重庆邮电大学研究生考卷

学号________ 姓名_________ 考试方式 闭卷 班级_______

考试课程名称 通信网络理论基础A卷 考试时间:2018年 月 日

题号	一	二	总分
得分			

一、简答题（本大题共4小题，共21分）

1. 如图1所示，以图中粗线为主树时，试写出邻接阵C和割阵B（6分）。

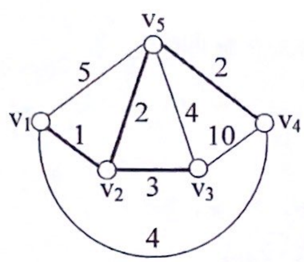


图1

2. 用K方法求图2的最小支撑树，画出最小支撑树（6分）。

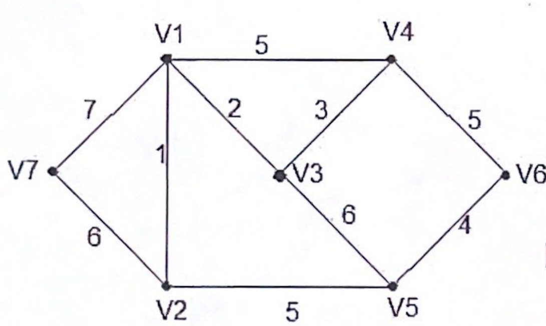


图2

3. 在图 3 中标注出采用矩形线距离时图的中点，或其范围（3 分）。

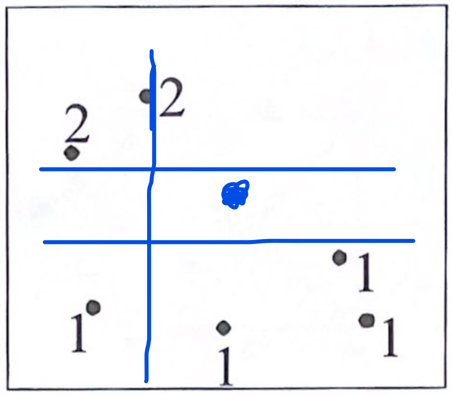


图 3

4. 求图 4 的所有极小点覆盖和极大点独立集（用公式法）（6 分）。

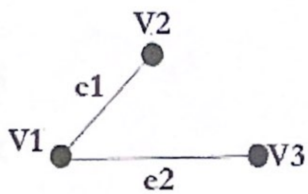


图 4

二、综合题（本大题共 7 小题，共 79 分）

5. 已知一个四端网络的距离矩阵如下，

（7） 画出网络结构图（3 分）。

（8） 用 F 算法求出网的中心、中点和直径（8 分）。

（9） 用（2）小题中的 W 阵和 R 阵求出 v_2 到 v_4 的最短径路由及其径长（4 分）。

$$W_0 = \begin{array}{c} \\ v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 2 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & 6 & \infty \\ 4 & 6 & 0 & 8 \\ 1 & \infty & 8 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

6. 如图 5 所示的联结图

（5）试用 Dijkstra 算法（简称 D 算法）求指定端 Vs 至其它端的最短径径长（8 分）。

（6）画出由（1）所得到的最短树（3 分）。

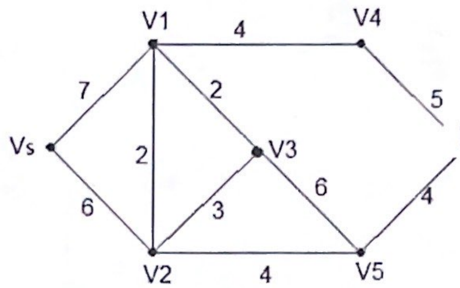


图 5

7. 如图 6 所示联接图，每条边上所标的数值是该边的容量。试用 M 算法求 Vs 至 Vt 的最大可行流，并给出最后所求得的最大流量值（要求另作一图，在图中标出各次增流及各边流量）（12 分）。

