

LYCÉE LA MARTINIÈRE MONPLAISIR LYON

SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR

CLASSE PRÉPARATOIRE M.P.S.I. ET M.P.I.I.

ANNÉE 2023 - 2024



C3 : MODÉLISATION CINÉMATIQUE DES SYSTÈMES
COMPOSÉS DE CHAINES DE SOLIDES

TD 8 - Cinématique du solide (C3-4)

Compétences

- **Modéliser**
 - Déterminer les caractéristiques d'un solide ou d'un ensemble de solides indéformables.
 - Modéliser la cinématique d'un ensemble de solides.
 - Vérifier la cohérence du modèle choisi en confrontant les résultats analytiques et/ou numériques aux résultats expérimentaux.
- **Communiquer**
 - Utiliser un vocabulaire technique, des symboles et des unités adéquats.

Exercice 1 : Mécanisme d'ouverture de porte en accordéon

Source : Emilien DURIF

1 Présentation et paramétrage

L'étude porte sur le dimensionnement d'un système de porte "accordéon" motorisée utilisé dans un bus. Le cahier des charges est résumé sur le diagramme d'exigence ci-dessous :

La figure 2 ci-dessous représente une porte "accordéon" motorisée.

- Le battant 1
 - est articulé par rapport à la paroi du bus 0 en A;
 - son repère associé est : $R_1 = (A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_{0,1})$;
 - son paramètre de mouvement est $\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$;
 - $\overrightarrow{BA} = a \cdot \vec{y}_1$
- Le battant 2
 - est articulé par rapport à la chaîne 3 en C et par rapport au battant 1 en B;
 - son repère associé est : $R_2 = (A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_{0,2})$;
 - son paramètre de mouvement est $\beta = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$;
 - $\overrightarrow{BC} = a \cdot \vec{y}_2$.
- La chaîne 3 qui est mise en mouvement par un moto-réducteur 4. Le maillon C se déplace à vitesse notée $v(t)$.
- On considère la phase de fermeture de la porte, (à l'instant initial les points A et C sont confondus).

Q 1 : Représenter les figures planes de projection permettant de paramétrer le problème

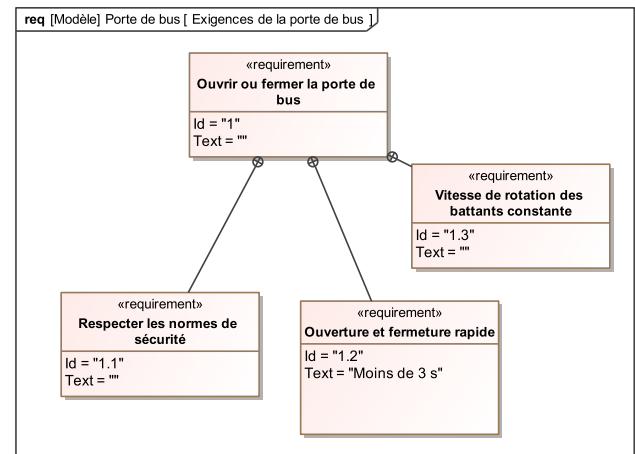


FIGURE 1 – Présentation de la problématique de l'étude.

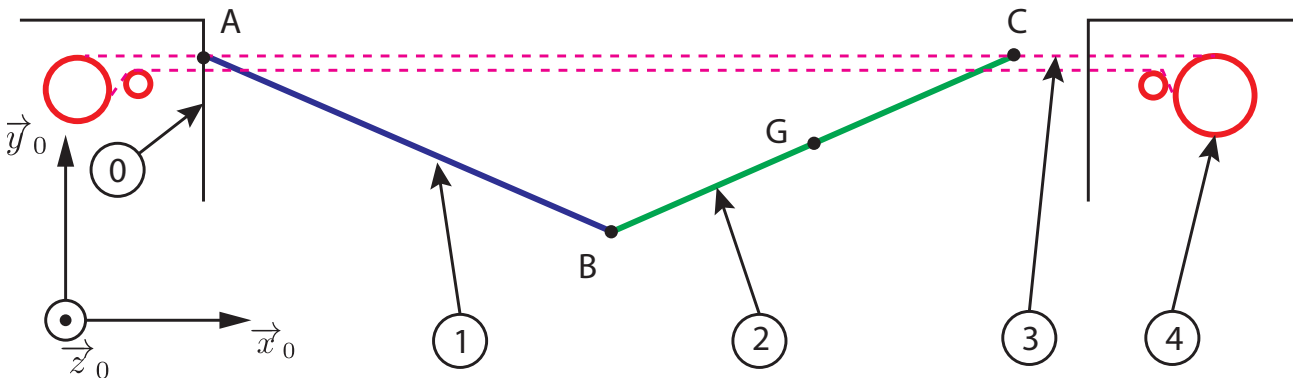


FIGURE 2 – Système d'ouverture de porte en accordéon

Q 2 : Représenter sur la figure et la configuration ci-dessus les différents repères et les paramètres angulaires associés.

