

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών Τομέας Τεχνολογίας Πληροφορικής και Υπολογιστών

Αλγόριθμοι και Πολυπλοκότητα

Διδάσκοντες: Άρ. Παγουρτζής, Δ. Φωτάκης, Δ. Σούλιου, Π. Γροντάς

1η Σειρά Προγραμματιστικών Ασκήσεων - Ημ/νία Παράδοσης 24/11/2022

Ασκηση 1: Στατιστικές Αλχημείες

Στη χώρα των Αλγορίθμων υπάρχουν τελευταία ανησυχίες σχετικά με την επάρκεια προϊόντων δημητριακών κατά τη διάρκεια του χειμώνα. Στην προσπάθειά σας να διασκεδάσετε αυτές τις ανησυχίες, και έτσι να κάνετε νέους φίλους μεταξύ των συμφοιτητών σας, έχετε συγκεντρώσει στοιχεία για την διαθεσιμότητα προϊόντων δημητριακών στα N μεγαλύτερα supermarkets κατά μήκος του κεντρικού εμπορικού δρόμου της πρωτεύουσας. Ενημερωθήκατε λοιπόν ότι στις αποθήκες του supermarket i υπάρχουν διαθέσιμες c_i συσκευασίες. Διαπιστώνετε ότι σε κάποιες περιπτώσεις οι διαθέσιμες συσκευασίες είναι αρκετές, αν και ποτέ δεν ξεπερνούν το N, ενώ σε άλλες περιπτώσεις, είναι πολύ λίγες και μάλλον δεν επαρκούν για τον χειμώνα.

Δεν θέλετε να βγάλετε συμπεράσματα από ακραίες περιπτώσεις, με μεγάλη ή μικρή διαθεσιμότητα. Μετά από αρκετή σκέψη, καταλήγετε ότι μια καλή εκτίμηση για την διαθεσιμότητα προϊόντων δημητριακών προκύπτει από τη διάμεσο (median) των διαθέσιμων συσκευασιών σε τουλάχιστον K διαδοχικά supermarkets, για κατάλληλα επιλεγμένη τιμή του K. Στην προσπάθειά σας για αισιόδοξη αντιμετώπιση του θέματος, δέχεστε ότι η μέγιστη τιμή αυτών των διαμέσων αποτελεί μια αντιπροσωπευτική εκτίμηση για τη διαθεσιμότητα προϊόντων δημητριακών, και θέλετε να γράψετε ένα πρόγραμμα που την υπολογίζει.

Δεδομένα Εισόδου: Το πρόγραμμά σας αρχικά θα διαβάζει από το standard input δύο θετικούς ακεραίους, το πλήθος N των supermarkets για τα οποία γνωρίζετε τη διαθεσιμότητα προϊόντων δημητριακών και το ελάχιστο πλήθος διαδοχικών supermarkets K που πρέπει να λάβετε υπόψη για την εκτίμησή σας. Στην επόμενη γραμμή, θα δίνονται N θετικοί ακέραιοι c_1, \ldots, c_N χωρισμένοι με ένα κενό μεταξύ τους. Ο ακέραιος c_i αντιστοιχεί στη διαθεσιμότητα συσκευασιών προϊόντων δημητριακών του supermarket i.

Δεδομένα Εξόδου: Το πρόγραμμά σας πρέπει να τυπώνει στο standard output έναν θετικό ακέραιο, που εκφράζει τη μέγιστη τιμή διαμέσου που μπορεί να επιτευχθεί σε τμήμα του κεντρικού εμπορικού δρόμου με K τουλάχιστον διαδοχικές θέσεις supermarkets. Υπενθυμίζεται ότι η διάμεσος μιας ακολουθίας K αριθμών είναι η τιμή στη θέση $\lfloor (K+1)/2 \rfloor$ της αντίστοιχης ταξινομημένης (σε αύξουσα σειρά) ακολουθίας.