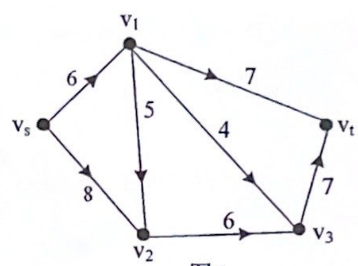


图6

8. 如图 7 所示联接图，其中边旁的两个数字，前者为容量，后者为费用。试用负价环算法（简称 N 算法）求 F_{st}=10 时的最佳流及相应的费用（12 分）。

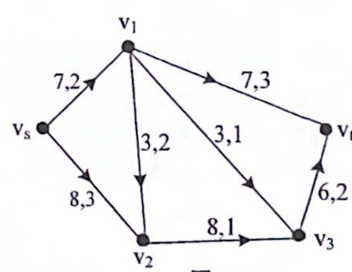


图7

9. 三个不可修复子系统串并构成如图 8 所示的系统。各子系统的平均寿命均为

T，失效率均为α 。

（7）写出不可修复子系统可靠度 R(t)与α 的关系式（2 分）。
（8）已知 R2 和 R3 互为热备份，即同时运行。求总系统的可靠度和平均寿命（8 分）。

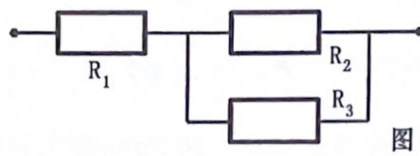


图 8

10. 已知 K3,3 的权值矩阵如图 9 所示，求其最大权的完美匹配（10 分）。

$$
\begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array}
\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} y_1 & y_2 & y_3 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 4 \\ 4 & 3 & 5 \end{bmatrix} \end{array}
$$

图 9

11. （1）求图 10 所示图 G 的节点色数 (G)（6 分）。

（2）写出用边顶对换法求图 G 边色数时所得到的图 G'（3 分）。

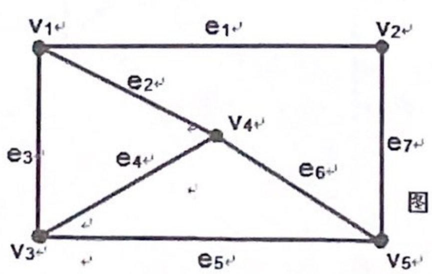


图 10

重庆邮电大学研究生考卷参考答案

及评分标准

考试课程名称 通信网络理论基础A卷 考试时间：2018年 月 日

一、简答题（本大题共4小题，共21分）

1. 如图1所示，以图中粗线为主树时，试写出邻接阵C和割阵B（6分）。

参考答案及评分标准：

$$C=\begin{array}{c} \\ v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccccc} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right] \end{array}$$

C阵2分

S1={e1,e2,e3},S2={e5,e2,e7,e6,e3}
S3={e4,e7,e6},S4={e8,e6,e3}（1分）

$$Q=\begin{array}{c} \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ v_5 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccccccc} e1 & e2 & e3 & e4 & e5 & e6 & e7 & e8 \end{array} \\ \left[\begin{array}{cccccccc} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right] \end{array} \quad (3分)$$

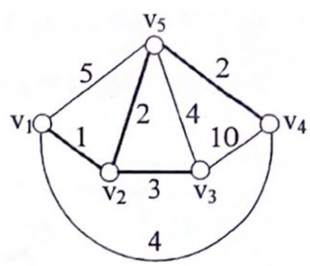


图1

2. 用 K 方法求图 2 的最小支撑树，画出最小支撑树（6 分）。

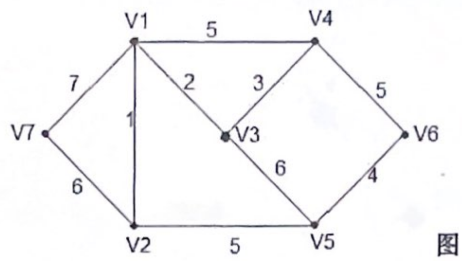
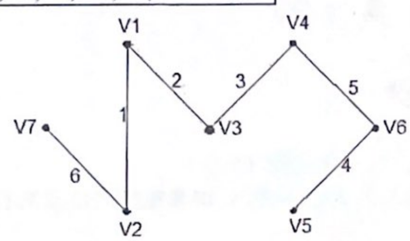


