

**Курс: Функциональное программирование**  
**Домашнее задание 2**

- (1 балл) Приведите пример замкнутого чистого  $\lambda$ -терма находящегося
- в слабой головной нормальной форме, но не в головной нормальной форме;
  - в головной нормальной форме, но не в нормальной форме.

Следующие три задачи нужно решить **не используя** комбинаторы неподвижной точки.

- (1 балл) В лямбда-исчислении реализуйте функции: `monus`, вычитающую числа Чёрча усеченным образом (truncated subtraction), `equals`, сравнивающую два числа Чёрча на предмет равенства, а также всевозможные неравенства, строгие и нестрогие, `lt`, `gt`, `le`, `ge`.

- (1 балл) В лямбда-исчислении реализуйте функции:
- `sum` суммирующую элементы списка, например

$$\text{sum } [5, 3, 2] = 10$$

- `length` вычисляющую длину списка, например

$$\text{length } [5, 3, 2] = 3$$

- (3 балла) В лямбда-исчислении реализуйте функцию `tail`, возвращающую хвост списка, например

$$\text{tail } [5, 3, 2] = [3, 2]$$

- (2 балла) Используя  $Y$ -комбинатор, сконструируйте
- «пожирателя», то есть такой терм `eater`, который для любого  $M$  обеспечивает `eater M = eater`;
  - «бюрократа», то есть такой терм `bureaucrat`, который любых термов  $M$  и  $N$  обеспечивает `bureaucrat M N = bureaucrat N M`;
  - терм `qwerty` таким образом, чтобы для любых термов  $M$  и  $N$  выполнялось `qwerty M N = N qwerty (N M qwerty)`.

- (2 балла) Пусть имеются взаимно-рекурсивное определение термов `foo` и `bar`. В общем виде его можно записать так

$$\begin{aligned}\text{foo} &= P \text{ foo bar} \\ \text{bar} &= Q \text{ foo bar}\end{aligned}$$

Здесь  $P$  и  $Q$  — некоторые термы, не содержащие ни `foo`, ни `bar`. Используя  $Y$ -комбинатор, найдите нерекурсивные определения для `foo` и `bar`. Постарайтесь найти максимально «компактное» решение, с наименьшим количеством  $Y$ -комбинаторов.