Lista 1 - Macroeconomia III 2017

Professor: Ricardo Cavalcanti

Monitora: Kátia Alves

Alunos: Alexandre Machado e Raul Guarini

Exercício 1

Exercício 2

i) Seja a função $u(.)$ estritamente crescente. Isto implica que a restrição de recursos do planejador vale com igualdade em todo instante do tempo. Dada a parametrização escolhida, isto é equivalente a $\gamma > 0$. Daí, é verdade que

$$c_t = k_t^\alpha + (1-\delta)k_t - k_{t+1}$$

em todo período, já introduzindo o formato funcional da função de produção. Deste modo, o problema pode ser visto como a escolha da sequência ótima de capital:

$$\max_{\{k_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}} \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(k_t^\alpha + (1-\delta)k_t - k_{t+1}) \right\}$$

$$\text{s.a} \begin{cases} k_{t+1} \in [0, k_t^\alpha] \\ k_0 \text{ dado} \end{cases}$$

ii) A variável de estado relevante é o capital atual, sendo o consumo atual e o capital do próximo período as variáveis de controle. Entretanto, a restrição de recursos, ao valer com igualdade, nos permite lidar apenas com uma variável de controle, a saber, o capital do próximo período. Formulação recursiva:

$$V(k) = \max_{k'} \{u(k^\alpha + (1-\delta)k - k') + \beta V(k')\}$$

$$\text{s.a } k' \in [0, k^\alpha]$$

iii) O operador de Bellman nesse caso é dado por

$$T[V](k) = \max_{k'} \{u(k^\alpha + (1-\delta)k - k') + \beta V(k')\}$$

A solução do problema do consumidor consiste num ponto fixo deste operador.

iv) Código anexo.

v) O tamanho do grid utilizado para este exercício foi de 5000 pontos. O capital do estado estacionário calculado de maneira analítica é dado por

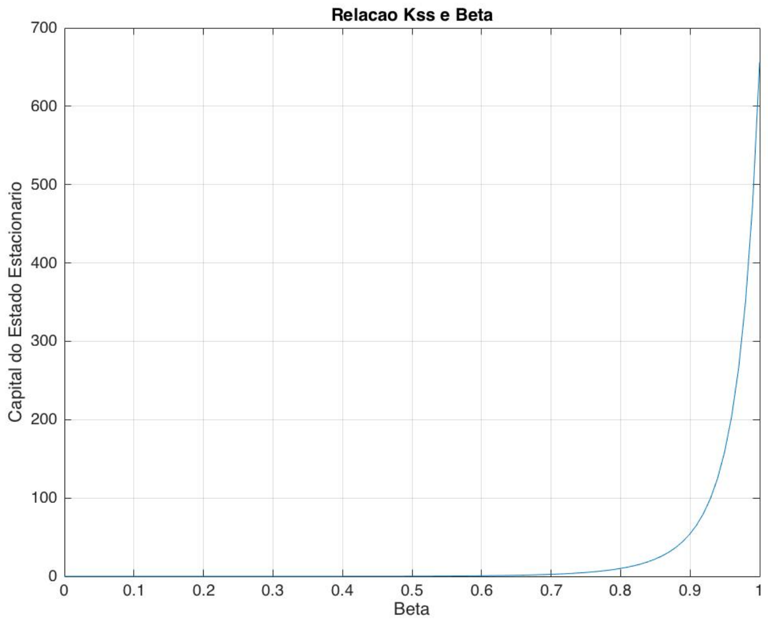
$$K_{ss} = \left[\frac{1}{\alpha} \left(\frac{1}{\beta} - 1 + \delta \right) \right]^{\frac{1}{\alpha - 1}}$$

Com os parâmetros dados, temos que $K_{ss} \approx 353.3$. Numericamente, começando em $K_0 = 2$ (bem longe do estado estacionário), encontramos os seguintes resultados:

