

DS n°4 : Fiche de calculs

Durée : 60 minutes, calculatrices et documents interdits

Nom et prénom :

Note :

Porter directement les réponses sur la feuille, sans justification.

Calcul matriciel

Soit A la matrice définie par $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Calculer A^n pour tout $n \in \mathbb{N}$ (on explicitera tous ses coefficients) :

$A^n =$

(1)

Relations d'ordre et d'équivalence

On définit sur \mathbb{R}^2 la relation d'ordre \ll définie de la manière suivante :

$$\forall (x, y), (x', y') \in \mathbb{R}^2, \quad (x, y) \ll (x', y') \iff |x' - x| \leq y' - y.$$

Alors, deux éléments non comparables de (\mathbb{R}^2, \ll) sont

(2)

On se place dans \mathbb{R} muni de l'ordre usuel et l'on considère la partie

$$A = \left\{ \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \mid p, q \in \mathbb{N}^* \right\}.$$

Déterminer les nombres suivants (écrire «**N'existe pas**» le cas échéant).

$\max(A) =$

(3)

$\sup(A) =$

(5)

$\min(A) =$

(4)

$\inf(A) =$

(6)

Sur \mathbb{R} , on considère la relation d'équivalence \sim définie par « $x \sim y$ si $x^2 - y^2 = x - y$ ». La classe d'équivalence d'un réel x est alors

$\bar{x} =$

(7)

Arithmétique

Écrire la division euclidienne de 4563 par 35.

(8)

Le reste de la division euclidienne de $42^{521\,356}$ par 17 est :

(9)

Calculer le PGCD et le PPCM suivants puis donner une relation de Bézout sur 6720 et 1095.

$6720 \wedge 1095 =$

(10)

$6720 \vee 1095 =$

(11)

(12)

Suites

Une suite (v_n) telle que (v_n) n'est pas majorée et ne tend pas vers $+\infty$ est par exemple la suite telle

$\forall n \in \mathbb{N}, v_n =$

(13)

Calculer les limites des suites suivantes :

$\frac{\sin n}{n} \xrightarrow[n \rightarrow +\infty]{}$

(14)

$\frac{2^n \ln^4(n) + 3^n}{\sin(2n) - 3^n} \xrightarrow[n \rightarrow +\infty]{}$

(15)

— FIN —