

Курс: Функциональное программирование

Домашнее задание 3

Если не указано иное, в задачах подразумевается простая система типов в стиле Карри.

1. (1 балл) Аннотируйте по Черчу следующие утверждения о типизации в стиле Карри¹

► $\vdash \lambda f g x. \mathbf{I} (f (\mathbf{I} g x)) : (\beta \rightarrow \gamma) \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \alpha \rightarrow \gamma$

► $\vdash (\lambda i f g x. i (f (i g x))) \mathbf{I} : (\beta \rightarrow \alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \alpha \rightarrow \alpha \rightarrow \beta$

Не забудьте, что комбинатор \mathbf{I} тоже представляет собой лямбда-абстракцию и, следовательно, нуждается в аннотации типа.

2. (2 балла) Типизируйте по Чёрчу

► \mathbf{SKK}

► \mathbf{SKI}

(Обратите внимание, что в задании **нет** указания редуцировать терм.)

3. (1 балл) Определите тип комбинатора

► $\lambda f g y. f y (\lambda x. g x y)$

4. (1 балл) Найдите замкнутые термы в нормальной форме, являющиеся обитателями типа

► $(\delta \rightarrow \delta \rightarrow \alpha) \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta \rightarrow \gamma) \rightarrow (\delta \rightarrow \beta) \rightarrow \delta \rightarrow \gamma$

► $(\delta \rightarrow \delta \rightarrow \alpha) \rightarrow (\gamma \rightarrow \alpha) \rightarrow \gamma \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \delta \rightarrow \beta$ (2 штуки)

5. (2 балла) Найдите замкнутый, находящийся в нормальной форме терм типа

► $(\gamma \rightarrow \epsilon) \rightarrow ((\gamma \rightarrow \epsilon) \rightarrow \epsilon) \rightarrow \epsilon$

которому нельзя было бы приписать тип $\alpha \rightarrow (\alpha \rightarrow \epsilon) \rightarrow \epsilon$.

6. (3 балла) Найдите замкнутый, находящийся в нормальной форме терм типа

► $((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \alpha) \rightarrow (\alpha \rightarrow \alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \alpha$

► $((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \alpha) \rightarrow (\alpha \rightarrow \alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \beta$

¹Отметим, что первый терм получается из второго одношаговой β -редукцией. Это еще один пример несохранения типа при β -экспансии: тип первого нельзя приписать второму.