机器学习复习7

2022年7月7日 星期四 21:33

混合高斯模型和EM算法初步

- 从 K 个类别中按多项式分布抽取一个 $z^{(i)}$

  模型中有三个变量：ϕ，μ 和 Σ

  对数似然有：$\ell(\phi,\mu,\Sigma)=\sum_{i=1}^{m}\log P(x^{(i)};\phi,\mu,\Sigma)$

  $$=\sum_{i=1}^{m}\log\sum_{z^{(i)}=1}^{k}P(x^{(i)}|z^{(i)};\mu,\Sigma)P(z^{(i)};\phi)$$

求导得：

$$\begin{cases}\phi_j=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}1\{z^{(i)}=j\}\\ \mu_j=\frac{\sum_{i=1}^{m}1\{z^{(i)}=j\}x^{(i)}}{\sum_{i=1}^{m}1\{z^{(i)}=j\}}\\ \Sigma_j=\frac{\sum_{i=1}^{m}1\{z^{(i)}=j\}(x^{(i)}-\mu_j)(x^{(i)}-\mu_j)^T}{\sum_{i=1}^{m}1\{z^{(i)}=j\}}\end{cases}$$

ϕ_j 是样本类别中 $z^{(i)}=j$ 的比率。

μ_j 是类别为 j 的样本特征均值，

Σ_j 为类别为 j 的协方差矩阵.

更新方式：

$$\phi_j:=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}w_j^{(i)}$$

$$\mu_j:=\frac{\sum_{i=1}^{m}w_j^{(i)}x^{(i)}}{\sum_{i=1}^{m}w_j^{(i)}}$$

$$\Sigma_j:=\frac{\sum_{i=1}^{m}w_j^{(i)}(x^{(i)}-\mu_j)(x^{(i)}-\mu_j)^T}{\sum_{i=1}^{m}w_j^{(i)}}$$