

Курс: Функциональное программирование

Домашнее задание 3

Если не указано иное, в задачах подразумевается простая система типов в стиле Карри.

1. (1 балл) Аннотируйте по Чёрчу следующие утверждения о типизации в стиле Карри¹

- $\vdash \lambda f g x. I(f(I g x)) : (\beta \rightarrow \gamma) \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \alpha \rightarrow \gamma$
- $\vdash (\lambda i f g x. i(f(i g x))) I : (\beta \rightarrow \alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \alpha \rightarrow \alpha \rightarrow \beta$

Не забудьте, что комбинатор **I** тоже представляет собой лямбда-абстракцию и, следовательно, нуждается в аннотации типа.

2. (2 балла) Типизируйте по Чёрчу

- **S K K**
- **S K I**

(Обратите внимание, что в задании **нет** указания редуцировать терм.)

3. (1 балл) Определите тип комбинатора

- $\lambda f g y. f y (\lambda x. g x y)$

4. (1 балл) Найдите замкнутые термы в нормальной форме, являющиеся обитателями типа

- $(\delta \rightarrow \delta \rightarrow \alpha) \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta \rightarrow \gamma) \rightarrow (\delta \rightarrow \beta) \rightarrow \delta \rightarrow \gamma$
- $(\delta \rightarrow \delta \rightarrow \alpha) \rightarrow (\gamma \rightarrow \alpha) \rightarrow \gamma \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \delta \rightarrow \beta$ (2 штуки)

5. (2 балла) Найдите замкнутый, находящийся в нормальной форме терм типа

- $(\gamma \rightarrow \epsilon) \rightarrow ((\gamma \rightarrow \epsilon) \rightarrow \epsilon) \rightarrow \epsilon$

которому нельзя было бы присвоить тип $\alpha \rightarrow (\alpha \rightarrow \epsilon) \rightarrow \epsilon$.

6. (3 балла) Найдите замкнутый, находящийся в нормальной форме терм типа

- $((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \alpha) \rightarrow (\alpha \rightarrow \alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \alpha$
- $((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \alpha) \rightarrow (\alpha \rightarrow \alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \beta$

¹Отметим, что первый терм получается из второго одношаговой β -редукцией. Это еще один пример несохранения типа при β -экспансии: тип первого нельзя присвоить второму.