微积分.　　　　10.3

一、重要公式

1. 二项展开式 $(a+b)^n=a^n+C_n^1a^{n-1}b+C_n^2a^{n-2}b^2+\cdots+b^n$

2. 均值不等式 $\sqrt[n]{a_1a_2\cdots a_n}\le\frac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n}$

3. Cauchy 不等式 $(a_1b_1+\cdots+a_nb_n)^2\le(a_1^2+\cdots+a_n^2)(b_1^2+\cdots+b_n^2)$

等号在 $(a_1,a_2,\cdots,a_n)$ 和 $(b_1,b_2,\cdots b_n)$ 成比例时成立.(柯西)

4. Bernoulli(伯努利)不等式 $(1+a_1)(1+a_2)\cdots(1+a_n)\ge1+a_1+a_2+\cdots+a_n$

5. 和差化积公式 $\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$ (帅+帅=2帅哥)

$\cos x=\frac{1-\tan^2\frac{x}{2}}{1+\tan^2\frac{x}{2}}$　　$\sin\alpha-\sin\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$ (帅-帅=2哥帅)

$\sin x=\frac{2\tan\frac{x}{2}}{1+\tan^2\frac{x}{2}}$　　$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$ (哥+哥=2哥哥)

$\cos3x=4\cos^3x-3\cos x$　　$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$ (哥-哥=负嫂嫂)

6. 积化和差公式 $\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)]$

$\cos\alpha\sin\beta=\frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)]$

$\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)]$

$\sin\alpha\sin\beta=-\frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta)]$

7. 二角和差公式: $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

8. 求导公式

$(x^n)'=nx^{n-1}$　　$(x)'=1$　　$(e^x)'=e^x$

$(a^x)'=a^x\ln a$　　$(\ln x)'=\frac{1}{x}$　　$(\log_a x)'=\frac{1}{x\ln a}$

9. $a^n-b^n=(a-b)(a^{n-1}+a^{n-2}b+\cdots+b^{n-1})$

$f^{-1}[f(x)]=x$

$f[f^{-1}(x)]=x$

扫描全能王 创建

二. 记号与约定.

1. f 的反函数 f^{-1}

2. $f(x)$ 在点 a 的右极限 $f(a^+)=\lim\limits_{x\to a^+}f(x)$

$f(x)$ 在点 a 的左极限 $f(a^-)=\lim\limits_{x\to a^-}f(x)$

3. $f(x)$ 在点 a 的右导数 $f'_+(a)$

$f(x)$ 在点 a 的左导数 $f'_-(a)$

4. 实数集 A 的上确界 (最小的上界) $\sup A$

实数集 A 的下确界 (最大的下界) $\inf A$

5. n 的阶乘 $n!$ $(3!=3\cdot2\cdot1 \quad 0!=1)$

n 的双阶乘 $n!!$ $(5!!=5\cdot3\cdot1,\ 6!!=6\cdot4\cdot2)$

6. $C_n^k=\frac{n\cdot(n-1)}{k\cdot(k-1)}$

7. 余切函数 $\cot x=\frac{1}{\tan x}$

正割函数 $\sec x=\frac{1}{\cos x}$

余割函数 $\csc x=\frac{1}{\sin x}$

双曲正弦函数 $\sinh x=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$

双曲余弦函数 $\cosh x=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$

$\sinh(x\pm y)=\sinh x\cosh y\pm\cosh x\sinh y$

$\cosh(x\pm y)=\cosh x\cosh y\pm\sinh x\sinh y$

$\sinh 2x=2\sinh x\cosh x$, $\cosh 2x=2\cosh^2 x-1$

$\cosh^2 x-\sinh^2 x=1$

扫描全能王 创建

① $x^3+y^3+z^3-3xyz=(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-xz)$

② $(\tan x)'=\frac{1}{\cos^2 x}$ $(\cot x)'=-\frac{1}{\sin^2 x}$

$(\sec x)'=\sec x\tan x$ $(\csc x)'=-\csc x\cot x$

$(\arcsin x)'=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}=-(\arccos x)'$

$(\arctan x)'=\frac{1}{1+x^2}=-(\text{arccot}\, x)'$

$\left(\frac{1}{\cos^2 x}=1+\tan^2 x\right)$ $\frac{1}{\tan^2 x}=\frac{1}{\sin^2 x}-1$

$(\sinh x)'=\cosh x$

$(\cosh x)'=\sinh x$

③ 求极限有关的公式与规则

$\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt[n]{a}=1\quad(a>0)$

$\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt[n]{n}=1$

$\lim\limits_{n\to+\infty}n^{-\alpha}=0\quad(\alpha>0)$

$\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt[n]{a^n+b^n}=\max\{a,b\}$

$\lim\limits_{n\to+\infty}(1+\frac{1}{n})^n=e$

$\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin x}{x}=1$

$\lim\limits_{x\to0}\frac{\ln(1+x)}{x}=1$

$\lim\limits_{x\to0}\frac{a^x-1}{x}=\ln a$

$\lim\limits_{x\to0}\frac{(1+x)^\alpha-1}{x}=\alpha$

$\lim\limits_{n\to+\infty}(\alpha x_n+\beta y_n)=\alpha\lim\limits_{n\to+\infty}x_n+\beta\lim\limits_{n\to+\infty}y_n$

$\lim\limits_{n\to+\infty}x_n y_n=\lim\limits_{n\to+\infty}x_n\lim\limits_{n\to+\infty}y_n$

$\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{x_n}{y_n}=\frac{\lim\limits_{n\to+\infty}x_n}{\lim\limits_{n\to+\infty}y_n}$

$\lim\sqrt[n]{f(x)}=\sqrt[n]{\lim f(x)}$

$\lim\limits_{t\to c}f(g(t))=f(\lim\limits_{t\to c}g(t))$

$1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

$1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3=\frac{n^2(n+1)^2}{4}$

扫描全能王 创建