

Semaine 4 du 9 octobre 2023 (S41)

III : Un peu de calcul

3. Systèmes linéaires et pivot de Gauss

Aucune théorie sur les systèmes linéaires n'a été faite dans ce chapitre : ce sera fait dans le chapitre sur les matrices.

Notamment, le théorème de structure des solutions n'a pas encore été vu.

L'objectif de cette partie est l'acquisition de la méthode pratique de résolution d'un système linéaire. Seuls seront traités (et ont été vus) les systèmes linéaires de petite dimension.

Les étudiants doivent savoir écrire correctement l'ensemble des solutions d'un système linéaire, et l'interpréter comme représentation paramétrique d'un objet dans le plan ou dans l'espace.

3.1. Définitions

3.2. Interprétation géométrique

3.2a. Dans le plan

3.2b. Dans l'espace

3.3. Opérations sur les lignes d'un système

3.4. Algorithme du pivot

3.4a. Cas d'un système diagonal

3.4b. Cas d'un système triangulaire inversible

3.4c. Cas d'un système triangulaire non inversible

3.4d. Systèmes échelonnés

3.4e. Cas général

IV : Logique et raisonnements par récurrence.

1. Propositions.

2. Connecteurs logiques.

2.1. Négation.

2.2. Conjonction « et » et disjonction « ou ».

2.3. Implication.

2.4. Équivalence.

3. Quantificateurs universel et existentiel.

Les quantificateurs ne sont pas définis de manière formelle/ensembliste.

3.1. Définition.

3.2. Permutation de quantificateurs.

Ces propriétés sont admises.

3.3. Négation.

Ces propriétés sont admises.

3.4. Le pseudo-quantificateur $\exists!$.

3.5. Quantificateurs et inégalités.

4. Raisonnements par récurrence.

Les « démonstrations » des différents principes de récurrence ne sont pas exigibles. L'objectif de cette partie est que les étudiants sachent rédiger proprement des raisonnements par récurrence.

4.1. Principe du minimum.

Ce principe est admis, on montrera ultérieurement qu'il est équivalent au principe de récurrence.

4.2. Principe de récurrence simple.

4.3. Erreurs classiques.

4.4. Bonne définition d'une suite définie par récurrence.

Ceci est un exemple motivant l'étude des deux nouveaux principes de récurrence. Aucune connaissance sur les suites récurrentes n'est attendue.

4.5. Récurrence double.

4.6. Récurrence triple, etc.

4.7. Récurrence forte.

4.8. Méthodologie : choix du type de récurrence.

4.9. Récurrence à partir d'un certain rang.

4.10. Récurrence sur un intervalle fini d'entiers.

4.11. Récurrence descendante.

4.12. Quelques récurrences fausses.