Institute of Physics

Fluid Mechanics

Ph.D. Frédérique Grassi

L. R. Ximenes

2023

LISTA N° 3

10. Derretendo gelo

(a) Um cubo de gelo flutua sobre água gelada num copo, com a temperatura em torno de 0°C. Quando o gelo derrete, sem que haja mudança apreciável da temperatura, o nível da água no copo sobre, desce ou não se altera?

(b) Se tivermos água salgada e um cubo de gelo de água salgada, muda a resposta?

(c) Se tivermos água salgada e cubo de gelo de água normal, muda a resposta? Fazer uma conta quantitativa supondo que para a água salgada $\rho_{\text{as}} = 1.05$ g/cm^3.

(d) Porquê o derretimento do gelo da Antártica ou Groenlândia é um problema?

Solução:

(a) Quando o gelo derrete na água, o nível de água no copo não se altera. Isso ocorre porque a água congelada tem uma densidade menor do que a água líquida, o que faz com que o cubo de gelo flutue na superfície da água. Quando o gelo derrete, a água resultante tem praticamente a mesma densidade que a água líquida, e portanto não há uma mudança significativa no volume ocupado pelo gelo. Dessa forma, o nível de água no copo permanece o mesmo.

(b) Quando o cubo de gelo derrete na água salgada, a água resultante terá uma densidade menor do que a água salgada circundante, o que fará com que a água resultante do derretimento flutue na superfície da água salgada. Nesse caso, o nível da água no copo também não se alterará de forma significativa quando o cubo de gelo de água salgada derreter.

(c) Quando o cubo de gelo de água doce é colocado em água salgada, a densidade do cubo de gelo é menor do que a densidade da água salgada circundante. Isso ocorre porque a água doce tem uma densidade menor do que a água salgada, devido à falta de sais dissolvidos.

Assumindo que a densidade da água doce seja de aproximadamente 1 g/cm³ e a densidade da água salgada seja de 1.05 g/cm³, podemos calcular a fração do volume do cubo de gelo que ficará submerso na água salgada. Para isso, podemos utilizar o princípio de Arquimedes, que estabelece que a força de empuxo exercida em um objeto imerso em um fluido é igual ao peso do fluido deslocado pelo objeto.

Vamos supor que o cubo de gelo tenha uma massa de 10 g e um volume de 10 cm³. Como a densidade da água doce é de 1 g/cm³, o cubo de gelo de água doce terá um volume de 10 mL (ou 10 cm³). Como a densidade da água salgada é de 1.05 g/cm³, o peso do cubo de gelo será de:

$$|\boldsymbol{P}| = m|\boldsymbol{g}| = 10 * 9.8 = 98 \text{ N}$$

O volume de água deslocado pelo cubo de gelo será igual ao volume do cubo de gelo, ou seja, 10 cm³. Assumindo que a fração do volume do cubo de gelo submerso na água salgada seja V_{sub}, podemos escrever a equação do princípio de Arquimedes para cada 1 g de água:

$$V_{\text{sub}} * \rho_{\text{as}} * V_{\text{desl}} * |\boldsymbol{g}| = |\boldsymbol{P}| = 98 \text{ N} \Rightarrow V_{\text{sub}} = \frac{98}{1.05 * 10 * 9.8}$$

$$V_{\text{sub}} = \frac{1}{1.05} \approx 0.952 \text{ cm}^3$$

Isso significa que aproximadamente 5% do volume do cubo de gelo de água doce ficará submerso na água salgada. Portanto, quando o cubo de gelo derreter, a água resultante ocupará um volume ligeiramente menor do que o volume original do cubo de gelo. O nível da água no copo diminuirá um pouco quando o cubo de gelo de água doce derreter na água salgada.

(d) Quando o gelo das camadas de gelo da Antártica ou da Groenlândia derrete, a água líquida resultante é adicionada aos oceanos, aumentando o volume de água e, consequentemente, o nível do mar.

16. O mergulhador e o alpinista

O oxigênio é um gás perigoso quando ele é respirado em pressão (parcial) elevada demais (hiperoxia) ou baixa demais (hipóxia). O objetivo deste exercício é estudar os limites que um mergulhador ou um alpinista nunca deveriam ultrapassar.

O ar é aproximadamente composto por 80% de nitrogênio e 20% de oxigênio. A pressão parcial de um gás é a pressão que o gás teria se ele ocupasse sozinho o volume da mistura (lei de Dalton). Assim a pressão parcial do oxigênio no ar é $\text{pp}_{O_2} = p * \%O_2$, por exemplo, no nível do mar (usando o bar como unidade de pressão $p_o \approx 10^5$ N/m² = 1 bar): $\text{pp}_{O_2} \approx 1 * 0.2 = 0.2$ bar.

Os livros de medicina indicam:

- $\text{pp}_{O_2} > 1.6$ bar $\Rightarrow$ risco de hiperoxia;
- $\text{pp}_{O_2} < 0.1$ bar $\Rightarrow$ risco de hipóxia.

(a) Caso do mergulhador com uma garrafa de ar comprimido:

O mergulhador usa um aparelho chamado regulador que abaixa a pressão do ar comprimido da garrafa até a pressão ambiente. Assim o mergulhador respira ar à pressão ambiente (a qual aumenta com a profundidade). Calcule a profundidade máxima até a qual o mergulhador pode descer sem risco de hiperoxia. A água será considerada como incompressível.

(b) Caso do alpinista:

Mostrar que $p(z) = p_{\text{atm}} \left[1 - \frac{z}{H}\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$, com $H = \frac{\gamma}{\gamma - 1} * \frac{p_{\text{atm}}}{g\rho_{\text{atm}}}$ na atmosfera adiabática. Calcule a altitude máxima que o alpinista pode alcançar sem risco de hipóxia.

Solução:

(a) Para calcular a profundidade máxima que um mergulhador pode descer sem risco de hiperoxia, precisamos encontrar o valor de pressão que corresponde a uma pressão parcial de oxigênio de 1.6 bar. Sabemos que a pressão do ar comprimido na garrafa é reduzida pelo regulador para a pressão ambiente, que aumenta com a profundidade. Assumindo que a água é incompressível, podemos usar a equação da pressão hidrostática:

$$p = p_o + \rho g h$$

Sabemos que a pressão parcial de oxigênio deve ser menor que 1.6 bar, então podemos escrever:

$$0.2 * (p_o + \rho g h) < 1.6 \Rightarrow h < \frac{1.6}{0.2\rho g} - \frac{p_o}{\rho g}$$

Substituindo os valores conhecidos, temos que a profundidade máxima que o mergulhador pode ir é de:

$$\boxed{h \lessapprox 67.7 \text{ m}} \tag{1.1}$$

(b) Sabemos que a pressão parcial de oxigênio deve ser maior do que 0.1 bar, então podemos escrever:

$$0.2 * p(z) > 0.1 \Rightarrow z < H \left[1 - \frac{0.1}{0.2 * 10^5}\right]$$

Sendo $\gamma \approx 1.4$ para o ar adiabático, temos que substituindo os valores dados, a altura máxima que um alpinista pode subir se correr risco de hipóxia é de:

$$\boxed{z \lessapprox 5.500 \text{ m}} \tag{1.2}$$