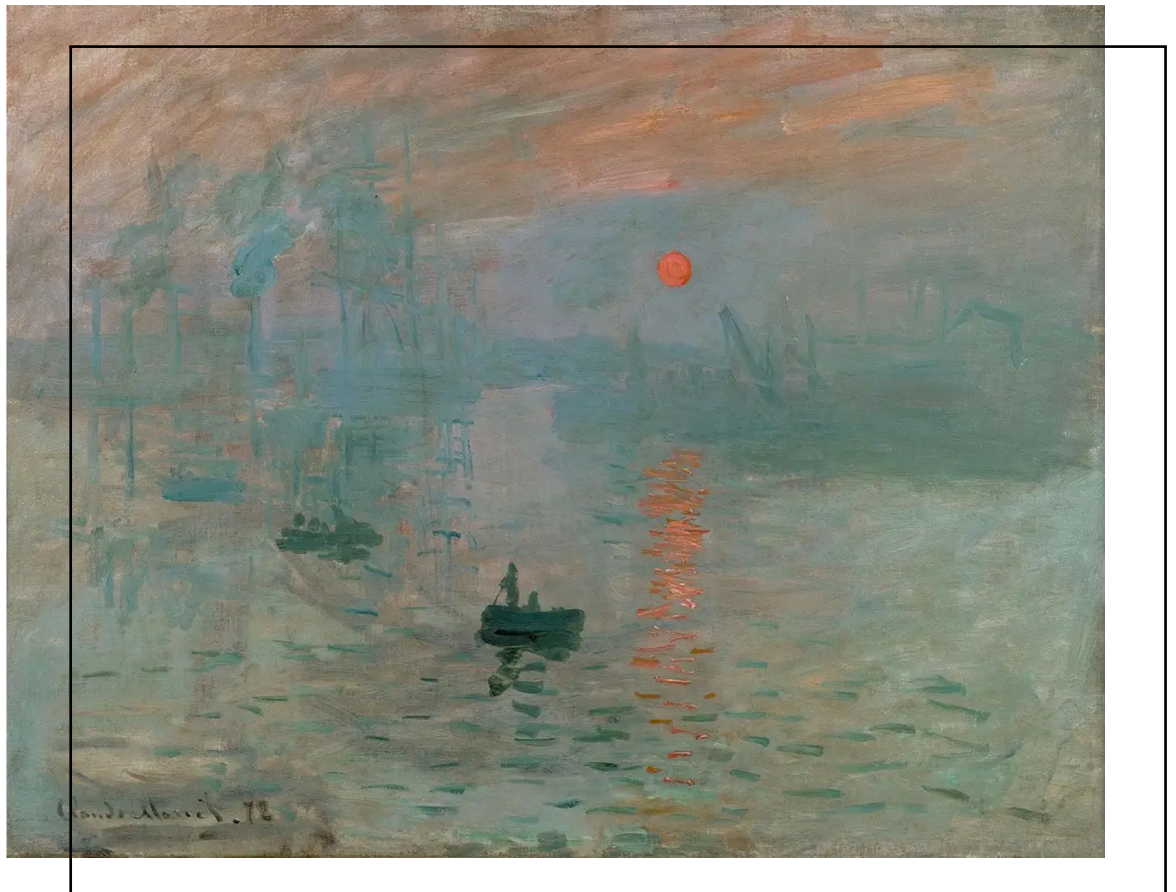


02

Lista de Exercícios

Introdução a Física de Hádrons

Lucas R. Ximenes
11917239





Q. 01

Funcional gerador de um campo escalar livre

O funcional gerador de um campo escalar livre é escrito como

$$Z_0[J] = N \int \exp \left\{ i \int \left[\frac{1}{2} \left(\xi \vec{K}_x \xi + \xi J + \bar{\phi} \vec{K}_x \xi + \bar{\phi} J \right) + J \bar{\phi} + J \xi \right] d^4 x \right\} [D\xi]$$

após uma expansão do campo original ϕ em torno de sua configuração clássica $\bar{\phi}$ e sua correspondente flutuação ξ , $\phi = \bar{\phi} + \xi$. O operador \vec{K}_x é o de Klein-Gordon, $\vec{K}_x = (\partial^2 + m^2)_x$. Obtenha

$$Z_0[J] = N' \exp \left[-\frac{i}{2} \int J(x) \Delta(x-y) J(y) d^4 x d^4 y \right]$$

Na expressão original do problema, podemos identificar que o termo $\frac{1}{2} \xi \vec{K}_x \xi$ é um termo quadrático em ξ , a soma dos termos $\frac{1}{2} \xi J + \frac{1}{2} \bar{\phi} \vec{K}_x \xi + J \xi$ é um termo linear em ξ e os termos restantes independem dessa variável, o que sugere uma integração gaussiana em ξ .

