - BA)]/2$
2 × 2 sorts on Size and B/M, or Size and OP, or Size and Inv	Size: NYSE median	$SMB = (SH + SL + SR + SW + SC + SA)/6 - (BH + BL + BR + BW + BC + BA)/6$ $HML = (SH + BH)/2 - (SL + BL)/2 = [(SH - SL) + (BH - BL)]/2$ $RMW = (SR + BR)/2 - (SW + BW)/2 = [(SR - SW) + (BR - BW)]/2$ $CMA = (SC + BC)/2 - (SA + BA)/2 = [(SC - SA) + (BC - BA)]/2$
	B/M: NYSE median OP: NYSE median Inv: NYSE median	
2 × 2 × 2 sorts on Size, B/M, OP, and Inv	Size: NYSE median	$SMB = (SHRC + SHRA + SHWC + SHWA + SLRC + SLRA + SLWC + SLWA)/8$ $- (BHRC + BHRA + BHWC + BHWA + BLRC + BLRA + BLWC + BLWA)/8$ $HML = (SHRC + SHRA + SHWC + SHWA + BHRC + BHRA + BHWC + BHWA)/8$ $- (SLRC + SLRA + SLWC + SLWA + BLRC + BLRA + BLWC + BLWA)/8$ $RMW = (SHRC + SHRA + SLRC + SLRA + BHRC + BHRA + BLRC + BLRA)/8$ $- (SHWC + SHWA + SLWC + SLWA + BHWC + BHWA + BLWC + BLWA)/8$ $CMA = (SHRC + SHWC + SLRC + SLWC + BHRC + BHWC + BLRC + BLWC)/8$ $- (SHRA + SHWA + SLRA + SLWA + BHRA + BHWA + BLRA + BLWA)/8$
	B/M: NYSE median	
	OP: NYSE median	
	Inv: NYSE median	

Factor definitions

Figure: Table 4 Panel A

Panel A: Averages, standard deviations, and t-statistics for monthly returns

	2 × 3 Factors					2 × 2 Factors					2 × 2 × 2 × 2 Factors				
	$R_M - R_F$	SMB	HML	RMW	CMA	$R_M - R_F$	SMB	HML	RMW	CMA	$R_M - R_F$	SMB	HML	RMW	CMA
Mean	0.50	0.29	0.37	0.25	0.33	0.50	0.30	0.28	0.17	0.22	0.50	0.30	0.30	0.25	0.14
Std dev.	4.49	3.07	2.88	2.14	2.01	4.49	3.13	2.16	1.52	1.48	4.49	2.87	2.13	1.49	1.29
t-Statistic	2.74	2.31	3.20	2.92	4.07	2.74	2.33	3.22	2.79	3.72	2.74	2.60	3.43	4.09	2.71

	HML_{S}	HML_B	$HML_{S,B}$	RMW_S	RMW_B	$RMW_{S,B}$	CMA_S	CMA_B	$CMA_{S,B}$
2 × 3 Factors									
Mean	0.53	0.21	0.32	0.33	0.17	0.16	0.45	0.22	0.23
Std dev.	3.24	3.11	2.69	2.69	2.35	2.68	2.00	2.66	2.47
t-Statistic	4.05	1.69	2.94	3.06	1.81	1.48	5.49	2.00	2.29
2 × 2 Factors									
Mean	0.40	0.16	0.24	0.22	0.13	0.09	0.33	0.11	0.22
Std dev.	2.39	2.36	1.97	1.93	1.69	2.00	1.53	1.87	1.70
t-Statistic	4.16	1.68	3.05	2.76	1.86	1.09	5.37	1.50	3.17
2 × 2 × 2 × 2 Factors									
Mean	0.37	0.22	0.16	0.30	0.21	0.09	0.23	0.07	0.17
Std dev.	2.40	2.36	2.01	2.18	1.53	2.22	1.23	1.58	1.59
t-Statistic	3.83	2.28	1.91	3.41	3.38	1.02	4.64	1.03	2.56

Source: French, K. R. (1998). Market risk, nonmarket risk, and return comovements. *Journal of Financial Research*, 21(1), 1-16.

