Semaine n° 22 : du 11 mars au 15 mars

Lundi 11 mars

- **Cours à préparer : Chapitre XXI - Applications linéaires et familles de vecteurs**
  — *Partie 1.1 :* Applications linéaires, endomorphisme, isomorphisme, forme linéaire. Détermination d'une application linéaire par ses restrictions à deux sous-espaces supplémentaires.
  — *Partie 1.2 :* Opérations sur les applications linéaires.

Mardi 12 mars

- **Cours à préparer : Chapitre XXI - Applications linéaires et familles de vecteurs**
  — *Partie 1.3 :* Image directe d'un sous-espace vectoriel par une application linéaire ; image réciproque d'un sous-espace vectoriel par une application linéaire ; noyau, image d'une application linéaire ; caractérisation de l'injectivité par le noyau, de la surjectivité par l'image.
  — *Partie 1.4 :* Réciproque d'un isomorphisme, composée d'isomorphismes ; groupe linéaire.
- **Exercices à corriger en classe**
  — **Feuille d'exercices n° 20 :** exercices 6, 9.

Jeudi 14 mars

- **Cours à préparer : Chapitre XXI - Applications linéaires et familles de vecteurs**
  — *Partie 2.1 :* Image d'un sous-espace engendré par une famille de vecteurs par une application linéaire.
  — *Partie 2.2 :* Sous-espace vectoriel engendré par une famille de vecteurs.
  — *Partie 2.3 :* Famille génératrice d'un $\mathbb{K}$-espace vectoriel.
  — *Partie 2.4 :* Famille libre, famille liée. Famille échelonnée de $\mathbb{K}^n$.
- **Exercices à corriger en classe**
  — **Feuille d'exercices n° 20 :** exercices 21, 26, 27, 30, 32.

Vendredi 15 mars

- **Cours à préparer : Chapitre XXI - Applications linéaires et familles de vecteurs**
  — *Partie 2.5 :* Base d'un espace vectoriel ; famille des coordonnées d'un vecteur dans une base. Image d'une base par une appllication linéaire injective, par une application vectoriel par un isomorphisme. Détermination d'une application linéaire par l'image des vecteurs d'une base. Caractérisation de l'injectivité, de la surjectivité par l'image d'une base.
  — *Partie 2.6 :* Bases canoniques des espaces vectoriels de référence.

Échauffements

Mardi 12 mars

- Soit $E = \mathbb{R}^4$. On pose $u_1 = (1, 5, 1, 1)$, et $u_2 = (1, -4, 0, -1)$ et $G = \mathrm{Vect}(u_1, u_2)$.
  Déterminer un système d'équations cartésiennes de G.
- *Cocher toutes les assertions vraies :* Les développements limités suivant sont corrects :

  ☐ $\sin(x) \underset{x\to 0}{=} x - \frac{x^3}{6} + o\left(x^3\right)$.

  ☐ $\ln(n+1) = n - \frac{n^2}{2} + \frac{n^3}{3} + o\left(n^3\right)$.

  ☐ $\dfrac{1}{1+u} = 1 + u + u^2 + u^3 + u^4 + \underset{u\to 1}{o}(u^4)$.

  ☐ $\mathrm{e}^{-x^2} \underset{x\to 0}{=} 1 - x^2 + \frac{x^4}{2} - \frac{x^6}{6} + o(x^6)$.

Jeudi 14 mars

- *Cocher toutes les assertions vraies :*
  ☐ $\ln\left(1 - \dfrac{1}{n}\right) = -\dfrac{1}{n} - \dfrac{1}{2n^2} - \dfrac{1}{3n^3} + \underset{n\to+\infty}{o}\left(\dfrac{1}{n^3}\right)$.
  ☐ $\cos(x) \underset{x\to\frac{\pi}{2}}{\sim} \frac{\pi}{2} - x$.
  ☐ $\mathrm{e}^{-\dfrac{1}{n}} = 1 + \dfrac{1}{n} + \dfrac{1}{2n^2} + \dfrac{1}{3n^3} + \underset{n\to+\infty}{o}\left(\dfrac{1}{n^3}\right)$.
  ☐ $\sqrt{1 - \dfrac{1}{n}} = 1 - \dfrac{1}{2n} - \dfrac{1}{8n^2} + \underset{n\to+\infty}{o}\left(\dfrac{1}{n^2}\right)$.
- *Cocher toutes les assertions vraies :* Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ et $a \in \mathbb{R}$.
  ☐ f est continue en a si et seulement si f admet un DL en a à l'ordre 0 ;
  ☐ f est de classe $\mathscr{C}^0$ en a si et seulement si f admet un DL en a à l'ordre 0 ;
  ☐ f est dérivable en a si et seulement si f admet un DL en a à l'ordre 1 ;
  ☐ f est de classe $\mathscr{C}^1$ en a si et seulement si f admet un DL en a à l'ordre 1 ;
  ☐ f est deux fois dérivable en a si et seulement si f admet un DL en a à l'ordre 2.

Vendredi 15 mars

- *Cocher toutes les assertions vraies :*
  ☐ $n \sum_{k=1}^{n} \dfrac{1}{k} \underset{n\to+\infty}{=} n\ln(n) + \gamma n + o(n)$ si et seulement si $\lim_{n\to+\infty} \sum_{k=1}^{n} \dfrac{1}{k} - \ln(n) - \gamma = 0$.
  ☐ Pour tout entier k, $\dbinom{n}{k} \underset{n\to+\infty}{\sim} \dfrac{n^k}{k!}$ car $\lim_{n\to+\infty} \dbinom{n}{k} \dfrac{k!}{n^k} = 1$.
  ☐ Pour tout entier k, $\left(1 - \frac{k}{n}\right)^n \underset{n\to+\infty}{\sim} 1$, car $\lim_{n\to+\infty} 1 - \frac{k}{n} = 1$.
  ☐ $\ln\left(1 - \dfrac{1}{n}\right) \underset{n\to+\infty}{=} -\dfrac{1}{n} - \dfrac{1}{2n^2} + o\left(\frac{1}{n^2}\right)$
- *Cocher toutes les assertions vraies :*
  ☐ $\{1\}$ est une base de $\mathbb{C}$ comme $\mathbb{R}$-espace vectoriel.
  ☐ $\{i\}$ est une base de $\mathbb{C}$ comme $\mathbb{C}$-espace vectoriel.
  ☐ $\{i, 1+i\}$ est une base de $\mathbb{C}$ comme $\mathbb{R}$-espace vectoriel.
  ☐ 1 et i sont $\mathbb{C}$ linéairement indépendants.