## 质数

1非质非合不要忘记了。

互质指gcd为1。

求某个区间（区间左端点不为1也可转换成2个左端点为1的区间差）内与n互质的数的个数，有2种方法，法1：因为与n互质的数构成循环，循环周期为n的欧拉函数，即每次对与n互质且小于n的数加上n，2n……kn。于是可以方便地判断某个范围内与n互质的数的个数，一般适用于区间很大，但n比较小，因为非完整循环部分需要一个个与n求gcd判断。法2：当n很大时，可以对n进行质因子分解，然后用这些质因子对区间“筛质数”，只要是质因子的倍数就不互质，但可能出现重复计算，需要加上奇数个质因子积的结果，减去偶数个质因子积的结果，可以通过子集枚举完成。

若gcd(a,b)==1，则gcd(ka,kb)==k。通过互质的对，可以推出线性的其他对，它们的gcd为2,3,4,5……

唯一分解定理，合数可以分解成若干个质数的乘积。分解时，先对质数打表，然后开始对合数分解。但是有时被分解的数太大了，不太可能先计算质数表，那就直接分解，从1到sqrt(n)一个个枚举因子，枚举到一个就不断除直到不能除，这样分解的肯定的质因子，否则假如是合数，那合数的质因子（小于该合数）肯定是先被计算了，矛盾。

计算组合数等涉及到排列的除法时，为了防止大数，对分子分母进行质因子分解，统计最终各个质因子的指数，最后剩下的计算即可。于是涉及到了对阶乘的质因子分解：不对n!中每一个项分解质因子，而是每次固定一个质因子（该质因子显然小于n），求n!的总个数（这个思想很有用），方法见“阶乘质因子分解”文件。

很多互质题都是使用容斥，先通过将数分解质因子，算与之不互质的数的数量。