

# 复变函数与积分变换第一章

2022年8月28日 星期日

15:10

## 第一章

### "复数与复变函数"

#### S1.1 复数

$$\operatorname{Re} z = \frac{1}{2}(z + \bar{z})$$

$$\operatorname{Im} z = \frac{1}{2i}(z - \bar{z})$$

#### S1.2 复数的三角表示

- 1°  $\operatorname{Arg} z$  与  $\arg z$  的含义 (角度为复平面中与实轴正半轴的夹角, 和高  
中定义保持一致)  
↓  
无限角      在  $[-\pi, \pi]$  之内角

2° 不等式:  $||z_1| - |z_2|| \leq |z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$

- 3° 复数的乘方与开方 (棣莫弗...)

$$z^n = r^n (\cos n\theta + i \sin n\theta)$$

$$w = r^{\frac{1}{n}} \left[ \cos\left(\frac{1}{n}(\theta + 2k\pi)\right) + i \sin\left(\frac{1}{n}(\theta + 2k\pi)\right) \right]$$

注意, 这里的  $2k\pi$  就说明了结果的多值性.

#### S1.3 平面点集

集合曲线均按正常的图像思考即可!

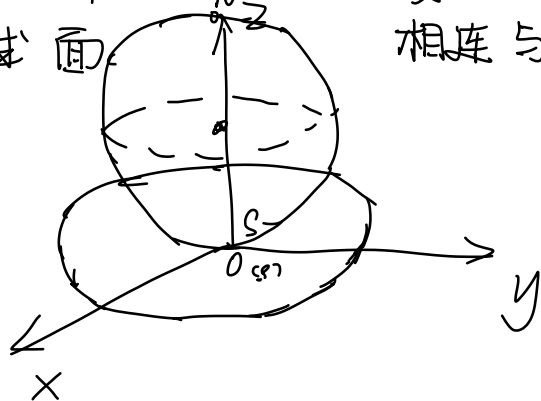
可用参数方程代换:  $z = a(\cos t + i \sin t)$

$$[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 \neq 0$$

。没有重点的曲线被称为简单曲线或若尔当(Jordan)曲线

#### S1.4 无穷大与复球面

$M < |z| < +\infty$  复平面上一点与球的一个端点  $N$   
复球面 相连与球面的交点.



#### S1.5 复变函数

$$w = f(z) = u + iv$$

$$= u(x, y) + i v(x, y)$$

指自变量为复数的函数:  $w = f(z): \begin{cases} w = u + vi \\ z = x + yi \end{cases}$

二元实变函数:  $\begin{cases} u = f(x, y) \\ v = g(x, y) \end{cases}$

复变函数的极限:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(z) \pm g(z)] = A \pm B \quad \lim_{x \rightarrow x_0} f(z) \cdot g(z) = AB$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(z)}{g(z)} = \frac{A}{B} \quad (B \neq 0)$$