- ▶ 小型股票组合回报的价值效应更为明显
- ▶ 小型股票组合回报的盈利效应较为微弱，投资效益较为明显
- ▶ 分组中，HML 划分没有控制盈利与投资，因此定价时可能会受二者影响

Model performance summary

$$R_{it} - R_{Ft} = a_i + b_i(R_{Mt} - R_{Ft}) + s_iSMB_t + h_iHML_t + r_iRMW_t + c_iCMA_t + e_{it}.$$

► 模型

- 检验三个三因子模型，包含 $R_M - R_F$ ，SMB，并分别包含 HML, RMW, 以及 CMA 因子;
- 三个四因子模型，包含 $R_M - R_F$, SMB, 以及 HML, RMW, 和 CMA 中的两个因子
- 五因子模型

► 检验方式

- 对以上七个模型，通过构造六个 left-hand-side(LHS) 组合作为 test assets, 分别使用三类 right-hand-side (RHS) 方式构造的因子进行检验，观察回归截距项的特征

Model performance summary

Figure: Table 5 Summary statistics for tests of three-, four-, and five-factor models; July 1963–December 2013, 606 months

	2 × 3 Factors				2 × 2 Factors				2 × 2 × 2 × 2 Factors			
	GRS	A/α	$\frac{A/\alpha_1}{A/\beta_1}$	$\frac{A(\alpha_1^2)}{A(\beta_1^2)}$	GRS	A/α	$\frac{A/\alpha_1}{A/\beta_1}$	$\frac{A(\alpha_1^2)}{A(\beta_1^2)}$	GRS	A/α	$\frac{A/\alpha_1}{A/\beta_1}$	$\frac{A(\alpha_1^2)}{A(\beta_1^2)}$
<i>Panel A: 25 Size-B/M portfolios</i>												
HML	3.62	0.102	0.54	0.38	3.54	0.101	0.53	0.36	3.40	0.096	0.51	0.36
HML RMW	3.13	0.095	0.50	0.24	3.11	0.096	0.51	0.26	3.29	0.089	0.47	0.24
HML CMA	3.52	0.101	0.53	0.39	3.46	0.100	0.53	0.37	3.18	0.096	0.51	0.35
RMW CMA	2.84	0.100	0.53	0.22	2.78	0.093	0.49	0.19	2.78	0.087	0.46	0.13
HML RMW CMA	2.84	0.094	0.50	0.23	2.80	0.093	0.49	0.23	2.82	0.088	0.46	0.18
<i>Panel B: 25 Size-OP portfolios</i>												
HML	2.31	0.108	0.68	0.51	2.31	0.109	0.68	0.51	1.91	0.089	0.56	0.37
RMW	1.71	0.067	0.42	0.12	1.82	0.078	0.49	0.16	1.73	0.059	0.37	0.05
HML RMW	1.64	0.062	0.39	0.16	1.74	0.058	0.36	0.03	1.62	0.064	0.40	0.06
HML CMA	3.02	0.137	0.86	0.90	2.85	0.135	0.85	0.86	2.06	0.102	0.64	0.49
RMW CMA	1.87	0.075	0.47	0.12	1.67	0.066	0.42	0.05	1.61	0.068	0.43	0.05
HML RMW CMA	1.87	0.073	0.46	0.12	1.73	0.066	0.42	0.06	1.60	0.069	0.43	0.07
<i>Panel C: 25 Size-Inv portfolios</i>												
HML	4.56	0.112	0.64	0.57	4.40	0.107	0.61	0.53	4.32	0.100	0.57	0.56
CMA	4.03	0.105	0.60	0.47	4.05	0.106	0.61	0.47	4.23	0.123	0.70	0.62
HML RMW	4.40	0.106	0.61	0.57	4.26	0.103	0.59	0.52	4.45	0.116	0.66	0.66
HML CMA	4.00	0.099	0.57	0.43	3.97	0.098	0.56	0.41	3.70	0.084	0.48	0.35
RMW CMA	3.33	0.085	0.49	0.29	3.28	0.082	0.47	0.26	3.50	0.082	0.47	0.27
HML RMW CMA	3.32	0.085	0.49	0.29	3.27	0.082	0.47	0.27	3.59	0.082	0.47	0.28
<i>Panel D: 32 Size-B/M-OP portfolios</i>												
HML	2.50	0.152	0.61	0.35	2.57	0.151	0.60	0.34	2.31	0.134	0.53	0.26
HML RMW	1.96	0.110	0.44	0.13	2.30	0.112	0.45	0.14	1.90	0.096	0.38	0.12
HML CMA	3.00	0.169	0.67	0.45	2.99	0.165	0.66	0.42	2.29	0.145	0.58	0.26
RMW CMA	2.02	0.137	0.55	0.16	2.06	0.129	0.51	0.13	1.73	0.108	0.43	0.07
HML RMW CMA	2.02	0.134	0.54	0.17	2.21	0.129	0.51	0.15	1.74	0.111	0.44	0.10
<i>Panel E: 32 Size-B/M-Inv portfolios</i>												
HML	2.72	0.129	0.64	0.38	2.80	0.134	0.66	0.40	2.82	0.131	0.65	0.40
HML RMW	2.32	0.120	0.60	0.38	2.49	0.128	0.64	0.42	2.49	0.122	0.61	0.37
HML CMA	2.43	0.102	0.51	0.25	2.52	0.108	0.54	0.26	2.36	0.114	0.57	0.27
RMW CMA	1.70	0.097	0.48	0.18	1.70	0.092	0.46	0.14	1.82	0.080	0.40	0.07
HML RMW CMA	1.73	0.091	0.45	0.18	1.87	0.092	0.46	0.18	1.86	0.084	0.42	0.13
<i>Panel F: 32 Size-OP-Inv portfolios</i>												
HML	4.38	0.182	0.79	0.69	4.17	0.179	0.78	0.67	4.01	0.170	0.74	0.61
HML RMW	3.80	0.140	0.61	0.37	3.82	0.140	0.61	0.37	3.55	0.151	0.66	0.43
HML CMA	3.91	0.177	0.77	0.68	3.82	0.177	0.77	0.67	3.66	0.142	0.62	0.48
RMW CMA	2.92	0.103	0.45	0.20	3.04	0.098	0.42	0.20	2.99	0.102	0.44	0.19
HML RMW CMA	2.92	0.103	0.45	0.21	3.04	0.097	0.42	0.20	3.03	0.101	0.44	0.19

