

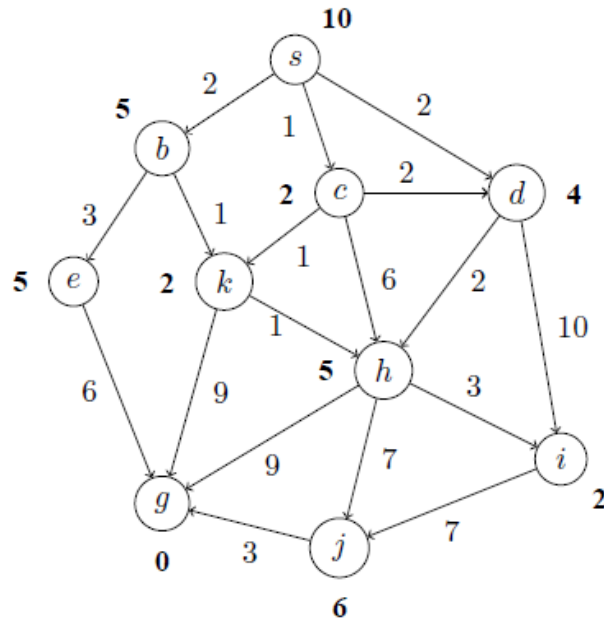


ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

Λύσεις 1^{ης} Σειράς Γραπτών Ασκήσεων για
το μάθημα “Τεχνητή Νοημοσύνη”

Δημήτριος Βασιλείου
03119830
8^ο Εξάμηνο

Άσκηση 1



1).

Εκτέλεση με Hill Climbing

Μέτωπο Αναζήτησης	Κλειστό Σύνολο	Τρέχουσα κατάσταση	Παιδιά Κατάστασης	Τρέχουσας
$[(s, 10)]^{(s)}$	$\{\}$	s	{b: 5, c: 2, d: 4}	
$[(c, 2)]^{(s, c)}$	{s}	c	{k: 2, h: 5, d: 4}	
$[(k, 2)]^{(s, c, k)}$	{s, c}	k	{g: 0, h: 5}	
$[(g, 0)]^{(s, c, k, g)}$	{s, c, k}	g	$\{\}$	

Τελικό βέλτιστο μονοπάτι το {s, c, k, g} με πραγματικό κόστος 11.

Εκτέλεση με Best First

Μέτωπο Αναζήτησης	Κλειστό Σύνολο	Τρέχουσα κατάσταση	Παιδιά Κατάστασης	Τρέχουσας
$[(s, 10)]^{(s)}$	$\{\}$	s	{b: 5, c: 2, d: 4}	
$[(c, 2)]^{(s, c)}, (d, 4)]^{(s, d)}, (b, 5)]^{(s, b)}$	{s}	c	{k: 2, h: 5, d: 4}	
$[(k, 2)]^{(s, c, k)}, (d, 4)]^{(s, d)}, (b, 5)]^{(s, b)}, (h, 5)]^{(s, c, h)}$	{s, c}	k	{g: 0, h: 5}	
$[(g, 0)]^{(s, c, k, g)}, (d, 4)]^{(s, d)}, (b, 5)]^{(s, b)}, (h, 5)]^{(s, c, h)}$	{s, c, k}	g	$\{\}$	

Τελικό βέλτιστο μονοπάτι το {s, c, k, g} με πραγματικό κόστος 11.

