

QCM n° 10

Un peu de calcul.

Échauffement n°1 Soit $P = X^6 - 3X^5 - 6X^4 + 6X^3 + 9X^2 - 6X + 1$ Calculez $P(4)$ et donnez le quotient et le reste de la division euclidienne de P par $(X - 4)$.

Échauffement n°2 Montrer que pour tous $n \in \mathbb{N}^*$ et $\theta \in \mathbb{R}$, le polynôme $X^n \sin \theta - X \sin(n\theta) + \sin((n-1)\theta)$ est divisible par $X^2 - 2X \cos \theta + 1$

QCM - cocher une case si la phrase qui suit est correcte.

Question n°1 La somme des quatre racines complexes du polynôme $7X^4 + 2X^2 - 3X + 5$ vaut :

- ☐ 0
☐ $\frac{3}{5}$

- ☐ $-\frac{2}{7}$
☐ -2

Question n°2 Soit P un polynôme complexe tel que 0 soit une racine de P' (polynôme dérivé) d'ordre 3. Alors 0

- ☐ est une racine de P d'ordre $P(0)$
☐ est une racine de P d'ordre 2

- ☐ est une racine de P d'ordre 4
☐ n'est pas forcément racine de P

Question n°3 Quel est le coefficient de X^n dans le polynôme $P = (1 + X + X^2 + \dots + X^n)^2$?

- ☐ 1
☐ 2

- ☐ n
☐ $n + 1$

Question n°4 Soit P un polynôme unitaire à coefficients réels dont toutes les racines dans \mathbb{C} sont de module 1. Alors son coefficient constant vaut

- ☐ 1
☐ 0

- ☐ 1 ou -1
☐ un réel quelconque de $[-1, 1]$

Question n°5 Si P et Q sont deux polynômes de degré n , quel est le degré de $PQ' - P'Q$?

- ☐ $n^2 - n$
☐ $n^2 - n - 1$

- ☐ $2n - 1$
☐ il est inférieur à $2n - 2$

Question n°6 Soit $n \geq 1$. Combien vaut $\prod_{k=1}^n \left(2 - e^{i\frac{2k\pi}{n}}\right)$?

- ☐ 1
☐ 0

- ☐ $3^{n/2}$
☐ $2^n - 1$

Question n°7 Soit P, Q, R trois polynômes complexes. À quelle condition sur Q , l'égalité $P(Q(X)) = R(Q(X))$ implique-t-elle que $P = R$?

- ☐ $Q = 1$
☐ Q est constant

- ☐ Q est non constant
☐ Q est non nul

Question n°8 Soit P scindé à racines simples dans $\mathbb{C}[X]$. À quelle condition $P(X^2)$ est-il aussi scindé à racines simples ?

- ☐ c'est toujours le cas
☐ ce n'est jamais le cas
☐ uniquement si $P(X^2)$ est pair
☐ uniquement si 0 n'est pas racine de P

Question n°9 Soit P, Q des polynômes tels que $XP(X) = (X - 1)Q(X)$. Quelle condition permet de dire que P divise Q ?

- ☐ $P(0) = 0$
☐ $P(1) = 0$

- ☐ $P(0) \neq 0$
☐ $P(1) \neq 0$

Question n°10 Soit P un polynôme complexe de degré ≥ 1 . Les polynômes P et P' sont premiers entre eux si et seulement si

- ☐ $\deg P = 1$
☐ P admet une unique racine

- ☐ P' ne divise pas P
☐ toutes les racines de P sont simples

Question n°11 Un polynôme réel P qui n'a pas de racine réelle est

- ☐ irréductible
☐ de degré 2

- ☐ de degré pair
☐ de coefficient dominant strictement positif