图 2

参考答案及评分标准(每一步1分，从第二步起，每一步1分，共6分，画出最小支撑树2分)。

注：可以从任意一点开始。

G1
V1,V2
V1,V2,V3
V1,V2,V3,V4
V1,V2,V3,V4,V5,V6
V1,V2,V3,V4, V5,V6,V7



3. 在图 3 中标注出采用矩形线距离时图的中点，或其范围（3 分）。

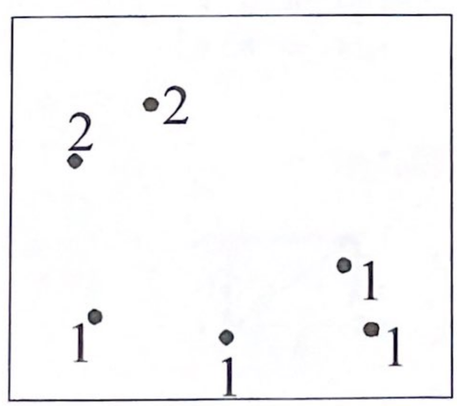


图 3

4. 求图 4 的所有极小点覆盖和极大点独立集（用公式法）（6 分）。

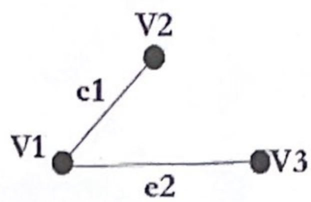


图 4

参考答案：

(V1+V2V3)（V2+V1）（V3+V1）=V1+V2V3

极小点覆盖：v1,v1v3（2 分），

极大点独立集为每个极小点覆盖集的补集：即：v2V3,v1（2 分）

评分标准：写对公式给 2 分，极小点覆盖给 2 分，极大点独立集给 2 分，共 6 分。

二、综合题（本大题共 7 小题，共 79 分）

5. 已知一个四端网络的距离矩阵如下，

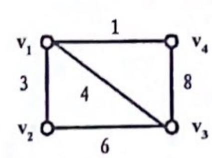
（10）画出网络结构图（3 分）。

（11）用 F 算法求出网的中心、中点和直径（8 分）。

（12）用（2）小题中的 W 阵和 R 阵求出 v_2 到 v_4 的最短径路由及其径长（4 分）。

$$W_0 = \begin{array}{c} \\ v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 2 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & 6 & \infty \\ 4 & 6 & 0 & 8 \\ 1 & \infty & 8 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

解：（1）网络结构图为(3 分)：



（2）利用 F 算法

$$W_0=\begin{bmatrix}0&3&4&1\\3&0&6&\infty\\4&6&0&8\\1&\infty&8&0\end{bmatrix}\quad R_0=\begin{bmatrix}0&2&3&4\\1&0&3&0\\1&2&0&4\\1&0&3&0\end{bmatrix}\quad W_1=\begin{bmatrix}0&3&4&1\\3&0&6&4^*\\4&6&0&5^*\\1&4^*&5^*&0\end{bmatrix}\quad R_1=\begin{bmatrix}0&2&3&4\\1&0&3&1^*\\1&2&0&1^*\\1&1^*&1^*&0\end{bmatrix}$$

$$W_2=W_1=\begin{bmatrix}0&3&4&1\\3&0&6&4\\4&6&0&5\\1&4&5&0\end{bmatrix}\qquad R_2=R_1=\begin{bmatrix}0&2&3&4\\1&0&3&1\\1&2&0&1\\1&1&1&0\end{bmatrix}$$

$$W_4=W_3=W_2=\begin{bmatrix}0&3&4&1\\3&0&6&4\\4&6&0&5\\1&4&5&0\end{bmatrix}\begin{array}{cc}\max_j\{w_{ij}\}&\sum_j w_{ij}\\4&8\\6&13\\6&15\\5&10\end{array}\qquad R_4=R_3=R_2=\begin{bmatrix}0&2&3&4\\1&0&3&1\\1&2&0&1\\1&1&1&0\end{bmatrix}$$

