Semaine n° 23 : du 18 mars au 22 mars

Lundi 18 mars

- **Cours à préparer : Chapitre XXI - Applications linéaires et familles de vecteurs**
  — *Partie 3 :* Homothéties ; projecteurs ; symétries.

Mardi 19 mars

- **Cours à préparer : Chapitre XXII - Intégration**
  — *Partie 1 :* Continuité uniforme ; théorème de Heine.
  — *Partie 2.1 :* Fonction en escalier sur un segment ; intégrale d'une fonction en escalier sur un segment ; propriétés.
  — *Partie 2.2 :* Fonction continue par morceaux sur un segment ; intégrale d'une fonction continue par morceaux sur un segment ; propriétés.
- **Exercices à corriger en classe**
  — **Feuille d'exercices nº 21 :** exercices 4, 6.

Jeudi 21 mars

- **Cours à préparer : Chapitre XXII - Intégration**
  — *Partie 2.3 :* Généralisation au cas où $b \leqslant a$.
  — *Partie 3 :* Notion de primitive ; théorème fondamental du calcul différentiel.
- **Exercices à corriger en classe**
  — **Feuille d'exercices nº 21 :** exercices 13, 14, 15

Vendredi 22 mars

- **Cours à préparer : Chapitre XXII - Intégration**
  — *Partie 5 :* Formule de Taylor avec reste intégral ; inégalité de Taylor-Lagrange.
  — *Partie 6 :* Extension au cas des fonctions à valeurs complexes.

Échauffements

Mardi 19 mars

- Calculer le développement limité de $f : x \mapsto \displaystyle\int_{x^3}^{x^2} \frac{dt}{\sqrt{t^4+t^2+1}}$ à l'ordre 13 au voisinage de 0.
- *Cocher toutes les assertions vraies :* Soit f la fonction définie sur $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ par $\forall t \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[,\ f(t) = \frac{\cos(t)}{\sin(t)}$. On pose $\forall t \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[,\ g(t) = f(t) - \dfrac{1}{t}$.
  ☐ Comme $\cos(t) \underset{t\to 0}{\sim} 1$ et $\sin(t) \underset{t\to 0}{\sim} t$, alors $f(t) \underset{t\to 0}{\sim} \frac{1}{t}$.
  ☐ Comme $f(t) \underset{t\to 0}{\sim} \frac{1}{t}$, alors $f(t) - \dfrac{1}{t} \underset{t\to 0}{\sim} \frac{1}{t} - \frac{1}{t}$.
  ☐ Comme $\cos(t) \underset{t\to 0}{\sim} 1-t$ et $\sin(t) \underset{t\to 0}{\sim} t$, alors $f(t) - \frac{1}{t} \underset{t\to 0}{\sim} -1$.
  ☐ g est dérivable sur $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ et g admet une limite en 0 et g' admet une limite en 0, alors g est dérivable en 0.

Jeudi 21 mars

- Calculer l'intégrale
$$I = \int_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi} \frac{\cos t}{1 + 2\sin t + 2\sin^2 t}\,\mathrm{dt}$$
- *Cocher toutes les assertions vraies :* On considère les applications suivantes :
$$f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^3 & \to & \mathbb{R}^2 \\ (x,y,z) & \to & (x-y, y+2z+a) \end{array} \quad \text{et} \quad g: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^3 & \to & \mathbb{R} \\ (x,y,z) & \to & (ax+b)(x+y). \end{array}$$
  où a et b sont des réels.
  ☐ Pour tout $a \in \mathbb{R}$, f est une application linéaire.
  ☐ f est une application linéaire si et seulement si $a = 0$.
  ☐ g est une application linéaire si et seulement si $a = b = 0$.
  ☐ g est une application linéaire si et seulement si $a = 0$.

Vendredi 22 mars

- *Cocher toutes les assertions vraies :* Soit E un espace vectoriel et f un endomorphisme involutif de E, c.à.d. un endomorphisme non nul de E tel que $f^2 = Id$, où Id est l'identité de E.
  ☐ f est bijective.
  ☐ $\mathrm{Im}(Id+f) \cap \mathrm{Im}(Id-f) = E$.
  ☐ $E = \mathrm{Im}(Id+f) + \mathrm{Im}(Id-f)$.
  ☐ $\mathrm{Im}(Id+f)$ et $\mathrm{Im}(Id-f)$ ne sont pas supplémentaires dans E.
- *Cocher toutes les assertions vraies :* Soit E un espace vectoriel et f un projecteur de E, c.à.d. un endomorphisme de E tel que $f^2 = f$. On notera Id l'identité de E.
  ☐ f est injective.
  ☐ $Id - f$ est un projecteur de E.
  ☐ $E = \ker f \oplus \mathrm{Im}\, f$.
  ☐ $\mathrm{Im}\, f = \ker(Id - f)$.