

一、填空题

1. 极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 1}} \frac{2 - \sqrt{xy + 4}}{xy} = \underline{\hspace{2cm}}$.
2. 函数 $z = x^3 + y^3 - 3xy$ 在点 $\underline{\hspace{2cm}}$ 处有极 $\underline{\hspace{1cm}}$ 值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
3. 函数 $u = x + y^2 + z^3$ 在点 $(1, 1, 1)$ 处沿方向 $\vec{l} = \{-2, 2, 1\}$ 的方向导数为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
4. 设 $z = f(xy, \frac{y}{x})$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} = \underline{\hspace{2cm}}$, $\frac{\partial z}{\partial y} = \underline{\hspace{2cm}}$.
5. 改变二次积分 $I = \int_{-1}^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$ 的积分次序, 则 $I = \underline{\hspace{2cm}}$.
6. 用柱面坐标化三重积分 $I = \iiint_{\Omega} f(x, y, z) dv$ 为三次积分, 其中 Ω 为 $z = x^2 + y^2$ 和 $z = 2 - x^2 - y^2$ 所围区间, 则 $I = \underline{\hspace{2cm}}$.
7. 设有一曲面 Σ , 密度为连续函数 $\rho(x, y, z)$, 则 Σ 绕 x 轴的转动惯量可用曲面积分表示为 $I_x = \underline{\hspace{2cm}}$.
8. 设 L 为曲线 $y = x^2$ 从 $(0, 0)$ 到 $(1, 1)$ 的一段弧, 则 $I = \int_L x ds = \underline{\hspace{2cm}}$.
9. 设向量场 $\vec{A} = (2x - y)\vec{i} + (3x - z)\vec{j} + (y - x)\vec{k}$, 则其旋度 $\text{rot } \vec{A}$ 为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
10. 设向量场 $\vec{A} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, Σ 为平面 $x = 0, y = 0, z = 0, x + y + 2z = 2a$ 所围立体的表面的外侧, 则 \vec{A} 穿过 Σ 指定侧的通量为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
11. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{(n+1)} \frac{(x-1)^n}{n}$ 的收敛区间为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
12. 将函数 $f(x) = \lg x$ 展开成 $(x-1)$ 的幂级数, 则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

二、求曲线 $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 6 \end{cases}$ 在点 $(-1, 1, 2)$ 处的切线和法平面方程.

三、求第二类曲线积分 $I = \int_L (2xy^3 - y^2 \cos x) dx + (1 - 2y \sin x + 3x^2 y^2) dy$, 其中 L 为在抛物线 $2x = \pi y^2$ 上由点 $(0, 0)$ 到点 $(\frac{\pi}{2}, 1)$ 的一段弧.

四、计算第一类曲面积分 $I = \iint_{\Sigma} z^2 dS$, 其中 Σ 是曲面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 及平面 $z = 2$ 所围区域的整个边界曲面.

五、计算第二类曲面积分 $I = \iint_{\Sigma} z dx dy + dy dz$, 其中 Σ 是曲面 $z = x^2 + y^2$, $z = 1$

所围区域的外侧在 $x \geq 0, y \geq 0$ 的部分.

六、求级数 $2019 + x + 2x^2 + 3x^3 + \cdots + nx^n + \cdots$ 的和函数 ($|x| < 1$).

七、将函数 $f(x) = x, (0 \leq x \leq 2)$ 展开成正弦级数, 并利用其结果求级数

$1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \cdots$ 的和.