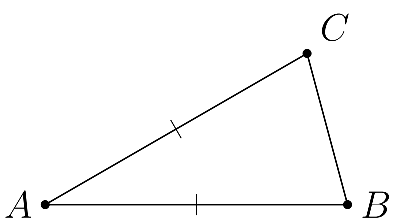
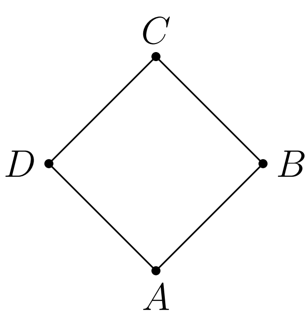
Esercitazione geometria Teorema Pitagora - 04/10/2022 - 3B

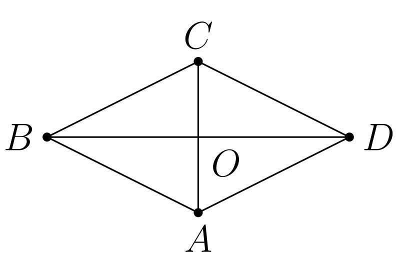
Problema 1: il triangolo ABC in figura ha il lato $\overline{CB}$ di 5cm e il lato $\overline{AC}$ di 10 cm. Disegna sulla figura l'altezza relativa al lato $\overline{CB}$, calcolane la lunghezza e calcola area e perimetro.



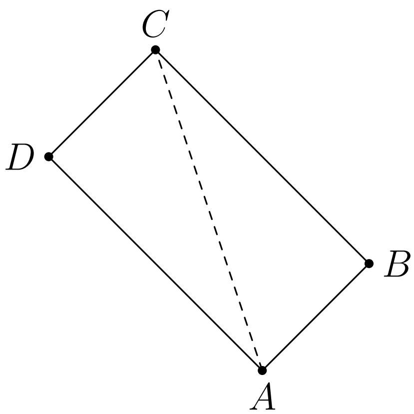
Problema 2: dai un nome alla figure rappresentata (aiutati con il righello). Sapendo che il lato $\overline{BC}$ misura 3 cm, disegna una diagonale della figura e calcolane la lunghezza, infine calcola il perimetro e l'area.



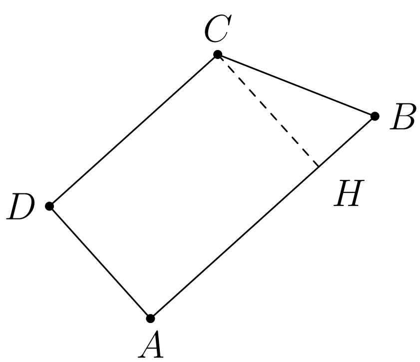
Problema 3: nella figura la diagonale maggiore $\overline{BD}$ misura $8cm$ e la diagonale minore $\overline{CA}$ misura $\dfrac{1}{4}$ di $\overline{BD}$. Calcolare area e perimetro.



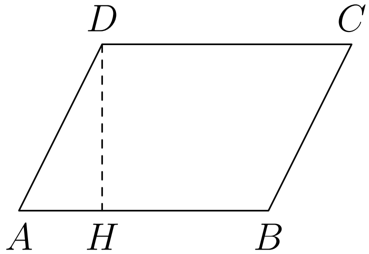
Problema 4: nella figura il lato $\overline{CD}$ misura 3cm e la diagonale $\overline{CA}$ misura 5 cm. Trova area e perimetro.



Problema 5: l'area della figura misura $24cm^2$, il lato $\overline{AB}$ 10cm e il lato $\overline{CD}$ 7cm. Calcola il perimetro. Disegna le diagonali della figura e calcolane la lunghezza.

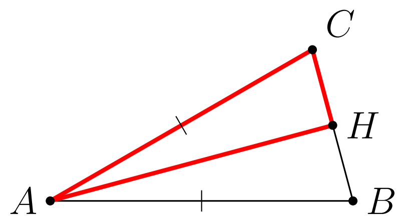


Problema 6: nella figura il lato $\overline{DC}$ misura 6cm, il segmento $\overline{AH}$ è $\dfrac{1}{3}$ del lato $\overline{AB}$. Se l'area è $40cm^2$ quanto vale il perimetro?