W 阵 3 分，R 阵 2 分，共 5 分。

中心 $=\min_i\{\max_j[w_{ij}]\}=4=v_1$ 即 v_1 为网的中心（1 分）

中点 $=\min_i\left[\sum_j w_{ij}\right]=8=v_1$ 即网的中点也为 v_1（1 分）

直径 $=D=\max_{i,j}w_{ij}=\max_i\{\max_j[w_{ij}]\}=6$（1 分）

（3）v_2 到 v_4 的最短径为：$v_2\to v_1\to v_4$（1 分），其径长为 3+1=4（1 分）；

6. 如图 5 所示的联结图

（7）试用 Dijkstra 算法（简称 D 算法）求指定端 Vs 至其它端的最短径径长（8 分）。

（8）画出由（1）所得到的最短树（3 分）。

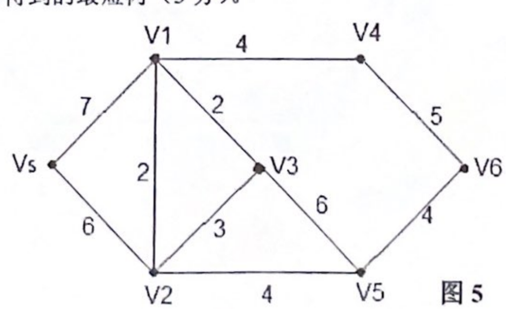
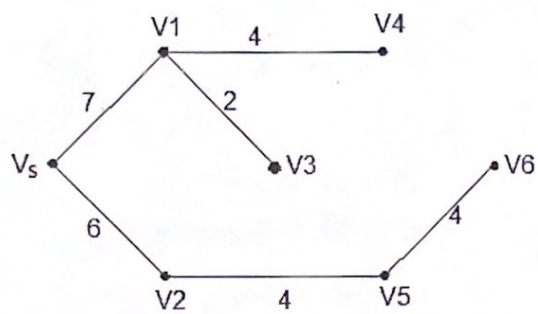


图 5

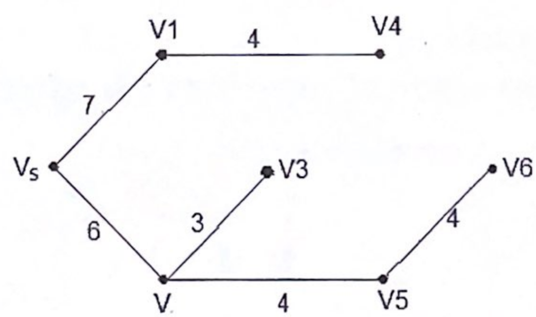
参考答案及评分标准（1）二到五行（v4, v2, v6, v3）置定和计算最短径长正确每个给 2 分，共 8 分）：

Vs	V1	V2	V3	V4	V5	V6	置定	最短径长
0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	Vs	Ws=0
	7	6	∞	∞	∞	∞	V2	W2=6
	7		9	∞	10	∞	V1	W1=7
			9	11	10	∞	V3	W3=9
				11	10	∞	V5	W5=10
				11		14	V4	W4=11
						14	V6	W6=14

（2）2 分



或



7. 如图 6 所示联接图，每条边上所标的数值是该边的容量。试用 M 算法求 Vs 至 Vt 的最大可行流，并给出最后所求得的最大流量值（要求另作一图，在图中标出各次增流及各边流量）（12 分）。

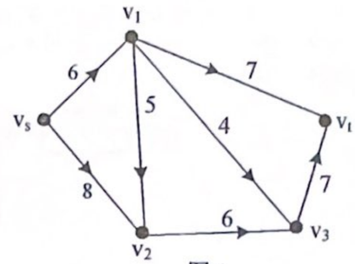


图6

8. 如图 7 所示联接图，其中边旁的两个数字，前者为容量，后者为费用。试用负价环算法（简称 N 算法）求 Fst=10 时的最佳流及相应的费用（12 分）。

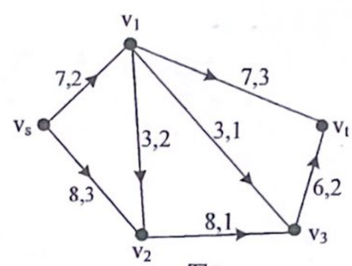


图7

参考答案及评分标准：

其中的一种参考答案如下：$F_{st}=11$ 时，其中一种流向如下图第一个图所示（2 分），

其补图如第二个图所示（3 分），在此图中，存在负价环，故优化后的可行流如第三个图所示（3 分），其补图如第四个图所示，不存在负价环（2 分），所以，优化后的总费用为.

