

# Recuperación funcional

Proyecto final  
Introducción a los Modelos Multinivel

Bajac, Matías

Padín, Jimena

Viscailuz, Luciana

2025

## Contents

<b>1</b>	<b>Introducción</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Datos</b>	<b>2</b>
2.1	Variables estáticas . . . . .	2
2.2	Variables temporales . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Metodología</b>	<b>5</b>
3.1	Descripción de las variables . . . . .	5
3.2	Modelado . . . . .	6
<b>4</b>	<b>Resultados</b>	<b>7</b>
4.1	Estructura de la matriz $\mathbf{D}$ . . . . .	7
4.2	Inclusión de covariables al modelo . . . . .	8
4.3	Modelo final . . . . .	11
4.4	Predicción . . . . .	11
	<b>Bibliografía</b>	<b>13</b>

# 1 Introducción

El estado físico y funcional del cuerpo humano desempeña un papel central en la calidad de vida de un individuo. A partir de cierta edad se producen cambios fisiológicos que afectan a varios sistemas de forma progresiva, entre ellos el musculo-esquelético. La disminución de la densidad ósea incrementa la fragilidad en los huesos y favorece la aparición ante impactos relativamente leves. Este suceso se ve acelerado particularmente en mujeres tras la menopausia. Paralelamente, la pérdida de masa muscular, la reducción de reflejos y el deterioro del control motor y del equilibrio contribuyen a un mayor riesgo de caídas en adultos mayores.

En adultos mayores, lesiones de este índole afectan directamente su autonomía y capacidad para realizar actividades básicas de la vida diaria. La recuperación funcional posterior a estos eventos es un proceso complejo influido por factores individuales (edad, sexo), condiciones de vida y el tratamiento recibido, ya sea fisioterapia u opciones quirúrgicas.

Debido al componente dependiente de los datos, dado a que estos resultan ser múltiples mediciones de un mismo individuo, contar con herramientas que permitan evaluar la evolución funcional de los pacientes resulta fundamental. Medidas estandarizadas como el Índice de Barthel permiten cuantificar el nivel de independencia antes y después del traumatismo, y constituyen un insumo valioso para estudiar trayectorias de recuperación. Los modelos multinivel representan una estrategia estadística adecuada para analizar datos longitudinales, capturar variabilidad individual en los procesos de cambio y evaluar el efecto diferencial de los tratamientos, de acuerdo con los objetivos del estudio presentado en este informe.

## 2 Datos

Los datos fueron proporcionados por el docente a cargo de la unidad curricular. Se cuenta con información longitudinal de 327 adultos mayores que sufrieron un traumatismo de muñeca, producto de una caída. Para cada individuo se registran siete variables vinculadas a factores personales y el contexto temporal de la medición. Se excluyó un individuo que presentaba dos fracturas en años distintos sin información funcional previa suficiente para reconstruir una trayectoria longitudinal consistente.

### 2.1 Variables estáticas

Diversos estudios han documentado que la densidad mineral ósea disminuye progresivamente con la edad. En particular, Zhang and Jordan (2010) señalan que la pérdida de densidad ósea se intensifica en la sexta década de vida, lo que incrementa el riesgo a fracturas. En nuestro conjunto de datos, los individuos presentan una edad media de 83.5 años, con un rango entre 65 y 101 años, valores claramente por encima de este umbral crítico. Por lo tanto, la edad adquiere un rol clínicamente relevante en el análisis de la recuperación funcional.

Si observamos la variabilidad de la muestra mediante un histograma, la mayoría de las personas que ingresaron al tratamiento tienen entre 80 y 90 años.