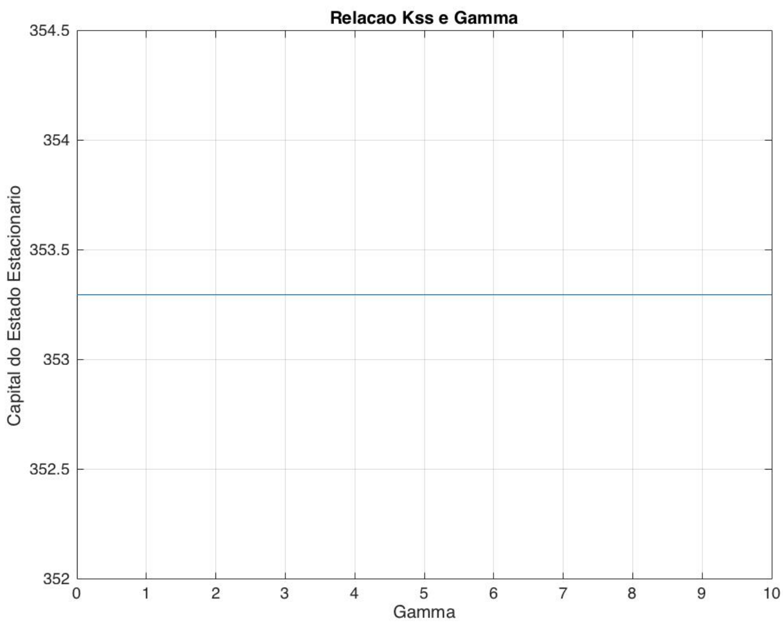
Variável	Valor Simulado
K_{ss}	352.5842
C_{ss}	25.4269
Y_{ss}	60.6854

vi) Neste modelo, a possibilidade de obter uma fórmula fechada para o nível de capital do estado estacionário nos permite antever que um aumento de β provoca um aumento em K_{ss}. A intuição é a de que se o agente representativo valoriza mais o futuro, algo traduzido matematicamente por um valor mais alto de β, então poupará mais e consumirá menos, padrão de comportamento este que viabiliza um nível de capital mais elevado no estado estacionário.

Com efeito, tomamos 100 valores diferentes para o parâmetro β entre zero e 1 e calculamos numericamente qual seria o K_{ss} encontrado, ainda utilizando os valores dados no enunciado para os outros parâmetros. A seguir, o gráfico que ilustra esta relação e confirma nossa intuição:



vii) Como vemos, o parâmetro *gamma* não afeta o *nível* do capital no estado estacionário. A razão para isso é que como os consumos serão os mesmos, as utilidades marginais serão as mesmas, sem depender da curvatura da função utilidade. Mais uma vez, o exercício numérico confirma nossa intuição:



Exercício 3

i) O problema do planejador consiste em:

$$\max_{\{c_t,k_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}} \mathbb{E}_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t) \right\}$$

$$\text{s.a} \begin{cases} c_t + k_{t+1} \leq (1-\delta)k_t + z_t k_t^{\alpha}, & \forall t \geq 0 \\ k_0 \text{ dado} \end{cases}$$

ii) A hipótese de que a função utilidade é estritamente crescente nos permite utilizar a restrição orçamentária com igualdade. Além disso, as variáveis de estado da economia são o capital atual e o estado atual da TFP. A única variável de escolha é o capital do próximo período, que determinará o consumo atual através da restrição orçamentária. A equação funcional enfrentada pelo planejador é dada por:

$$V(k,z) = \max_{k'}\{u(zk^{\alpha} + (1-\delta)k - k') + \beta\mathbb{E}(V(k',z')|z)\}, \quad \text{onde}$$

