

DS n°2 : Fiche de calculs

Durée : 60 minutes, calculatrices et documents interdits

Nom et prénom :

Note :

Porter directement les réponses sur la feuille, sans justification.

Sommes, produits, systèmes

Donner les ensembles des solutions des systèmes linéaires suivants :

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ x - y - t = -1 \\ x + y + z - t = 0 \\ -x + z + t = 2 \end{cases} :$$

(1)

$$\begin{cases} 3y + 2z = 1 \\ -2x - 2y + 2z = 0 \\ -x - 4y - z = 1 \end{cases} :$$

(2)

$$\begin{cases} 3y + 2z = -1 \\ -2x - 2y + 2z = 2 \\ -x - 4y - z = 2 \end{cases} :$$

(3)

Soit $n \in \mathbb{N}$. Calculer (on donnera une forme simplifiée et factorisée) :

$$\sum_{k=0}^n$$

$$(2^k + 4k + n - 3) =$$

(4)

$$\prod_{k=2}^{42}$$

$$\left(1 - \frac{1}{k^2}\right) =$$

(7)

$$\sum_{k=0}^n$$

$$\binom{n}{k} 3^{3k+1} =$$

(5)

$$\sum_{1 \leq i \leq j \leq n} i =$$

(8)

$$\sum_{k=1}^n$$

$$\frac{k}{(k+1)!} =$$

(6)

$$\sum_{1 \leq i, j \leq n} |i - j| =$$

(9)

Logique

Nier la proposition $P : \exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, (x \leq y) \Rightarrow y^2 \geq 2$

$$\neg P \equiv \boxed{\phantom{\text{expression}}} \quad (10)$$

Nombres complexes

Linéariser :

$$\sin(x) \cos^3(x) = \boxed{\phantom{\text{expression}}} \quad (11)$$

Déterminer l'ensemble des solutions complexes de chacune des équations suivantes.

$$z^5 = \sqrt{3} - i : \boxed{\phantom{\text{ensemble}}} \quad (12)$$

$$z^2 = -7 + 24i : \boxed{\phantom{\text{ensemble}}} \quad (13)$$

$$(1 + 2i)z^2 + (2 - 4i)z - (6 + 4i) = 0 : \boxed{\phantom{\text{ensemble}}} \quad (14)$$

$$e^{2z} = 1 + i\sqrt{3} : \boxed{\phantom{\text{ensemble}}} \quad (15)$$

$$2z^2 + 3\bar{z}^2 = 15 + 4i : \boxed{\phantom{\text{ensemble}}} \quad (16)$$

Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Donner une expression simplifiée de la somme suivante.

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{2^k} \cos\left(\frac{k\pi}{3}\right) = \boxed{\phantom{\text{expression}}} \quad (17)$$

Donner les éléments caractéristiques de $z \mapsto (1 + i\sqrt{3})z - 3 + 5i$.

$$\text{Rapport : } \boxed{\phantom{\text{valeur}}} \quad (18) \quad \text{Angle : } \boxed{\phantom{\text{valeur}}} \quad (19) \quad \text{Centre : } \boxed{\phantom{\text{valeur}}} \quad (20)$$

— FIN —