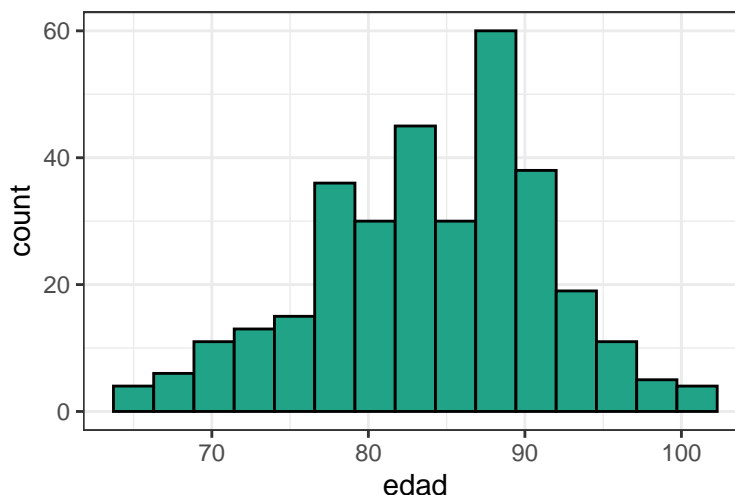


Figure 1: Distribución de la edad en la muestra.

En cuanto al género, la proporción de mujeres en la muestra es considerablemente mayor (80%), lo cual es consistente con la evidencia epidemiológica: tras la menopausia, la disminución abrupta de estrógenos acelera la pérdida de densidad mineral ósea, aumentando la fragilidad del sistema musculo-esquelético y, por ende, la probabilidad de sufrir fracturas por caída (Riggs and Melton 1986). Por otro lado, la literatura también muestra diferencias significativas en la recuperación funcional según el género. Di Monaco et al. (2012) encuentra en su estudio que los hombres presentan peores resultados funcionales que las mujeres, por lo que resulta pertinente incluir el género como covariable a nivel individual en los modelos.

Respecto al tratamiento recibido, la elección entre tratamiento quirúrgico y fisioterapia tras una fractura de muñeca depende tanto de las características de la lesión como de las características clínicas del paciente. En general, las fracturas estables mediante inmovilización seguida de fisioterapia, mientras que la cirugía se reserva para fracturas inestables. En nuestra muestra, el 37% de los pacientes recibió tratamiento conservador y el 63% tratamiento quirúrgico.

Finalmente, la condición habitacional constituye un factor relevante en la recuperación funcional de adultos mayores. Vivir en el propio domicilio suele asociarse a mayor autonomía y una rutina previa más estable, lo que favorece la readquisición de habilidades motoras y funcionales. Por el contrario, residir en un hogar o institución puede reflejar una situación de mayor dependencia previa o menor movilidad, elementos que tienden a enlentecer la recuperación tras una fractura. En nuestros datos, el 69% de los pacientes residía en su domicilio y el 31% en instituciones, por lo que esta variable se incorpora como covariable a nivel individual para capturar diferencias en el nivel funcional previo y en el apoyo disponible durante el proceso de rehabilitación.

## 2.2 Variables temporales

La variable que determina el tiempo donde se releva la información y le que otorga estructura longitudinal al conjunto de datos, **momentos**, establece tiempos de medición previos a la lesión, al momento de ingreso al sistema hospitalario y posteriormente a los 1, 3, 12 y 24 meses del evento, siendo las dos primeras mediciones disponibles para todos los individuos, mientras que las siguientes se registran de forma más esporádica.

previo	ingreso	1 mes	3 meses	12 meses	24 meses
327	327	300	279	207	153

Para estos momentos se releva la variable **barthel**. Como se establece por Mahoney and Barthel (1965), el índice de Barthel es un índice simple de independencia para evaluar la capacidad de un paciente con un trastorno neuro-muscular o musculo-esquelético para cuidar de sí mismo. Los valores asignados a cada ítem se basan en el tiempo y la cantidad de asistencia física real requerida si un paciente no puede realizar la actividad.

En la Figura 2 se muestra la distribución del Índice de Barthel en cada uno de los momentos de medición, con el objetivo de obtener una primera impresión de la evolución funcional de los pacientes. Se observa que, antes de la lesión, los individuos presentan niveles elevados de independencia funcional, en general por encima de 75 puntos. Tras el ingreso hospitalario, el puntaje disminuye de forma marcada, reflejando el estado físico asociado al evento. A partir del primer mes, los valores comienzan a incrementarse nuevamente, acompañando el proceso de recuperación. Entre el mes y dos años del incidente, la varianza del estado físico de los pacientes aumenta bastante, en comparación con los dos momentos del tiempo anteriores.

