Semaine n° 27 : du 29 avril au 3 mai

Lundi 29 avril

- **Cours à préparer : Chapitre XXV - Probabilités sur un univers fini**
  - *Partie 2.7 :* Espérance ; variable aléatoire centrée ; linéarité, positivité, croissance de l'espérance ; espérance d'une variable aléatoire constante, d'une variable aléatoire suivant une loi uniforme, une loi de Bernoulli, une loi binomiale ; formule de transfert ; espérance d'un produit de deux variables aléatoires réelles indépendantes ; inégalité de Markov.
- **Exercices à traiter en TD**
  - **Feuille d'exercices nº 25 :** exercices 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10.

Mardi 30 avril

- **Cours à préparer : Chapitre XXV - Probabilités sur un univers fini**
  - *Partie 2.8 :* Variance, écart-type ; variable aléatoire réduite ; formule de König-Huygens ; variance d'une variable aléatoire constante, d'une variable aléatoire suivant une loi uniforme, une loi de Bernoulli, une loi binomiale ; inégalité de Bienaymé-Tchebychev ; covariance de deux variables aléatoires réelles ; couple de variables aléatoires décorrélées ; variance d'une somme de variables aléatoires réelles.
- **Exercices à corriger en classe**
  - **Feuille d'exercices nº 25 :** exercices 8, 9.

Jeudi 2 mai

- **Cours à préparer : Chapitre XXVI - Matrices et applications linéaires**
  - *Partie 1 :* Espace vectoriel $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$; application linéaire canoniquement associée à une matrice ; noyau et image d'une matrice.
  - *Partie 2.1 :* Matrice d'une famille de vecteurs dans une base.
  - *Partie 2.2 :* Matrice d'une application linéaire relativement à un couple de bases ; isomorphisme $u \mapsto \mathrm{Mat}_{\mathcal{B},\mathcal{C}}(u)$; matrice dans la base $\mathcal{C}$ de l'image d'un vecteur x par u ; matrice d'une composée.
- **Exercices à corriger en classe**
  - **Feuille d'exercices nº 25 :** exercices 16, 17.

Vendredi 3 mai

- **Cours à préparer : Chapitre XXVI - Matrices et applications linéaires**
  - *Partie 2.3 :* Caractérisation des isomorphismes par leur matrice dans un couple de bases, matrice de la réciproque d'un isomorphisme ; caractérisation des bases par leur matrice dans une base.
  - *Partie 2.4 :* Matrice de passage ; formules de changement de bases.

Semaine n° 28 : du 6 mai au 10 mai

Lundi 6 mai

- **Cours à préparer : Chapitre XXVI - Matrices et applications linéaires**
  - *Partie 3 :* Matrices triangulaires supérieures, triangulaires inférieures ; matrices diagonales ; matrices symétriques, matrices antisymétriques.
- **Exercices à traiter en TD**
  - **Feuille d'exercices nº 25 :** exercices 11, 12, 13, 14, 15, 18.
  - **Feuille d'exercices nº 26 :** exercices 1, 3, 4, 5, 6, 7.

Échauffements

Mardi 30 avril

- *Cocher toutes les assertions vraies :* Soit $\mathscr{E}$ une expérience aléatoire et Ω l'univers qui lui a été associé. Soient A et B deux événements de probabilités respectives 0.5 et 0.6.
  ☐ A est inclus dans B car $\mathbb{P}(A) \leqslant \mathbb{P}(B)$.
  ☐ A et B ne peuvent pas être incompatibles car $\mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) = 1.1 > 1$.
  ☐ Il est impossible que A et B soient indépendants si A implique B.
  ☐ Ω est indépendant de tout autre événement.
  ☐ Deux événements quelconques (mais non impossibles) ne peuvent être simultanément incompatibles et indépendants.
  Supposons maintenant que $\mathbb{P}(A \cup B) = 4/5$. A et B sont-ils indépendants ?
  ☐ Oui.
  ☐ Non.
  ☐ On ne peut pas se prononcer car on ne dispose pas de $\mathbb{P}(A \cap B)$.
  ☐ On ne peut pas se prononcer car on ne dispose pas de détails sur l'expérience, sur Ω, A et B.

