

DS n°5 : Fiche de calculs

Durée : 60 minutes, calculatrices et documents interdits

Nom et prénom :

Note :

Porter directement les réponses sur la feuille, sans justification.

Suites

Déterminer l'ensemble des suites réelles u vérifiant : $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = 6u_{n+1} - 9u_n$.

(1)

Déterminer les limites de suites suivantes (écrire **PAS DE LIMITE** le cas échéant).

$$\frac{3^n \operatorname{sh}(n) + e^n \cos(n)}{n^2 \sqrt{n} + 3^n \operatorname{ch}(n)} \xrightarrow{n \rightarrow +\infty}$$

(2)

$$\tan \left[\operatorname{Arcsin} \left(\frac{n^2}{n^2 + n + 1} \right) \right] \xrightarrow{n \rightarrow +\infty}$$

(3)

Pour chacune de ces suites définies par récurrence, donner l'ensemble maximal auquel appartient le premier terme pour que la suite soit définie, puis discuter la convergence de la suite en fonction du premier terme (donner la limite si elle existe, et écrire **DIV** en cas de divergence sans limite).

$$u : \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \ln(1 + u_n), u_0 \in$$

; (4)

$$\text{et } u_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty}$$

. (5)

$$v : \forall n \in \mathbb{N}, v_{n+1} = v_n^4, v_0 \in$$

; (6)

$$\text{et } v_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty}$$

. (7)

$$w : \forall n \in \mathbb{N}, w_{n+1} = \sin(w_n), w_0 \in$$

; (8)

$$\text{et } w_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty}$$

. (9)

Algèbre

Soit l'endomorphisme de \mathbb{R}^2 : $\varphi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$. Alors

$$(x, y) \mapsto (2x - y, -4x + 2y)$$

$$\text{Ker } \varphi = \boxed{} \quad (10)$$

Soit $G = (\mathbb{R}_+^* \times \mathbb{R}, \star)$ le groupe défini par $(x, y) \star (x', y') = (xx', x'y + y')$, noté multiplicativement.

$$1_G = \boxed{}. \quad (11)$$

$$(x, y)^{-1} = \boxed{}. \quad (12)$$

$$G \text{ est-il commutatif (répondre OUI ou NON) ? } \boxed{}. \quad (13)$$

Limites de fonctions

Donner les limites suivantes (écrire **N'EXISTE PAS** si la limite n'existe pas).

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x}) = \boxed{} \quad (14)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 1}{\ln(1 + 7x)} = \boxed{} \quad (15)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \lfloor -x^2 \rfloor = \boxed{} \quad (16)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor + 1}{\left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor - 1} = \boxed{} \quad (17)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\pi x)}{x(x^2 - 1)} = \boxed{} \quad (18)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^x - 1}{\ln(x) \ln(1 + 2x)} = \boxed{} \quad (19)$$

— FIN —