Laboratorio de optimización

Cálculo diferecial

Estudiantes:

Carvajal, Victoria Pilar.

Hernández Tovar, Brayan Felipe.

Simanca Castro, Deisy Jimena.

Profesor:

HERNÁN ALONSO MANCIPE BOHÓRQUEZ

Fundación Universitaria de LA RIOJA

UNIR

2024

1: Definir las variables y plantear la función del volumen

Vamos a definir las dimensiones del armario rack:

```
Ancho: x
Altura: y
Profundidad: z
```

Según el enunciado:

- El frente del armario es 25cm mas ancho que alto, lo cual significa que:

```
x = y + 25x
```

- El perímetro de la cara lateral de menor área (presumiblemente el lado de dimensiones y y z) es de 245 cm:

```
2y+2z=245
```

Simplificamos para encontrar z en términos de y:

```
y+z=122.5⇒z=122.5-y
```

Función del volumen

El volumen de un paralelepípedo está dado por:

```
V=x·y·z
```

Sustituyendo x=y+25x y z=122.5-

```
V(y)=(y+25)·y·(122.5-y)
```

Desarrollamos la expresión:

```
V(y)=y(y+25)(122.5-y)
```

Expandiendo esta expresión, tenemos:

```
V(y)=y^2(122.5-y) + 25y(122.5-y)
```

Simplificamos la expresión para hacerla más manejable al derivar:

```
V(y)=122.5y^2 - y^3 + 3062.5y - 25y^2
V(y)= - y^3 + 97.5y^2 - 3062.5y
```

Esta será la función de volumen en términos de la variable y.

Argumentación:

Para abordar este problema de optimización, primero es necesario identificar las dimensiones que determinan el volumen del armario: el ancho (x), la altura (y), y la profundidad (z). Las condiciones proporcionadas en el problema nos permiten expresar estas dimensiones en función de una sola variable. Sabemos que el ancho (x) es 25 cm mayor que la altura, lo cual se traduce en la relación x=y+25. Además, el perímetro de la cara lateral menor, que tiene dimensiones de y y z, es de 245 cm. Al resolver esta ecuación, obtenemos que z=122.5-y. Finalmente, utilizando estas relaciones, escribimos el volumen del armario como una función de y: V(y)=(y+25)·y·(122.5-y) Esta expresión nos permite analizar cómo cambia el volumen a medida que varía la altura (y).

Para maximizar el volumen, derivamos $V(y)$ respecto a y y encontramos sus puntos críticos, lo que nos permitirá identificar el valor de y que maximiza el volumen.

2: Encontrar el máximo de la función

Para maximizar V(y), derivamos la función respecto a y, igualamos a cero y resolvemos:

1. Derivamos V(y) respecto a y y encontramos que el punto crítico es aproximadamente y=78.08.

derivamos $V(y)$ V(y) con respecto a y y:

```
V’(y)= d/dy(−y^3+97.5y^2+3062.5y)
```

Aplicamos las reglas de derivación:

```
V’(y)=−3y^2+2⋅97.5y+3062.5
```

```
V’(y)=−3y^2+195y+3062.5
```

Ahora, para encontrar los puntos críticos, igualamos la derivada a cero:

```
−3y^2+195y+3062.5=0
```

2. Evaluamos la función en este punto y hallamos que el volumen máximo es de aproximadamente 357513.77 cm³.

Como derivamos anteriormente, el punto crítico de y≈78.08 cm maximiza el volumen del armario. Ahora vamos a evaluar el volumen $V(y)$ en este punto.

Sustituyamos y=78.08 en la función para calcular el volumen máximo:

Calcular el término -y^3:

```
-y^3= -(78.08)^3 = -475718.73
```

Calcular el término 97.5y^2:

```
97.5*(78.08)^2= 97.5*6096.64 = 594420.6
```

Calcular el término 3062.5y:

```
3062.5*78.08 = 239811.2
```

Smar todos los términos para obtener $V(y)$:

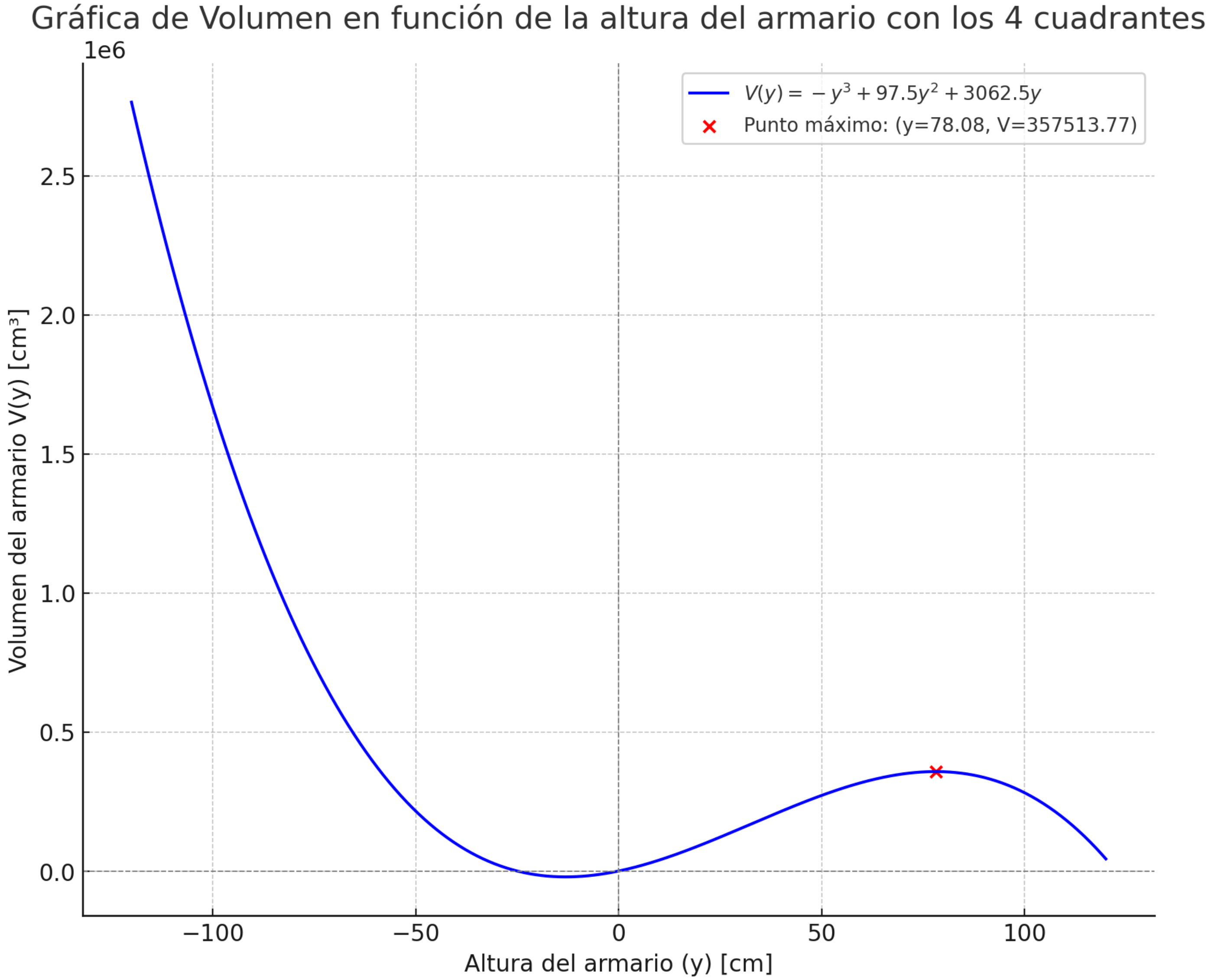
```
V(y) = -475718.73 + 594420.6 + 239811.2 = 357513.07 cm3
```

Argumentación:

Para maximizar el volumen, derivamos la función V(y) respecto a y y hallamos sus puntos críticos. Al resolver la ecuación V'(y)=0, encontramos que el valor de y que maximiza el volumen es aproximadamente 78.08 cm. Este proceso de optimización utiliza la teoría de derivadas, que permite identificar máximos y mínimos de una función. Evaluamos el volumen en el punto crítico para confirmar que es un máximo, y no un mínimo, dada la naturaleza del problema (el volumen disminuye en los extremos del intervalo de y).

