IC1

1) Donner la définition de f realise une bijection de [a,b] sur [f(a),f(b)]

2) Énoncer le théorème de la bijection

3) Quelle est la définition de la réciproque d'une bijection ?

4) Quel lien existe-t-il entre le graphe de f bijective et sa réciproque

5) Sous quelle condition suffisantes la réciproque de f bijective est dérivable et donner sa dérivée

TEST 2 n.n

1) Donner la définition de f realise une bijection de [a,b] sur [f(a),f(b)]

Théorème 1.4.6 (Théorème de la bijection).
Soit $a < b$ deux réels, soit $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ continue.

1. Si f est strictement croissante, pour tout $y \in [f(a), f(b)]$, il existe un unique $x \in [a, b]$ vérifiant $y = f(x)$. On dit que f réalise une bijection de $[a, b]$ sur $[f(a), f(b)]$.
2. Si f est strictement décroissante, pour tout $y \in [f(b), f(a)]$, il existe un unique $x \in [a, b]$ vérifiant $y = f(x)$. On dit que f réalise une bijection de $[a, b]$ sur $[f(b), f(a)]$.

On a des résultats analogues avec un intervalle semi-ouvert ou ouvert (de la forme $]a, b]$, $[a, b[$ ou $]a, b[$), même si a ou b valent $\pm\infty$, mais ces résultats font alors intervenir des limites.

2) Énoncer le théorème de la bijection : cf ci-dessus

3) Quelle est la définition de la réciproque d'une bijection ?

Définition 3.4.2.
Soit $a < b$ deux réels, $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ continue et strictement monotone. Soit x entre $f(a)$ et $f(b)$, il existe donc un unique $t \in [a, b]$ tel que $x = f(t)$. On note ce réel $t = f^{-1}(x)$.

La fonction f^{-1} est appelée *réciproque* de f.

On a des résultats analogues avec un intervalle semi-ouvert ou ouvert (de la forme $]a, b]$, $[a, b[$ ou $]a, b[$), même si a ou b valent $\pm\infty$, mais ces résultats font alors intervenir des limites.

4) Quel lien existe-t-il entre le graphe de f bijective et sa réciproque

Proposition 3.4.4.
Soit $a < b$ deux réels, $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ continue et strictement monotone. Alors, le graphe de f^{-1} est le symétrique du graphe de f par rapport à la droite d'équation $y = x$ (aussi appelée *première bissectrice du plan*).

5) Sous quelle condition suffisantes la réciproque de f bijective est dérivable et donner sa dérivée

Théorème 3.4.5.
Soit I un intervalle de $\mathbb{R}$ et $f : I \to \mathbb{R}$ continue et strictement monotone.

1. La fonction f^{-1} est strictement monotone, de même monotonie que f.
2. Si f est impaire, alors f^{-1} est aussi impaire..
3. La fonction f^{-1} est continue.
4. Si f dérivable et si f' ne s'annule pas, alors f^{-1} est aussi dérivable et $(f^{-1})' = \dfrac{1}{f' \circ f^{-1}}$.