

# Lista 1 - Macroeconomia III 2017

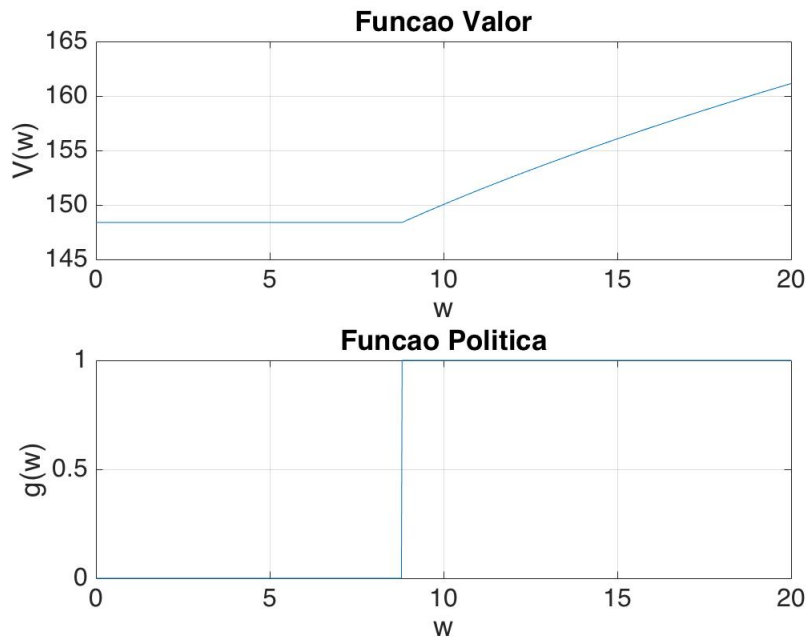
Professor: Ricardo Cavalcanti

Monitora: Kátia Alves

Alunos: Alexandre Machado e Raul Guarini

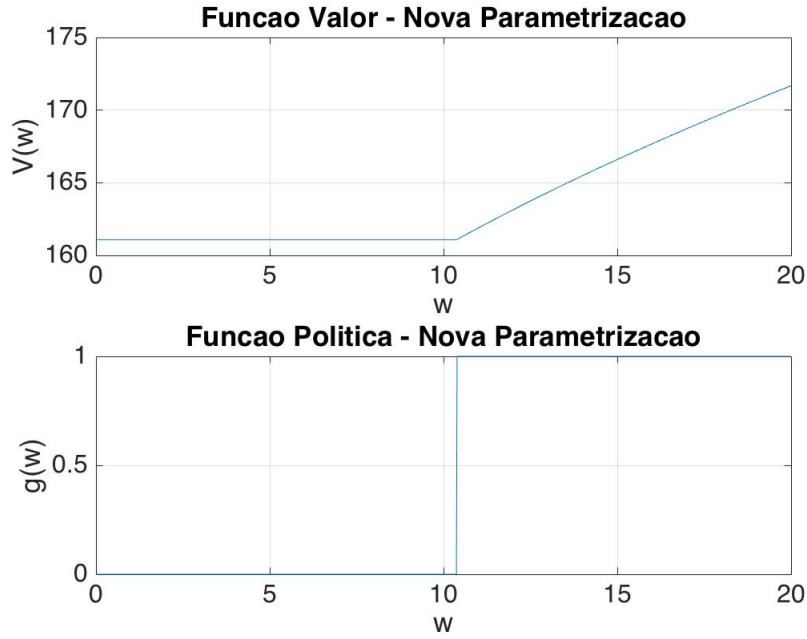
## Exercício 1

- i) O código para a solução numérica vai em anexo. Para os parâmetros dados podemos calcular  $\alpha_1 = 1/15$  e  $\alpha_2 = -1/600$ . Reportamos as funções valor e política do problema:



Notamos que a função política é zero para valores baixos do salário e torna-se eventualmente 1. Isto se deve à monotonicidade da função utilidade e do fato de que  $V(\cdot)$  é contínua. Em equilíbrio, os agentes só aceitam emprego se recebem uma oferta (estocástica) suficientemente alta. Portanto, para valores abaixo do salário de reserva,  $V$  é constante no valor  $V(0)$  pois para um salário tão baixo a máxima utilidade é alcançada ao se recusar a oferta, receber a transferência  $b$  e o valor esperado da utilidade de continuação a partir do próximo período, valores estes que independem de  $w$ .

