



7.2 二元关系

引言

关系是各个对象之间的联系和对应，这部分是关系数据库的理论基础；

如，职员——部门（隶属关系）；学生——学号（对应关系）
也有三组或更多对象之间的关系

如，供应商——工程——零件（供应关系）

我们可以采用二元组或多元组的集合来表示关系

如， $ED = \{ \langle \text{张三}, \text{人事部} \rangle, \langle \text{李四}, \text{销售部} \rangle, \langle \text{王五}, \text{技术部} \rangle \}$

$SPJ = \{ \langle \text{公司甲}, \text{大楼}, \text{水泥} \rangle, \langle \text{公司乙}, \text{大楼}, \text{钢筋} \rangle, \langle \text{公司甲}, \text{公路}, \text{水泥} \rangle, \langle \text{公司丙}, \text{公路}, \text{沥青} \rangle \}$

本节主要研究二元关系

7.2 二元关系

定义7.3 如果一个集合满足以下条件之一：

(1) 集合非空, 且它的元素都是有序对

(2) 集合是空集

则称该集合为一个**二元关系**, 简称为关系, 记作 R .

如果 $\langle x, y \rangle \in R$, 可记作 xRy ; 如果 $\langle x, y \rangle \notin R$, 则记作 $x \nmid R y$

实例: $R = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle a, b \rangle\}$, $S = \{\langle 1, 2 \rangle, a, b\}$.

R 是二元关系, 当 a, b 不是有序对时, S 不是二元关系

根据上面的记法, 可以写 $1R2$, aRb , $a \nmid Rc$ 等.

A 到 B 的关系与 A 上的关系

定义7.4

设 A, B 为集合, $A \times B$ 的任何子集所定义的二元关系叫做从 A 到 B 的二元关系, 当 $A=B$ 时则叫做 A 上的二元关系.

例3 $A=\{0,1\}, B=\{1,2,3\}$, 那么

$$R_1=\{<0,2>\}, R_2=A \times B, R_3=\emptyset, R_4=\{<0,1>\}$$

R_1, R_2, R_3, R_4 是从 A 到 B 的二元关系,

R_3 和 R_4 也是 A 上的二元关系.

计数: $|A|=n, |A \times A|=n^2, A \times A$ 的子集有个. 所以 A 上有 2^{n^2} 个不同的二元关系.

例如 $|A|=3$, 则 A 上有=512个不同的二元关系.

A 上重要关系的实例

定义7.5 设 A 为集合,

(1) \emptyset 是 A 上的关系, 称为**空关系**

(2) **全域关系** $E_A = \{ \langle x, y \rangle \mid x \in A \wedge y \in A \} = A \times A$

恒等关系 $I_A = \{ \langle x, x \rangle \mid x \in A \}$

小于等于关系 $L_A = \{ \langle x, y \rangle \mid x, y \in A \wedge x \leq y \}$, A 为实数子集

整除关系 $D_B = \{ \langle x, y \rangle \mid x, y \in B \wedge x \text{ 整除 } y \}$, A 为非0整数子集

包含关系 $R_{\subseteq} = \{ \langle x, y \rangle \mid x, y \in A \wedge x \subseteq y \}$, A 是集合族.

例如, $A=\{1, 2\}$, 则

$$E_A = \{<1,1>, <1,2>, <2,1>, <2,2>\}$$

$$I_A = \{<1,1>, <2,2>\}$$

例如 $A = \{1, 2, 3\}$, $B=\{a, b\}$, 则

$$L_A = \{<1,1>, <1,2>, <1,3>, <2,2>, <2,3>, <3,3>\}$$

$$D_A = \{<1,1>, <1,2>, <1,3>, <2,2>, <3,3>\}$$

例如 $A = P(B) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a,b\}\}$, 则 A 上的包含关系是

$$R_{\subseteq} = \{<\emptyset, \emptyset>, <\emptyset, \{a\}>, <\emptyset, \{b\}>, <\emptyset, \{a,b\}>, <\{a\}, \{a\}>, \\ <\{a\}, \{a,b\}>, <\{b\}, \{b\}>, <\{b\}, \{a,b\}>, <\{a,b\}, \{a,b\}>\}$$

类似的还可以定义:

大于等于关系, 小于关系, 大于关系, 真包含关系等.

关系的表示

1. 关系矩阵

若 $A = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$, $B = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$, R 是从 A 到 B 的关系, R 的关系矩阵是布尔矩阵 $M_R = [r_{ij}]_{m \times n}$, 其中

$$r_{ij} = 1 \Leftrightarrow \langle x_i, y_j \rangle \in R.$$

2. 关系图

若 $A = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$, R 是从 A 上的关系, R 的关系图是 $G_R = \langle A, R \rangle$, 其中 A 为结点集, R 为边集. 如果 $\langle x_i, x_j \rangle$ 属于关系 R , 在图中就有一条从 x_i 到 x_j 的有向边.

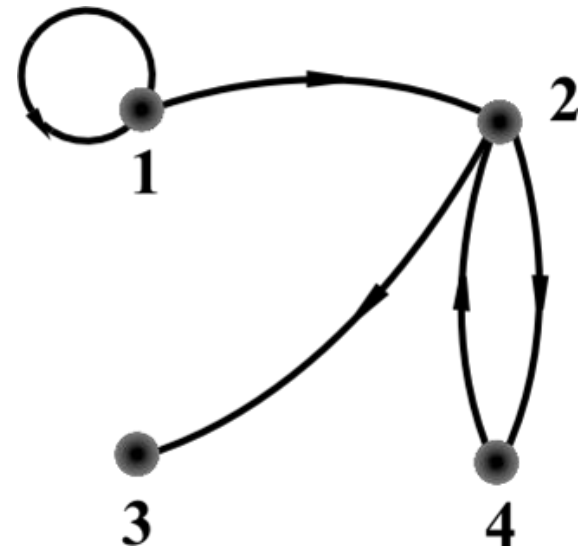
注意:

- 关系矩阵适合表示从 A 到 B 的关系或 A 上的关系 (A, B 为有穷集)
- 关系图适合表示有穷集 A 上的关系

例4

$A=\{1,2,3,4\}$, $R=\{<1,1>, <1,2>, <2,3>, <2,4>, <4,2>\}$,
 R 的关系矩阵 M_R 和关系图 G_R 如下:

$$M_R = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$





课后习题

P139:

9 (1,3)