Soluzioni

Problema 1:
L'altezza relativa al lato $\overline{CB}$ di questo *TRIANGOLO ISOSCELE* è un segmento che parte dal vertice A e cade perpendicolarmente sul lato $\overline{CB}$. Per calcolare la lunghezza dell'altezza si può utilizzare il Teorema di Pitagora considerando metà della base $\overline{CB}$ e uno dei due lati ($\overline{AB}$ o $\overline{CA}$) (Nella figura triangolo segnato di rosso)



Quindi:

$$\overline{AH} = \sqrt[2]{\overline{AC}^2 - \overline{CH}^2} = \sqrt[2]{(10cm)^2 - (2,5cm)^2} =$$
$$= \sqrt[2]{100cm^2 - 6,25cm^2} = \sqrt[2]{93,75cm^2} \approx 9,68cm$$

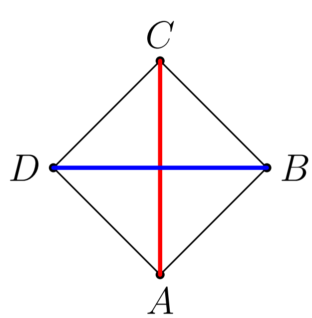
Calcolata l'altezza si può ricavare l'area applicando la formula:

$$area = \frac{base \cdot altezza}{2} = \frac{\overline{BC} \cdot \overline{AH}}{2} = \frac{5cm \cdot 9,68cm}{2} = \frac{48,4cm^2}{2} = 24,24cm^2$$

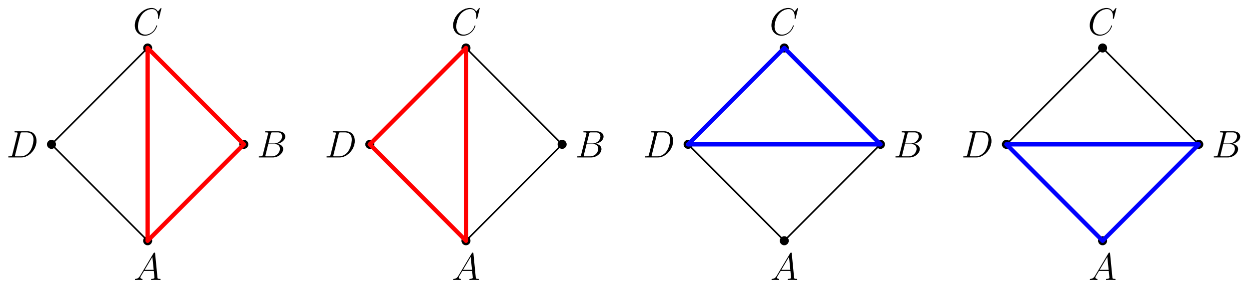
Infine si può ottenere il perimetro sommando i 3 lati:

$$2p = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 10cm + 10cm + 5cm = 10cm \cdot 2 + 5cm = 25cm$$

Problema 2:
La figura è un *quadrato* (tutti i lati sono uguali e perpendicolari tra di loro (formano angoli di 90°)). Le diagonali in un quadrato sono 2, per la consegna del problema basta disegnarne una. Nella figura seguente le diagonali sono una rossa e una blu:



Per trovare la lunghezza della diagonale si può utilizzare il teorema di Pitagora considerando diversi triangoli all'interno del quadrato:



Prendendo come esempio il primo quadrato a sinistra risulta che i lati $\overline{AB}$ e $\overline{CB}$ sono i cateti del triangolo rettangolo (evidenziato in rosso) e la diagonale $\overline{CA}$ del quadrato $ABCD$ è l'ipotenusa del triangolo stesso. Quindi si può calcolare la lunghezza del lato $\overline{CA}$ come seguente:

$$\overline{CA} = \sqrt[2]{\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2} = \sqrt[2]{(3cm)^2 + (3cm)^2} = \sqrt[2]{18cm}$$

il numero 18 può essere visto come $9 \cdot 2$ e il numero 9 può essere considerato come 3^2, quindi $\sqrt[2]{18}$ si può riscrivere come:

$$\sqrt[2]{18cm} = \sqrt[2]{9cm \cdot 2} = \sqrt[2]{(3cm)^2 \cdot 2}$$

applicando la proprietà delle potenze $\sqrt[2]{a \cdot b} = \sqrt[2]{a} \cdot \sqrt[2]{b}$ si può riscrivere l'uguaglianza precedente come:

$$\sqrt[2]{18cm} = \sqrt[2]{(3cm)^2 \cdot 2} = \sqrt[2]{(3cm)^2} \cdot \sqrt[2]{2} = 3cm \cdot \sqrt[2]{2}$$

che è proprio la dimostrazione che una diagonale del quadrato si può trovare applicando direttamente la formula $diagonale = l \cdot \sqrt[2]{2}$.
Il 2p si trova semplicemente sommando i 4 lati (o moltiplicando un lato per 4 volte):

$$2p = 3cm \cdot 4 = 16cm$$

mentre per l'area si applica la formula $l \cdot l$:

$$area = l \cdot l = 3cm \cdot 3cm = 9cm^2$$

Problema 3:
La figura è un $ROMBO$ e l'area si calcola mediante la formula:

$$area = \frac{Dmag \cdot Dmin}{2} = \frac{\overline{BD} \cdot \overline{CA}}{2}$$

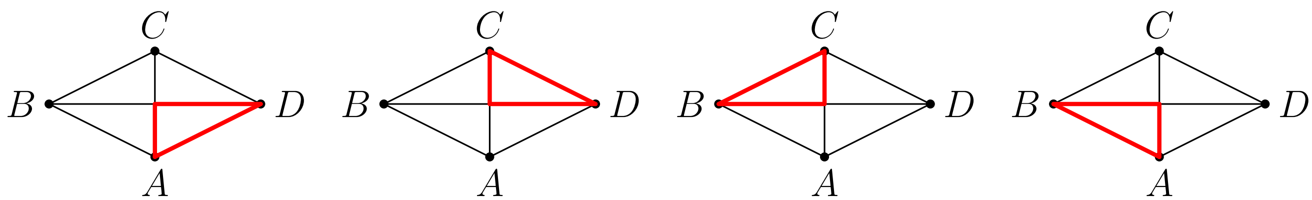
dove $Dmag$ è la diagonale maggiore e $Dmin$ è la digonale minore. Per calcolarsi $Dmin$ si applica l'uguaglianza fornita dal probema:

$$\overline{CA} = \frac{1}{4}\overline{BD} = \frac{1}{4} \cdot 8cm = \frac{1 \cdot 8cm}{4} = 2cm$$

quindi:

$$area = \frac{\overline{BD} \cdot \overline{CA}}{2} = \frac{8cm \cdot 2cm}{2} = \frac{16cm^2}{2} = 8cm^2$$

per calcolare il perimetro bisogna trovare la lunghezza di un lato e moltiplicarlo per i 4 lati. La lunghezza del lato non è nota ma si può calcolare attraverso il teorema di Pitagora considerando uno dei 4 triangoli rettangoli presenti in figura in cui l'ipotenusa è il lato del rombo:



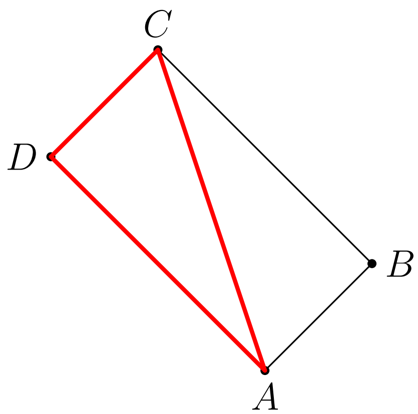
Per sapere la lunghezza dei cateti di ogni triangolino interno al rombo bisogna ricordarsi la proprietà del rombo che dice che le diagonali si dividono a metà, quindi la metà di ogni diagonale sarà il cateto (maggiore o minore) di ogni triangolo rettangolo disegnato in rosso.
Quindi il lato del rombo si trova:

$$lato = \sqrt[2]{(\frac{1}{2} \cdot 8cm)^2 + (\frac{1}{2} \cdot 4cm)^2} = \sqrt[2]{(4cm)^2 + (2cm)^2} = \sqrt[2]{16cm^2 + 4cm^2} =$$
$$= \sqrt[2]{20cm^2} = \sqrt[2]{20}cm$$

e di conseguenza il perimetro:

$$2p = \sqrt[2]{20}cm + \sqrt[2]{20}cm + \sqrt[2]{20}cm + \sqrt[2]{20}cm = \sqrt[2]{20}cm \cdot 4 = 4\sqrt[2]{20}cm$$

Problema 4:
Nel problema viene fornita la lunghezza del lato $\overline{CD}$ (uno dei due lati minori del rettangolo) e della diagonale $\overline{CA}$. Per trovare il perimetro e l'area abbiamo bisogno di conoscere la misura di uno dei lati più lunghi del rettangolo (o il lato $\overline{DA}$ o il lato $\overline{CB}$.
Se consideriamo il triangolo rettangolo CDA abbiamo già il cateto minore $\overline{CD}$ e l'ipotenusa $\overline{CA}$:



quindi possiamo applicare il teorema di Pitagora per ricavare il cateto maggiore avendo il cateto minore e l'ipotenusa:

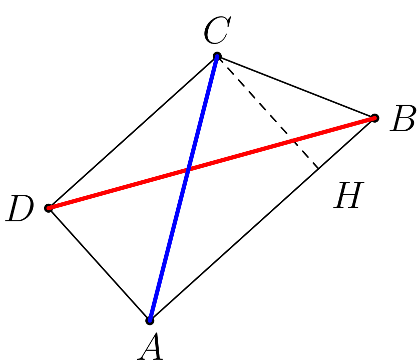
$$\overline{DA} = \sqrt[2]{Ipot^2 - Cmin^2} = \sqrt[2]{\overline{CA}^2 - \overline{CD}^2} = \sqrt[2]{(5cm)^2 - (3cm)^2} =$$
$$= \sqrt[2]{25cm^2 - 9cm^2} = \sqrt[2]{16m^2} = \sqrt[2]{4^2cm^2} = 4cm$$

Calcolato il lato maggiore è semplice trovare sia il perimetro che l'area:

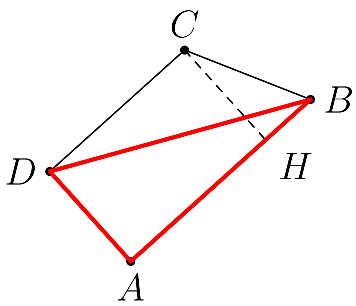
$$2p = \overline{CD}\cdot 2 + \overline{DA}\dot{2} = 4cm\cdot 2 + 3cml'areadellafiguramisura24\cdot 2 = 8cm + 6cm = 14cm$$

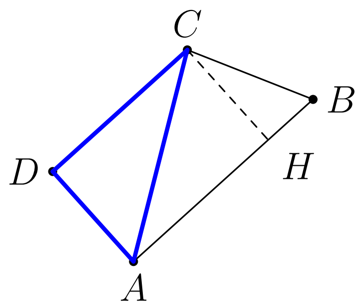
$$area = \overline{DA} \cdot \overline{CD} = 4cm \cdot 3cm = 12cm^2$$

Problema 5:
Il *TRAPEZIO RETTANGOLO* ha due diagonali:

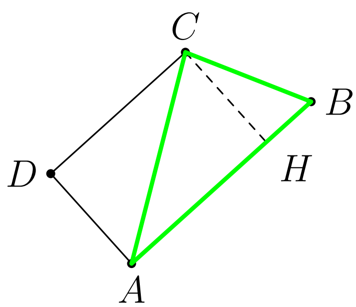


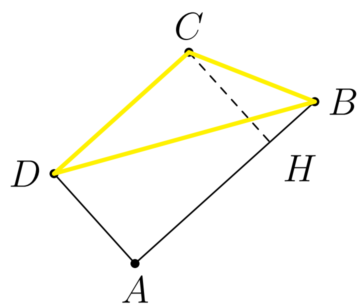
queste due diagonali possono essere considerate ipotenuse di diversi triangoli rettangoli "interni" al trapezio rettangolo:





oppure anche triangoli non rettangoli ma che possono capitare in alcuni problemi (sopratutto quello verde, mentre quello giallo è più difficile):