- ii) Com a nova parametrização da densidade de probabilidade, temos que  $\alpha_1 = 1/30$  e  $\alpha_2 = 1/600$ . Uma mudança importante é que agora a densidade é crescente em  $w$ , de maneira que há relativamente mais massa de probabilidade em valores maiores de  $w$  do que anteriormente. Reportando as funções valor e política:



- iii) Há somente um tipo de desemprego nesta economia, causado por uma imperfeição no mercado de trabalho. O lado da demanda por mão-de-obra é puramente estocástico, fato que pode ser modelado através do sorteio do salário de mercado em todo período pela natureza. O desemprego não aparece, neste modelo, como um descompasso entre oferta e demanda por trabalho mas sim por uma característica de informação imperfeita presente nos contratos de trabalho.
- iv) O salário de reserva é aquele que deixa o trabalhador indiferente entre aceitar a oferta atual e continuar procurando emprego no próximo período. Graficamente, é o nível  $\bar{w}$  em que a função política muda de patamar. Para a primeira parametrização, isto corresponde a  $\bar{w} = 8.7888$ .

## Exercício 2

- i) Seja a função  $u(\cdot)$  estritamente crescente. Isto implica que a restrição de recursos do planejador vale com igualdade em todo instante do tempo. Dada a parametrização escolhida, isto é equivalente a  $\gamma > 0$ . Daí, é verdade que

$$c_t = k_t^\alpha + (1 - \delta)k_t - k_{t+1}$$

em todo período, já introduzindo o formato funcional da função de produção. Deste modo, o problema pode ser visto como a escolha da sequência ótima de capital:

$$\begin{aligned} \max_{\{k_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}} & \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(k_t^\alpha + (1 - \delta)k_t - k_{t+1}) \right\} \\ \text{s.a.} & \begin{cases} k_{t+1} \in [0, k_t^\alpha] \\ k_0 \text{ dado} \end{cases} \end{aligned}$$

- ii) A variável de estado relevante é o capital atual, sendo o consumo atual e o capital do próximo período as variáveis de controle. Entretanto, a restrição de recursos, ao valer com igualdade, nos permite lidar apenas com uma variável de controle, a saber, o capital do próximo período. Formulação recursiva:

$$\begin{aligned} V(k) = \max_{k'} & \{ u(k^\alpha + (1 - \delta)k - k') + \beta V(k') \} \\ \text{s.a.} & k' \in [0, k^\alpha] \end{aligned}$$

iii) O operador de Bellman nesse caso é dado por

$$T[V](k) = \max_{k'} \{u(k^\alpha + (1 - \delta)k - k') + \beta V(k')\}$$

A solução do problema do consumidor consiste num ponto fixo deste operador.

iv) Código anexo.

v) O tamanho do grid utilizado para este exercício foi de 5000 pontos. O capital do estado estacionário calculado de maneira analítica é dado por