3: Representar gráficamente la función y señalar el punto máximo

La gráfica de V(y) con respecto a y mostrará cómo el volumen cambia al variar la altura y. Graficaremos esta función para encontrar visualmente el punto máximo y corroborar el valor obtenido en el paso anterior.



Argumentación:

La gráfica de V(y) muestra cómo el volumen cambia con diferentes valores de y. Al observar la curva, el punto máximo se encuentra en y≈78.08, lo cual confirma el cálculo analítico. Este punto máximo representa la altura del armario que maximiza el volumen. Visualizar la función en una gráfica nos ayuda a confirmar que no existen otros máximos locales en el intervalo de interés, y que este valor de y es el óptimo para maximizar el espacio interior del armario.

4: Halla las dimensiones del armario rack para establecer su volumen de volumen máximo.

Vamos a hallar las dimensiones óptimas con el valor de y que maximiza V(y), sustituimos en las relaciones de x y z:

```
x=y+25

z=122.5-y
```

Estas serán las dimensiones óptimas del armario rack.

Con y≈78.08:

```
x=y+25=78.08+25=103.08

z=122.5-y=122.5-78.08=44.42 cm
```

Por lo tanto, las dimensiones del armario rack son:

```
Ancho: x≈103.08 cm
Altura: y≈78.08 cm
Profundidad: z≈44.42 cm
```

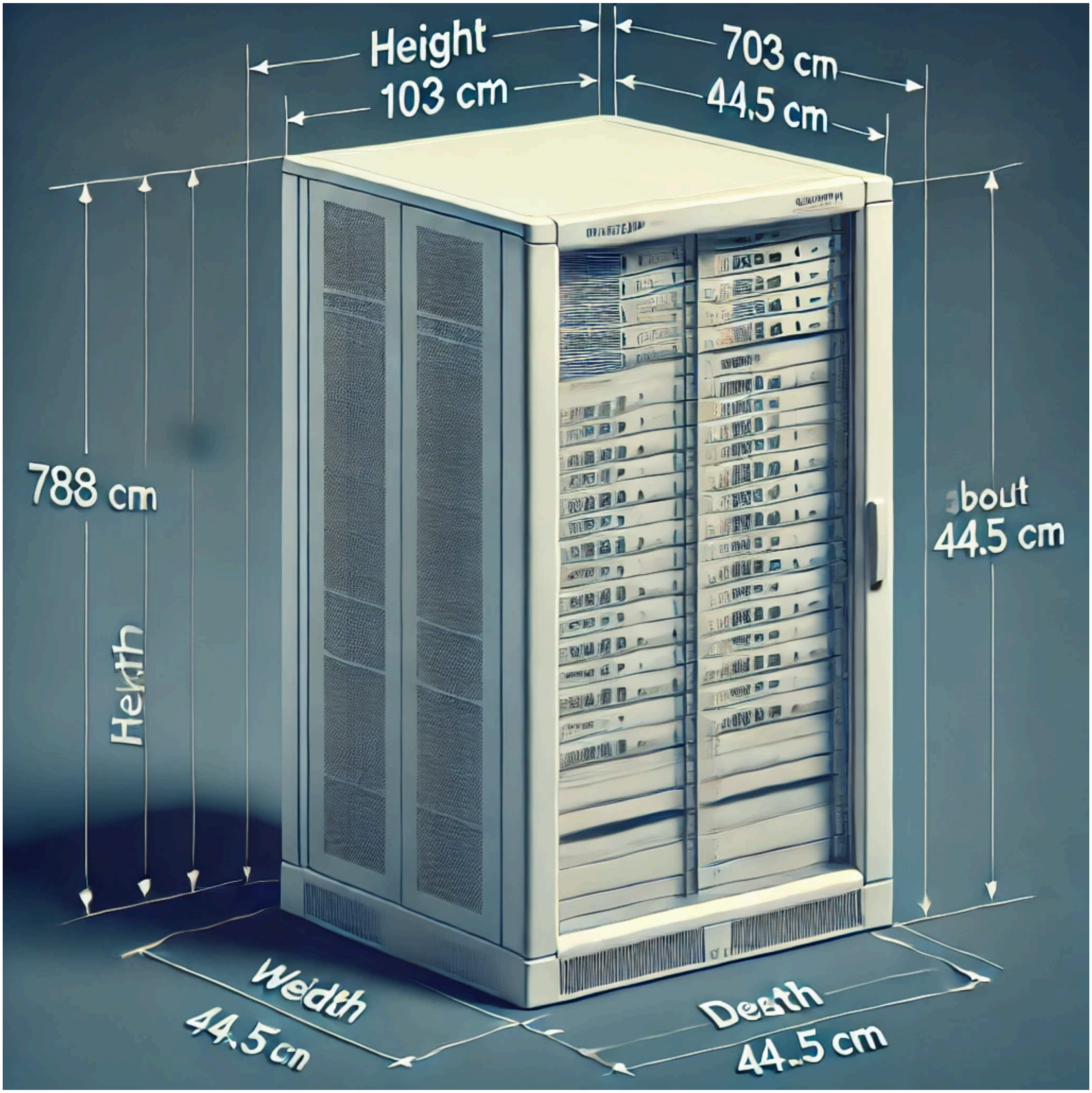
Argumentación:

Utilizando el valor de y=78.08 cm obtenido en el paso anterior, calculamos las otras dos dimensiones del armario: el ancho x y la profundidad z. Sustituyendo y en las relaciones:

```
x=y+25=103.08 cm
z=122.5-y=44.42 cm
```

Estas dimensiones aseguran que el volumen sea máximo mientras se cumple con las condiciones iniciales, como el perímetro de la cara lateral.

5: Dibuja una figura que represente el rack de comunicaciones.



Argumentación:

El dibujo realizado ilustra la estructura y dimensiones óptimas del armario rack, lo que facilita la visualización de cómo se distribuirá el espacio en su interior. Representar gráficamente el rack permite entender mejor su diseño físico, especialmente si se desea acomodar equipos de comunicaciones y organizar cables.

6: Si los equipos de comunicaciones (switch) tienen una altura de 4.445 cm, ¿Cuántos switch se pueden instalar en

el rack manteniendo un espacio entre ellos de 8cm, es decir, entre cada bandeja?

Vamos a calcular la cantidad de switches que se pueden instalar Dado que cada switch tiene una altura de 4.445 cm y que debe haber un espacio de 8 cm entre cada uno, el espacio total necesario para cada switch y su separación es:

```
4.445 cm+8 cm=12.445 cm
```

Para calcular la cantidad de switches que caben en el armario, dividimos la altura del armario y entre 12.445 cm y tomamos la parte entera del resultado para obtener el número máximo de switches que pueden instalarse.

Para calcular cuántos switches se pueden instalar en el armario:

Cada switch tiene una altura de 4.445 cm y debe mantener un espacio de 8 cm entre cada uno.

Espacio total necesario por cada switch y separación:

```
4.445 cm+8 cm=12.445 cm
```

Con una altura de y≈78.08 cm:

```
(78.08 cm)/(12.445cm/switch) ≈ 6.27
```

Así, se pueden instalar 6 switches en el rack, manteniendo el espacio requerido entre ellos.

Argumentación:

Argumentación:

Para calcular cuántos switches pueden instalarse en el rack, consideramos tanto la altura de cada switch (4.445 cm) como el espacio necesario entre ellos (8 cm). Esto da un espacio total de 12.445 cm por cada switch con su separación. Dividiendo la altura total del rack ($y \approx 78.08$) entre 12.445 cm, obtenemos que podemos instalar un máximo de 6 switches. Este cálculo asegura que haya suficiente espacio entre cada equipo, lo cual es fundamental para el manejo de cables y el flujo de aire.

Conclusión

Este ejercicio de optimización aplicada demuestra cómo utilizar técnicas matemáticas para resolver problemas prácticos de diseño y maximización de recursos en el contexto de las telecomunicaciones. Al definir variables y expresiones, derivar funciones y analizar puntos críticos, logramos encontrar las dimensiones óptimas del rack de comunicaciones para maximizar su volumen. Además, el cálculo final de cuántos switches caben en el rack resalta la importancia de optimizar el espacio disponible y considerar la disposición del equipo para su uso práctico. En general, esta actividad muestra cómo los conceptos de optimización y análisis matemático son fundamentales en la ingeniería y la gestión de recursos físicos.