Μέτωπο Αναζήτησης	Κλειστό Σύνολο	Τρέχουσα κατάσταση	Παιδιά Τρέχουσας Κατάστασης
$[(s, 0;10)^{\{s\}}]$	$\{\}$	s	$\{b: 2;5, c: 1;2, d: 2;4\}$
$[(c, 1;2)^{\{s, c\}}, (d, 2;4)^{\{s, d\}}, (b, 2;5)^{\{s, b\}}]$	$\{s\}$	c	$\{k: 2;2, h: 7;5, d:3, 4\}$
$[(k, 2;2)^{\{s, c, k\}}, (d, 2;4)^{\{s, d\}}, (b, 2;5)^{\{s, b\}}, (h, 7;5)^{\{s, c, h\}},]$	$\{s, c\}$	k	$\{g: 11;0, h: 3;5\}$
$[(d, 2;4)^{\{s, d\}}, (b, 2;5)^{\{s, b\}}, (h, 3;5)^{\{s, c, k, h\}}, (g, 11;0)^{\{s, c, k, g\}}]$	$\{s, c, k\}$	d	$\{h: 4;5, i: 12;2\}$
$[(b, 2;5)^{\{s, b\}}, (h, 3;5)^{\{s, c, k, h\}}, (g, 11;0)^{\{s, c, k, g\}}, (i, 12;2)^{\{s, d, i\}}]$	$\{s, c, k, d\}$	b	$\{e: 5;5, k: 3;2\}$
$[(h, 3;5)^{\{s, c, k, h\}}, (e, 5;5)^{\{s, b, e\}}, (g, 11;0)^{\{s, c, k, g\}}, (i, 12;2)^{\{s, d, i\}}]$	$\{s, c, k, d, b\}$	h	$\{g: 12;0, j: 10;6, i:6;2\}$
$[(i, 6;2)^{\{s, c, k, h, i\}}, (e, 5;5)^{\{s, b, e\}}, (g, 11;0)^{\{s, c, k, g\}}, (j, 10;6)^{\{s, c, k, h, j\}}]$	$\{s, c, k, d, b, h\}$	i	$\{j: 13; 6\}$
$[(e, 5;5)^{\{s, b, e\}}, (g, 11;0)^{\{s, c, k, g\}}, (j, 10;6)^{\{s, c, k, h, j\}}]$	$\{s, c, k, d, b, h, i\}$	e	$\{g: 11;0\}$
$[(g, 11;0)^{\{s, c, k, g\}}, (j, 10;6)^{\{s, c, k, h, j\}}]$	$\{s, c, k, d, b, h, i, e\}$	g	$\{\}$

Τελικό βέλτιστο μονοπάτι το $\{s, c, k, g\}$ με πραγματικό κόστος 11.

2).

Βλέπουμε πως το πρόβλημα έχει 19 λύσεις, και η βέλτιστη είναι η $\{s, c, k, g\}$ με κόστος 11, καθώς και η $\{s, b, e, g\}$ με το ίδιο κόστος. Και οι 3 αλγόριθμοι βρίσκουν τη βέλτιστη λύση. Όσον αφορά τον Hill Climbing δεν μπορούμε να γνωρίζουμε εκ των προτέρων ότι θα βρει την βέλτιστη λύση, διότι μπορεί να σταματήσει σε τοπικό ελάχιστο και να σταματήσει (αν η τιμή της ευρετικής σε έναν κόμβο-παιδί είναι μεγαλύτερη από αυτή στον κόμβο-πατέρα). Ο Best First επίσης δεν εγγυάται ότι θα βρει την βέλτιστη λύση, διότι βασίζεται μόνο στην χρήση ευρετικής, συνεπώς ανάλογα με την ευρετική μπορεί να παραβλέπει κάποια καλύτερα μονοπάτια. Τέλος, για τον A* γνωρίζουμε ότι βρίσκει πάντα τη βέλτιστη λύση εφόσον βέβαια η ευρετική είναι αποδεκτή. Παρατηρούμε ότι στον κόμβο j έχουμε κόστος 3 προς τον στόχο g, ενώ η ευρετική του προς τον στόχο είναι 6, συνεπώς η πραγματική απόσταση είναι μικρότερη από την εκτίμηση που έχουμε, άρα η ευρετική δεν είναι αποδεκτή. Με αυτόν τον τρόπο συμπεραίνουμε ότι δεν γνωρίζουμε εκ των προτέρων αν ο A* θα βρει τη βέλτιστη λύση, καθώς η ευρετική δεν είναι αποδεκτή.

3).

