

Курс: Функциональное программирование
Домашнее задание 1

- Выделите свободные и связанные переменные в термах и выполните указанные подстановки:

$$\begin{aligned}[x \mapsto \lambda y. y w] \quad & \lambda y z. x y w (z x) \\ [x \mapsto \lambda z. z] \quad & \lambda x y. x y (\lambda x. x y) x \\ [y \mapsto x z] \quad & x y (\lambda x z. x y z) y\end{aligned}$$

Определите, возможно ли в получившемся терме выполнить β -преобразование, и, если это так, выполните его. (1 балл)

- Уберите лишние скобки и при возможности выполните β -преобразование

$$\begin{aligned}(x (\lambda x. ((x y) x)) y) \\ ((\lambda p. (\lambda q. ((q (p r)) s))) ((q (p r)) s))\end{aligned}$$

(1 балл)

- Покажите, что для любых M и N выполняется

$$\lambda x. M N =_{\beta} S(\lambda x. M)(\lambda x. N)$$

(1 балл)

- Покажите, что

$$\begin{aligned}S K K &=_{\beta} I \\ B &=_{\beta} S(K S) K\end{aligned}$$

(2 балла)

- Приведите доказательства по индукции тех фактов, что `plus` действительно складывает (1 балл), `mult2` — умножает (1.5 балла), а `power2` — возводит в степень (2.5 балла).