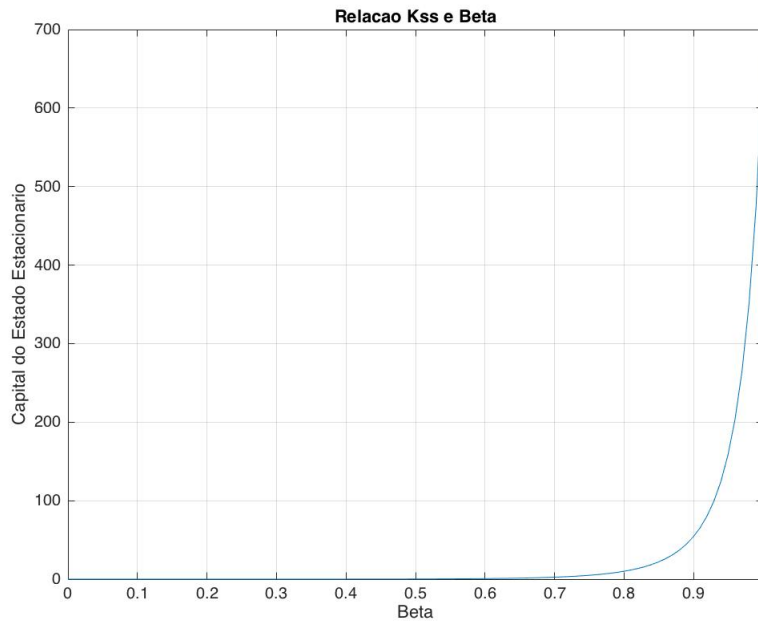
$$K_{ss} = \left[ \frac{1}{\alpha} \left( \frac{1}{\beta} - 1 + \delta \right) \right]^{\frac{1}{\alpha-1}}$$

Com os parâmetros dados, temos que  $K_{ss} \approx 353.3$ . Numericamente, começando em  $K_0 = 2$  (bem longe do estado estacionário), encontramos os seguintes resultados:

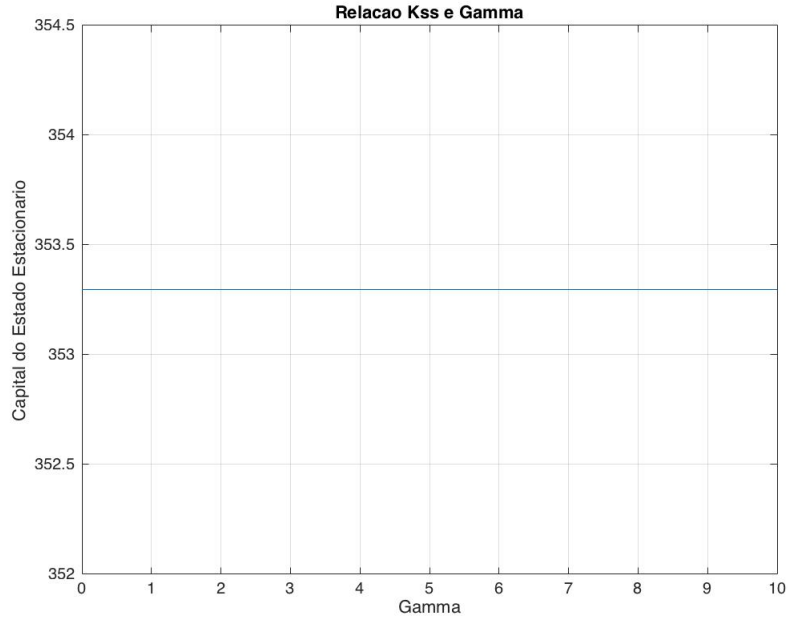
Variável	Valor Simulado
$K_{ss}$	352.5842
$C_{ss}$	25.4269
$Y_{ss}$	60.6854

vi) Neste modelo, a possibilidade de obter uma fórmula fechada para o nível de capital do estado estacionário nos permite antever que um aumento de  $\beta$  provoca um aumento em  $K_{ss}$ . A intuição é a de que se o agente representativo valoriza mais o futuro, algo traduzido matematicamente por um valor mais alto de  $\beta$ , então poupará mais e consumirá menos, padrão de comportamento este que viabiliza um nível de capital mais elevado no estado estacionário.