Model performance summary

Figure: Table 5 Summary statistics for tests of three-, four-, and five-factor models; July 1963–December 2013, 606 months.

	2 × 3 Factors				2 × 2 Factors			
	GRS	$A \alpha_i $	$\frac{A \alpha_i }{A \bar{r}_i }$	$\frac{A(\hat{\alpha}_i^2)}{A(\hat{\mu}_i^2)}$	GRS	$A \alpha_i $	$\frac{A \alpha_i }{A \bar{r}_i }$	$\frac{A(\hat{\alpha}_i^2)}{A(\hat{\mu}_i^2)}$
<i>Panel A: 25 Size-B/M portfolios</i>								
HML	3.62	0.102	0.54	0.38	3.54	0.101	0.53	0.36
HML RMW	3.13	0.095	0.50	0.24	3.11	0.096	0.51	0.26
HML CMA	3.52	0.101	0.53	0.39	3.46	0.100	0.53	0.37
RMW CMA	2.84	0.100	0.53	0.22	2.78	0.093	0.49	0.19
HML RMW CMA	2.84	0.094	0.50	0.23	2.80	0.093	0.49	0.23
<i>Panel B: 25 Size-OP portfolios</i>								
HML	2.31	0.108	0.68	0.51	2.31	0.109	0.68	0.51
RMW	1.71	0.067	0.42	0.12	1.82	0.078	0.49	0.16
HML RMW	1.64	0.062	0.39	0.16	1.74	0.058	0.36	0.03
HML CMA	3.02	0.137	0.86	0.90	2.85	0.135	0.85	0.86
RMW CMA	1.87	0.075	0.47	0.12	1.67	0.066	0.42	0.05
HML RMW CMA	1.87	0.073	0.46	0.12	1.73	0.066	0.42	0.06

- ▶ GRS test: Gibbons, Ross, and Shanken (1989)⁶ 检验回归结果截距项是否联合为 0
- ▶ $A|\alpha_i|$ 回归截距项绝对值的平均值
- ▶ $\frac{A|\alpha_i|}{A|\bar{r}_i|}$ 截距项与收益离差比值的绝对值

Model performance summary

- ▶ 若因子模型能够解释资产组合收益的全部变动，则回归截距项应该联合为 0，而所有的 GRS test 全部拒绝了该原假设（没有汇报 P 值）
- ▶ 五因子的 GRS 统计量均低于三因子统计量，故五因子模型的定价能力强于三因子模型
- ▶ 注意到，HML 因子的加入，GRS 以及其他指标的变化不大，HML 是否是一个冗余因子？

A redundant factor

Figure: Table 6 Using four factors in regressions to explain average returns on the fifth: July 1963–December 2013, 606 months.