Αν και η ευρετική δεν είναι αποδεκτή, παρόλα αυτά ο A* βρίσκει το βέλτιστο μονοπάτι. Αυτό συμβαίνει, διότι ο κόμβος j (ο οποίο είναι και ο μοναδικός για τον οποίο παραβιάζεται η συνθήκη αποδεκτότητας) θα κλαδευτεί από το μέτωπο αναζήτησης, καθώς έχει τιμή σύνθετης ευρετικής μεγαλύτερη από την λύση που έχουμε βρει, συνεπώς δεν θα εξεταστεί ποτέ. Ωστόσο, δεν είμαστε

σίγουροι αν το «κλάδεμα» του κόμβου j διασφαλίζει ότι διαμέσου του j δεν υπάρχει καλύτερο μονοπάτι προς το στόχο. Εδώ απλώς τυχαίνει και το «κλάδεμα» δεν οδηγεί σε παράλειψη βέλτιστης λύσης. Αν για παράδειγμα είχαμε κόστος από τον j στον g 0, τότε η ευρετική θα ήταν πάλι μη αποδεκτή και η τιμή της σύνθετης ευρετικής στον κόμβο j θα ήταν $(6 + 10 = 16)$. Συνεπώς, πάλι θα κλαδεύαμε τον κόμβο j , αλλά θα χάναμε τη βέλτιστη λύση, διότι αυτή τώρα θα ήταν η $\{s, c, k, h, j, g\}$ με κόστος 10.

Τώρα, θα τροποποιήσουμε την ευρετική ώστε να αλλάξει η συμπεριφορά του αλγορίθμου ως προς την εύρεση ή μη της βέλτιστης λύσης. Δηλαδή, θα κάνουμε την ελάχιστη δυνατή τροποποίηση ώστε η ευρετική να είναι πλέον αποδεκτή και ο A^* να εγγυάται την εύρεση βέλτιστης λύσης. Συγκεκριμένα, απλώς θέτουμε $h(j) = 3$, ώστε η τιμή της ευρετικής στον κόμβο j να μην είναι μεγαλύτερη από την πραγματική απόσταση του h από το στόχο.

4).

Για να είναι μια ευρετική συνεπής, πρέπει για κάθε κατάσταση k να ισχύει $h(k) \leq h(k') + c(k, k')$ όπου k' μια επόμενη κατάσταση της k και $c(k, k')$ το κόστος μετάβασης από την k στην k' .

Παρατηρούμε πως $h(s) = 10$, $h(b) = 5$ και $c(s, b) = 2$, άρα $h(s) > h(b) + c(s, b)$, συνεπώς η ευρετική δεν είναι συνεπής. Με μια προσεκτική ματιά στον χώρο καταστάσεων, βλέπουμε πως υπάρχουν και άλλα ζεύγη καταστάσεων k, k' όπου δεν ισχύει η συνθήκη συνέπειας. Επομένως, για να γίνει η ευρετική συνεπής, πρέπει να φροντίσουμε ώστε να ισχύει για κάθε ζεύγος καταστάσεων πατέρα-παιδί, η συνθήκη συνέπειας.

Συγκεκριμένα, έχουμε:

- ➔ $h(j) = 6$ πρέπει να γίνει $h(j) = 3$
- ➔ $h(k) = 2$ πρέπει να γίνει $h(k) = 4$
- ➔ $h(s) = 10$ πρέπει να γίνει $h(s) = 3$

Οι παραπάνω είναι οι ελάχιστες αλλαγές που πρέπει να κάνουμε ώστε η ευρετική μας να είναι συνεπής.

5).

