

Asignatura	Datos del alumno	Fecha
Álgebra y Matemática Discreta	Apellidos: Simanca Castro	21/09/2024
	Nombre: Deisy Jimena	

Actividad. Creación y resolución de un problema de programación lineal

Integrantes:

Carvajal, Victoria Pilar

Tovar Hernández, Brayan Felipe

Simanca Castro, Deisy Jimena

Fundación Universitaria de LA RIOJA

UNIR

2024

Asignatura	Datos del alumno	Fecha
Álgebra y Matemática Discreta	Apellidos: Simanca Castro	21/09/2024
	Nombre: Deisy Jimena	

1. Planteamiento del Problema

Sector: Tecnológico (Amazon Web Services - AWS)

Enunciado: Una empresa de servicios en la nube, similar a AWS, ofrece tres tipos de servicios: almacenamiento (S1), computación (C1) y bases de datos (B1). La empresa tiene las siguientes limitaciones:

- Restricción de capacidad de servidores: La capacidad total de los servidores es de 500 unidades.
- Restricción de recursos: Se dispone de un máximo de 800 GB de almacenamiento.
- Restricción de demanda: La demanda máxima para servicios de computación es de 200 horas y para bases de datos es de 150 horas.

Función Objetivo: Maximizar las ganancias: $Z=10S1+15C1+20B1$, donde S1, C1 y B1 son las horas asignadas a almacenamiento, computación y bases de datos, respectivamente.

Restricciones:

1. Capacidad de servidores: $S1+C1+B1 \leq 500$
2. Recursos de almacenamiento: $S1 \leq 800$
3. Demanda máxima:
 - Para computación: $C1 \leq 200$
 - Para bases de datos: $B1 \leq 150$
4. No negatividad: $S1, C1, B1 \geq 0$

Estas restricciones las convertimos en forma estándar añadiendo variables de holgura:

- S2 para la primera restricción (Capacidad de servidores).
- S3 para la segunda restricción (Almacenamiento).
- S4 para la tercera restricción (Computación).
- S5 para la cuarta restricción (Bases de datos).

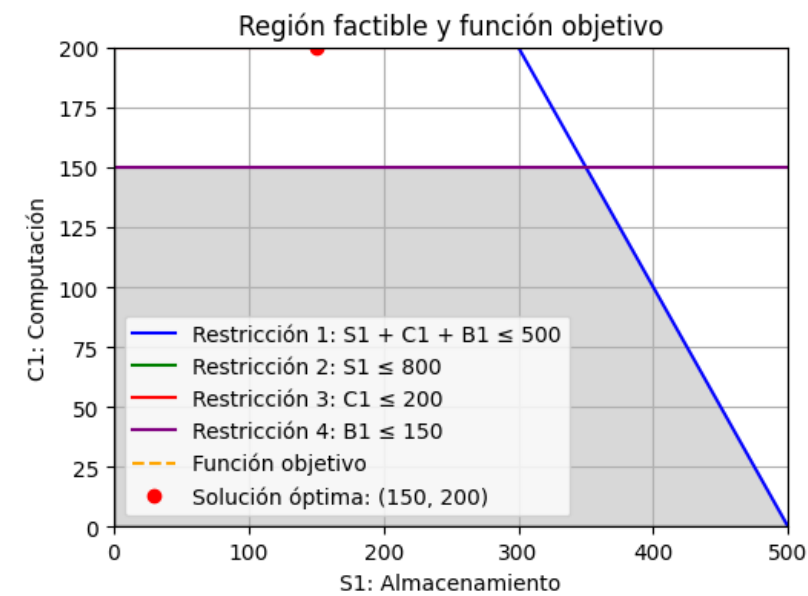
Asignatura	Datos del alumno	Fecha
Álgebra y Matemática Discreta	Apellidos: Simanca Castro	21/09/2024
	Nombre: Deisy Jimena	

2. Planteamiento del Problema

Gráficamente:

- Ejes: S1 (x), C1 (y)
- Ploteamos las líneas de las restricciones:
 - $S1 + C1 + B1 = 500$ (en un espacio tridimensional).
 - $S1 = 800$ (vertical en plano).
 - $C1 = 200$ (horizontal).
 - $B1 = 150$ (en el eje de profundidad en el espacio tridimensional).

Región factible: Se encuentra en el primer octante y está limitada por las restricciones.



