DS n°3 : Fiche de calculs

Durée : 60 minutes, calculatrices et documents interdits

Nom et prénom : Note :

Porter directement les réponses sur la feuille, sans justification.

Calculs d'intégrales et de primitives

Calculer les intégrales suivantes.

$$\int_0^2 (3t+1)\mathrm{e}^{-t}\,\mathrm{d}t = \qquad (1)$$

$$\int_1^2 t^2\ln(t)\,\mathrm{d}t = \qquad (2)$$

$$\int_0^{\pi/2} \cos^5(t)\,\mathrm{d}t = \qquad (3)$$

$$\int_0^1 \frac{\mathrm{d}t}{1+3\mathrm{e}^{-t}} = \qquad (4)$$

Équations différentielles

On considère sur $\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$, l'équation différentielle suivante : $(\mathscr{E})$: $y' = y\tan x + \sin x$.

$$\mathcal{S}_{\mathcal{H}} = \qquad (5)$$

$$\mathcal{S}_{\mathscr{E}} = \qquad (6)$$

L'unique solution de $(\mathscr{E})$ vérifiant $y(0) = \dfrac{3}{2}$ est

(7)

Soit $(\mathscr{F}) : y'' + y' - 6y = \mathrm{ch}(x)$. Donner $\mathcal{S}_{\mathcal{H}}$ et une solution particulière que l'on notera y_0 :

$$\mathcal{S}_{\mathcal{H}} = \boxed{} \tag{8}$$

$$y_0 = \boxed{}. \tag{9}$$

L'unique solution y de $(\mathscr{F})$ vérifiant $y(0) = 0$ et $y'(0) = 0$ est

$$\boxed{}. \tag{10}$$

Ensembles, applications

On définit de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ l'application $f : x \mapsto x^2 + x^3$. Dire si f est injective/surjective.

$$\boxed{} \tag{11}$$

Déterminer la partie suivante.

$$f(\mathbb{R}_-) = \boxed{} \tag{12}$$

(13)

Calcul matriciel

$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ est inversible et $A^{-1} = \boxed{}$ (14)

Soient a, b, c, x, y et z des réels. On pose $L = \begin{pmatrix} a & b & c \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{1,3}(\mathbb{R})$ et $C = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$. Alors

$$M = CL = \boxed{} \qquad \alpha = LC = \boxed{}. \tag{15}$$

Exprimer M^2 en fonction de α, C et L. Pour $n \in \mathbb{N}^*$, exprimer M^n en fonction de n, α et M uniquement :

$$M^2 = \boxed{} \qquad M^n = \boxed{} \tag{16}$$

— FIN —