Por ultimo, la variable **recuperacion**, definida como  $recuperacion = \frac{barthel_{actual} - barthel_{ingreso}}{barthel_{previo} - barthel_{ingreso}}$ , se encuentra disponible para todos los momentos de medición excepto para el momento previo a la lesión dado que la expresión carece de interpretación clínica. Dado a su composición la misma se encuentra altamente relacionada con **barthel**:

momento	ingreso	1 mes	3 meses	12 meses	24 meses
r_barthel	NA	0.8312630	0.7963460	0.8895789	0.9514342

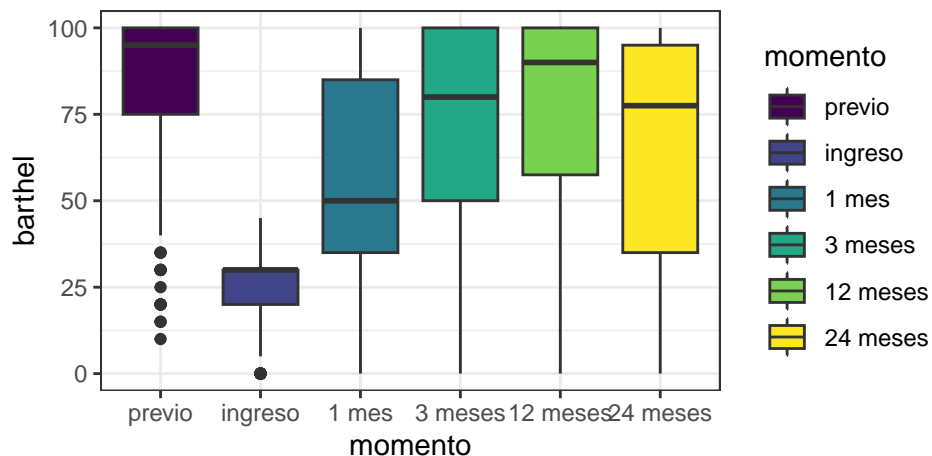


Figure 2: Boxplot del índice de Barthel para diferentes momentos en relación a la lesión.

A continuación, se presenta un segundo gráfico con la evolución en el tiempo de diez de los pacientes. Se identifica que todos comparten el mismo punto inicial, donde la tasa de recuperación al ingreso en el hospital vale 0. Esto tiene sentido ya que es el momento en el que sufrieron el traumatismo, previo a comenzar el tratamiento.

Se puede observar que las pendientes de las trayectorias difieren, y que, además, hay algunas más largas que otras, indicando que hay pacientes a los que no se les realizó un seguimiento continuo en el tiempo o que abandonaron el tratamiento.

