Devoir surveillé n° 7 - Remarques

Barème.

- Calculs : chaque question sur 2 points, total sur 32 points, ramené sur 5 points.
- Problème : v1, chaque question sur 4 points, total sur 132 points ; v2, chaque question sur 4 points, total sur 92 points ; pour les deux versions, le tout ramené sur 15 points.

Statistiques descriptives.

	Calculs	v1	v2	Note finale sur 20
Note maximale	25	61	63	
Note minimale	9	21	5	
Moyenne	$\approx 16,21$	$\approx 43,06$	$\approx 25,15$	$\approx$
Écart-type	$\approx 3,56$	$\approx 12,77$	$\approx 10,71$	$\approx$

v1, I. Un exercice vu en TD.

Attention de ne pas oublier la partie entière et de bien introduire les objets utilisés. La méthode du pôle simple doit être nommée, au minimum il est indispensable d'insister sur le fait que les pôles sont simples et que l'on utilise la dérivée du dénominateur.

v1, II. La méthode de Newton.

I.1.a. Abominable. J'ai lu presqu'une dizaine de fois une démonstration proprement stupéfiante montrant que les taux d'accroissement étaient bornés donc avaient des limites, donc la fonction est dérivable, donc continue. Stupéfiant ... la démonstration tient en 3 mots : théorème d'encadrement, et c'est fini. Elle est dans le cours, et avait déjà été massacrée au dernier DS dans l'exercice de TD qui avait été donné. Il est regrettable de traiter 3 fois le même exercice et de passer à côté en DS. J'insiste : aux concours les sujets ne sont pas toujours (en fait rarement) originaux, et vous avez de grandes chances de tomber sur quelque chose que vous avez déjà croisé. Quel dommage de ne pas en tirer parti ! Donc révisez vos exercices de TD ! !

I.1.b. Même remarque : c'était une question archi vue et revue (cours, TD, DS) et globalement décevante.

Les questions de la partie I à partir de la question I.2.b. n'ont presque pas été abordées.

II.2.a On ne peut pas répondre sans mentionner que le dénominateur ne s'annule pas.

II.3.c Vos réponses ont trop souvent omis deux arguments indispensables : g est continue et elle a un seul point fixe.

Les questions suivantes n'ont presque pas été abordées.

v1, III. Une équation différentielle linéaire homogène.

3.c. Encore un certain nombre d'ensembles de solutions mal écrits, du genre $\{\lambda e^{-x}\ ,\ \lambda \in \mathbb{R}\}$.

4.a. Ne pas oublier de montrer que $\mathscr{T} \subset \mathscr{S}$.

v2, I. Conjugaison de Fenchel de fonctions strictement convexes.

1. Il faut donner le nom du théorème utilisé.

2.a. Une dérivée n'est pas un taux d'accroissement ! ! De plus « le taux d'accroissement est croissant » est problématique : déjà, pourquoi la croissance de la dérivée impliquerait la croissance du taux d'accroissement ? Il faudrait au moins l'expliquer. Et de toute façon, qu'est-ce que « le taux d'accroissement » ? Un taux d'accroissement se définit à partir d'une fonction et de DEUX points. Donc « le » taux d'accroissement de f n'existe pas.

Au mieux, on peut fixer un point a et introduire la fonction $x \mapsto \dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$, qu'on peut appeler le taux d'accroissement de f en a, et il faut bien préciser « en a ».
Un certain nombre d'élèves ont dérivé la fonction $x \mapsto xf'(x) - f(x)$: cela n'était pas possible, f' n'est pas supposée dérivable.

3. La notation $x \mapsto \displaystyle\int^x f(t)\,\mathrm{d}t$ dénote UNE primitive de f, n'importe laquelle. La primitive de f qui s'annule en 0 est $x \mapsto \displaystyle\int_0^x f(t)\,\mathrm{d}t$, et il faut préciser la borne du bas.

4.a. Que la dérivée d'une fonction f s'annule en a n'assure que f a un maximum en a, ni même que f a un extremum en a : il pourrait très bien y avoir un point d'inflexion.
La formulation « d'après le TVI il existe un unique x tel que $\cdots$ » est pénalisée : le TVI n'assure jamais l'unicité. Soit vous utilisez le TVI pour l'existence et ensuite vous démontrez l'unicité grâce à la stricte monotonie, soit vous utilisez le théorème de la bijection (strictement monotone) en une seule fois.

v2, II. Une suite de sous-espaces supplémentaires.

1.a. Dans la moitié des copies la même lettre i est utilisée pour désigner deux choses différentes : « soit $f \in F_i$, alors pour tout $i \in (\,?)$, où ? dépend des versions, $f(a_i) = 0$ ». Cela n'a aucun sens, c'est de la manipulation primaire de variables muettes, il serait temps que ça rentre.

4. Le fait que l'intersection F est un sev est un résultat du cours : il était inutile de le démontrer.
Par contre, l'inclusion des G_i ne prouve rien du tout. Tout ce que nous avons vu c'est que si $H \subset K$ alors $H \cup K$ est un sev. Mais un résultat concernant deux objets ne peut en aucun cas être utilisé pour une infinité d'objets. Et même une récurrence ne permet pas de passer de deux à l'infini. Avec une récurrence on peut démontrer un résultat pour tout entier n. Cet entier peut être pris aussi grand que voulu, mais cela reste toujours un entier, donc une quantité finie.

Et pour finir, noyons-nous allégrement dans ce puits de sagesse insondable :