- Assumir que \vec{K}_x é uma matriz diagonal
- Discretizar os campos pra usar a expressão da aula 7/8 (eu acho)
- Fazer uma mudança de variável conveniente
- Integrar em $[D\xi]$

Q. 02

Integração com números de Grassman

A integral de trajetória para férmions envolve o cálculo, no limite do contínuo, da integral discretizada

$$I(A) = \int \prod_{i=1}^N \exp \left(\sum_{j,k=1}^N \bar{\theta}_j A_{jk} \theta_k \right) d\theta_i d\bar{\theta}_i = \det(A)$$

Mostre explicitamente o resultado acima para $N = 3$, e depois, generalize para um N arbitrário.



- Usar $N = 3$ dá diretamente o resultado, só fazer as contas certinho considerando as propriedades dos números de Grassman
- Assumindo que vale pra N , provar que vale pra $N + 1$ pode ser o procedimento mais simples de se fazer

Q. 03 Relações de campos de gauges não-abelianos

No caso de um campo de gauge não-abeliano, mostre explicitamente que

(a) $[D_\mu, D_\nu]\Phi = -igF_{\mu\nu}\Phi.$

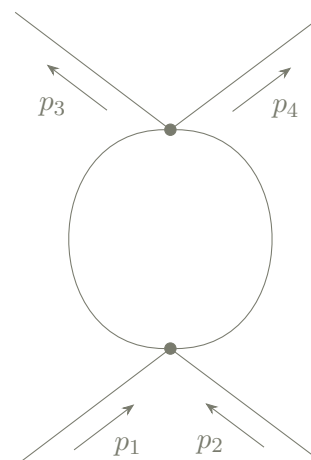
(b) $F'_{\mu\nu}\Phi' = UF_{\mu\nu}\Phi.$

em que Φ é um vetor coluna de campos de bósons escalares que satisfaz a simetria de gauge do grupo, e $U = \exp[T_a\theta_a(x)]$, sendo T_a os geradores do grupo.

- Utilizar o gauge $D_\mu\Phi = \left(\partial_\mu - ig\frac{\sigma_a 2^a}{A_\mu}\right)\Phi$ e lembrar que $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$
- No item (b), preciso confirmar se $F'_{\mu\nu} = UF_{\mu\nu}$ e $\Phi' = U\Phi$ pra tentar abrir as contas

Q. 04 Teoria $\lambda\phi^4$

Na teoria $\lambda\phi^4$ calcule, em regularização dimensional, com todos os detalhes necessários (incluindo a expansão em torno de $\epsilon \rightarrow 0$, com $D = 4 - 2\epsilon$), a integral do diagrama de Feynman da figura ao lado.





- Aula 6 + Aula 11, o diagrama é do canal-t, bem determinado então
- O diagrama depende dos momentos externos apenas através da variável t

Q. 05

Regras de Feynman da QCD

Utilizando as regras de Feynman da QCD, mostre que o diagrama de 1 loop (auto-energia) do propagador do quark difere do correspondente ao elétron na QED por um fator multiplicativo $C_F = \sum_a T_a^2$. Obs: não é necessário calcular a integração de loop.

- Os diagramas de 1 loop do propagador do quark (esquerda) e do elétron (direita) são



- O fato de não precisar calcular a integração de loop indica que existe algum truque pra obter a resposta.

Q. 06

Espalhamento elástico elétron-múon

Calcule explicitamente a contração $L^{\alpha\beta}W_{\alpha\beta}$ no espalhamento elástico elétron-múon. Obs: despreze a massa do elétron comparada a outras escalas de energia, assumidas muito maiores.

- Aparentemente é só abrir as contas com as expressões da aula 15



Q. 07 Amplitude DVCS

Vimos que a amplitude DVCS (deeply-virtual Compton scattering) é dada por

$$T_{\mu\nu} = i \int e^{iqz} \langle p | T \{ J_\mu(z) J_\nu(0) \} | p \rangle d^4z$$

- (a) Partindo da expressão acima, mostre que $\text{Im}[T_{\alpha\beta}] = \pi W_{\alpha\beta}$, ou seja, que a parte imaginária da amplitude DVCS é proporcional ao tensor hadrônico do espalhamento inelástico profundo.
- (b) Usando um conjunto completo de estados intermediários entre as correntes eletromagnéticas, argumente por quê

$$\int e^{iqz} \langle p | J_\mu(0) J_\nu(z) | p \rangle$$

é igual a zero. **Dica:** obtenha uma função delta de Dirac e conservação do quadri-momento total.

Q. 08 Cálculo de diagramas de Feynman

Utilizando as regras de Feynman da QCD (aula 13), calcule os diagramas de Feynman abaixo, que contribuem para o processo $e^+(k_1)e^-(k_2) \rightarrow \bar{q}(p_1)q(p_2)$. No segundo diagrama, o glúon emitido possui momento muito baixo (*soft glúon*). Mostre que os dois diagramas são infinitos, explique a origem desses infinitos, e como lidar com eles para obter um resultado físico consistente.

