

## 6.2 集合的运算



集合的初级运算有

**定义6.7 并 (Union)**  $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$

**交 (Intersection)**  $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$

**相对补(差, difference)**  $A - B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$

**定义6.8 对称差 (Symmetric difference)**

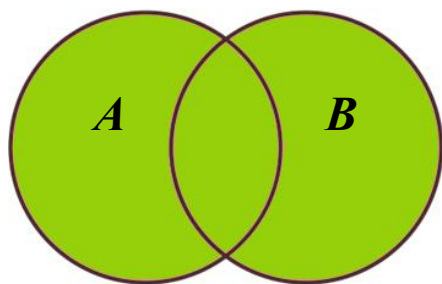
$$A \oplus B = (A - B) \cup (B - A)$$

**定义6.9 绝对补 (Complement)**  $\sim A = E - A$

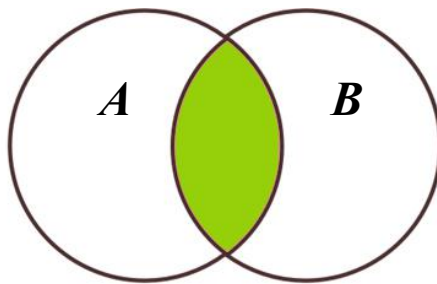
# 文氏图 (Venn diagram)



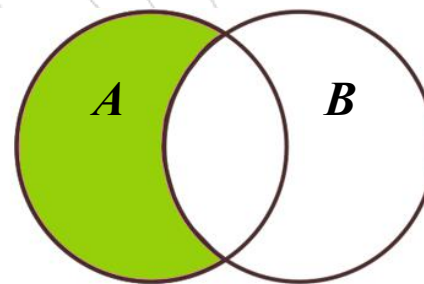
## 集合运算的表示



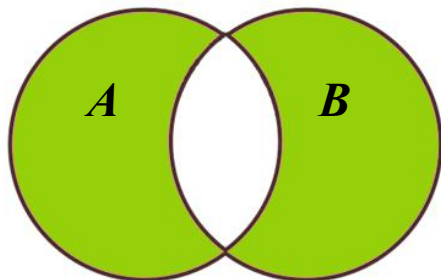
$$A \cup B$$



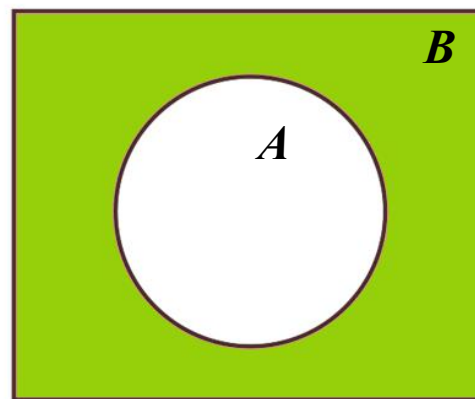
$$A \cap B$$



$$A - B$$



$$A \oplus B$$



$$\sim A$$

# 几点说明



并和交运算可以推广到有穷个集合上，即

$$A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = \{x \mid x \in A_1 \vee x \in A_2 \vee \dots \vee x \in A_n\}$$

$$A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n = \{x \mid x \in A_1 \wedge x \in A_2 \wedge \dots \wedge x \in A_n\}$$

$$A \subseteq B \Leftrightarrow A - B = \emptyset$$

$$A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow A - B = A$$

# 集合族



**定义1 集合族 (Collections) :** 如果集合**C**中每个元素都是集合, 称**C**为集合族;

**例如:**

$\{\{1\}, \{1,2\}, \{1,2,3\}, \dots\}$

**A**的幂集 $P(A)$ 也是一个集合的集合

## 1. 集合族的广义并与广义交

**定义6.10 广义并**  $\cup A = \{x \mid \exists z (z \in A \wedge x \in z)\}$

**广义交**  $\cap A = \{x \mid \forall z (z \in A \rightarrow x \in z)\}$

实例

$$\cup \{\{1\}, \{1,2\}, \{1,2,3\}\} = \{1,2,3\}$$

$$\cap \{\{1\}, \{1,2\}, \{1,2,3\}\} = \{1\}$$

$$\cup \{\{a\}\} = \{a\}, \quad \cap \{\{a\}\} = \{a\}$$

$$\cup \{a\} = a, \quad \cap \{a\} = a$$

# 关于广义运算的说明



## 2. 广义运算的性质

(1)  $\cup \emptyset = \emptyset$ ,  $\cap \emptyset$  无意义

(2) 单元集 $\{x\}$ 的广义并和广义交都等于 $x$

(3) 广义运算减少集合的层次（括弧减少一层）

(4) 广义运算的计算：一般情况下可以转变成初级运算

$$\cup \{A_1, A_2, \dots, A_n\} = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$$

$$\cap \{A_1, A_2, \dots, A_n\} = A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n$$

# 引入广义运算的意义



## 3. 引入广义运算的意义

可以表示无数个集合的并、交运算，例如

$$\cup \{\{x\} \mid x \in \mathbf{R}\} = \mathbf{R}$$

这里的  $\mathbf{R}$  代表实数集合.

# 运算优先级



优先级:

- (1) 广义并、广义交、幂集和绝对补为一类运算;
- (2) 并、交、相对补和对称差为二类运算;
- (3) 一类 优先于二类运算;
- (4) 一类运算之间由右向左顺序进行;
- (5) 二类运算之间由括号决定先后顺序;

例如:  $\cup A - \cap B$ ,  $\cup P(A)$ ,  $\sim P(A) \cup \cup B$ ,  $\sim (A \cup B)$



# 实例



**例1:** 设  $A = \{\{a\}, \{a, b\}\}$ .

计算  $\bigcup \bigcup A$ ,  $\bigcap \bigcap A$ ,  $\bigcap \bigcup A \cup (\bigcup \bigcup A - \bigcup \bigcap A)$ .

# 小结



集合的初级运算. 交、并, 相对补, 对称差

集合的广义运算. 广义并, 广义交

# 课后习题



**P106:**

**11(2);**

**16;**

**13(1,2);**

**18;**