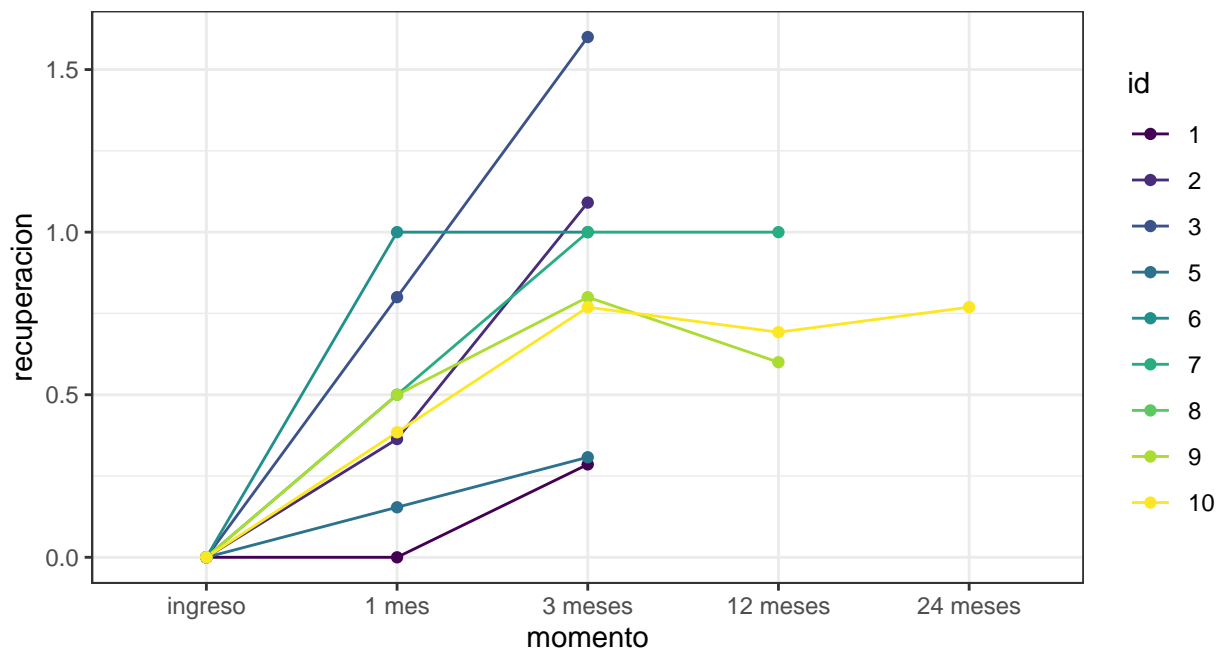


Figure 3: Trayectorias individuales de recuperación funcional para una muestra de pacientes seleccionados.

### 3 Metodología

Al trabajar con medidas repetidas, hay varios modelos posibles, entre ellos el RM – ANOVA, el cual es una adaptación del modelo ANOVA para medidas repetidas. Este no es el que se utilizó para el presente análisis, ya que supone que los datos deben estar balanceados, y como se mencionó anteriormente, en los datos disponibles esto no sucede.

Otro modelo posible, y con el que se decidió trabajar es el Modelo de Efectos Mixtos (LME), debido a que es mucho más flexible con respecto a los supuestos y presenta varias ventajas con respecto al modelo anterior.

Dado al tipo de datos, se identifica a los individuos y sus variables como el nivel 2 ( $i$ ), mientras que las observaciones para cada individuo son de nivel 1 ( $t$ ).

#### 3.1 Descripción de las variables

Para la creación de modelos se establece como variable dependiente la recuperación del paciente, **recuperacion**. Previo a crear los modelos, se realizaron algunos ajustes sobre los datos:

- Dado que al utilizar **recuperacion** como variable dependiente las observaciones de momento previo carecen de interpretación, las mismas fueron excluidas del análisis longitudinal. En su lugar se agrega una variable **b\_prev** que indica el valor de índice de Barthel previo a la lesión.
- Dado que **recuperacion** se establece en 0 al momento del ingreso, mantener dicho momento produciría una constante sin interpretación sustantiva y dificultaría la interpretación de la variabilidad entre sujetos. Se decide excluir dichas observaciones y, en cambio, agregar una variable **b\_ing** que indica el valor de índice de Barthel al momento del ingreso.
- Considerando los cambios previos, la primera observación longitudinal se define en el momento *1 mes*. Si se define este como momento 0, permite una mejor interpretación de las constantes. Es por ello que la variable **momento2**, tomando en cuenta los meses transcurridos, se codifica {0, 2, 11, 23} para los momentos 1 mes, 3 meses, 12 meses y 24 meses, respectivamente.
- Respecto a la edad, siguiendo la literatura que indica el umbral crítico referente a la densidad ósea, se decide centrar la variable respecto a 60, con el fin que la interpretación de la constante refiera a la recuperación promedio en el umbral, y varíe para cada año por sobre el mismo ( $edad2 = edad - 60$ ).

