Semaine n° 32 : du 3 juin au 7 juin

Lundi 3 juin

- **Cours à préparer : Chapitre XXIX - Espaces euclidiens et préhilbertiens réels**
  - *Du corollaire 2.2.11 (premier point) au corollaire 2.2.16 :* Existence d'une base orthonormale d'un espace euclidien ; coordonnées dans une base orthonormale ; expression du produit scalaire et de la norme en fonction des coordonnées dans une base orthonormale.
  - *Partie 2.3 :* Sous-espaces orthogonaux ; orthogonal d'une partie, d'un sous-espace vectoriel ; orthogonal d'un sous-espace de dimension finie.
- **Exercices à traiter en TD**
  - **Feuille d'exercices n° 28 :** exercices 4, 7, 8, 9, 15, 16, 17.

Mardi 4 juin

- **Cours à préparer : Chapitre XXIX - Espaces euclidiens et préhilbertiens réels**
  - *Fin du corollaire 2.2.11 :* Théorème de la base orthonormale incomplète.
  - *Partie 2.5 :* Symétries et projecteurs orthonogonaux ; expression d'un projecteur orthogonal dans une base orthonormale.
  - *Théorème 2.2.9 :* Procédé d'orthonormalisation de Gram-Schmidt.
- **Exercices à corriger en classe**
  - **Feuille d'exercices n° 28 :** exercices 1, 3.

Jeudi 6 juin

- **Cours à préparer : Chapitre XXIX - Espaces euclidiens et préhilbertiens réels**
  - *Partie 2.4 :* Formes linéaires et hyperplan d'un espace euclidien ; vecteur normal à un hyperplan d'un espace euclidien.
  - *Partie 2.5 :* Distance à une partie non vide d'un espace préhilbertien ; distance à un sous-espace de dimension finie.
  - *Partie 2.6 :* Distance à un hyperplan d'un espace euclidien.
- **Exercices à corriger en classe**
  - **Feuille d'exercices n° 28 :** exercices 11, 12, 14.

Vendredi 7 juin

- **Cours à préparer : Chapitre XXX - Fonctions de deux variables réelles**
  - *Partie 1 :* Boule ouverte, boule fermée, sphère du plan ; partie ouverte du plan ; représentation d'une fonction réelle de deux variables réelles ; continuité.

Échauffements

Mardi 4 juin

- *Cocher toutes les phrases correctes :* Soit A une matrice 4×4 de déterminant -1 . Laquelle des matrices suivantes n'a pas le même déterminant que A ?

☐ $A^\top$ ☐ A^{-1} ☐ $-A$ ☐ A^2

- *Cocher toutes les phrases correctes :* Soit $\sum u_n$ une série. Quelle condition est suffisante pour garantir que cette série converge ?

☐ $u_n \sim \dfrac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$
☐ $u_{n+1} - u_n$ tend vers 0
☐ $u_n = \mathrm{O}\left(n^2 2^{-n}\right)$
☐ $u_n = \mathrm{o}\left(\frac{1}{n}\right)$

Jeudi 6 juin

- *Cocher toutes les phrases correctes :* Soit A, B deux matrices carrées de taille n à coefficients entiers et telles que $AB = I_n$. Alors $\det A$ prend ses valeurs dans

☐ $\{-1, 1\}$ ☐ $\{-1, 0, 1\}$ ☐ $\mathbf{Z}^*$ ☐ $\mathbf{Q}^*$

- *Cocher toutes les phrases correctes :*
  Lesquelles de ces séries sont convergentes ?

☐ $\displaystyle\sum_{n \geqslant 2} \frac{(-1)^n \ln(n)}{n}$
☐ $\displaystyle\sum_{n \geqslant 1} \frac{(-1)^n}{n\sqrt{n}}$
☐ $\displaystyle\sum_{n \geqslant 0} \frac{n^5}{4^n}$
☐ $\displaystyle\sum_{n \geqslant 2} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n} + (-1)^n}$
☐ $\displaystyle\sum_{n \geqslant 1} (-1)^n \frac{\sin(n)}{n}$
☐ $\displaystyle\sum_{n \geqslant 1} \frac{1}{\sqrt{n}} \ln\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)$

Vendredi 7 juin

- *Cocher toutes les phrases correctes :* Soit $\mathscr{B} = (e_1, e_2, \ldots, e_n)$ une base d'un espace vectoriel E et x un vecteur de E. La coordonnée de x selon le vecteur e_1 vaut :

☐ $\det_{\mathscr{B}}(e_1, x, x, \ldots, x)$
☐ $\det_{\mathscr{B}}(e_1, e_2 + x, \ldots, e_n + x)$
☐ $\det_{\mathscr{B}}(x, e_2, \ldots, e_n)$
☐ $\det_{\mathscr{B}}(x + e_1, e_2, \ldots, e_n)$

- *Cocher toutes les phrases correctes :* Soit $\sum u_n$ une série à termes positifs. Quelle condition est suffisante pour garantir que cette série converge ?

☐ $nu_n = \mathrm{O}(1)$
☐ $nu_n^2 = \mathrm{O}(1)$
☐ $n\sqrt{u_n} = \mathrm{O}(1)$
☐ $ne^{u_n} = \mathrm{O}(1)$