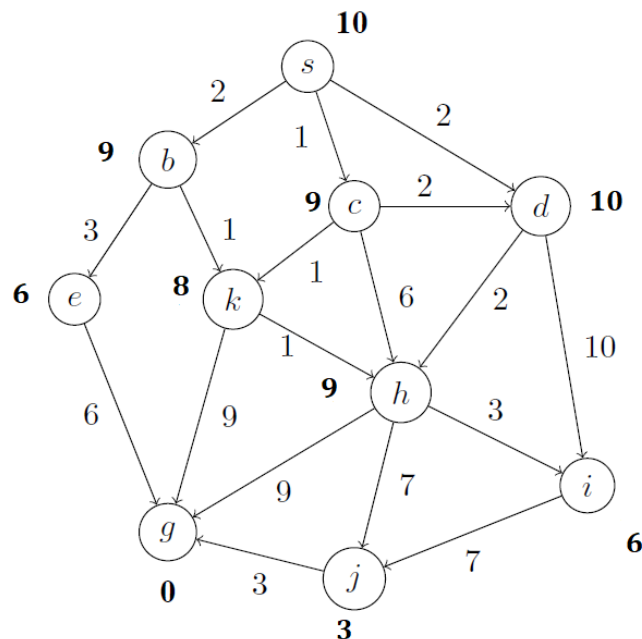
Η νέα ευρετική που θα αναζητήσουμε πρέπει να είναι συνεπής και να είναι πιο ακριβής, δηλαδή οι τιμές της να είναι πιο κοντά στις πραγματικές αποστάσεις των κόμβων από το στόχο. Επίσης θέλουμε να οδηγεί τον αλγόριθμο σε επίσκεψη λιγότερων κόμβων απ' ότι αρχικά.

Παρατηρούμε κατά την εκτέλεση του A^* στον αρχικό χώρο καταστάσεων πως ενώ ο αλγόριθμος επισκέπτεται και επεκτείνει διαδοχικά τους κόμβους s, c, k οι οποίοι ανήκουν στο βέλτιστο μονοπάτι, αντί στη συνέχεια να επεκτείνει τον g , επεκτείνει τον b και ο g πηγαίνει τελευταίος στη λίστα του μετώπου αναζήτησης, λόγω μεγάλου κόστους. Στόχος μας είναι ο αλγόριθμος να επεκτείνει σε αυτό το βήμα στο g , οπότε πρέπει να αυξήσουμε την τιμή της ευρετικής για τους κόμβους που είναι μαζί με τον g στο μέτωπο αναζήτησης. Αυτοί είναι οι κόμβοι b, d και h .

Συγκεκριμένα έχουμε:

- ➔ Ο κόμβος g έχει $G, F = 11, 0$
- ➔ Ο κόμβος b έχει $G, F = 2, 4$ άρα θέτουμε $h(b) = 9$ ώστε η σύνθετη ευρετική στον b να είναι 11 (θα μπορούσαμε να θέσουμε $h(b) = 10$, ωστόσο έτσι θα χαλάσει η συνέπεια της ευρετικής, συνεπώς θεωρούμε πως στην ισοβαθμία θα επιλεγεί ο g).
- ➔ Ο κόμβος d έχει $G, F = 2, 5$ άρα θέτουμε $h(d) = 10$
- ➔ Ο κόμβος h έχει $G, F = 3, 5$ άρα θέτουμε $h(h) = 9$

Βέβαια, αυτές οι αλλαγές καθιστούν τη νέα ευρετική μη συνεπή, οπότε πρέπει να αλλάξουμε τις ευρετικές και τον υπόλοιπων κόμβων ώστε η τελική ευρετική μας να είναι συνεπής. Κάνοντας τις αλλαγές, καταλήγουμε στον ακόλουθο νέο χώρο καταστάσεων:



Όσον αφορά την ακρίβεια της ευρετικής, παρατηρούμε πως για όλους τους κόμβους η ακρίβεια έχει βελτιωθεί σε σχέση με τον αρχικό χώρο καταστάσεων. Συγκεκριμένα, έχουμε:

- ➔ Για τον κόμβο s δεν έχει αλλάξει κάτι.
- ➔ Για τον κόμβο b, έχουμε κόστος 9. Είχαμε $h(b) = 5$, ενώ τώρα $h(b) = 9$
- ➔ Για τον κόμβο c, έχουμε κόστος 10. Είχαμε $h(c) = 2$, ενώ τώρα $h(c) = 9$
- ➔ Για τον κόμβο d, έχουμε κόστος 13. Είχαμε $h(d) = 4$, ενώ τώρα $h(d) = 10$
- ➔ Για τον κόμβο e, έχουμε κόστος 6. Είχαμε $h(e) = 5$, ενώ τώρα $h(e) = 6$
- ➔ Για τον κόμβο k, έχουμε κόστος 9. Είχαμε $h(k) = 2$, ενώ τώρα $h(k) = 9$
- ➔ Για τον κόμβο h, έχουμε κόστος 9. Είχαμε $h(h) = 5$, ενώ τώρα $h(h) = 9$
- ➔ Για τον κόμβο j, έχουμε κόστος 3. Είχαμε $h(j) = 6$, ενώ τώρα $h(j) = 3$
- ➔ Για τον κόμβο i, έχουμε κόστος 10. Είχαμε $h(i) = 2$, ενώ τώρα $h(i) = 6$