	<i>Int</i>	$R_M - R_F$	<i>SMB</i>	<i>HML</i>	<i>RMW</i>	<i>CMA</i>	R^2
2 × 3 Factors							
$R_M - R_F$							
Coef	0.82		0.25	0.03	−0.40	−0.91	0.24
t-Statistic	4.94		4.44	0.38	−4.84	−7.83	
<i>SMB</i>							
Coef	0.39	0.13		0.05	−0.48	−0.17	0.17
t-Statistic	3.23	4.44		0.81	−8.43	−1.92	
<i>HML</i>							
Coef	−0.04	0.01	0.02		0.23	1.04	0.51
t-Statistic	−0.47	0.38	0.81		5.36	23.03	
<i>RMW</i>							
Coef	0.43	−0.09	−0.22	0.20		−0.44	0.21
t-Statistic	5.45	−4.84	−8.43	5.36		−7.84	
<i>CMA</i>							
Coef	0.28	−0.10	−0.04	0.45	−0.21		0.57
t-Statistic	5.03	−7.83	−1.92	23.03	−7.84		
2 × 2 Factors							
$R_M - R_F$							
Coef	0.78		0.28	−0.00	−0.43	−1.30	0.25
t-Statistic	4.80		5.09	−0.02	−3.71	−8.12	
<i>SMB</i>							
Coef	0.38	0.15		−0.03	−0.63	−0.18	0.17
t-Statistic	3.10	5.09		−0.36	−7.60	−1.42	
<i>HML</i>							
Coef	0.00	−0.00	−0.01		0.25	1.08	0.53
t-Statistic	0.01	−0.02	−0.36		5.66	23.13	
<i>RMW</i>							
Coef	0.30	−0.05	−0.14	0.21		−0.51	0.21
t-Statistic	5.22	−3.71	−7.60	5.66		−9.29	
<i>CMA</i>							
Coef	0.19	−0.08	−0.02	0.43	−0.25		0.60
t-Statistic	4.72	−8.12	−1.42	23.13	−9.29		

A redundant factor

HML 因子回报能被其他因子解释，故为冗余因子 (至少样本内是这样的)。怎么办？可以舍弃 HML 因子，但关注 HML 的系数，可用与其他因子正交后的 HMLO 因子参与定价。

Regression details

Figure: Table 7 Regressions for 25 value-weight Size-B/M portfolios; July 1963 to December 2013, 606 months.

$$R(t) - R_f(t) = a + b[R_M(t) - R_f(t)] + sSMB(t) + hHML(t) + rRMW(t) + cCMA(t) + e(t).$$

B/M →	Low	2	3	4	High	Low	2	3	4	High
Panel A: Three-factor intercepts: $R_M - R_f$, SMB, and HML										
	a					t(a)				
Small	-0.49	0.00	0.02	0.16	0.14	-5.18	0.07	0.40	2.88	2.37
2	-0.17	-0.04	0.12	0.07	-0.02	-2.75	-0.80	2.24	1.40	-0.38
3	-0.06	0.06	0.02	0.06	0.12	-0.98	0.92	0.33	0.96	1.66
4	0.14	-0.10	-0.04	0.07	-0.08	2.24	-1.46	-0.55	1.05	-0.94
Big	0.17	0.02	-0.07	-0.11	-0.18	3.53	0.40	-0.95	-1.86	-1.92
Panel B: Five-factor coefficients: $R_M - R_f$, SMB, HML, RMW, and CMA										
	a					t(a)				
Small	-0.29	0.11	0.01	0.12	0.12	-3.31	1.61	0.17	2.12	1.99
2	-0.11	-0.10	0.05	-0.00	-0.04	-1.73	-1.88	0.95	-0.04	-0.64
3	0.02	-0.01	-0.07	-0.02	0.05	0.40	-0.10	-1.06	-0.25	0.60
4	0.18	-0.23	-0.13	0.05	-0.09	2.73	-3.29	-1.81	0.73	-1.09
Big	0.12	-0.11	-0.10	-0.15	-0.09	2.50	-1.82	-1.39	-2.33	-0.93

- ▶ 三因子对 Lowest-BM 组合存在定价问题，而五因子使截距项普遍向 0 靠近，然而 Lowest-BM 的股票中，截距项的显著性较高

Regression details

Figure: Table 7 Regressions for 25 value-weight Size-B/M portfolios; July 1963 to December 2013, 606 months

