分配格

定义13.7 设$<L,\wedge,\vee>$是格. $\forall a,b,c \in L$有

$$a\wedge(b\vee c)=(a\wedge b)\vee(a\wedge c)$$

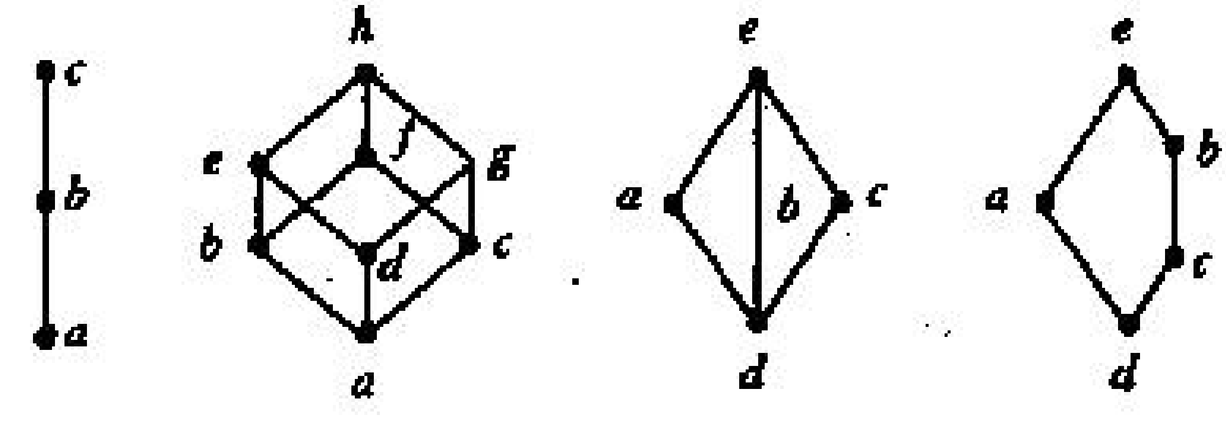
$$a\vee(b\wedge c)=(a\vee b)\wedge(a\vee c)$$

成立,则称L为分配格.

举例:

幂集格$<P(A),\cup,\cap>$是分配格

图中(1)、(2)、(3)、(4)是分配格吗？



(1) (2) (3) (4)

(3)$a\wedge(b\vee c)=a\wedge e=a$

$(a\wedge b)\vee(a\wedge c)=d\vee d=d$

(4)$b\wedge(a\vee c)=b\wedge e=b$

$(b\wedge a)\vee(b\wedge c)=d\vee c=c.$

分配格的判别方法：

定理11.5 设<L,≤>为分配格,当且仅当L中不含有与钻石格或者五角格同构的子格。

全上界、全下界

定义13. 8 若在格$<L,\wedge,\vee>$中存在一个元素a,$\forall b\in L$, $a\le b$或($b\le a$),则称a为格L的全下界(或全上界)

定义13. 9 对于一个格L,全下界如果存在,则是唯一的,记为0.同样地,若全上界存在,则也是唯一的,记为1,具有全上界和全下界的格称为有界格,记作$<L,\wedge,\vee,0,1>$

补元

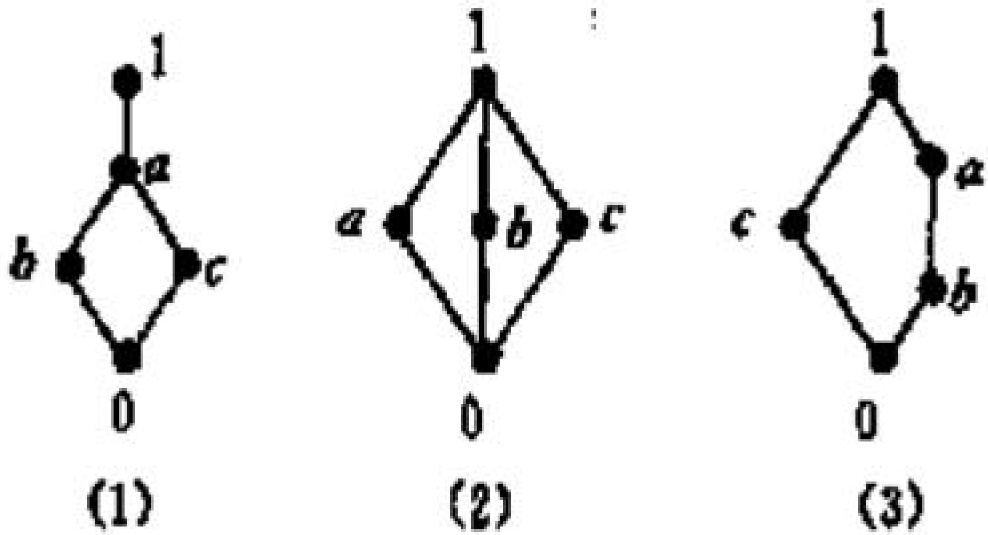
定义13.10 设$\langle L,\wedge,\vee,0,1\rangle$是有界格$\forall a\in L$,若存在$b\in L$使得$a\wedge b=0, a\vee b=1$,则称b为a的补元.

举例：

幂集格$\langle P(A),\cup,\cap\rangle$是格

问题1：该代数系统中0,1分别是什么？

问题2：补元指什么呢？



(1)的a,b,c都不存在补元,0与1互为补元.

(2)的a,b,c中任意两个都互为补元, 0与1互为补元.

(3)中a和b的补元都是c,而c的补元是a和b,0与1互为补元.

注：补元有可能存在也有可能不存在，存在也也不一定唯一.

有补格

定义13. 11 如果格中每个元素都至少有一个补元,则称这个格为有补格.

上例中，(2),(3)是有补格,而(1)不是.

对分配格L来说,如果a∈L有补元,则一定有唯一的补元,a’.