Lista 2 - Macroeconomia III 2017

Alunos: Raul Guarini e Alexandre Machado
Monitora: Kátia Alves
26 de outubro de 2017

Exercício 1

Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x^3 e^{-x^2}$. Queremos encontrar o máximo global desta função. Como temos uma função diferenciável definida num aberto, podemos buscar os pontos críticos da função e analisar se são pontos de máximo ou não. Para esta tarefa, buscaremos as raízes da derivada:

$$f'(x) = e^{-x^2} x^2 (3 - 2x^2)$$

A) Pelo formato de f, é fácil notar que o máximo estará na parte positiva do domínio. Ainda, $x = 0$ não pode ser um ponto de máximo. Afinal, $f(1) > f(0) = 0$. Diante disso, empregamos o método da bisseção com condições iniciais 0.5 e 5. Programamos uma função para implementar o algoritmo chamada *bissection_ root*. Com 22 iterações, nosso método encontrou um máximo global em $x = 1.2247$, sendo que $f(1.2247) \approx 0.4099$. O tempo de execução foi desprezível, menor que mum segundo.

B) A função *np_ univariate* implementa o método de Newton-Raphson num intervalo fechado $[a, b]$. Sabemos que, se houver raiz neste intervalo, o método necessariamente converge. Quando a iteração chega em uma das extremidades, fazemos um sorteio de uma nova condição inicial para que o método prossiga. Foram necessárias 122 iterações para a convergência, feitas em menos de um quarto de segundo. Notamos, contudo, que frente à randomização introduzida, a cada vez que testamos o código podemos ter resultados diferentes com relação ao número de iterações[1]. Os valores encontrados para o ponto de máximo e o valor máximo da função foram sempre os mesmos.

C) O segundo método mostrou-se mais rápido, apesar de necessitar de mais iterações. O provável motivo é o fato de que este método utiliza informação sobre a curvatura da função durante a iteração, ao passo que o método da bisseção se vale apenas da continuidade. Em contrapartida, não precisamos de uma função diferenciável com o primeiro método.

Exercício 2

Exercício 3

[1] Em nossos testes, o menor número de iterações necessárias foi 28 e o maior 130.