（2 分）

9. 三个不可修复子系统串并构成如图 8 所示的系统。各子系统的平均寿命均为 T，失效率均为 α 。

（9）写出不可修复子系统可靠度 R(t)与 α 的关系式（2 分）。

（10）已知 R2 和 R3 互为热备份，即同时运行。求总系统的可靠度和平均寿命（8 分）。

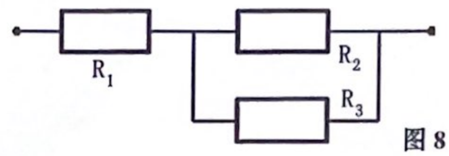


图 8

[解]：（1）依题意：R1、R2 和 R3 的可靠度均为 $R_i(t)=e^{-\alpha t}$ （2 分），其中，$\alpha=\frac{1}{T}$

（2）系统可靠度为：

$$
\begin{aligned}
R(t) &= R_1(t)\{1-[1-R_2(t)][(1-R_3(t)]\} \\
&= R_1(t)[R_2(t)+R_3(t)-R_2(t)R_3(t)] \\
&= e^{-\alpha t}[2e^{-\alpha t}-e^{-2\alpha t}] \\
&= 2e^{-2\alpha t}-e^{-3\alpha t}
\end{aligned}
$$

（6 分）

（2）系统的平均寿命为：

$$
\begin{aligned}
T_1 &= \int_0^\infty R(t)dt = \int_0^\infty [2e^{-2\alpha t}-e^{-3\alpha t}]dt \\
&= -\frac{1}{\alpha}[e^{-2\alpha t}]_0^\infty + \frac{1}{3\alpha}[e^{-3\alpha t}]_0^\infty \qquad \text{（2 分）} \\
&= \frac{1}{\alpha}-\frac{1}{3\alpha} = \frac{2}{3\alpha} = T-\frac{1}{3}T = \frac{2}{3}T
\end{aligned}
$$

10. 已知 K3,3 的权值矩阵如图 9 所示，求其最大权的完美匹配（10 分）。

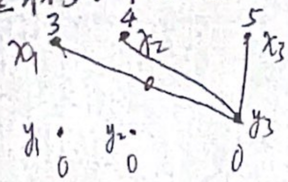
$$
\begin{array}{c c}
 & \begin{matrix} y_1 & y_2 & y_3 \end{matrix} \\
\begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 4 \\ 4 & 3 & 5 \end{bmatrix}
\end{array}
$$

图 9

参考答案及评分标准：
用 KM 算法求。

12. 参考答案.

求出X中每个顶点关联的最大权值，为3，4，5. 给定可行顶点标号为平凡标号. 其相等子图 G_l 如下.



图a.（2分）

取初始匹配 $M=\{x_1y_3\}$，选非饱和点 x_2，利用匈牙利算法

S	T	N(S)
x_2		y_3
x_1, x_2	y_3	y_3

（2分）

$N(S)=T$，不存在完美匹配，此时 $Y-T=\{y_1, y_2\}$，$S=\{x_1, x_2\}$

计算 $\alpha_l=\min\{l(x)+l(y)-w(xy),\ x\in S,\ y\in Y-T\}$.

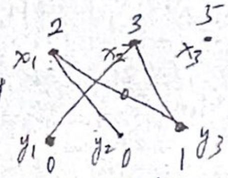
得 $l(x_1)+l(y_1)-w(x_1y_1)=3+0-1=2$；$l(x_1)+l(y_2)-w(x_1y_2)=3+0-2=1$

$l(x_2)+l(y_1)-w(x_2y_1)=4+0-3=1$；$l(x_2)+l(y_2)-w(x_2y_2)=4+0-2=2$

$\therefore \alpha_l=\min\{2,1,1,2\}=1$

修改 $l(u)=\begin{cases} l(u)-\alpha_l, & u\in S \\ l(u)+\alpha_l, & u\in T \\ l(u), & \text{其他} \end{cases}$