Jeudi 2 mai

- *Cocher toutes les assertions vraies :*
  Soit X une variable aléatoire à valeurs dans $\{0, 1, 2\}$ et de loi donnée par
  $$\mathbb{P}(X = 0) = \mathbb{P}(X = 2) = a \quad \text{et} \quad \mathbb{P}(X = 1) = 1 - 2a$$
  où a est une constante réelle.
  Quelles valeurs la constante a a-t-elle le droit de prendre ?
  ☐ Toutes les valeurs de $]0, 1[$ car $\mathbb{P}(X = 0) + \mathbb{P}(X = 1) + \mathbb{P}(X = 2) = 1$.
  ☐ Seulement la valeur $a = 1/4$.
  ☐ Toutes les valeurs de $]0, 1/2[$.
  ☐ Une autre réponse que les précédentes.
  Que valent l'espérance et la variance de X ?
  ☐ $\mathbb{E}(X) = 1$ et $\mathrm{Var}(X) = 1 + 2a$.
  ☐ $\mathbb{E}(X) = 2a$ et $\mathrm{Var}(X) = 4a^2$.
  ☐ $\mathbb{E}(X) = 1$ et $\mathrm{Var}(X) = 2a$.
  On pose $Y = 4 - 2X$. *Sans déterminer la loi de Y*, peut-on calculer l'espérance et l'écart-type de Y ?
  ☐ Oui, ils valent respectivement 2 et $\sqrt{8a}$.
  ☐ Oui, ils valent respectivement 2 et $\sqrt{4(1 - a)}$.
  ☐ Oui, ils valent respectivement $4(1 - a)$ et $4a$.
  ☐ Oui, mais aucune des propositions précédentes n'est correcte.
  ☐ Non, il nous faut nécessairement la loi pour calculer ces caractéristiques de Y.

Vendredi 3 mai

- *Cocher toutes les assertions vraies :* Une urne contient n boules numérotées de 1 à n. Nous les extrayons successivement sans remise. On dit qu'il y a rencontre au i-ème tirage si la i-ème boule tirée porte le numéro i.
  ☐ La probabilité qu'il y ait rencontre au i-ème tirage est $\frac{1}{n}$
  ☐ La probabilité qu'il y ait rencontre au i-ème tirage est $\frac{1}{n-1}$
  ☐ Le nombre moyen de rencontres est 2.
  ☐ Le nombre moyen de rencontres est 3.

Lundi 29 avril

- *Cocher toutes les phrases correctes :* Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $v_n = (n, n^2, n^3)$.
  On considère l'application

$$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^3 & \to & \mathbb{R}^3 \\ (x,y,z) & \mapsto & (x+2y-3z, x+4y-5z, x+8y-9z) \end{array}$$

