QCM n° 6

Un peu de calcul.

Échauffement n°1 Soit $A = \left\{ \dfrac{p\arctan(n)}{1+p}\ ,\ (n,p) \in \mathbb{N}^2 \right\}$. Déterminer, s'ils existent, les inf, sup, min et max de A.

Échauffement n°2 Soit $a = 185236$ et $b = 3524$. Calculer : $a \wedge b$, $a \vee b$ et un couple de Bézout de (a, b).

QCM - cocher une case si la phrase qui suit est correcte.

Question n°1

- ☐ Tout ensemble de $\mathbb{N}$ admet un minimum.
- ☐ Tout ensemble non vide de $\mathbb{N}$ admet un minimum.
- ☐ Tout ensemble non vide de $\mathbb{N}$ admet un maximum.
- ☐ Tout ensemble non vide de $\mathbb{Z}$ admet un minimum.
- ☐ Tout ensemble non vide et minoré de $\mathbb{Z}$ admet un minimum.
- ☐ Tout ensemble non vide et majoré de $\mathbb{Z}$ admet un maximum.

Question n°2 Soit a et b deux réels non nuls tels que $a \leqslant b$. Alors

- ☐ $a^{-1} \geqslant b^{-1}$
- ☐ $a^2 \leqslant b^2$.
- ☐ pour tout réel c, $ac \leqslant bc$.
- ☐ $\min(|a|, |b|) \leqslant \sqrt{a^2+b^2} \leqslant |a| + |b| \leqslant \sqrt{2}\sqrt{a^2+b^2} \leqslant 2\max(|a|, |b|)$

Question n°3 Soit a, b, c, $d \in \mathbb{Z}^*$. Alors :

- ☐ s'il existe u et v entiers tels que $au + bv = 4$ alors $\text{pgcd}(a, b) = 4$.
- ☐ si $7a - 9b = 1$ alors a et b sont premiers entre eux.
- ☐ si a divise b et b divise c et c divise a, alors $|a| = |b|$.
- ☐ « a et b premiers entre eux » équivaut à « $\text{ppcm}(a, b) = |ab|$ ».
- ☐ si a divise c et b divise d, alors ab divise cd.
- ☐ si 9 divise ab et si 9 ne divise pas a, alors 9 divise b.
- ☐ si a divise b ou a divise c, alors a divise bc.
- ☐ « a divise b » équivaut à « $\text{ppcm}(a, b) = |b|$ ».
- ☐ si a divise b, alors a n'est pas premier avec b.
- ☐ si a n'est pas premier avec b, alors a divise b ou b divise a.

Question n°4 Soit a, b, c, $d \in \mathbb{Z}^*$. Alors :

- ☐ si a divise b et c, alors $c^2 - 2b$ est multiple de a.
- ☐ s'il existe u et v entiers tels que $au + bv = d$ alors $\text{pgcd}(a, b) = |d|$.
- ☐ si a divise $b + c$ et $b - c$, alors a divise b et a divise c.
- ☐ si 19 divise ab, alors 19 divise a ou 19 divise b.
- ☐ si a est multiple de b et si c est multiple de d, alors $a + c$ est multiple de $b + d$.
- ☐ si a divise b et b ne divise pas c, alors a ne divise pas c.
- ☐ si 4 ne divise pas bc, alors b ou c est impair.
- ☐ si 5 divise b^2, alors 25 divise b^2.