Θα δοκιμάσουμε να τρέξουμε τον αλγόριθμο A* στο νέο χώρο καταστάσεων:

Μέτωπο Αναζήτησης	Κλειστό Σύνολο	Τρέχουσα κατάσταση	Παιδιά Κατάστασης	Τρέχουσας
$[(s, 0;3)]^0$	$\{ \}$	s	$\{b: 2;9, c: 1;9, d: 2;10\}$	
$[(c, 1;9)^{\{s, c\}}, (b, 2;9)^{\{s, b\}}, (d, 2;10)^{\{s, d\}}]$	$\{s\}$	c	$\{k: 2;8, h: 7;9, d: 3;10\}$	
$[(k, 2;8)^{\{s, c, k\}}, (b, 2;9)^{\{s, b\}}, (d, 2;10)^{\{s, d\}}, (h, 7;9)^{\{s, c, h\}}]$	$\{s, c\}$	k	$\{h: 3;9, g: 11;0\}$	
$[(g, 11;0)^{\{s, c, k, g\}}, (b, 2;9)^{\{s, b\}}, (d, 2;10)^{\{s, d\}}, (h, 3;9)^{\{s, c, k, h\}}]$	$\{s, c, k\}$	g	$\{ \}$	
$[(b, 2;9)^{\{s, b\}}, (d, 2;10)^{\{s, d\}}, (h, 3;9)^{\{s, c, k, h\}}]$	$\{s, c, k, g\}$	b	$\{e: 5;6, k: 3;8\}$	

Παρατηρούμε πως με τη νέα ευρετική, ο A* τρέχει σε 5 βήματα, σε αντίθεση με 9 που έτρεχε προηγουμένως, συνεπώς επισκέπτεται λιγότερους κόμβους.

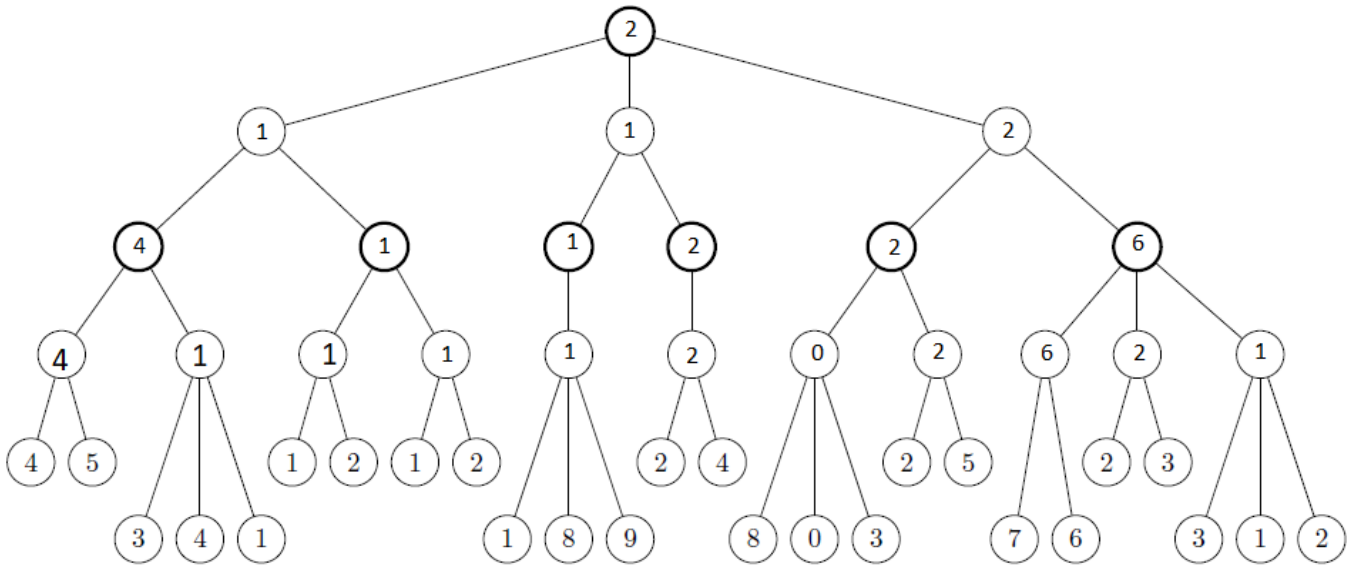
Καταλήγουμε λοιπόν ότι η νέα ευρετική είναι συνεπής, είναι περισσότερο ακριβής και οδηγεί τον αλγόριθμο στο να επισκέπτεται λιγότερους κόμβους.