Por lo que las variables a seleccionar para ajustar el modelo son:

Variable	Descripción	Valores	Nivel
recuperacion	Variable dependiente	Continua, rango[-0.67,1.60]	nivel 1
tratamiento	Variable categórica que indica el tipo de tratamiento que es sometido el paciente luego de la lesión	cirugía o fisioterapia	nivel 2
domicilio	Variable dummy que indica si el individuo hizo la recuperación en su domicilio o en una institución	si o no	nivel 2
sexo	Variable que indica el sexo del individuo	M o F	nivel 2
momento2	Variable que toma como referencia el primer mes luego del ingreso, métrica temporal	0, 2, 11, 23	nivel 1
edad2	Variable de edad de los individuos a la hora del ingreso, centrada en 60 años	rango[5,41]	nivel 2
b_prev	Índice de Barthel previo a la lesión	rango[0,100]	nivel 2
b_ing	Índice de Barthel al momento del ingreso	rango[0,100]	nivel 2

Table 1: Variables a utilizar en los modelos.

Nota: Se decidió no incorporar la variable Barthel al modelo debido a que como se mencionó anteriormente, esta se utiliza para construir la variable dependiente, por lo que el incluirla en el modelo llevaría a que absorba el efecto de las demás variables y se generen interpretaciones erróneas.

## 3.2 Modelado

Se comienza por discernir la estructura apropiada de la matriz  $\mathbf{D}$ . Bajo la hipótesis nula, se asume que ningún efecto aleatorio  $k$  tiene un aporte significativo al modelo (modelo lineal):

$$H_0) \mathbf{D}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{q \times q} & \mathbf{0}_{q \times k} \\ \mathbf{0}_{k \times q} & \mathbf{0}_{k \times k} \end{bmatrix} \quad (1)$$

A partir de los modelos ajustados con `lmer(REML = FALSE)`, la significación de los componentes de varianza se evalúa empleando la mezcla de distribuciones propuesta por Stram and Lee (1994).

Una vez establecida la estructura de  $\mathbf{D}$ , se crearon diversos modelos LME utilizando la función `lmer()` del paquete `lme4`, además se aplicó la corrección de los grados de libertad de Kenward-Roger, la cual presenta ventajas sobre la corrección Satterthwait especialmente en muestras pequeñas y datos desbalanceados.

## 4 Resultados

### 4.1 Estructura de la matriz $D$

```
mod0 <- lm(recuperacion ~ 1, data=data)
mod1 <- lmer(recuperacion ~ 1 + (1|id), data=data, REML=F)
mod2 <- lmer(recuperacion ~ 1 + (momento2|id), data=data, REML=F)
```

```
L0 <- logLik(mod0)
L1 <- logLik(mod1)
LRT <- -2*(L0 - L1)
0.5*pchisq(LRT, 1, lower.tail = FALSE)
```

```
## 'log Lik.' 1.551744e-29 (df=2)
```

El p-valor obtenido para evaluar la inclusión de constantes aleatorias indica que dichos efectos son estadísticamente significativos.

```
L2 <- logLik(mod2)
LRT <- -2*(L1 - L2)
pchisq(LRT,c(1,2),lower.tail = FALSE) |> mean()
```

```
## [1] 6.938643e-08
```

Dado el resultado del test se adopta como estructura aleatoria final un modelo con constantes y pendientes aleatorias. El modelo jerárquico resultante es:

$$recuperacion_{it} = \beta_{0i} + \beta_{1i}momento2_{it} + \varepsilon_{it} \quad i = 1, 2, \dots, 327 \quad t = 0, 2, 11, 23$$