	<i>h</i>					<i>t(h)</i>				
Small	-0.43	-0.14	0.10	0.27	0.52	-10.11	-4.38	3.90	10.12	17.55
2	-0.46	-0.01	0.29	0.43	0.69	-15.22	-0.45	11.77	16.78	24.44
3	-0.43	0.12	0.37	0.52	0.67	-14.70	3.71	12.28	17.07	18.75
4	-0.46	0.09	0.38	0.52	0.80	-15.18	2.76	11.03	15.88	20.26
Big	-0.31	0.03	0.26	0.62	0.85	-14.12	1.09	7.54	21.05	18.74
	<i>r</i>					<i>t(r)</i>				
Small	-0.58	-0.34	0.01	0.11	0.12	-13.26	-10.56	0.31	3.89	3.95
2	-0.21	0.13	0.27	0.26	0.21	-6.75	4.89	10.35	9.86	7.04
3	-0.21	0.22	0.33	0.28	0.33	-6.99	6.77	10.36	8.98	8.88
4	-0.19	0.27	0.28	0.14	0.25	-6.06	7.75	7.99	4.16	6.14
Big	0.13	0.25	0.07	0.23	0.02	5.64	8.79	2.07	7.62	0.49
	<i>c</i>					<i>t(c)</i>				
Small	-0.57	-0.12	0.19	0.39	0.62	-12.27	-3.46	6.59	13.15	19.10
2	-0.59	0.06	0.31	0.55	0.72	-17.76	1.94	11.27	19.39	22.92
3	-0.67	0.13	0.42	0.64	0.78	-20.59	3.64	12.52	18.97	19.62
4	-0.51	0.31	0.51	0.60	0.79	-15.11	8.33	13.35	16.41	18.03
Big	-0.39	0.26	0.41	0.66	0.73	-16.08	8.38	10.80	19.88	14.54

- ▶ 小型企业中，RMW 和 CMA 的斜率普遍为负显著，这一类组合由低盈利高投资的小型企业主主导（能这样解读吗）。两因子虽然解释了一部分三因子无法解释的截距，但没有解释完全。

Regression details

Figure: Table 8 Time-series averages of book-to-market ratios (B/M), profitability (OP), and investment (Inv) for portfolios formed on (i) Size and B/M, (ii) Size and OP, (iii) Size and Inv, and (iv) Size, OP, and Inv.

	B/M					OP					Inv				
25 Size-B/M portfolios															
B/M →	Low	2	3	4	High	Low	2	3	4	High	Low	2	3	4	High
Small	0.25	0.54	0.77	1.05	1.95	0.28	0.22	0.22	0.19	0.13	0.29	0.25	0.15	0.10	0.04
2	0.26	0.54	0.77	1.04	1.81	0.41	0.28	0.24	0.22	0.16	0.35	0.21	0.13	0.11	0.07
3	0.27	0.54	0.77	1.04	1.75	0.37	0.29	0.25	0.22	0.16	0.33	0.17	0.13	0.10	0.07
4	0.27	0.54	0.77	1.04	1.72	0.43	0.30	0.25	0.21	0.16	0.25	0.15	0.11	0.09	0.07
Big	0.26	0.53	0.76	1.04	1.61	0.50	0.32	0.27	0.23	0.19	0.16	0.12	0.11	0.10	0.11

Regression details

结果说明，回归的斜率与构建 LHS 组合的特征有一定相关，但与其他特征不一定相关。

- ▶ 低 BM 的 HMLO 系数低，高 BM 的 HMLO 系数较高。
- ▶ 低 BM 组合的企业投资高，高 BM 组合投资低，与系数表现一致，低 BM 组合对投资的暴露较高
- ▶ 低 BM 组合的企业盈利较高，高 BM 组合盈利较低，这与系数表现并不一致，除了规模最大股票的组合，高 BM 组合中盈利因子系数更高。

FF 解读：该类组合的表现类似于（“behave like”）高增长低盈利的组合（高增长股票的 OP 偏低）

Regression details

Figure: Table 9 Regressions for 25 value-weight Size-OP portfolios; July 1963–December 2013, 606 months.

$$R(t) - R_f(t) = a + b[R_{M,t}(t) - R_f(t)] + sSMB(t) + hHML(t) + rRMW(t) + cCMA(t) + e(t)$$