(συνέχεια στην επόμενη σελίδα)

Άσκηση 2

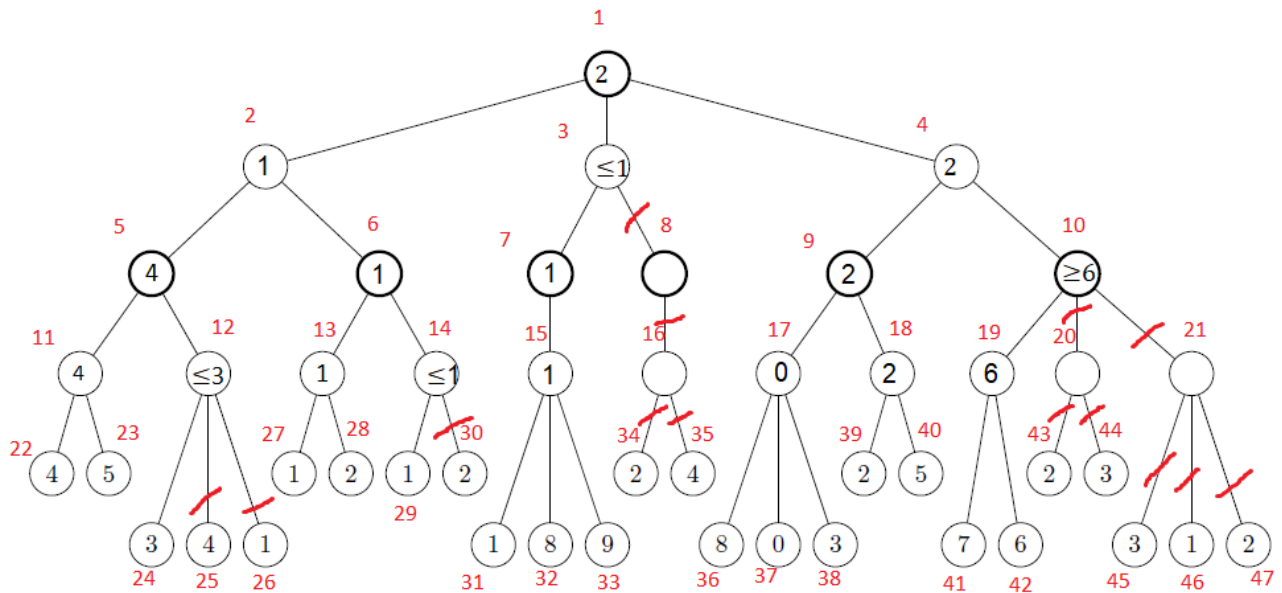
1).

Παραθέτουμε συμπληρωμένο το δέντρο που έχει υπολογίσει ο αλγόριθμος Minimax:



2).

Παραθέτουμε συμπληρωμένο το δέντρο που έχει υπολογίσει ο αλγόριθμος AB:



Με κόκκινη γραμμή φαίνονται οι κόμβοι που δεν θα επισκεφθεί ποτέ ο αλγόριθμος.