Com efeito, tomamos 100 valores diferentes para o parâmetro  $\beta$  entre zero e 1 e calculamos numericamente qual seria o  $K_{ss}$  encontrado, ainda utilizando os valores dados no enunciado para os outros parâmetros. A seguir, o gráfico que ilustra esta relação e confirma nossa intuição:



vii) Como vemos, o parâmetro  $\gamma$  não afeta o nível do capital no estado estacionário. A razão para isso é que como os consumos serão os mesmos, as utilidades marginais serão as mesmas, sem depender da curvatura da função utilidade. Mais uma vez, o exercício numérico confirma nossa intuição:



### Exercício 3

i) O problema do planejador consiste em:

$$\begin{aligned} & \max_{\{c_t, k_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}} \mathbb{E}_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t) \right\} \\ \text{s.a } & \begin{cases} c_t + k_{t+1} \leq (1 - \delta)k_t + z_t k_t^\alpha, & \forall t \geq 0 \\ k_0 \text{ dado} \end{cases} \end{aligned}$$

ii) A hipótese de que a função utilidade é estritamente crescente nos permite utilizar a restrição orçamentária com igualdade. Além disso, as variáveis de estado da economia são o capital atual e o estado atual da TFP. A única variável de escolha é o capital do próximo período, que determinará o consumo atual através da restrição orçamentária. A equação funcional enfrentada pelo planejador é dada por:

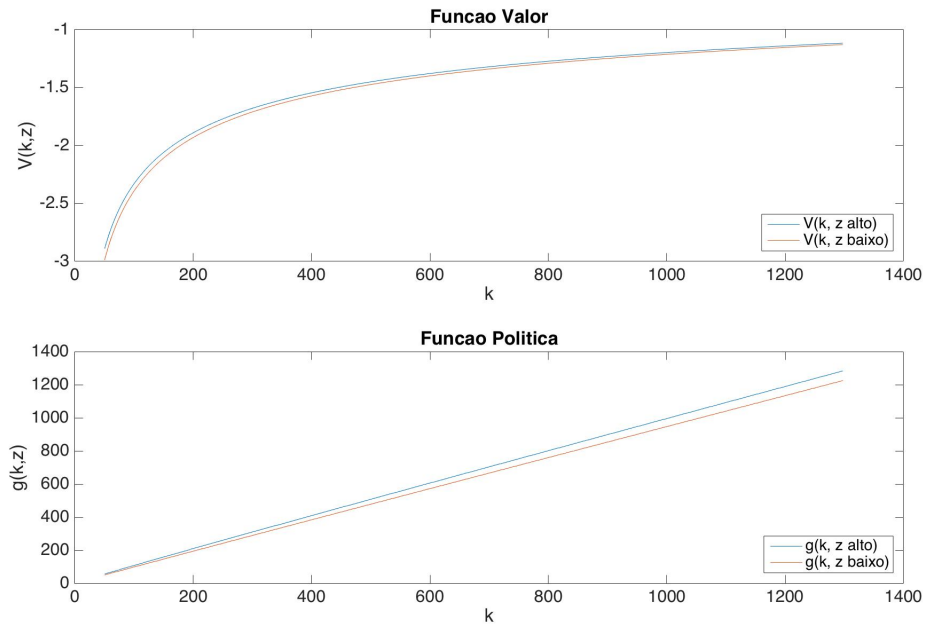
$$\begin{aligned} V(k, z) &= \max_{k'} \{ u(zk^\alpha + (1 - \delta)k - k') + \beta \mathbb{E}(V(k', z')|z) \}, \quad \text{onde} \\ \mathbb{E}(V(k', z')|z) &= \mathbb{P}(z' = \bar{z}|z)V(k', \bar{z}) + \mathbb{P}(z' = \underline{z}|z)V(k', \underline{z}) \end{aligned}$$

iii) O operador de Bellman nesse caso é dado por:

$$T[V](k, z) = \max_{k'} \{ u(zk^\alpha + (1 - \delta)k - k') + \beta \mathbb{E}(V(k', z')|z) \}$$

iv) Código anexo.

v) Reportando as funções valor e política do problema:



## Exercício 4

Facultativo.