OP→	Low	2	3	4	High	Low	2	3	4	High
Panel A: Three-factor intercepts: $R_M - R_F$, SMB, and HML										
	a					$t(a)$				
Small	-0.30	0.10	0.05	0.09	-0.02	-3.25	1.54	0.85	1.30	-0.30
2	-0.24	-0.03	0.05	0.04	0.16	-3.16	-0.55	0.94	0.58	2.08
3	-0.21	0.07	0.01	0.05	0.20	-2.27	1.04	0.14	0.79	2.51
4	-0.11	-0.02	-0.05	0.06	0.18	-1.15	-0.24	-0.73	0.96	2.43
Big	-0.17	-0.20	-0.03	0.05	0.22	-1.90	-2.94	-0.58	1.20	4.03
Panel B: Five-factor coefficients: $R_M - R_F$, SMB, HML, RMW, and CMA										
	a					$t(a)$				
Small	-0.10	0.04	-0.05	-0.05	-0.15	-1.28	0.64	-0.80	-0.80	-2.05
2	-0.05	-0.11	-0.03	-0.11	0.00	-0.83	-1.86	-0.64	-1.92	0.02
3	0.08	0.04	-0.06	-0.07	0.03	1.15	0.67	-1.05	-1.23	0.43
4	0.16	0.02	-0.12	-0.09	0.05	1.91	0.26	-1.97	-1.52	0.76
Big	0.14	-0.11	-0.03	0.02	0.08	2.08	-1.67	-0.57	0.42	1.85

- ▶ 三因子模型对该组合的回报解释力较低，尤其表现在极端 OP 的组合之中。
- ▶ 五因子模型的截距表现较好，将截距项向 0 靠拢

Regression details

Figure: Table 9 Regressions for 25 value-weight Size-OP portfolios; July 1963–December 2013, 606 months.

	<i>h</i>					<i>t(h)</i>				
Small	-0.14	0.24	0.26	0.28	0.21	-3.82	8.05	9.32	9.31	6.17
2	-0.12	0.17	0.23	0.18	0.15	-3.96	5.84	9.51	6.38	5.08
3	0.00	0.14	0.21	0.19	0.09	0.11	4.36	7.68	6.74	2.93
4	0.03	0.15	0.21	0.10	0.02	0.72	4.80	7.19	3.60	0.69
Big	0.22	0.16	0.04	-0.00	-0.13	6.70	5.33	1.42	-0.19	-6.13
	<i>r</i>					<i>t(r)</i>				
Small	-0.67	0.21	0.30	0.47	0.45	-17.70	6.98	10.59	15.08	12.95
2	-0.60	0.21	0.29	0.45	0.55	-19.94	6.90	11.32	15.76	17.91
3	-0.76	0.03	0.24	0.38	0.57	-21.06	0.93	8.33	13.12	17.19
4	-0.75	-0.15	0.23	0.39	0.37	-18.94	-4.54	7.49	12.95	11.09
Big	-0.71	-0.26	-0.08	0.12	0.35	-21.05	-8.41	-2.82	5.66	15.54
	<i>c</i>					<i>t(c)</i>				
Small	-0.06	0.25	0.34	0.31	0.14	-1.42	7.58	10.89	9.08	3.76
2	-0.09	0.29	0.26	0.23	0.05	-2.65	8.94	9.52	7.44	1.56
3	-0.17	0.26	0.24	0.23	0.02	-4.41	7.31	7.89	7.49	0.65
4	-0.02	0.30	0.30	0.26	0.02	-0.41	8.56	9.08	8.12	0.48
Big	-0.03	0.23	0.19	-0.04	-0.12	-0.83	6.82	6.16	-1.82	-5.22

- ▶ 盈利因子投资因子显著性较高，解释了三因子未能解释的截距，说明这种分组方式没有分离出一个类似上文高增长高投资低盈利的组合，因此五因子模型的解释能力较好。

Regression details

Figure: Table 10 Regressions for 25 value-weight Size-Inv portfolios; July 1963–December 2013, 606 months.

$$R(t) - R_f(t) = a + b[R_M(t) - R_f(t)] + sSMB(t) + hHML(t) + rRMW(t) + cCMA(t) + e(t)$$