Περιορισμοί:	Παραδείγματα Εισόδου:	Παραδείγματα Εξόδου:
$1 \le K \le N \le 2 \cdot 10^5$	5 3	2
$1 \le c_i \le N$	1 2 3 2 1	
Όριο χρόνου εκτέλεσης: 1 sec.		
Όριο μνήμης: 64 ΜΒ.	4 2	3
	1 2 3 4	
	10 2	9
	1 10 2 6 10 8 9 4 4 5	

Ασκηση 2: Καταστήματα με Χριστουγεννιάτικα

Ενόψει των εορτών, σχεδιάζετε να ανοίξετε καταστήματα με είδη Χριστουγεννιάτικου στολισμού στην κεντρική λεωφόρο της χώρας των Αλγορίθμων. Η κεντρική λεωφόρος, ένα από τα αξιοθέατα της χώρας των Αλγορίθμων, εκτείνεται σε μια μεγάλη ευθεία, και κατά μήκος της, υπάρχουν πολυτελείς (πολυ)κατοικίες, που αριθμούνται από 1 μέχρι N. Έχετε κάνει την έρευνά σας και γνωρίζεται το πλήθος των κατοίκων p_i κάθε κατοικίας i.

Τα προβλήματα στην εφοδιαστική αλυσίδα, λόγω covid, σας επιτρέπουν να απευθυνθείτε και να εξυπηρετήσετε K κατοίκους το πολύ. Στην ιδανική περίπτωση, θέλετε να εξυπηρετήσετε ακριβώς K κατοίκους, μεγιστοποιώντας το αναμενόμενο κέρδος σας. Ο προϋπολογισμός σας επιτρέπει το άνοιγμα ενός ή δύο καταστημάτων, καθένα από τα οποία θα εξυπηρετεί ένα διάστημα διαδοχικών κατοικιών. Το σημαντικότερο έξοδο αφορά στη διαφημιστική σας καμπάνια, το κόστος της οποίας εξαρτάται από το πλήθος των κατοικιών στις οποίες θα απευθυνθείτε.

Έχοντας λοιπόν στη διάθεσή σας το πλήθος των κατοίκων p_1,\ldots,p_N των (πολυ)κατοικιών, θέλετε να διαπιστώσετε αν υπάρχουν ένα ή δύο μη επικαλυπτόμενα διαστήματα διαδοχικών κατοικιών με άθροισμα κατοίκων ίσο με K. Στην περίπτωση που υπάρχουν τέτοια διαστήματα, θέλετε να υπολογίσετε το ελάχιστο συνολικό μήκος τους, ώστε να ελαχιστοποιήσετε το κόστος της διαφημιστικής σας καμπάνιας.

Δεδομένα Εζόδου: Το πρόγραμμα αρχικά θα διαβάζει από το standard input δύο θετικούς ακεραίους, το πλήθος N των κατοικιών και το πλήθος K των κατοίκων που θέλετε να εξυπηρετήσετε. Στην επόμενη γραμμή, θα δίνονται N φυσικοί αριθμοί p_1,\ldots,p_N , χωρισμένοι με ένα κενό μεταξύ τους. Ο φυσικός p_i αντιστοιχεί στο πλήθος των κατοίκων της (πολυ)κατοικίας i.

Δεδομένα Εξόδου: Το πρόγραμμα πρέπει να τυπώνει στο standard output έναν ακέραιο, το ελάχιστο συνολικό μήκος δύο το πολύ μη επικαλυπτόμενων διαστημάτων διαδοχικών κατοικιών με άθροισμα κατοίκων ίσο με K. Στην περίπτωση που δεν υπάρχουν τέτοια διαστήματα, το πρόγραμμα πρέπει να τυπώνει -1.

Περιορισμοί:	Παραδείγματα Εισόδου:	Παραδείγματα Εξόδου:
$1 \le N \le 2 \cdot 10^4$	6 9	3
$0 \le p_i \le K \le 10^6$	1 1 3 7 3 3	
Όριο χρόνου εκτέλεσης: 1 sec.		
Όριο μνήμης: 64 ΜΒ.	5 15	-1
	10 6 11 7 3	
	4 10	1
	10 6 1 4 3	