## Exercício 5

Para este exercício numérico, utilizamos como parâmetro de convergência o valor  $\epsilon = 10^{-3}$  e como condição inicial o vetor nulo.

a) Pelo método de Jacobi, foram necessárias 7 iterações:

Iteração	$\mathbf{x}$
1	$(-0.2000, 0.2222, -0.4286)$
2	$(0.1460, 0.2032, -0.5175)$
3	$(0.1917, 0.3284, -0.4159)$
4	$(0.1809, 0.3323, -0.4207)$
5	$(0.1854, 0.3293, -0.4244)$
6	$(0.1863, 0.3312, -0.4226)$
7	$(0.1861, 0.3313, -0.4226)$

b) O método de eliminação de Gauss encontra perfeitamente a solução, dada por  $\mathbf{x} = (0.1861, 0.3312, -0.4227)$ . As iterações estão dispostas no código.

## Exercício 6

- a) Continuamos utilizando a mesma condição inicial e parâmetro de convergência do item anterior. As iterações estão reportadas no próprio código. Notamos que nesse caso o método de Jacobi falha, apesar da solução estar bem definida uma vez que a matriz  $A$  é não-singular. De fato, não temos uma matriz em que a diagonal principal seja dominante, uma condição suficiente usual para a convergência do método de Jacobi. A saber, a solução é  $\mathbf{x} = (1, 1)$ . O algoritmo gera valores de  $\mathbf{x}$  arbitrariamente grandes.
- b) Tentamos com a condição de inicial  $(-3, 1)$  e obtivemos a mesma solução explosiva.
- c) Solução encontrada pelo método de eliminação de Gauss:  $\mathbf{x} = (1, 1)$ .

## Exercício 7

Os dados para este exercício foram retirados do IBGE, IPEADATA, Banco Central do Brasil e Yahoo! Finance, disponíveis na planilha em anexo *data.xlsx*. A calibração seguiu os passos do artigo original de Mehra e Prescott (1985).

Uma importante diferença com relação ao trabalho original é que no exercício em questão foram utilizados apenas 21 observações (de 1994 a 2014), o que nos dá por exemplo apenas 20 observações de retorno de ativos, uma vez que precisamos de um ano base, escolhido aqui como 1994. O artigo original usa uma série de consumo das famílias para os EUA muito mais extensa, o que potencialmente dilui a importância de eventos como uma inflação maior muito maior que a média histórica num determinado ano ou flutuações abruptas na taxa livre de risco. Isto se torna especialmente importante no caso brasileiro, onde a taxa de retorno dos ativos de renda fixa tem sido persistentemente elevada.

A calibração resultou em:

Parâmetro	Valor Calibrado
$\mu$	0.0595
$\phi$	0.5578
$\delta$	0.1979

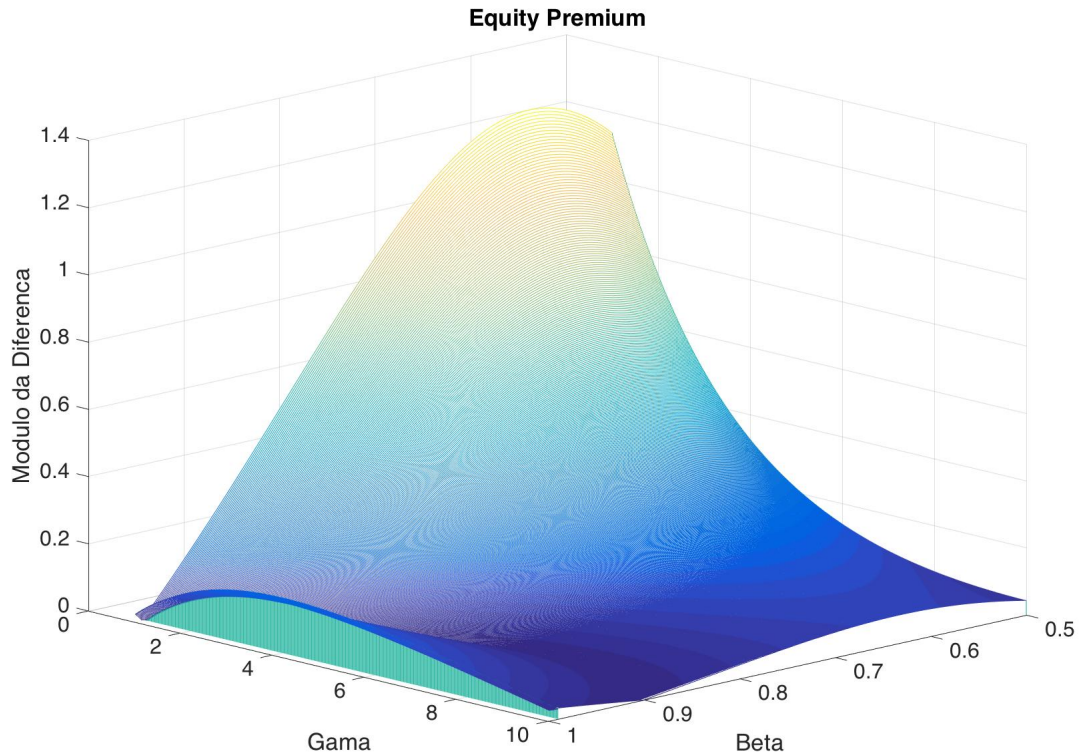
O retorno médio do IBOVESPA nestes anos foi de 17,47%, ao passo que a SELIC média<sup>1</sup> foi de 18,15%. Isto por si só já demonstra que há algo de patológico na série histórica brasileira: o retorno médio dos ativos arriscados fica abaixo do retorno médio daquela que seria a taxa livre de risco. Uma possível interpretação do que ocorreu é a de que no anos imediatamente posteriores ao Plano Real a SELIC teve de permanecer em patamares elevados a fim de compatibilizar a ancoragem do câmbio empregada pelo Banco Central no período. De fato, a partir de 1999, ano da flexibilização do regime cambial, a SELIC é deslocada para um patamar inferior ao que vigorava anteriormente e apresenta trajetória de queda, a não ser pelo ano de 2003, logo em seguida da eleição presidencial.

Portanto, o prêmio de risco (*equity premium*) associado à economia brasileira na janela de tempo em questão é de -0,69%. Os valores de  $\beta$  e  $\sigma$  utilizados variaram de 0.1 a 0.99 e de 1 a 10, respectivamente. Foram utilizados 500 pontos nas discretizações.

---

<sup>1</sup>Foram utilizados como observações anuais o valor da meta SELIC no último dia do ano e depois tomou-se um média aritmética.

Os valores  $(\beta, \sigma)$  que fizeram com o prêmio de risco simulado pelo modelo mais se aproximasse daquele encontrado nos dados foram  $(0.7944, 7.4208)$ . A diferença entre estas duas quantidades é da ordem de  $10^{-7}$ . O tempo total de execução do código é de menos de 8 segundos. Abaixo, uma parte da superfície gerada pelas combinações de  $(\beta, \sigma)$  e pelo módulo da diferença entre o prêmio de risco simulado e o prêmio de risco dos dados.



Com efeito, o valor ótimo de  $\sigma$  foge ligeiramente do intervalo mais aceito na literatura entre 1 e 5, aproximadamente, mas não chega a ser o caso em que precisamos ir até valores da ordem de grandeza de 50 para conseguir replicar o comportamento dos dados. Uma interpretação para a *inexistência* de um *puzzle* neste caso, em contraste com o trabalho de Mehra e Prescott para a economia americana, pode ser a de que o comportamento dos ativos de renda fixa no Brasil faz com que o prêmio de risco visto nos dados seja muito menor do que em outros países. Tal fato implica que o modelo não precisa de parâmetros extremos para replicar o diferencial de retornos.