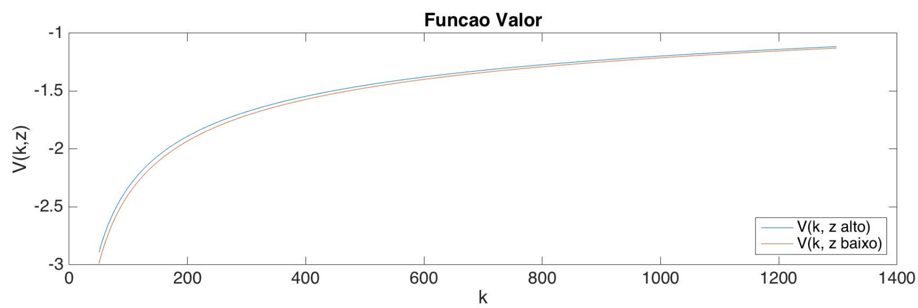
$$\mathbb{E}(V(k',z')|z)\} = \mathbb{P}(z' = \bar{z}|z)V(k',\bar{z}) + \mathbb{P}(z' = \underline{z}|z)V(k',\underline{z})$$

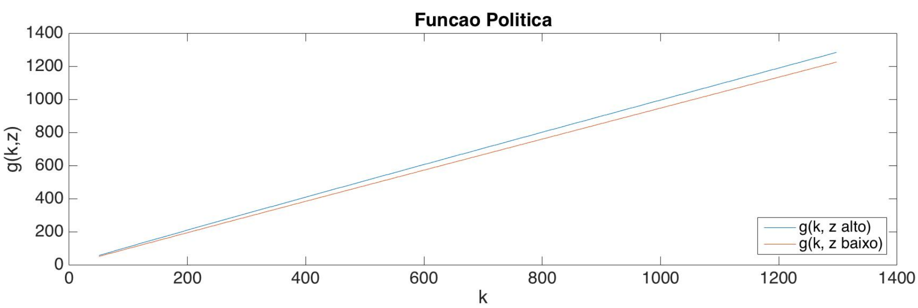
iii) O operador de Bellman nesse caso é dado por:

$$T[V](k,z) = \max_{k'}\{u(zk^{\alpha} + (1-\delta)k - k') + \beta\mathbb{E}(V(k',z')|z)\}$$

iv) Código anexo.

v) Reportando as funções valor e política do problema:





Exercício 4

Facultativo.

Exercício 5

Para este exercício numérico, utilizamos como parâmetro de convergência o valor $\epsilon = 10^{-3}$ e como condição inicial o vetor nulo.

a) Pelo método de Jacobi, foram necessárias 7 iterações:

Iteração	$\mathbf{x}$
1	$(-0.2000, 0.2222, -0.4286)$
2	$(0.1460, 0.2032, -0.5175)$
3	$(0.1917, 0.3284, -0.4159)$
4	$(0.1809, 0.3323, -0.4207)$
5	$(0.1854, 0.3293, -0.4244)$
6	$(0.1863, 0.3312, -0.4226)$
7	$(0.1861, 0.3313, -0.4226)$

b) O método de eliminação de Gauss encontra perfeitamente a solução, dada por $\mathbf{x} = (0.1861, 0.3312, -0.4227)$. As iterações estão dispostas no código.

Exercício 6

a) Continuamos utilizando a mesma condição inicial e parâmetro de convergência do item anterior. As iterações estão reportadas no próprio código. Notamos que nesse caso o método de Jacobi falha, apesar da solução estar bem definida uma vez que a matriz A é não-singular. De fato, não temos uma matriz em que a diagonal principal seja dominante, uma condição suficiente usual para a convergência do método de Jacobi. A saber, a solução é $\mathbf{x} = (1, 1)$. O algoritmo gera valores de $\mathbf{x}$ arbitrariamente grandes.

b) Tentamos com a condição de inicial $(-3, 1)$ e obtivemos a mesma solução explosiva.

c) Solução encontrada pelo método de eliminação de Gauss: $\mathbf{x} = (1, 1)$.

Exercício 7