Inv →	Low	2	3	4	High	Low	2	3	4	High
Panel A: Three-factor intercepts: $R_M - R_f$, SMB, and HML										
	a					t(a)				
Small	0.09	0.15	0.17	0.06	-0.48	1.01	2.74	2.76	1.00	-7.19
2	0.01	0.10	0.15	0.08	-0.26	0.14	1.72	2.74	1.45	-4.71
3	0.09	0.19	0.10	0.11	-0.17	1.11	3.15	1.80	1.73	-2.50
4	0.02	0.01	0.04	0.14	-0.03	0.24	0.19	0.66	2.09	-0.38
Big	0.15	0.07	0.02	0.07	0.05	1.86	1.18	0.39	1.43	0.75
Panel B: Five-factor coefficients: $R_M - R_f$, SMB, HML, RMW, and CMA										
	a					t(a)				
Small	0.21	0.11	0.09	0.02	-0.35	2.66	1.93	1.47	0.32	-5.30
2	-0.01	-0.01	0.06	0.02	-0.14	-0.14	-0.21	1.12	0.30	-2.59
3	0.03	0.10	-0.01	0.09	-0.02	0.40	1.74	-0.21	1.37	-0.33
4	-0.09	-0.09	-0.04	0.08	0.15	-1.20	-1.42	-0.73	1.22	2.05
Big	-0.04	-0.07	-0.06	0.04	0.20	-0.49	-1.42	-1.31	0.90	3.33

- 小规模高投资的组合是五因子模型难以定价的，截距负显著，与前文高增长低盈利高投资的组合较为类似。

Regression details

Figure: Table 10 Regressions for 25 value-weight Size-Inv portfolios; July 1963–December 2013, 606 months.

	<i>h</i>					<i>t(h)</i>				
Small	-0.10	0.17	0.16	0.12	0.00	-2.67	6.53	5.50	4.35	0.14
2	0.06	0.26	0.14	0.25	-0.11	2.33	9.11	5.26	10.24	-4.36
3	0.13	0.21	0.21	0.18	-0.04	3.53	7.26	7.99	6.12	-1.40
4	0.15	0.29	0.25	0.08	-0.19	4.34	9.41	8.63	2.50	-5.57
Big	-0.10	-0.04	0.10	-0.00	-0.06	-2.94	-1.86	4.47	-0.18	-2.04
	<i>r</i>					<i>t(r)</i>				
Small	-0.55	0.04	0.15	0.11	-0.19	-14.42	1.52	5.13	3.79	-5.93
2	-0.18	0.27	0.17	0.30	-0.15	-6.54	9.37	6.02	11.72	-5.86
3	-0.01	0.11	0.29	0.18	-0.13	-0.36	3.71	10.65	5.99	-4.20
4	0.05	0.21	0.21	0.16	-0.31	1.51	6.68	7.29	5.02	-8.77
Big	0.05	0.07	0.17	0.15	-0.02	1.50	2.74	7.20	6.05	-0.71
	<i>c</i>					<i>t(c)</i>				
Small	0.22	0.38	0.34	0.18	-0.31	5.27	13.11	10.50	5.69	-8.78
2	0.47	0.47	0.36	0.17	-0.51	15.85	15.12	12.21	6.28	-18.17
3	0.47	0.53	0.37	0.06	-0.56	11.59	16.71	12.66	1.83	-16.72
4	0.64	0.56	0.39	0.11	-0.60	16.64	16.55	12.46	3.10	-16.03
Big	0.69	0.48	0.25	-0.12	-0.76	18.03	18.80	10.27	-4.59	-24.15

- 小规模组合中，随着 inv 分组越高，CMA 的系数降低，在 highest-Inv 分组中为负显著，FF 认为投资较高的企业可能会发新股进而拉低股价。

Regression details

Figure: Table 11 Regressions for 32 value-weight Size-OP-Inv portfolios; July 1963–December 2013, 606 months.

$$R(t) - R_f(t) = a + b[R_M(t) - R_f(t)] + sSMB(t) + hHML(t) + rRMW(t) + cCMA(t) + e(t)$$