2 Résolution : détermination de la relation entrée-sortie du problème.

Q 3 : Quelle est la nature du mouvement du maillon de chaîne 3 par rapport à la paroi du bus 0 ?

Q 4 : Caractériser ce mouvement par son torseur cinématique en fonction de $v : \{\mathcal{V}_{(3/0)}\}$ au point C puis au point B.

Q 5 : Quelle est la nature du mouvement du battant 1 par rapport à la paroi du bus 0 ?

Q 6 : Donner l'expression du torseur cinématique $\{\mathcal{V}_{(1/0)}\}$ au point A.

Q 7 : Dédurre le torseur cinématique $\{\mathcal{V}_{(1/0)}\}$ au point B.

Q 8 : Calculer $\vec{V}(B \in 1/0)$ par la mécanique du point (dérivation vectorielle).

Q 9 : Déterminer le torseur cinématique $\{\mathcal{V}_{(2/1)}\}$ au point B en fonction de $\dot{\beta}$ et $\dot{\theta}$.

Q 10 : Déterminer le torseur cinématique $\{\mathcal{V}_{(2/3)}\}$ au point C puis au point B en fonction de a et $\dot{\beta}$.

Q 11 : Traduire la relation de Chasles au Point B : $\{\mathcal{V}_{(1/0)}\} = \{\mathcal{V}_{(1/2)}\} + \{\mathcal{V}_{(2/3)}\} + \{\mathcal{V}_{(3/0)}\}$.

Q 12 : En projetant la relation en vitesse issue de la question précédente en déduire deux équations scalaires.

Q 13 : A l'aide des conditions initiales lorsque la porte est ouverte ($\beta = \theta = 0$) et en intégrant par rapport au temps une des deux équations précédentes, en déduire une relation entre β et $\theta \forall t$ et l'expression de $v(t)$ en fonction de θ .

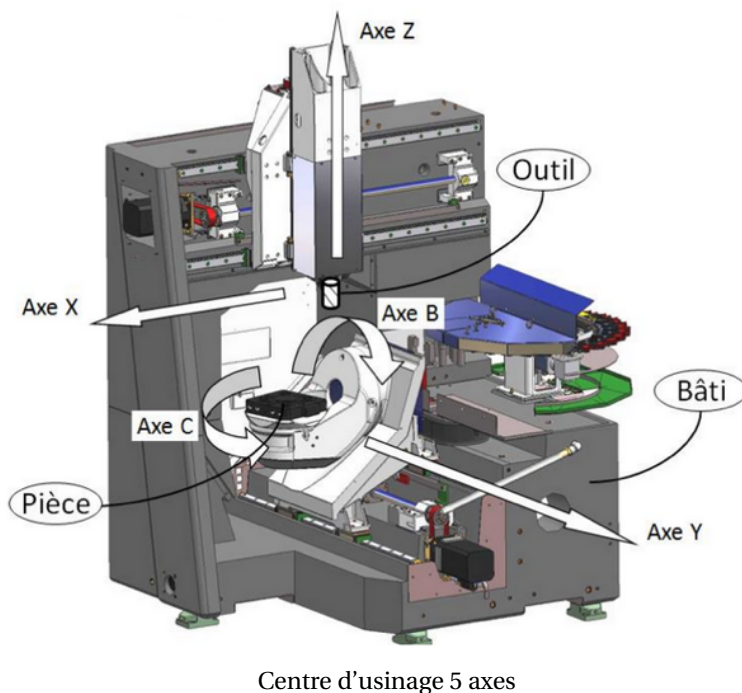
Q 14 : Déterminer numériquement l'expression de $v(t)$ pour respecter le cahier des charges (On prendra $a = 1m$).

Exercice 2 : Etude cinématique d'un centre d'usinage grande vitesse 5 axes

Source : Michel Ghidossi

1 Présentation des exigences

L'usinage est une opération de transformation d'un produit par enlèvement de matière. Cette opération est à la base de la fabrication de produits dans les industries mécaniques. On appelle le moyen de production associé à une opération d'usinage une machine outil ou un centre d'usinage. La génération d'une surface par enlèvement de matière est obtenue grâce à un outil muni d'au moins une arête coupante. Les différentes formes de pièces sont obtenues par des translations et des rotations de l'outil par rapport à la pièce.



Centre d'usinage 5 axes



Pièce complexe obtenue par usinage

FIGURE 3

La figure ci-dessus est un exemple de machine possédant 3 translations (X, Y et Z) et deux rotations (B et C). Une telle machine est appelée machine 5 axes (un axe est un ensemble qui gère un des mouvements élémentaire, translation ou rotation). Sur cette machine, 2 axes sont utilisés pour mettre en mouvement l'outil par rapport au bâti (ce sont les translations Y et Z) et 3 axes sont utilisés pour mettre en mouvement la pièce par rapport au bâti (ce sont la translation X et les deux rotations B et C).