$$\beta_{0i} = \gamma_{00} + \eta_{0i}$$

$$\beta_{1i} = \gamma_{10} + \eta_{1i}$$

```
# Modelo Base
mod0 <- lmer(recuperacion ~ momento2 + (momento2|id), data=data)
summary(mod0, ddf = "Kenward-Roger")
```

```
## Linear mixed model fit by REML. t-tests use Kenward-Roger's method [
## lmerModLmerTest]
## Formula: recuperacion ~ momento2 + (momento2 | id)
## Data: data
##
## REML criterion at convergence: 926.9
##
## Scaled residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -2.9552 -0.5633  0.1644  0.5257  2.5913
##
## Random effects:
## Groups   Name                Variance Std.Dev. Corr
##
```

```
## id      (Intercept) 0.0669893 0.25882
##      momento2    0.0002231 0.01494 0.04
## Residual              0.0948247 0.30794
## Number of obs: 938, groups: id, 300
##
## Fixed effects:
##      Estimate Std. Error      df t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  0.641233   0.019906 297.147166 32.212 <2e-16 ***
## momento2    -0.001205   0.001707 192.190595 -0.706 0.481
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Correlation of Fixed Effects:
##      (Intr)
## momento2 -0.302
```

*COMENTARIO O SACO EL SUMMARY?*

## 4.2 Inclusión de covariables al modelo

Se comienza un modelo base, donde hay un intercepto y pendiente aleatoria para cada paciente. Luego, se incorporan como efectos fijos otras variables como la edad al momento del traumatismo, el sexo y domicilio del paciente, que como se mencionó anteriormente, la literatura las identifica como variables relevantes.

```
mod1 = lmer(recuperacion ~ sexo + edad2 + domicilio + (momento2|id), data= data)
```

```
## Warning in checkConv(attr(opt, "derivs"), opt$par, ctrl = control$checkConv, :
## Model failed to converge with max|grad| = 0.0039146 (tol = 0.002, component 1)
```

```
anova(mod0,mod1) # se acepta el modelo nuevo
```

```
## refitting model(s) with ML (instead of REML)
```

```
## Data: data
## Models:
## mod0: recuperacion ~ momento2 + (momento2 | id)
## mod1: recuperacion ~ sexo + edad2 + domicilio + (momento2 | id)
##      npar    AIC    BIC logLik -2*log(L)  Chisq Df Pr(>Chisq)
## mod0     6 921.91 950.97 -454.95   909.91
## mod1     8 901.72 940.47 -442.86   885.72 24.186 2    5.6e-06 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
summary(mod1, ddf = "Kenward-Roger")
```

```
## Linear mixed model fit by REML. t-tests use Kenward-Roger's method [
## lmerModLmerTest]
## Formula: recuperacion ~ sexo + edad2 + domicilio + (momento2 | id)
##      Data: data
##
```



```
## REML criterion at convergence: 910.9
##
## Scaled residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -3.0516 -0.5429  0.1525  0.5413  2.5731
##
## Random effects:
##   Groups   Name                Variance Std.Dev. Corr
##   id       (Intercept) 0.0640075 0.25300
##           momento2    0.0002248 0.01499 -0.12
##   Residual                0.0947288 0.30778
## Number of obs: 938, groups: id, 300
##
## Fixed effects:
##              Estimate Std. Error      df t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  0.743590   0.076492 295.581356   9.721 < 2e-16 ***
## sexoM       -0.058902   0.046098 299.668606  -1.278  0.20233
## edad2       -0.007979   0.002631 300.166126  -3.033  0.00263 **
## domiciliosi  0.132352   0.041493 298.745662   3.190  0.00158 **
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Correlation of Fixed Effects:
##              (Intr) sexoM  edad2
## sexoM       -0.062
## edad2       -0.894 -0.021
## domiciliosi -0.554 -0.109  0.228
## optimizer (nloptwrap) convergence code: 0 (OK)
## Model failed to converge with max|grad| = 0.0039146 (tol = 0.002, component 1)
```

Del modelo anterior, se detecta que en contradicción con lo que la literatura señalaba, el genero del paciente no es significativo para explicar la recuperación del mismo, por lo que se decide prescindir de esta variable.