Η σειρά με την οποία ο αλγόριθμος επισκέπτεται τους κόμβους είναι η ακόλουθη:

1, 2, 5, 11, 22, 23, 12, 24, 6, 13, 27, 28, 14, 1, 3, 7, 15, 31, 32, 33, 4, 9, 17, 36, 37, 38, 18, 39, 40, 10, 19, 41, 42.

Άσκηση 3

Έχουμε $f(x) = (a + b) - (c + d) + (e + f) - (g + h)$ καθώς και $x = abcdefgh$. Επίσης

$$x_1 = 65413532, x_2 = 87126601,$$

$$x_3 = 23921285, x_4 = 41852094$$

1).

- Για x_1 : $a = 6, b = 5, c = 4, d = 1, e = 3, f = 5, g = 3, h = 2$.

Άρα, προκύπτει $f(x_1) = 11 - 5 + 8 - 5 = 9$

- Για x_2 : $a = 8, b = 7, c = 1, d = 2, e = 6, f = 6, g = 0, h = 1$.

Άρα, προκύπτει $f(x_2) = 15 - 3 + 12 - 1 = 23$

- Για x_3 : $a = 2, b = 3, c = 9, d = 2, e = 1, f = 2, g = 8, h = 5$.

Άρα, προκύπτει $f(x_3) = 5 - 11 + 3 - 13 = -16$

- Για x_4 : $a = 4, b = 1, c = 8, d = 5, e = 2, f = 0, g = 9, h = 4$.

Άρα, προκύπτει $f(x_4) = 5 - 13 + 2 - 13 = -19$

Η ταξινόμηση σε φθίνουσα σειρά προσαρμοστικότητας των 4 ατόμων είναι η ακόλουθη:

$$x_2 > x_1 > x_3 > x_4$$

2).

α). Τα δύο πιο προσαρμοστικά άτομα είναι το x_2 και το x_1 . Η διασταύρωση μεταξύ τους στο μέσο του χρωμοσώματος θα δώσει τα δύο νέα χρωμοσώματα:

$$x_1^* = 65416601$$

$$x_2^* = 87123532$$

β). Τα δεύτερο και τρίτο σε σειρά προσαρμοστικότητας χρωμοσώματα είναι τα x_1 και x_3 αντίστοιχα. Η διασταύρωσή τους μεταξύ των σημείων b, f (από c έως και g) θα δώσει τα δύο νέα χρωμοσώματα:

$$x_1^{**} = 65921282$$

$$x_3^* = 23413535$$

γ). Τα πρώτο και τρίτο σε σειρά προσαρμοστικότητας χρωμοσώματα είναι τα x_2 και x_3 αντίστοιχα. Η διασταύρωσή τους με ανταλλαγή των γονιδίων f, g, h θα δώσει τα δύο νέα χρωμοσώματα:

$$x_2^{**} = 87126285$$

$$x_3^{**} = 23921601$$

3).

Μετονομάζουμε τα χρωμοσώματα (σε x_i^*) και ο νέος πληθυσμός είναι ο ακόλουθος:

$$x_1^* = 65416601$$

$$x_2^* = 87123532$$

$$x_3^* = 65921282$$

$$x_4^* = 23413535$$

$$x_5^* = 87126285$$

$$x_6^* = 23921601$$

Η συνολική απόδοση του αρχικού πληθυσμού είναι $f(x_1) + f(x_2) + f(x_3) + f(x_4) = -3$.