	Variable	Course
Axe X	$x(t)$	800 mm
Axe Y	$y(t)$	600 mm
Axe Z	$z(t)$	500 mm

	Variable	Course
Axe B	$\theta_1(t)$	$30^\circ / - 110^\circ$
Axe C	$\theta_0(t)$	360°

L'objectif de cette étude est de déterminer les conditions cinématiques à imposer pour respecter le critère de qualité d'usinage du cahier des charges. La chaîne cinématique pour déplacer l'outil par rapport au bâti.

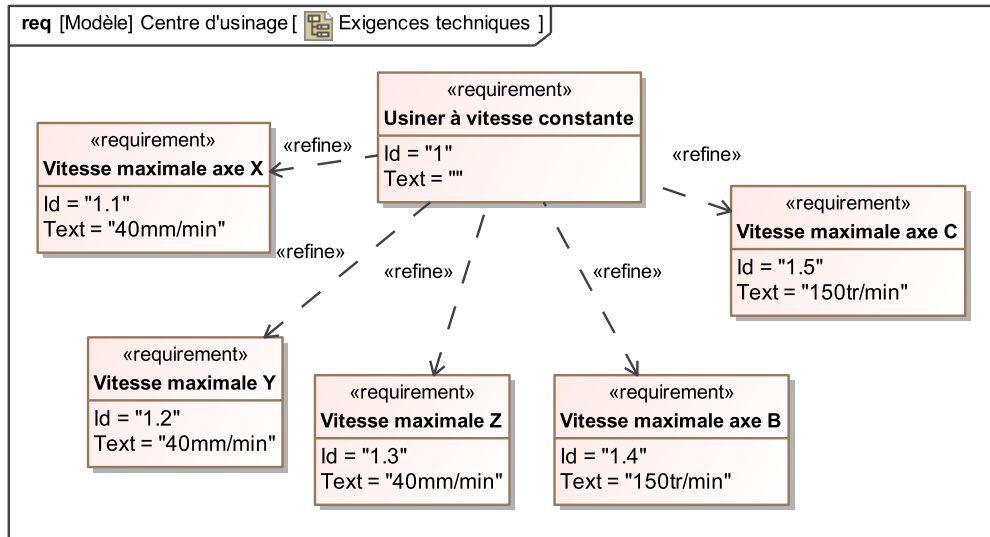
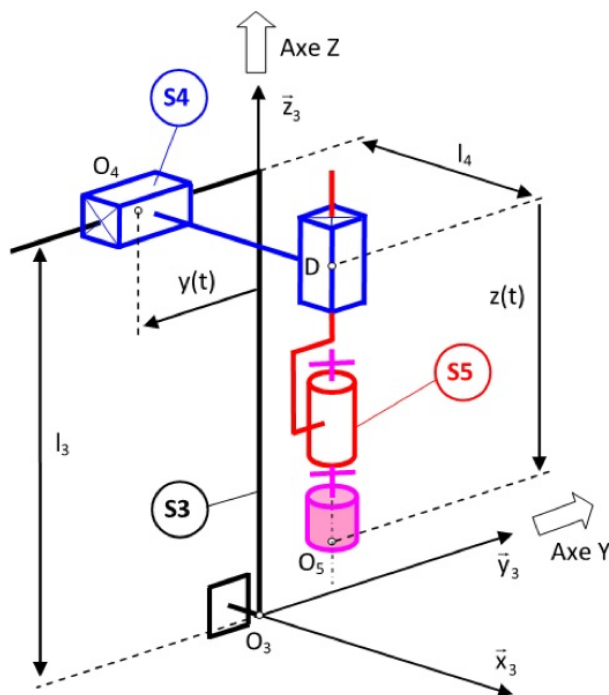


FIGURE 4 – Diagramme partiel des exigences du centre d'usinage

2 Modélisation de la chaîne cinématique associée à l'outil



Q 15 : Exprimer $\overrightarrow{O_3O_5}$ dans la base associée au repère R_3 .

Q 16 : Définir et caractériser le lieu géométrique du point O_5 (extrémité de l'outil) dans son mouvement par rapport au repère R_3 , lorsque l'on commande les axes Y et Z.

- On associe à S_3 (Supposé galiléen), le repère :

$$R_3 = (O_3, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$$

- S_4 est en mouvement de translation de direction $\vec{y}_4 = \vec{y}_3$ par rapport à S_3 . On associe à S_4 , le repère :

$$R_4 = (O_4, \vec{x}_4 = \vec{x}_3, \vec{y}_4 = \vec{y}_3, \vec{z}_4 = \vec{z}_3)$$

- S_5 est en mouvement de translation de direction $\vec{z}_5 = \vec{z}_3$ par rapport à S_3 . On associe à S_5 , le repère :

$$R_5 = (O_5, \vec{x}_5 = \vec{x}_3, \vec{y}_5 = \vec{y}_3, \vec{z}_5 = \vec{z}_3)$$

- On pose :

- $\overrightarrow{O_3O_4} = y(t) \cdot \vec{y}_3 + l_3 \cdot \vec{z}_3$;
- $\overrightarrow{O_4D} = l_4 \cdot \vec{x}_4$;
- $\overrightarrow{DO_5} = z(t) \cdot \vec{z}_5$;
- l_3 et l_4 sont des constantes.