Además, se decide incluir la variable tratamiento como efecto fijo. al incorporarla de esta forma se puede contrastar el objetivo planteado, identificar el efecto del tratamiento sobre la recuperación en si mismo, es decir, detectar si la evolución en la recuperación de los pacientes varía según el tratamiento proporcionado.

```
mod2= lmer(recuperacion ~ edad2 + domicilio + tratamiento + (momento2|id),data= data) #sacamos sexo y a
```

```
## Warning in checkConv(attr(opt, "derivs"), opt$par, ctrl = control$checkConv, :
## Model failed to converge with max|grad| = 0.00379502 (tol = 0.002, component 1)
```

```
anova(mod0,mod2) #aceptamos el nuevo modelo
```

```
## refitting model(s) with ML (instead of REML)
```

```
## Data: data
## Models:
## mod0: recuperacion ~ momento2 + (momento2 | id)
## mod2: recuperacion ~ edad2 + domicilio + tratamiento + (momento2 | id)
##      npar    AIC    BIC logLik -2*log(L)  Chisq Df Pr(>Chisq)
## mod0     6 921.91 950.97 -454.95   909.91
## mod2     8 882.73 921.48 -433.37   866.73 43.172  2  4.22e-10 ***
```

```
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

summary(mod2, ddf = "Kenward-Roger")

## Linear mixed model fit by REML. t-tests use Kenward-Roger's method [
## lmerModLmerTest]
## Formula: recuperacion ~ edad2 + domicilio + tratamiento + (momento2 | id)
## Data: data
##
## REML criterion at convergence: 892.5
##
## Scaled residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -3.2075 -0.5677  0.1541  0.5502  2.6827
##
## Random effects:
## Groups   Name                Variance Std.Dev. Corr
## id       (Intercept)  0.0563802  0.23745
##          momento2    0.0002244  0.01498  -0.08
## Residual                0.0947191  0.30776
## Number of obs: 938, groups: id, 300
##
## Fixed effects:
##              Estimate Std. Error      df t value Pr(>|t|)
## (Intercept)    0.656883   0.075904 295.176179   8.654 3.27e-16 ***
## edad2          -0.007345   0.002551 299.409599  -2.879  0.00428 **
## domiciliosi     0.130561   0.039985 297.289775   3.265  0.00122 **
## tratamientofisioterapia 0.169258   0.036930 288.541784   4.583 6.82e-06 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Correlation of Fixed Effects:
##      (Intr) edad2  domcls
## edad2      -0.884
## domiciliosi -0.557  0.228
## trtmntfstrp -0.224  0.045  0.027
## optimizer (nloptwrap) convergence code: 0 (OK)
## Model failed to converge with max|grad| = 0.00379502 (tol = 0.002, component 1)
```

*todo relevante*

*probamos b\_prev*

```
mod3= lmer(recuperacion ~ edad2 + domicilio + tratamiento + b_prev + (momento2|id), data= data)
anova(mod2,mod3) # no da nada
```

La variable no es lo suficientemente significativa por si misma para ser incluida en el modelo.

*probamos b\_ing*

```
mod4= lmer(recuperacion ~ edad2 + domicilio + tratamiento + b_ing + (momento2|id),data= data)
anova(mod2,mod4) # da algo
summary(mod4, ddf = "Kenward-Roger")
```

La variable es significativa al 95% pero no al 99%, a la vez que empeora la significación de la edad. ver si alguna interacción aumenta la potencia.

*probamos b\_ing x b\_prev*

```
mod5= lmer(recuperacion ~ edad2 + domicilio + tratamiento + b_ing*b_prev + (momento2|id),data= data)
anova(mod2,mod5) #no da nada
```

no da nada

*probamos b\_ing x momento2*

```
mod6= lmer(recuperacion ~ edad2 + domicilio + tratamiento + b_ing*momento2 + (momento2|id),data= data)
anova(mod2,mod6) # da casi al 99%, no se si dejarlo o no
summary(mod6)
```

*voy a no dejar b\_ing o la interaccion con momento ahora, pero decidir y agregar. yo creo que puede estar bueno, sobre todo como interaccion la significacion aumenta y me parece que el barchel ingreso puede ser mas relevante en primeras etapas de recuperacion que en ultimas*

*me acaba de entrar la duda de que momento2 tambien tiene que estar como efecto fijo? porque si la ponemos en el mod0 no da significativa como fijo. capaz que eso evaluar como primer modelo para explicar porque no aparece ahí y solo en pendientes*

