Devoir surveillé n° 8 - Remarques

Barème.

- Calculs : chaque question sur 2 points, total sur 36 points, ramené sur 5 points.
- Problème : chaque question sur 4 points, total sur 116 points (v1) et points (v2), le tout ramené sur 15 points.

Statistiques descriptives.

	Calculs	v1	v2	Note finale sur 20
Note maximale	16	81	64	28
Note minimale	1	25	7	6
Moyenne	$\approx 9,27$	$\approx 52,08$	$\approx 21,47$	$\approx 11,34$
Écart-type	$\approx 3,65$	$\approx 15,28$	$\approx 13,15$	$\approx 4,13$

Remarques générales.

Les v2 sont une nouvelle fois décevantes : il y avait pourtant beaucoup de questions abordables. J'ai l'impression que vous perdez vite votre sang-froid devant les difficultés. Peut-être que vous estimez que quand les choses sont difficiles on peut se permettre d'être rapide et négligent (ce qui est totalement faux), mais je pense plutôt que face à une question originale et un peu plus subtile vous n'arrivez plus à mobiliser vos connaissances correctement. Il faut s'y entraîner, avancer sûrement et garder les idées claires.
Il y a souvent aussi une mauvaise compréhension de l'énoncé : les sujets plus difficiles contiennent plus de texte à lire, de définitions, de notations, de quantificateurs, d'ensembles etc. À vous de bien prendre le temps de les comprendre pour ne pas faire fausse route ensuite.

v1, I. Étude d'un endomorphisme.

1. Il ne faut pas vérifier que $f(0) = 0$ pour montrer que f est linéaire, cela ne fait pas partie de la définition.

3.c. Il manque souvent un point : libre, ou génératrice, ou $v_1, v_2 \in \operatorname{Im} f$.

3.d. Vous êtes tous partis sur des démonstrations compliquées. Tout simplement, $f(E) \subset \operatorname{Im} f$ donc en particulier $f(\operatorname{Im} f) \subset \operatorname{Im} f$.

7. Les coordonnées de u sont données dans la base $\mathscr{B}$, comme le dit bien l'énoncé. Et on demandait les coordonnées des images, donc un triplet de la forme (α, β, γ).

v1, II. Calcul d'une intégrale.

1. Vous avez dû remarquer que dans tous les DS il y a au moins une question utilisant le théorème de la bijection. Dans ce devoir c'était celle-là. C'est de mieux en mieux mais toujours pas parfait. Il manque souvent une hypothèse ou le nom du théorème. Et il ne faut surtout pas écrire « d'après le TVI il existe un unique » : le TVI ne garantit que l'existence, jamais l'unicité.

2.a. Pour la dérivabilité en 0, dériver f sur $]0,1]$ et constater que la fonction obtenue n'est pas définie en 0 ne prouve absolument rien, consulter le cours. Le plus simple était d'étudier le taux d'accroissement en 0. Sinon on pouvait utiliser le théorème de la limite de la dérivée, mais il fallait le faire correctement : revoyez le cours là aussi.

2.c. Les points d'intersection sont des points, donc des couples : $(0,0)$ ou (α,α). Il ne fallait pas oublier 0. Et lorsqu'on trace un graphe, il faut tracer les faits caractéristiques mis en évidence dans l'étude précédente. Il s'agissait ici de la tangente horizontale en α et de la demi-tangente verticale en 0.

3. Deux problèmes : $\cos(n\pi) = (-1)^n$, c'est un résultat à connaître par coeur.
Et j'ai lu beaucoup d'analyses sans synthèse, comme souvent.

4. On ne demandait pas d'exprimer la limite de S_n comme une intégrale, mais S_n elle-même, donc il n'était pas possible d'utiliser une somme de Riemann.

6. Que d'horreurs … La limite de g en zéro est quand même un grand classique. Certains le font avec un DL : pourquoi faire simple quand on peut faire compliqué. Un équivalent ou la limite classique $\sin(t)/t$ en 0 suffisaient. C'était encore pire pour la classe $\mathscr{C}^1$. Rappel : la dérivabilité ne suffisait pas, il fallait aussi montrer la continuité de g'.

II.2.a On ne peut pas répondre sans mentionner que le dénominateur ne s'annule pas.

II.3.c Vos réponses ont trop souvent omis deux arguments indispensables : g est continue et elle a un seul point fixe.

Les questions suivantes n'ont presque pas été abordées.

v1, III. Une équation différentielle linéaire homogène.

3.c. Encore un certain nombre d'ensembles de solutions mal écrits, du genre $\{\lambda e^{-x}\ ,\ \lambda \in \mathbb{R}\}$.

4.a. Ne pas oublier de montrer que $\mathscr{T} \subset \mathscr{S}$.

v2, I. Endomorphismes cycliques d'un espace vectoriel.

1. Attention, $f(g)$ n'a pas de sens, il faut écrire $f \circ g$.

3. Encore une fois : toutes les questions où il est demandé de montrer l'existence d'un plus grand entier tel que blablabla se traitent en introduisant un ensemble, et en montrant qu'il est non vide, inclus dans $\mathbb{Z}$ ou $\mathbb{N}$, et majoré. Et on finit avec le principe du minimum (du maximum, mais ce n'est qu'une adaptation).
Le théorème de la base incomplète était inutilisable ici, car il ne garantit en rien que les vecteurs conservés sont consécutifs.

4. Le fait que f est cyclique n'assure en rien que cette famille est génératrice, relisez attentivement la définition.

6. Pour utiliser la qu. 2, il ne fallait pas oublier de vérifier l'hypothèse $f \in \mathscr{C}(f)$.

7. Il fallait déjà s'assurer que $\mathscr{P}(f)$ était un sev de E.

8. Attention, on voulait montrer que le degré était égal à $\deg(P) - 1$. Pour cela, montrer que le coefficient de degré $\deg P$ était nul ne suffisait pas, car cela prouve uniquement que le degré est inférieur ou égal à $\deg(P) - 1$.

v2, II. Résolution d'une équation fonctionnelle.

1. Il s'agissait d'une analyse : la première chose à faire était d'introduire une fonction f et de supposer qu'elle était solution de $(\mathscr{E})$: l'énoncé ne le fait pas, lisez-le bien !
Il y a eu beaucoup de confusions entre $(\mathscr{E})$ et $(\mathscr{F})$: lisez bien l'énoncé ! !

7. Et boum, tout le monde dans le panneau malgré les avertissements insistants que j'ai faits en cours : $\displaystyle\int_a^b f = 0$ donc $f = 0$, allons-y gaiement. C'est bien connu : $\displaystyle\int_0^\pi \cos = 0$, donc cos est la fonction nulle.

Et pour finir, noyons-nous allégrement dans ce puits de sagesse insondable :