修改标号后所得相等子图如图b. 对M，选非饱和点 x_3（图b）



图b.（2分）

则 $S=\{x_3\}$，$T=\Phi=N(S)$，不存在完美匹配 得 $Y-T=\{y_1, y_2, y_3\}$

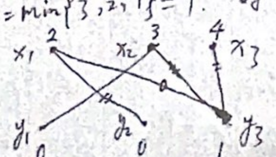
$S=\{x_3\}$

计算 α_l：$l(x_3)+l(y_1)-w(x_3y_1)=5+0-2=3$；$l(x_3)+l(y_2)-w(x_3y_2)=5+0-3=2$；

$l(x_3)+l(y_3)-w(x_3y_3)=5+1-5=1$.

$\therefore \alpha_l=\min\{3,2,1\}=1$. 对 S，T 修改标号得到：

相等子图



图C.（2分）

对图C 取可行匹配 $M=\{x_1y_3\}$. 利用匈牙利算法.
选非饱和点 x_3.

S	T	N(S)
x_3		y_1, y_3
x_1, x_3	y_3	y_2, y_3

取 y_2, 得增广路 $P: y_2 \to x_1 \to y_3 \to x_3$

令 $M' = M \oplus E(P) = \{x_1y_2, x_3y_3\}$.

再取非饱和点 x_2.

S	T	N(S)
x_2		y_1, y_3

取 y_1, 得增广路 $P' = x_2 \to y_1$.

$M'' = M' \oplus E(P') = \{x_1y_2, x_3y_3, x_2y_1\}$.

至此得到完美匹配.

相应的原图G的最大权匹配M为

$M'' = \{x_1y_2, x_2y_1, x_3y_3\}$. (2分)

最大权值 $= 2+3+5 = 10$

11. （1）求图 10 所示图 G 的节点色数 (G)（6 分）。

（2）写出用边顶对换法求图 G 边色数时所得到的图 G'（3 分）。

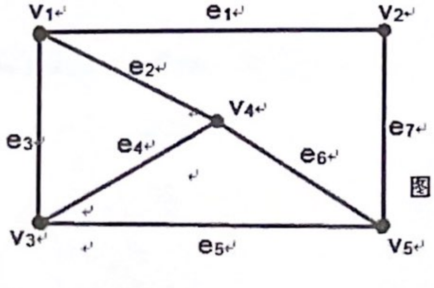
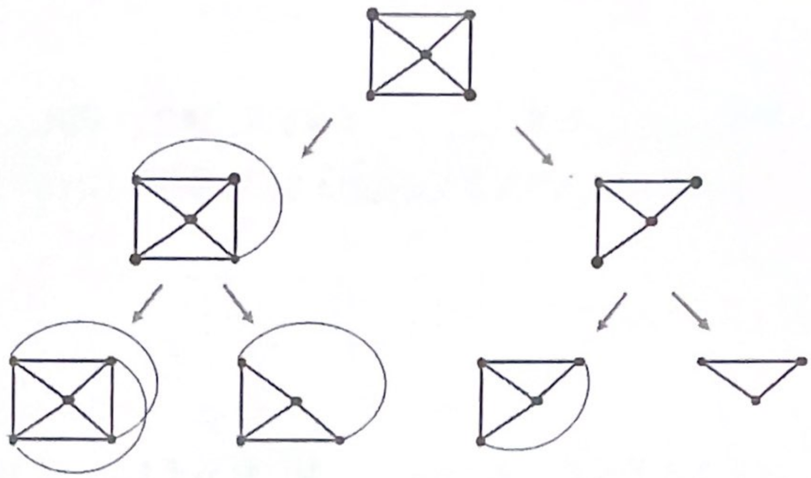


图 10

参考答案：每个完全图得 1 分，色数得 2 分。图 G’得 4 分。



K_5 K_4 K_4 K_3

$$\gamma(G) = \min\{\gamma(K_5), \gamma(K_4), \gamma(K_3)\} = \gamma(K_3) = 3$$

G’如下图所示。