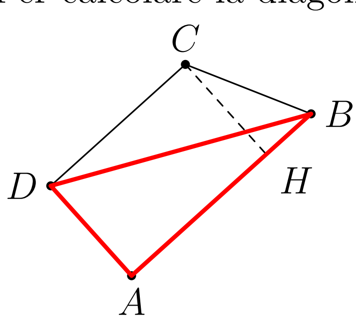
Avendo l'area della figura, la base maggiore e la base minore forniti dal problema si può ricavare l'altezza:

$$area = \frac{(Bmag + Bmin) \cdot h}{2}$$

quindi l'altezza:

$$h = \frac{area \cdot 2}{(Bmag + Bmin)} = \frac{24cm^2 \cdot 2}{(10cm + 7cm)} = \frac{48cm^2}{17cm} \approx 2,82cm = \overline{CH} = \overline{DA}$$

Per calcolare la diagonale $\overline{DB}$ si può considerare il triangolo DAB:

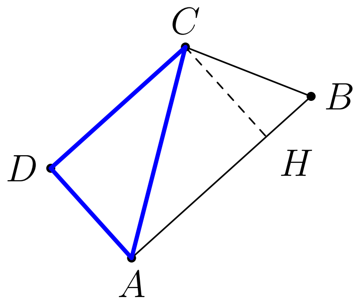


e facendo il teorema di Pitagora tra il lato DA (congruente all'altezza del trapezio) e il lato $\overline{AB}$ (Base maggiore) si ottiene:

$$\overline{DB} = \sqrt[2]{\overline{AD}^2 + \overline{AB}^2} = \sqrt[2]{(2,82cm)^2 + (10cm)^2} =$$

$$= \sqrt[2]{7,95cm^2 + 100cm^2} = \sqrt[2]{107,95cm^2} \approx 10,39cm$$

per calcolare invece la diagonale $\overline{CA}$ si può in maniera simile:



$$\overline{CA} = \sqrt[2]{\overline{CD}^2 + \overline{DA}^2} = \sqrt[2]{(7cm)^2 + (2,82cm)^2} =$$
$$= \sqrt[2]{49cm^2 + 7,95cm^2} = \sqrt[2]{56,95cm^2} = 7,55cm$$

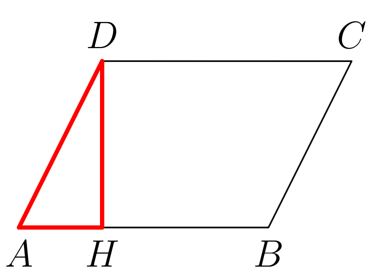
Problema 6:
Nel parallelogramma in figura conosciamo l'area e i lati maggiori, quindi possiamo calcolarci l'altezza:

$$area = base \cdot altezza$$
$$altezza = \frac{area}{base}$$
$$\overline{DH} = \frac{40cm^2}{6cm} = 6,7cm$$

visto che conosciamo la misura del segmento AH in relazione a AB lo possiamo calcolare:

$$\overline{AH} = \frac{1}{3}\overline{AB} = \frac{1}{3}6cm = 2cm$$

se consideriamo il triangolo rettangolo in figura



Possiamo facilmente calcolare il lato $\overline{DA}$ considerandolo come ipotenusa del triangolo ADH:

$$\overline{AD} = \sqrt[2]{\overline{AH}^2 + \overline{DH}^2} = \sqrt[2]{(2cm^2) + (6,7cm^2)} = \sqrt[2]{48,89cm^2} \approx 7cm$$

Quindi il perimetro:

$$2p = \overline{AD} \cdot 2 + \overline{DC} \cdot 2 = 7cm \cdot 2 + 6cm \cdot 2 = 26cm$$