OP →	Small								Big							
	Low	2	3	High	Low	2	3	High	Low	2	3	High	Low	2	3	High
Panel A: Three-factor intercepts: $R_M - R_f$, SMB, and HML																
	a				t(a)				a				t(a)			
Low Inv	-0.09	0.11	0.32	0.34	-0.92	1.45	3.71	3.74	-0.01	0.10	0.21	0.17	-0.07	1.12	2.39	1.97
2	0.11	0.09	0.15	0.21	1.37	1.51	2.72	2.87	-0.25	-0.11	0.16	0.20	-2.88	-1.40	2.22	2.53
3	-0.24	0.18	0.17	0.28	-2.72	2.99	3.01	4.21	-0.11	0.01	0.03	0.15	-1.25	0.19	0.40	1.86
High Inv	-0.87	-0.23	-0.02	-0.05	-8.45	-2.80	-0.40	-0.66	-0.23	-0.27	-0.06	0.29	-2.34	-3.04	-0.71	3.24
Panel B: Five-factor coefficients: $R_M - R_f$, SMB, HML, RMW, and CMA																
	a				t(a)				a				t(a)			
Low Inv	0.05	0.00	0.11	0.11	0.66	0.04	1.29	1.30	0.05	-0.11	-0.03	-0.10	0.63	-1.36	-0.43	-1.27
2	0.18	-0.03	0.03	-0.01	2.59	-0.45	0.60	-0.21	-0.18	-0.10	0.05	0.03	-2.11	-1.29	0.75	0.33
3	-0.14	0.15	0.06	0.09	-1.67	2.33	1.21	1.72	0.07	-0.01	-0.05	-0.01	0.80	-0.11	-0.73	-0.09
High Inv	-0.47	-0.23	-0.05	-0.13	-5.89	-2.91	-0.96	-2.44	0.12	-0.17	-0.01	0.36	1.37	-1.88	-0.11	4.36
	r				t(r)				r				t(r)			
Low Inv	-0.65	0.15	0.38	0.51	-18.43	3.88	9.37	11.88	-0.37	0.15	0.39	0.38	-9.86	3.68	10.03	9.65
2	-0.43	0.25	0.33	0.57	-12.40	8.92	12.53	18.64	-0.23	-0.11	0.17	0.37	-5.32	-2.75	4.97	9.71
3	-0.36	0.07	0.32	0.58	-8.74	2.35	12.27	22.30	-0.36	0.10	0.22	0.43	-8.62	2.47	6.48	11.62
High Inv	-0.89	0.18	0.22	0.48	-22.84	4.65	8.10	19.02	-0.62	-0.06	0.12	0.15	-14.89	-1.43	2.88	3.77
	c				t(c)				c				t(c)			
Low Inv	0.23	0.65	0.69	0.66	6.02	15.86	15.95	14.34	0.48	0.74	0.67	0.59	11.95	17.31	15.78	13.79
2	0.26	0.59	0.50	0.52	7.04	19.27	17.88	15.73	0.33	0.38	0.27	0.25	7.29	8.85	7.28	6.14
3	0.11	0.24	0.34	0.27	2.58	7.21	12.39	9.67	0.23	0.23	0.05	-0.07	5.21	5.41	1.46	-1.62
High Inv	-0.67	-0.12	-0.11	-0.21	-15.95	-2.78	-3.61	-7.57	-0.49	-0.34	-0.49	-0.77	-11.04	-7.10	-10.97	-18.03

Regression details

- ▶ 三因子在盈利与投资分组中缺乏定价能力
- ▶ 盈利和投资因子斜率变动趋势与分组的特征是一致的。
- ▶ 小规模股票中，五因子仍然难以定价低盈利高投资的组合。

Conclusions

- ▶ 五因子解释了截面中 71% - 94% 的回报变化
- ▶ 本文通过 2×2 , 2×3 , $2 \times 2 \times 2 \times 2$ 方式构造五因子模型, 解释效果类似。
- ▶ 五因子模型中 HML 因子的对股票回报的影响效应被其他因子所吸收。
- ▶ 对于高投资低盈利的小规模组合, 五因子没有定价能力。
- ▶ 类似的研究, Hou, Xue, and Zhang (2012) 没有解释为什么不包含 HML 因子。且采用单变量分组, 会使市值以外的因子中, 小市值股票的效应被埋没。
- ▶ 稀疏性幻觉

- [1] Merton H Miller and Franco Modigliani. “Dividend policy, growth, and the valuation of shares”. In: *the Journal of Business* 34.4 (1961), pp. 411–433.
- [2] Kewei Hou, Chen Xue, and Lu Zhang. “Digesting anomalies: An investment approach”. In: *The Review of Financial Studies* 28.3 (2015), pp. 650–705.
- [3] Eugene F Fama and Kenneth R French. “Profitability, investment and average returns”. In: *Journal of financial economics* 82.3 (2006), pp. 491–518.
- [4] Robert Novy-Marx. “The other side of value: The gross profitability premium”. In: *Journal of Financial Economics* 108.1 (2013), pp. 1–28.
- [5] Gil Aharoni, Bruce Grundy, and Qi Zeng. “Stock returns and the Miller Modigliani valuation formula: Revisiting the Fama French analysis”. In: *Journal of financial economics* 110.2 (2013), pp. 347–357.

- [6] Michael R. Gibbons, Stephen A. Ross, and Jay Shanken. “A Test of the Efficiency of a Given Portfolio”. In: *Econometrica* 57.5 (1989), pp. 1121–1152.