信号与系统第八章

2022年11月8日 星期二 09:02

第八章：Z变换

① Z变换与其DTFT的关系：$X(z)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x[n]z^{-n}$ $x[n]=\sum_{n=0}^{\infty}X(z)z^{n-1}$?

$X(z)=X(re^{j\omega})^{-n}=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\{x[n]r^{-n}\}e^{-j\omega n}$

这里也指 Laurent 级数

② 反Z变换：将 $X(z)=\sum_{i=1}^{m}\frac{A_i}{1-a_iz^{-1}}$ 即 $X(z)=\sum_{i=1}^{m}\frac{A_iz}{z-a_i}$

利用变换对：$A_ia_i^nu[n]\xleftrightarrow{ZT}\frac{A_i}{1-a_iz^{-1}}$ & $-A_ia_i^nu[-n-1]\xleftrightarrow{ZT}\frac{A_i}{1-a_iz^{-1}}$

③ 围线积分法：

$x[n]=\frac{1}{2\pi j}\oint_c X(z)\cdot z^{n-1}dz$，$x[n]=\sum_i Res[X(z)z^{n-1},p_i]$

④ 性质：

1. 线性：$ax_1[n]+bx_2[n]\xleftrightarrow{ZT}aX_1(z)+bX_2(z)$
2. 时移：$x[n-n_0]\xleftrightarrow{ZT}z^{-n_0}X(z)$
3. Z域尺度变换：$z_0^nx[n]\xleftrightarrow{ZT}X(\frac{z}{z_0})$
4. 时域反转：$x[-n]\xleftrightarrow{ZT}X(\frac{1}{z})$
5. 时域扩展：$x_{(k)}[n]=\begin{cases}x[\frac{n}{k}]\\0\end{cases}$，则 $x_{(k)}[n]\xleftrightarrow{ZT}X(z^k)$
6. 共轭：$x^*[n]\xleftrightarrow{ZT}X^*(z^*)$
7. 时域卷积：$x_1[n]*x_2[n]\xleftrightarrow{ZT}X_1(z)\cdot X_2(z)$
8. Z域微分：$nx[n]\xleftrightarrow{ZT}-z\frac{dX(z)}{dz}$
9. 初值定理：若 $x[n]=0\ (n<0时)$，则 $x[0]=\lim_{z\to\infty}X(z)$
10. 终值定理：$\lim_{n\to\infty}x[n]=\lim_{z\to1}(z-1)X(z)$

⑤ 相关应用