Η συνολική απόδοση του νέου πληθυσμού είναι

$$f(x_1^*) + f(x_2^*) + f(x_3^*) + f(x_4^*) + f(x_5^*) + f(x_6^*)$$

- Για x_1^* : $a = 6, b = 5, c = 4, d = 1, e = 6, f = 6, g = 0, h = 1$.
Άρα, προκύπτει $f(x_1) = 11 - 5 + 12 - 1 = 17$
- Για x_2^* : $a = 8, b = 7, c = 1, d = 2, e = 3, f = 5, g = 3, h = 2$.
Άρα, προκύπτει $f(x_2) = 15 - 3 + 8 - 5 = 15$
- Για x_3^* : $a = 6, b = 5, c = 9, d = 2, e = 1, f = 2, g = 8, h = 2$.
Άρα, προκύπτει $f(x_3) = 11 - 11 + 3 - 10 = -7$
- Για x_4^* : $a = 2, b = 3, c = 4, d = 1, e = 3, f = 5, g = 3, h = 5$.
Άρα, προκύπτει $f(x_4) = 5 - 5 + 8 - 8 = 0$
- Για x_5^* : $a = 8, b = 7, c = 1, d = 2, e = 6, f = 2, g = 8, h = 5$.
Άρα, προκύπτει $f(x_4) = 15 - 3 + 8 - 13 = 7$
- Για x_6^* : $a = 2, b = 3, c = 9, d = 2, e = 1, f = 6, g = 0, h = 1$.
Άρα, προκύπτει $f(x_4) = 5 - 11 + 7 - 1 = 0$

Τελικά, η συνολική απόδοση του νέου πληθυσμού είναι

$$f(x_1^*) + f(x_2^*) + f(x_3^*) + f(x_4^*) + f(x_5^*) + f(x_6^*) = 17 + 25 - 7 + 0 + 7 + 0 = 42.$$

Παρατηρούμε πως η συνολική απόδοση του νέου πληθυσμού έχει βελτιωθεί δραματικά σε σχέση με αυτή του αρχικού πληθυσμού.

4).

Η μέγιστη προσαρμοστικότητα ενός χρωμοσώματος, επιτυγχάνεται όταν τα δύο θετικά αθροίσματα $(a + b)$, $(e + f)$ είναι μέγιστα, ενώ τα δύο αρνητικά αθροίσματα $-(c + d)$, $-(g + h)$ είναι ελάχιστα. Με αυτόν τον τρόπο μεγιστοποιείται η συνάρτηση f . Δηλαδή θα είναι:

$$\Rightarrow (a + b) = 18, (e + f) = 18 \text{ και } -(c + d) = 0, -(g + h) = 0 \text{ άρα } f_{\max} = 36.$$

Το χρωμόσωμα που αντιπροσωπεύει τη βέλτιστη λύση είναι αυτό για το οποίο τα αθροίσματα που περιγράψαμε παραπάνω παίρνουν τις αντίστοιχες τιμές. Δηλαδή, θα είναι $a = 9, b = 9, e = 9, f = 9, c = 0, d = 0, g = 0, h = 0$.

Τελικά, είναι το $x = 99009900$.

5).

Όπως είδαμε προηγουμένως, η βέλτιστη λύση είναι το χρωμόσωμα $x = 99009900$. Αν δεν γίνονται μεταλλάξεις, τότε ο μόνος τρόπος να αλλάξει ο πληθυσμός και να δημιουργηθούν νέα

χρωμοσώματα είναι μέσω διασταυρώσεων. Οι διασταυρώσεις γίνονται ανταλλάσσοντας γονίδια μεταξύ δύο ατόμων. Ωστόσο, παρατηρούμε ότι στα 4 άτομα που αρχικά αποτελούν τον πληθυσμό, υπάρχουν μόνο δύο γονίδια με ψηφίο 9, τα x_3, x_4 και επίσης τα ψηφία αυτά δεν βρίσκονται στις θέσεις που βρίσκονται τα ψηφία 9 στο βέλτιστο χρωμόσωμα. Συγκεκριμένα, στο x_3 το ψηφίο 9 βρίσκεται στην 3^η θέση και στο x_4 βρίσκεται στην 7^η θέση, ενώ στη βέλτιστη λύση τα ψηφία 9 βρίσκονται στις θέσεις 1,2,5,6. Έτσι, όσες ανταλλαγές κι αν γίνουν, τα ψηφία 9, δεν θα βρεθούν ποτέ στη σωστή θέση και άρα δεν θα καταλήξουμε ποτέ στη βέλτιστη λύση. Αντιθέτως, αν είχαμε και μεταλλάξεις τότε θα μπορούσαν κάποια γονίδια τυχαία να λάβουν τιμή 9, οπότε θα υπήρχε πιθανότητα να οδηγηθούμε στη βέλτιστη λύση κάποια στιγμή.