Semaine n° 19 : du 5 février au 9 février

Lundi 5 février

- **Cours à préparer : Chapitre XVIII - Fractions rationnelles**
  — *Partie 1 :* Corps des fractions rationnelles ; formes irréductibles ; fonction rationnelle ; dérivée d'une fraction rationnelle ; degré d'une fraction rationnelle, propriétés ; zéros, pôles.

Mardi 6 février

- **Cours à préparer : Chapitre XVIII - Fractions rationnelles**
  — *Partie 2.1 à 2.4 :* Partie entière d'une fraction rationnelle ; partie polaire associée à un pôle ; décomposition en éléments simples dans $\mathbb{C}(X)$, dans $\mathbb{R}(X)$.
  — *Partie 2.5 :* Méthodes de calcul de décomposition en éléments simples : simplification par symétrie, parité, imparité ; simplification par conjugaison dans le cas réel ; multiplication par $(X-\lambda)^m$ où m est la multiplicité du pôle λ ; résidus ; évaluation ; identification.
- **Exercices à corriger en classe**
  — **Feuille d'exercices n° 17 :** exercices 8, 12.

Jeudi 8 février

- **Cours à préparer : Chapitre XVIII - Fractions rationnelles**
  — *Partie 2.6 :* Décomposition de $\frac{P'}{P}$.
  — *Partie 3 :* Application au calcul intégral.
- **Exercices à corriger en classe**
  — **Feuille d'exercices n° 17 :** exercices 14, 19, 20.

Vendredi 9 février

- **Cours à préparer : Chapitre XIX - Espaces vectoriels**
  — *Partie 1 :* Notion de $\mathbb{K}$-espace vectoriel ; règles de calcul dans un $\mathbb{K}$-espace vectoriel ; premiers espaces vectoriels de référence ; combinaisons linéaires d'une famille de vecteurs d'un $\mathbb{K}$-espace vectoriel.
  — *Partie 2.1 :* Notion de sous-espace vectoriel ; caractérisations des sous-espaces vectoriels.

Échauffements

Mardi 6 février

- *Cocher toutes les assertions vraies :* Soit P un polynôme de $\mathbb{C}[X]$ de degré n dont les racines sont toutes simples. Lequel des polynômes suivants est forcément à racines simples ?
  ☐ $P\left(X^2\right)$
  ☐ $P(X)^2$
  ☐ $P(X+2)$
  ☐ $P(X)+2$
- *Cocher toutes les assertions vraies :* Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $\forall x \leqslant a,\ f(x) = f_1(x)$ et $\forall x > a,\ f(x) = f_2(x)$.
  ☐ Si $\lim\limits_{x\to a^+} f(x) = \lim\limits_{x\to a^-} f(x)$, alors f est continue sur $\mathbb{R}$.
  ☐ Si f est continue sur $\mathbb{R}$, dérivable sur $\mathbb{R}\backslash\{a\}$ et $\lim\limits_{x\to a^+} f_2'(x) = \lim\limits_{x\to a^-} f_1'(x)$, alors f est de classe $\mathscr{C}^1$ sur $\mathbb{R}$.
  ☐ Si f est de classe $\mathscr{C}^1$ sur $\mathbb{R}\backslash\{a\}$ et $\lim\limits_{x\to a^+} f_2'(x) = \lim\limits_{x\to a^-} f_1'(x)$, alors f est de classe $\mathscr{C}^1$ sur $\mathbb{R}$.
  ☐ Si f_1 est croissante sur $]-\infty, a]$ et f_2 est croissante sur $]a, +\infty[$, alors f est croissante sur $\mathbb{R}\backslash\{a\}$.

Jeudi 8 février

- Soit $f : x \mapsto \frac{\sqrt{1+2x}-1}{x}$. La fonction f est-elle prolongeable par continuité en 0 ? Si oui. ce prolongement est-il dérivable en 0 ?
- *Cocher toutes les assertions vraies :* Soit f une fonction réelle, définie sur un intervalle I. On note $J = f(I) = \{f(x)\ ,\ x \in I\}$ l'ensemble de ses images.
  ☐ si f est continue et strictement monotone, elle est bijective de I dans J.
  ☐ si f est continue et dérivable, elle est bijective de I dans J.
  ☐ si f est strictement monotone, elle est injective.
  ☐ si f est bijective de I dans J, elle est strictement monotone.
  ☐ si f est bijective de I dans J et strictement monotone, elle est continue.
  ☐ si f est bijective de I dans J et continue, elle est strictement monotone.

Vendredi 9 février

- *Cocher toutes les assertions vraies :* Soit f la fonction qui à tout réel x associe $x\mathrm{e}^{-x^2}$
  ☐ f est de classe $\mathscr{C}^1$ sur $\mathbb{R}$ et $\forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) = 2x\mathrm{e}^{-x^2}$.
  ☐ f est de classe $\mathscr{C}^\infty$ sur $\mathbb{R}$ et $\forall k \in \mathbb{N}, \exists P_k \in \mathbb{R}[X],\ \forall x \in \mathbb{R},\ f^{(k)}(x) = P_k(x)\mathrm{e}^{-x^2}$.
  ☐ $x \longmapsto -\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-x^2}$ est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.
- *Cocher toutes les assertions vraies :* Soit $A, B \in \mathbb{K}[X]$ tels que $B \neq 0$, et soit la fraction rationnelle $R = \dfrac{A}{B}$.
  ☐ $\deg R' = \deg R - 1$;
  ☐ $\deg R' \leqslant \deg R - 1$;
  ☐ Les pôles de R sont les racines de B ;
  ☐ La partie entière de R est nulle si et seulement si $\deg R < 0$;
  ☐ $xR(x) \xrightarrow[x\to+\infty]{} 0$ si et seulement si $\deg R < 0$;
  ☐ $xR(x)$ a une limite finie en $+\infty$ si et seulement si $\deg R < 0$.