

期末模拟练习题 10

一、填空题

1. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 1}} \frac{2-xy}{x^2+y^2} = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. 改变二次积分 $I = \int_0^2 dy \int_0^{\sqrt{4-y^2}} f(x,y) dx$ 的积分次序, 则 $I = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. 函数 $u = x + y^2 + z^3$ 在点 $(1, 1, 1)$ 处沿方向 $\vec{l} = \{1, 1, -1\}$ 的方向导数为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

4. 设 $z = x^3 f(xy, x+y)$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

5. $z = x^2 + y^2$ 在 $\underline{\hspace{2cm}}$ 处有极值.

6. L 为曲线 $x^2 = y$ 上从点 $(0,0)$ 到点 $(1,1)$ 的一段弧, 则 $I = \int_L x ds = \underline{\hspace{2cm}}.$

7. 已知向量场函数为 $\vec{A} = (y+z)\vec{i} + (z+x)\vec{j} + (x+y)\vec{k}$, 则 $\text{rot } \vec{A} = \underline{\hspace{2cm}}.$

8. 某不可压缩流体的速度场函数为 $\vec{V} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$, 则该流体流向球面

$x^2 + y^2 + z^2 = a^2 (a > 0)$ 外侧的流量为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

9. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n}{(n+1)!} (x-2)^{2n}$ 的收敛区间为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

10. 函数 $f(x) = e^{2x}$ 的 Maclaurin 级数为 $e^{2x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

二、求曲线 $\begin{cases} x+y+z=2 \\ x^2+y^2=1 \end{cases}$ 在点 $(1,0,1)$ 处的切线和法平面方程.

三、求积分 $I = \int_L (x^2 y + 3e^x) dx + (\frac{x^3}{3} - y^2) dy$, L 为曲线 $x = y^2$ 上从 $(0,0)$ 到 $(1,1)$ 的一段弧.

四、求积分 $I = \iint_{\Sigma} z dS$, 其中, Σ 为曲面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 夹在平面 $z = 1$ 与 $z = 2$ 之间的一部分.

五、求曲面积分 $I = \iint_{\Sigma} z dx dy + x dy dz + y dz dx$, 其中, Σ 为曲面 $z = x^2 + y^2$ 被平面 $z = 0$ 与平

面 $z = 3$ 截得部分的外侧.

六、求高为 R , 底面半径为 R 的密度均匀的正圆锥对其顶点处单位质点的引力.

七、求幂级数的和函数: $2019 - x - 2x^2 - 3x^3 - \dots - nx^n - \dots.$

八、将 $f(x) = \pi^2 - x^2$ 在 $[-\pi, \pi]$ 上展开成 Fourier 级数, 并求级数

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n^2}$ 与级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ 的和.