

## QCM n° 5

### Un peu de calcul.

**Échauffement n°1** Soit l'application  $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$  Déterminer  $f([-4, 5])$ ,  
 $x \longmapsto x^2 + 4x + 1$   
 $f^{-1}([-3, 0])$ ,  $f^{-1}(\{-4\})$  et  $f^{-1}(\{-2\})$ .

**Échauffement n°2** Soit  $C = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ . Calculer  $C^3$  et  $C^{-1}$ .

### QCM - cocher une case si la phrase qui suit est correcte.

**Question n°1** Soit  $A$  et  $B$  deux ensembles.

- |   |   |   |
|---|---|---|
| <input type="checkbox"/> $(A \setminus B) \cup B = A$ ;       | <input type="checkbox"/> $(A \setminus B) \cup B \supset A$ ; | <input type="checkbox"/> $(A \cup B) \setminus B \subset A$ ; |
| <input type="checkbox"/> $(A \setminus B) \cup B \subset A$ ; | <input type="checkbox"/> $(A \cup B) \setminus B = A$ ;       | <input type="checkbox"/> $(A \cup B) \setminus B \supset A$ . |

**Question n°2** Soit  $A$  et  $B$  deux ensembles.

- |   |  |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> Si $A \subset B$ , $\mathcal{P}(A) \subset \mathcal{P}(B)$ ; | <input type="checkbox"/> Si $x \in A$ , $x \in \mathcal{P}(A)$ ; |
| <input type="checkbox"/> Si $A \subset B$ , $A \in \mathcal{P}(B)$ ;                  | <input type="checkbox"/> $A \subset \mathcal{P}(A)$ .            |

**Question n°3**

- ☐  $\{3k, k \in \mathbb{Z}\} \cup \{3k+1, k \in \mathbb{Z}\} = \{3k, 3k+1, k \in \mathbb{Z}\}$  ;
- ☐  $\{e^{-x}, x \in \mathbb{R}\} = \{y \in \mathbb{R}, \exists x \in \mathbb{R}, y = e^{-x}\}$  ;
- ☐  $\bigcap_{n \in \mathbb{N}^*} \left[1 + \frac{1}{n}, 2 + \frac{2}{n}\right] = [1, 2]$  ;
- ☐  $\left(\bigcup_{n \in \mathbb{N}^*} \left[1 + \frac{1}{n}, 4 - \frac{1}{n}\right]\right) \cap [2, 4] = \bigcup_{n \in \mathbb{N}^*} \left[2, 4 - \frac{1}{n}\right] = [2, 4[$ .

**Question n°4** Soit  $E, F, G$  trois ensembles, et  $f : E \rightarrow F$  et  $g : F \rightarrow G$ . Alors,

- |  |  |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> si $f$ est injective, $g \circ f$ aussi ;           | <input type="checkbox"/> si $g \circ f$ est surjective, $f$ aussi ;      |
| <input type="checkbox"/> si $g \circ f$ est injective, $f$ aussi ;           | <input type="checkbox"/> si $g \circ f$ est bijective, $f$ et $g$ aussi. |
| <input type="checkbox"/> si $f$ et $g$ sont surjectives, $g \circ f$ aussi ; |  |

**Question n°5** Soit  $E, F$  deux ensembles, et  $f : E \rightarrow F$ . Soit  $A \subset E$  et  $B \subset F$ . Alors, pour tout élément  $x$ ,

- ☐  $x \in f(A)$  ssi il existe  $y \in A$  tel que  $y = f^{-1}(x)$  ;
- ☐  $x \in f^{-1}(B)$  ssi il existe  $y \in F$  tel que  $x = f^{-1}(y)$  ;
- ☐  $x \in f^{-1}(B)$  ssi il existe  $y \in F$  tel que  $f(x) = y$  ;
- ☐  $x \in f^{-1}(B)$  ssi  $f(x) \in B$  ;
- ☐  $x \in f(B)$  ssi il existe  $y \in B$  tel que  $f(y) = x$ .

**Question n°6** Soit  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ .

- ☐ S'il existe  $B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$  telle que  $AB = BA = \text{Id}_n$ , alors  $A$  est inversible ;
- ☐ S'il existe  $B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$  telle que  $BA = \text{Id}_n$ , alors  $A$  est inversible ;
- ☐ S'il existe  $B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$  non nulle telle que  $AB = 0$ , alors  $A$  est nulle ;
- ☐ S'il existe  $B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$  non nulle telle que  $AB = BA = 0$ , alors  $A$  est nulle ;
- ☐ S'il existe  $B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$  non nulle telle que  $AB = 0$ , alors  $A$  ne peut pas être inversible ;
- ☐ Si  $A \neq 0$ , il existe  $B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$  différente de  $\text{Id}_n$  telle que  $AB \neq 0$ .

**Question n°7** Soient  $x$  et  $y$  deux réels tels que  $-1 < x \leq 3$  et  $y \in [-1, 1]$ . Alors

- ☐  $-2 \leq x + y \leq 4$ .
- ☐  $0 < x - y < 2$ .
- ☐  $1 < \frac{x}{y} \leq 3$
- ☐  $0 \leq x^2 + y^2 \leq 10$ .

**Question n°8** Soit  $A \subset \mathbb{R}$ .

- ☐  $A$  a un sup dans  $\mathbb{R}$ .
- ☐  $A$  a un sup dans  $\bar{\mathbb{R}}$ .
- ☐ si  $A$  a un max, elle a un sup.
- ☐ si  $A$  a un sup, elle a un max.

**Question n°9** Soit  $A \subset \mathbb{R}$  ayant une borne supérieure notée  $a$ .

- ☐  $a \in A$ .
- ☐  $a \notin A$ .
- ☐ pour tout  $\varepsilon > 0$ ,  $]a - \varepsilon, a + \varepsilon[ \cap A \neq \emptyset$ .
- ☐ si  $x < a$ ,  $x \in A$ .
- ☐ si  $x > a$ ,  $x \notin A$ .
- ☐ si  $x < a$ , il existe  $y \in A$  tel que  $x < y \leq a$ .

**Question n°10** Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .

- ☐ si  $f$  est strictement croissante, elle n'est pas majorée.
- ☐ si  $f$  est strictement décroissante, elle est majorée.
- ☐ si  $f$  a une limite en  $+\infty$ , elle a une borne sup.
- ☐ si  $f$  a une limite finie en  $+\infty$ , elle a un max.
- ☐ si  $f$  est paire, elle a un min ou un max.
- ☐ si  $f$  est paire, elle a un inf ou un sup.
- ☐ si  $|f|$  est majorée,  $f$  aussi.
- ☐ si  $|f|$  est minorée,  $f$  aussi.
- ☐ si  $f$  est majorée,  $|f|$  aussi.
- ☐ si  $f$  est minorée,  $|f|$  aussi.