Semaine n° 26 : du 8 avril au 12 avril

Lundi 8 avril

- **Cours à préparer : Chapitre XXV - Probabilités sur un univers fini**

  Les définitions des parties 1.1 et 1.2 sont à connaître parfaitement.

  — *Partie 1.1 :* Expérience aléatoire, univers, événement ; événement impossible, événement certain ; événements incompatibles ; événements deux à deux incompatibles, mutuellement incompatibles.
  Variable aléatoire, univers image ; pour une variable aléatoire X, événement $(X \in A)$; si X est réelle, événements $(X = x)$, $(X \leqslant x)$, etc.
  Système complet d'événements ; système complet d'événements $(X = x)_{x \in X(\Omega)}$

  — *Partie 1.2 :* Probabilité sur un univers fini, espace probabilisé fini ; événement presque sûr, événement négligeable ; probabilité uniforme ; propriétés d'une probabilité ; formule des probabilités totales ; détermination par les images des événements élémentaires.

  — *Partie 1.3 :* Probabilité conditionnelle ; si B est un événement de probabilité non nulle, P_B est une probabilité ; formule des probabilités composées, formule des probabilités totales ; formules de Bayes.
- **Exercices à traiter en TD**

  — **Feuille d'exercices n° 24 :** exercices 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 16, 17.

Mardi 9 avril

- **Cours à préparer : Chapitre XXV - Probabilités sur un univers fini**

  — *Partie 1.4 :* Couple d'événements indépendants ; famille finie d'événements mutuellement indépendants.
- **Exercices à corriger en classe**

  — **Feuille d'exercices n° 24 :** exercices 10, 12, 13.

Jeudi 11 avril

- **Cours à préparer : Chapitre XXV - Probabilités sur un univers fini**

  — *Partie 2.2 :* Loi d'une variable aléaoire ; image d'une variable aléatoire X par une application f, loi de $f(X)$; loi conditionnelle.

  — *Partie 2.4 :* Loi uniforme ; loi de Bernoulli ; loi binomiale.
- **Exercices à corriger en classe**

  — **Feuille d'exercices n° 24 :** exercices 11, 14, 15.

Vendredi 12 avril

- **Cours à préparer : Chapitre XXV - Probabilités sur un univers fini**

  — *Partie 2.5 :* Couple de variables aléatoires ; loi conjointe, lois marginales.

  — *Partie 2.6 :* Variables aléatoires indépendantes ; lemme des coalitions ; somme de n variables aléatoires mutuellement indépendantes de même loi de Bernoulli.

Échauffements

Mardi 9 avril

- *Cocher toutes les assertions vraies :*
  Soit n un entier ≥ 3 et $E = \{(x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n \,;\, x_1 = x_2 = \cdots = x_n\}$.

  ☐ $\dim E = n - 1$.
  ☐ $\dim E = 1$.
  ☐ $\dim E = n$.
  ☐ $E = \mathbb{R}$.

- *Cocher toutes les assertions vraies :* Dans $\mathbb{R}_3[X]$, l'espace des polynômes à coefficients réels de degré ≤ 3, on considère les deux sous-espaces vectoriels :

$$E = \{P \in \mathbb{R}_3[X] \,;\, P(0) = P(1) = 0\} \text{ et } F = \{P \in \mathbb{R}_3[X] \,;\, P'(0) = P''(0) = 0\},$$

  où P' (resp. P'') est la dérivée première (resp. seconde) de P.

  ☐ $\dim E = 3$.
  ☐ $E + F = \mathbb{R}_3[X]$.
  ☐ $\dim F = 1$.
  ☐ E et F sont supplémentaires dans $\mathbb{R}_3[X]$.

Jeudi 11 avril

- *Cocher toutes les assertions vraies :* Soit l'espace vectoriel $E = \mathbb{R}^3$. On note $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de E défini par

$$\forall (x, y, z) \in E, f(x, y, z) = (x + 3z, 0, y - 2z)$$

  ☐ $f(e_1) = e_1 + 3e_3, f(e_2) = 0, f(e_3) = e_2 - 2e_3$.
  ☐ $f(e_1) = e_1, f(e_2) = e_3, f(e_3) = 3e_1 - 2e_3$.
  ☐ f est de rang 3 car E est de dimension 3 .
  ☐ f est de rang 2 car (e_1, e_3) est une base de $\operatorname{Im} f$.
  ☐ $\operatorname{Ker} f = \{0\}$.
  ☐ $\operatorname{Ker} f$ est de dimension 1 car $\dim \operatorname{Ker} f = \dim E - \operatorname{rg} f$.
  ☐ $\operatorname{Ker} f$ est un sous-espace vectoriel de $\operatorname{Im} f$ car $\dim \operatorname{Ker} f \leqslant \dim \operatorname{Im} f$.
  ☐ L'égalité « $\dim E = \dim \operatorname{Ker} f + \dim \operatorname{Im} f$ » suffit pour affirmer que $\operatorname{Im} f$ et $\operatorname{Ker} f$ sont supplémentaires.
  ☐ f est surjective.
  ☐ f est injective.

Vendredi 12 avril

- Soit $u : x \mapsto \frac{1}{x} \ln(x + \cos x)$ et $f : x \mapsto (x + \cos x)^{1/x}$. On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f.
  ☐ Pour obtenir un $DL_2(0)$ de f, il suffit de prendre un $DL_2(0)$ de $\ln(x + \cos x)$.
  ☐ $f(x) = e^{u(x)}$ donc, si $u(x) = \alpha + \beta x + \gamma x^2 + o(x^2)$ au voisinage de 0, alors :

$$f(x) = 1 + p(x) + \frac{p(x)^2}{2!} + o\left(x^2\right) \text{ où } p(x) = \alpha + \beta x + \gamma x^2$$

  ☐ Le $DL_2(0)$ de f est : $f(x) = e\left[1 - x - \frac{4}{3}x^2\right] + o\left(x^2\right)$.
  ☐ Du $DL_2(0)$ de f, on déduit un prolongement par continuité de f en 0 en une fonction dérivable en 0, et un positionnement de $\mathscr{C}$ au-dessus de sa tangente au point d'abscisse 0.
- *Cocher toutes les assertions vraies :* Soit E et F deux $\mathbb{R}$-espaces vectoriels de dimensions finies et f une application linéaire de E dans F. On pose $\dim E = n$ et $\dim F = m$.

  ☐ Si f est injective, alors $n \leq m$.
  ☐ Si f est surjective, alors $n \geq m$.
  ☐ Si $n \leq m$, alors f est injective.
  ☐ Si $n \geq m$, alors f est surjective.