机器学习复习2

2022年7月6日 星期三 12:11

判别模型，生成模型 & 朴素贝叶斯方法

- 贝叶斯公式：$P(y|x) = \frac{P(x|y)P(y)}{P(x)}$ [根据特征值求结果]

故 $\Rightarrow \arg\max_y P(y|x) = \arg\max_y \frac{P(x|y)P(y)}{P(x)}$

$= \arg\max_x P(x|y)P(y)$

arg max $f(x,y)$：当 $f(x,y)$ 取 max 时，x，y 的取值.

- 高斯判别分析

1) 多值正态分布：将 μ 化为向量，σ 变成矩阵 Σ

记为：$N(\mu, \Sigma)$

$\Sigma_{ii} = Var(x_i)$ $\Sigma_{ij} = cov(x_i, x_j)$

概率密度函数：$p(x;\mu,\Sigma) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}|\Sigma|^{\frac{1}{2}}} \exp(-\frac{1}{2}(x-\mu)^T\Sigma^{-1}(x-\mu))$

$|\Sigma|$ 为 Σ 的行列式，Σ 为 cov 矩阵，且为对称半正定的！

2) model analysis & application.

$y \sim$ Bernoulli(ϕ)

$x|y=0 \sim N(\mu_0, \Sigma)$

$x|y=1 \sim N(\mu_1, \Sigma)$

$P(y) = \phi^y(1-\phi)^{1-y}$

$\Rightarrow$

$$\begin{cases} \phi = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} 1\{y^{(i)}=1\} \\ \mu_0 = \frac{\sum_{i=1}^{m} 1\{y^{(i)}=0\}x^{(i)}}{\sum_{i=1}^{m} 1\{y^{(i)}=0\}} \\ \mu_1 = \frac{\sum_{i=1}^{m} 1\{y^{(i)}=1\}x^{(i)}}{\sum_{i=1}^{m} 1\{y^{(i)}=1\}} \\ \Sigma = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(x^{(i)}-\mu_{y^{(i)}})(x^{(i)}-\mu_{y^{(i)}})^T \end{cases}$$

ϕ 为训练样本中 $y=1$ 占有比例

μ_0 为 $y=0$ 的样本中特征均值

μ_1 为 $y=1$ 的样本中特征均值

Σ 为样本特征方差均值.

3) Gauss 判别 versus Logistic Regression

$\Rightarrow$ 若 $P(x|y)$ 符合多元 Gauss，则 $P(x|y)$ 符合 Logistic 回归

?
- 朴素贝叶斯模型

example: classify the letters and tell whether it's spam or not spam.

如果邮件中有 "a"，"buy"，没有出现 "aardvark"，"aardwolf" 和 "zygmurgy"

则有：

$$x = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{a} \\ \text{aardvark} \\ \text{aardwolf} \\ \vdots \\ \text{buy} \\ \vdots \\ \text{zygmurgy} \end{matrix}$$

$\Rightarrow$ 若 dictionary 中有 5000 词，则 x 为 5000 dimension. 建立二项分布模型，则 P_i 有 2^{5000} 个情况，不便于建模…

// 贝叶斯假设：任何字典中的词 (attribute) 相互独立…

最大似然估计：$\mathcal{L}(\phi_y, \phi_{i|y=0}, \phi_{i|y=1}) = \prod_{i=1}^{m} P(x^{(i)}, y^{(i)})$

$P(x_1 \dots x_{50000}|y) = \prod_{i=1}^{n} p(x_i|y)$

$\phi_{i|y=1} = P(x_i=1|y=1)$，$\phi_{i|y=0} = P(x_i=0|y=1)$，$\phi_y = P(y=1)$

…

- 拉普拉斯平滑.

$\phi_{35000|y=1} = \frac{\sum_{i=1}^{m} 1\{x_{35000}^{(i)}=1 \wedge y^{(i)}=1\}}{\sum_{i=1}^{m} 1\{y^{(i)}=1\}} = 0$

$\phi_{35000|y=0} = \frac{\sum_{i=1}^{m} 1\{x_{35000}^{(i)}=1 \wedge y^{(i)}=0\}}{\sum_{i=1}^{m} 1\{y^{(i)}=0\}} = 0$

$\phi_j = \frac{\sum_{i=1}^{m} 1\{z^{(i)}=j\}+1}{m+k}$

?
- 文本分类的事件模型

一个词是否出现：$P(x_i|y)$

$P(y)\prod_{i=1}^{n} P(x_i|y)$；whether the mail should be spam?

…