  - ☐ $\mathrm{Vect}(v_1, v_2, v_3) = \mathbb{R}^3$.
  - ☐ $\mathrm{Vect}(v_1, v_2, v_3, v_4) = \mathbb{R}^3$.
  - ☐ $\mathrm{rg}(v_1, v_2, v_3, v_4) = \dim \mathbb{R}^3$.
  - ☐ $\mathrm{rg}(v_1, v_2, v_3) = \dim \mathbb{R}^3$.
  - ☐ $\mathrm{Vect}(v_1, v_2, v_3, v_4) = \mathbb{R}^3$ et $\dim(\mathrm{Vect}(v_1, v_2, v_3, v_4)) = \dim \mathbb{R}^3$ donc (v_1, v_2, v_3, v_4) est une base de $\mathbb{R}^3$.
  - ☐ $\mathrm{Vect}(v_1, v_2, v_3) = \mathbb{R}^3$ et $\dim(\mathrm{Vect}(v_1, v_2, v_3)) = \dim \mathbb{R}^3$ donc (v_1, v_2, v_3) est une base de $\mathbb{R}^3$.
  - ☐ La famille $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une famille génératrice de $\mathbb{R}^3$.
  - ☐ La famille $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une famille génératrice de $\mathbb{R}^3$ et $\dim \mathbb{R}^3 = 3$ donc (v_0, v_1, v_2) est une base de $\mathbb{R}^3$.
  - ☐ La famille $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une famille génératrice de $\mathbb{R}^3$ et $\dim \mathbb{R}^3 = 3$ donc (v_1, v_2, v_3) est une base de $\mathbb{R}^3$.
  - ☐ f est un endomorphisme de $\mathbb{R}^3$.
  - ☐ Une base de $\mathrm{Ker} f$ est $\mathrm{Vect}(v_1)$.
  - ☐ $\mathrm{rg}(f) = 2$.
  - ☐ La famille (v_2, v_3) est libre et comporte deux vecteurs, or $\dim(\mathrm{Im} f) = 2$ donc (v_2, v_3) est une base de $\mathrm{Im} f$.
  - ☐ $\mathrm{Im} f = \mathrm{Vect}(v_1, v_2)$ et $\dim(v_1, v_2) = \dim(\mathrm{Im} f)$ donc (v_1, v_2) est une base de $\mathrm{Im} f$.
- *Cocher toutes les phrases correctes :* Soit la fonction $g : x \mapsto x^2 \ln x$, définie sur $]0, +\infty[$.
  - ☐ g est définie sur $]0, +\infty[$ car x^2 et $\ln x$ sont définies sur $]0, +\infty[$.
  - ☐ $g \in \mathcal{C}^\infty$.
  - ☐ g est de classe $\mathcal{C}^\infty$ sur $]0, +\infty[$.
  - ☐ $g \in \mathcal{C}^\infty(]0, +\infty[)$.
  - ☐ g est de classe $\mathcal{C}^\infty(]0, +\infty[)$.
  - ☐ $g \in \mathcal{C}^\infty(]0, +\infty[, \mathbb{R})$.
  - ☐ g est de classe $\mathcal{C}^\infty(]0, +\infty[, \mathbb{R})$.
  - ☐ g se prolonge par continuité en 0 en une fonction h continue sur $[0, +\infty[$.
  - ☐ L'intégrale $\displaystyle\int_0^1 h$ est bien définie.
  - ☐ Pour calculer $\displaystyle\int_0^1 h$, on peut réaliser une intégration par parties avec les fonctions $u : x \mapsto \frac{x^3}{3}$ et $v : x \mapsto \ln x$.
- *Cocher toutes les phrases correctes :* Soit $\varphi : x \mapsto \displaystyle\int_0^x (x-t)\mathrm{e}^{t^2}\,\mathrm{d}t$.
  - ☐ φ est définie sur $\mathbb{R}$ car la fonction $t \mapsto (x-t)\mathrm{e}^{t^2}$ est continue sur $\mathbb{R}$.
  - ☐ φ est une primitive de la fonction $t \mapsto (x-t)\mathrm{e}^{t^2}$.
  - ☐ φ est dérivable sur $\mathbb{R}$.
- *Cocher toutes les phrases correctes :* Soit $\psi : x \mapsto \displaystyle\int_0^x \mathbb{1}_{\mathbb{Q}}(x)\mathrm{e}^{t^2}\,\mathrm{d}t$.
  - ☐ Pour tout réel x, la fonction $t \mapsto \mathbb{1}_{\mathbb{Q}}(x)\mathrm{e}^{t^2}$ est continue sur $\mathbb{R}$.
  - ☐ ψ est définie sur $\mathbb{R}$.
  - ☐ Pour tout $x \in \mathbb{Q}$, $|\psi(x)| \geqslant |x|$.
  - ☐ ψ est continue sur $\mathbb{R}$.