

## QCM n° 8

### Un peu de calcul.

**Échauffement n°1** Déterminer les limites suivantes (écrire **PAS DE LIMITE** le cas échéant).

$$\left(\frac{\ln x}{x}\right)^{\frac{1}{x}} \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} \quad (1)$$

$$\cos\left(\frac{e^x - e^{x+1}}{2^x - x^2}\right) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} \quad (2)$$

$$x \cdot \left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} \quad (3)$$

### QCM - cocher une case si la phrase qui suit est correcte.

**Question n°1** Laquelle des parties suivantes est un sous-groupe de  $(\mathbb{Z}, +)$  ?

- |   |   |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> $\{-1, 0, 1\}$               | <input type="checkbox"/> $\mathbb{N}$                   |
| <input type="checkbox"/> l'ensemble des nombres pairs | <input type="checkbox"/> l'ensemble des nombres impairs |

**Question n°2** Lequel des ensembles suivants n'est pas un sous-corps de  $\mathbb{C}$  ?

- |                                       |  |
|---------------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> $\mathbb{C}$ | <input type="checkbox"/> $\mathbb{Q}$                  |
| <input type="checkbox"/> $\mathbb{R}$ | <input type="checkbox"/> $i\mathbb{R} \cup \mathbb{R}$ |

**Question n°3** Parmi les applications suivantes, laquelle n'est pas un morphisme du groupe multiplicatif  $\mathbb{R}_+^*$  dans lui-même ?

- |  |   |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> $x \mapsto \ln x$         | <input type="checkbox"/> $x \mapsto \sqrt{x}$ |
| <input type="checkbox"/> $x \mapsto \frac{1}{x^2}$ | <input type="checkbox"/> $x \mapsto x$        |

**Question n°4** Soit  $f$  un morphisme d'un groupe  $G$  dans un groupe  $H$ . Laquelle des propriétés suivantes implique que  $f$  est injectif ?

- |  |
|--|
| <input type="checkbox"/> $x = e_G \Rightarrow f(x) = e_H$                |
| <input type="checkbox"/> $f(x) = e_H \Rightarrow x = e_G$                |
| <input type="checkbox"/> $x = y \Rightarrow f(x) = f(y)$                 |
| <input type="checkbox"/> $y \in H \Rightarrow \exists x \in G, y = f(x)$ |

**Question n°5** Si  $x$  et  $y$  sont deux éléments d'un anneau commutatif tels que  $x^2 = y^2$ , alors

- |                                      |  |
|--------------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> $x = y$     | <input type="checkbox"/> $ x  =  y $                     |
| <input type="checkbox"/> $x = \pm y$ | <input type="checkbox"/> on ne peut rien dire en général |

**Question n°6** Soit  $G$  un groupe dont la loi est notée multiplicativement et  $a$  un élément de  $G$ . Laquelle des applications suivantes est toujours un morphisme de groupes de  $G$  dans  $G$  ?

- |   |   |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> $f_1 : x \mapsto ax$       | <input type="checkbox"/> $f_3 : x \mapsto axa$    |
| <input type="checkbox"/> $f_2 : x \mapsto axa^{-1}$ | <input type="checkbox"/> $f_4 : x \mapsto x^{-1}$ |

**Question n°7**

- ☐ Toute suite monotone a une limite.
- ☐ Toute fonction monotone a une limite en tout point.
- ☐ Toute fonction monotone a une limite à droite en tout point.
- ☐ Toute fonction décroissante et minorée a une limite à droite finie en tout point.

**Question n°8** Soit  $I$  un intervalle de  $\mathbb{R}$  et  $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ . Soit  $l, M \in \mathbb{R}$  et  $a \in \bar{I}$ .

- ☐ Si une suite converge vers  $l$  et  $l < M$ , alors  $u_n < M$ .
- ☐ Si  $f$  tend vers  $l$  en  $a$  et  $l < M$ , alors on a  $f < M$ .
- ☐ Si  $f$  tend vers  $l$  en  $a$  et  $l < M$ , alors au voisinage de  $a$  on a  $f < M$ .
- ☐ Si  $f$  tend vers  $l$  en  $a$  et au voisinage de  $a$  on a  $f < M$ , alors  $l < M$ .

**Question n°9** Soit  $f$  une fonction de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$ ,  $A$  l'assertion «  $f(x)$  tend vers 0 quand  $x$  tend vers  $+\infty$  » et  $B$  l'assertion « la suite  $f(n)$  converge vers 0 ». Alors

- |   |  |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> $A$ implique $B$ | <input type="checkbox"/> $A$ et $B$ sont équivalentes                |
| <input type="checkbox"/> $B$ implique $A$ | <input type="checkbox"/> il n'y a pas d'implication entre $A$ et $B$ |

**Question n°10** Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . On suppose que  $\frac{f(x)}{x}$  tend vers 1 quand  $x$  tend vers  $+\infty$ . Alors sur un voisinage de  $+\infty$

- |  |  |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> $f(x) = x$    | <input type="checkbox"/> $f(x) \geq \frac{x}{2}$ |
| <input type="checkbox"/> $f(x) \geq x$ | <input type="checkbox"/> $f(x) \geq 2x$          |