积分的奇偶对称性

----定积分、二重积分、三重积分、
第一类曲线积分、第一类曲面积分

01 定积分的奇偶对称性

设$f \in C[-a,a]$,

(1)若$f(x)$为奇函数，则$\int_{-a}^{a} f(x)dx = 0$;

(2)若$f(x)$为偶函数，则$\int_{-a}^{a} f(x)dx = 2\int_{0}^{a} f(x)dx$.

02 二重积分的奇偶对称性

设$f(x,y)$在有界闭区域D上连续,

$D=D_1+D_2, D_1, D_2$关于y轴对称,

(1)若$f(x,y)$关于x为奇函数，即$f(-x,y)=-f(x,y)$,

则$\iint\limits_D f(x,y)dxdy=0;$

(2)若$f(x,y)$关于x为偶函数，即$f(-x,y)=f(x,y)$,

则$\iint\limits_D f(x,y)dxdy=2\iint\limits_{D_1} f(x,y)dxdy.$

02 二重积分的奇偶对称性

设$f(x,y)$在有界闭区域D上连续,

$D=D_1+D_2, D_1, D_2$关于x轴对称,

(3)若$f(x,y)$关于y为奇函数，即$f(x,-y)=-f(x,y)$,

则$\iint\limits_{D} f(x,y)dxdy=0;$

(4)若$f(x,y)$关于y为偶函数，即$f(x,-y)=f(x,y)$,

则$\iint\limits_{D} f(x,y)dxdy=2\iint\limits_{D_1} f(x,y)dxdy.$

03 三重积分的奇偶对称性

设$f(x,y,z)$在有界闭区域Ω上连续，

$\Omega=\Omega_1+\Omega_2$,Ω_1,Ω_2关于xoy面对称，

(1)若$f(x,y,z)$关于z为奇函数，即$f(x,y,-z)=-f(x,y,z)$，

则$\iiint\limits_{\Omega} f(x,y,z)dxdydz=0$;

(2)若$f(x,y,z)$关于z为偶函数，即$f(x,y,-z)=f(x,y,z)$，

则$\iiint\limits_{\Omega} f(x,y,z)dxdydz=2\iiint\limits_{\Omega_1} f(x,y,z)dxdydz$;

03 三重积分的奇偶对称性

设$f(x,y,z)$在有界闭区域Ω上连续,

$\Omega=\Omega_1+\Omega_2$,Ω_1,Ω_2关于yoz面对称,

(3)若$f(x,y,z)$关于x为奇函数，即$f(-x,y,z)=-f(x,y,z)$,

则$\iiint\limits_{\Omega} f(x,y,z)dxdydz=0$;

(4)若$f(x,y,z)$关于x为偶函数，即$f(-x,y,z)=f(x,y,z)$,

则$\iiint\limits_{\Omega} f(x,y,z)dxdydz=2\iiint\limits_{\Omega_1} f(x,y,z)dxdydz$;

03 三重积分的奇偶对称性

设$f(x,y,z)$在有界闭区域Ω上连续，

$\Omega=\Omega_1+\Omega_2$，Ω_1,Ω_2关于zox面对称，

(5)若$f(x,y,z)$关于y为奇函数，即$f(x,-y,z)=-f(x,y,z)$，

则$\iiint\limits_{\Omega} f(x,y,z)dxdydz=0$;

(6)若$f(x,y,z)$关于y为偶函数，即$f(x,-y,z)=f(x,y,z)$，

则$\iiint\limits_{\Omega} f(x,y,z)dxdydz=2\iiint\limits_{\Omega_1} f(x,y,z)dxdydz$;

04 第一类曲线积分的奇偶对称性

设$f(x,y)$在平面曲线L上连续，

$L=L_1+L_2, L_1, L_2$关于y轴对称，

(1)若$f(x,y)$关于x为奇函数，即$f(-x,y)=-f(x,y)$，

则$\int_L f(x,y)ds=0$;

(2)若$f(x,y)$关于x为偶函数，即$f(-x,y)=f(x,y)$，

则$\int_L f(x,y)ds=2\int_{L_1} f(x,y)ds.$

04 第一类曲线积分的奇偶对称性

设$f(x,y)$在平面曲线L上连续,

$L=L_1+L_2, L_1, L_2$关于x轴对称,

(3)若$f(x,y)$关于y为奇函数，即$f(x,-y)=-f(x,y)$,

则$\int_L f(x,y)ds=0$;

(4)若$f(x,y)$关于y为偶函数，即$f(x,-y)=f(x,y)$,

则$\int_L f(x,y)ds=2\int_{L_1} f(x,y)ds$.

05 第一类曲面积分的奇偶对称性

设$f(x,y,z)$在曲面Σ上连续，

$\Sigma=\Sigma_1+\Sigma_2$，Σ_1,Σ_2关于xoy面对称，

(1)若$f(x,y,z)$关于z为奇函数，即$f(x,y,-z)=-f(x,y,z)$，

则$\iint\limits_{\Sigma} f(x,y,z)dS=0$；

(2)若$f(x,y,z)$关于z为偶函数，即$f(x,y,-z)=f(x,y,z)$，

则$\iint\limits_{\Sigma} f(x,y,z)dS=2\iint\limits_{\Sigma_1} f(x,y,z)dS$.

05 第一类曲面积分的奇偶对称性

设$f(x,y,z)$在曲面Σ上连续，

$\Sigma=\Sigma_1+\Sigma_2$，Σ_1,Σ_2关于yoz面对称，

(3)若$f(x,y,z)$关于x为奇函数，即$f(-x,y,z)=-f(x,y,z)$，

则$\iint\limits_{\Sigma} f(x,y,z)dS=0$；

(4)若$f(x,y,z)$关于x为偶函数，即$f(-x,y,z)=f(x,y,z)$，

则$\iint\limits_{\Sigma} f(x,y,z)dS=2\iint\limits_{\Sigma_1} f(x,y,z)dS$.

05 第一类曲面积分的奇偶对称性

设$f(x,y,z)$在曲面Σ上连续，

$\Sigma=\Sigma_1+\Sigma_2$，Σ_1,Σ_2关于zox面对称，

(5)若$f(x,y,z)$关于y为奇函数，即$f(x,-y,z)=-f(x,y,z)$，

则$\iint\limits_{\Sigma} f(x,y,z)dS=0$;

(6)若$f(x,y,z)$关于y为偶函数，即$f(x,-y,z)=f(x,y,z)$，

则$\iint\limits_{\Sigma} f(x,y,z)dS=2\iint\limits_{\Sigma_1} f(x,y,z)dS$.