*\_tambien me faltó la interaccion tratamiento\*momento2\_*

Como la pregunta que se buscaba responder es si el tratamiento tiene efectos sobre la evolución de la recuperación, además de incluir el efecto fijo del tratamiento, se decidió incorporar la interacción entre momento y tratamiento, de la cual también se desprende que su efecto no es significativo sobre la variable dependiente.

```
mod5= lmer(recuperacion ~ edad2 + domicilio + tratamiento + momento2*tratamiento + (0+momento2|id),data= data)
summary(mod5, ddf = "Kenward-Roger")
```

*comentario, no da nada*

## 4.3 Modelo final

*escribirlo*

```
mod_final =
summary(mod_final)
```

*interpretar*

## 4.4 Predicción

*capaz que esto lo reescribo para compararlo con trayectorias reales buenas y malas*

```

newdata <-
  data.frame(
    id=c(rep(328,4),rep(329,4)),
    sexo=c('M','M','M','M', 'F', 'F', 'F', 'F'),
    edad2=c(rep(85-60, 8)),
    tratamiento = c(rep('cirugía',4), rep('fisioterapia',4)),
    domicilio=c(rep('si',8)),
    momento2=c(0,2,11,23,0,2,11,23),
    b_ini=c(rep(30,8)))

newdata$recuperacion <- predict(object=mod2, newdata=newdata)

ggplot(newdata, aes(x=momento2, recuperacion, group = factor(tratamiento),color=factor(tratamiento)))+
  geom_point()+
  geom_line()

data %>% filter(momento=='ingreso') %>% ggplot()+geom_histogram(aes(x=as.numeric(barthel)))
data %>% group_by(momento) %>%
  summarise(r_min=min(recuperacion,na.rm = T),
            r_media=mean(recuperacion,na.rm = T),
            r_max=max(recuperacion,na.rm = T),)

```

Se llegó a un modelo final, el cual permite cumplir con los objetivos planteados, sin embargo, se abre espacio a mejorar el presentado modelo, debido a que problemas como el de la matriz singular persisten.

## Bibliografia

- Di Monaco, Marco, Carlotta Castiglioni, Fulvia Vallerio, Roberto Di Monaco, and Rosa Tappero. 2012. "Men Recover Ability to Function Less Than Women Do: An Observational Study of 1094 Subjects After Hip Fracture." *American Journal of Physical Medicine & Rehabilitation* 91 (4): 309–15. <https://doi.org/10.1097/PHM.0b013e3182466162>.
- Elgeadi Traumatología. n.d. "What Are the Most Common Trauma Injuries in Older People?" [urlhttps://elgeaditraumatologia.com/en/common-injuries-in-older-people](https://elgeaditraumatologia.com/en/common-injuries-in-older-people).
- Mahoney, Florence I., and Dorothea W. Barthel. 1965. "Functional Evaluation: The Barthel Index." *Maryland State Medical Journal* 14: 61–65. [https://web.archive.org/web/20110928032514/http://www.strokecenter.org/trials/scales/barthel\\_reprint.pdf](https://web.archive.org/web/20110928032514/http://www.strokecenter.org/trials/scales/barthel_reprint.pdf).
- Riggs, B L, and L J Melton. 1986. "Involutional Osteoporosis and the Menopause." *New England Journal of Medicine* 314 (26): 1676–86. <https://doi.org/10.1056/NEJM198606263142605>.
- Stram, Daniel O., and Jae W. Lee. 1994. "Variance Components Testing in the Longitudinal Mixed Effects Model." *Biometrics* 50 (4): 1171–77. <https://doi.org/10.2307/2533448>.
- Zhang, Yuqing, and Joanne M. Jordan. 2010. "Epidemiology of Osteoarthritis." *Clinics in Geriatric Medicine* 26 (3): 355–69. [https://doi.org/10.1016/S0749-0690\(10\)00061-3](https://doi.org/10.1016/S0749-0690(10)00061-3).