3. Representación en Forma Estándar

Forma Estándar: Convertimos las desigualdades en ecuaciones introduciendo variables de holgura:

1. $S1 + C1 + B1 + S2 = 500$ (holgura de capacidad)
2. $S1 + S3 = 800$ (holgura de almacenamiento)
3. $C1 + S4 = 200$ (holgura de computación)

Asignatura	Datos del alumno	Fecha
Álgebra y Matemática Discreta	Apellidos: Simanca Castro	21/09/2024
	Nombre: Deisy Jimena	

4. $B1+S5=150$ (holgura de bases de datos)

Sistema de Ecuaciones:

$$S1 + C1 + B1 + S2 = 500$$

$$S1 + S3 = 800$$

$$C1 + S4 = 200$$

$$B1 + S5 = 150$$

Forma Matricial:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} S_1 \\ C_1 \\ B_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 \\ 800 \\ 200 \\ 150 \end{pmatrix}$$

- La primera columna corresponde a los coeficientes de $S1$ en cada ecuación.
- La segunda columna corresponde a los coeficientes de $C1$.
- La tercera columna corresponde a los coeficientes de $B1$.
- Las columnas restantes corresponden a las variables de holgura $S2, S3, S4, S5$.
- El lado derecho (Z) contiene los términos independientes: 500,800,200,150.

4. Solución del Problema

Método Simplex:

1. Establecer la tabla inicial del algoritmo Simplex.
2. Calcular la solución básica factible.

Asignatura	Datos del alumno	Fecha
Álgebra y Matemática Discreta	Apellidos: Simanca Castro	21/09/2024
	Nombre: Deisy Jimena	

3. Iterar para optimizar la función objetivo.

Tabla Simplex:

Base	S1	C1	B1	S2	S3	S4	S5	RHS
S2	1	1	1	1	0	0	0	500
S3	1	0	0	0	1	0	0	800
S4	0	1	0	0	0	1	0	200
S5	0	0	1	0	0	0	1	150
Z	-10	-15	-20	0	0	0	0	0

Elección de la Variable Entrante y Saliente

1. Variable entrante:

- Se elige la variable que más rápidamente mejora la función objetivo (la más negativa en la fila de Z). En este caso, B1 tiene el coeficiente más negativo (-20), por lo tanto, B1 es la variable entrante.

2. Variable saliente:

- La variable saliente se determina por la razón mínima entre el RHS y el coeficiente de la variable entrante en cada fila (esto asegura que el valor de la solución básica sea no negativa).
- Para cada fila, calculamos:
 - Fila 1: $500 = \frac{500}{1} = 500$
 - Fila 2: $800 = \frac{800}{0} = \infty$ (no se puede dividir por 0)
 - Fila 3: $200 = \frac{200}{0} = \infty$ (no se puede dividir por 0)
 - Fila 4: $150 = \frac{150}{1} = 150$

La variable saliente es S5 (porque tiene la razón más pequeña: 150).

Actualización de la Tabla Simplex

Se hace la pivotación sobre B1 en la fila 4. La fila de B1 se divide entre el coeficiente de la variable entrante (B1=1) y el resto de la tabla se actualiza para que los demás coeficientes de B1 sean 0.

Asignatura	Datos del alumno	Fecha
Álgebra y Matemática Discreta	Apellidos: Simanca Castro	21/09/2024
	Nombre: Deisy Jimena	

Nueva tabla Simplex después de la **primera iteración**:

Base	S1	C1	B1	S2	S3	S4	S5	RHS
S2	1	1	0	1	0	0	-1	350
S3	1	0	0	0	1	0	0	800
S4	0	1	0	0	0	1	0	200
B1	0	0	1	0	0	0	1	150
Z	-10	-15	0	0	0	0	20	3000

Segunda Iteración

- Se elige C1 como la variable entrante (tiene el valor más negativo en la fila Z).
- Se elige S4 como la variable saliente (menor razón).

Realizamos las operaciones necesarias para que el pivote sea igual a 1 y los otros valores en la columna de B1 sean 0.

Base	S1	C1	B1	S2	S3	S4	S5	RHS
S2	1	0	0	1	0	-1	-1	150
S3	1	0	0	0	1	0	0	800
S4	0	1	0	0	0	1	0	200
B1	0	0	1	0	0	0	1	150
Z	-10	0	0	0	0	15	20	6000

Tercera Iteración

- En la fila de Z, todavía tenemos un coeficiente negativo (-10, correspondiente a S1).
- La columna de S1 es la columna pivote.
- Calculamos los cocientes:

$$\text{Para S2: } \frac{150}{1} = 150$$

$$\text{Para S3: } \frac{800}{1} = 800$$

- El pivote es la fila S2, ya que 150 es el menor cociente.

Asignatura	Datos del alumno	Fecha
Álgebra y Matemática Discreta	Apellidos: Simanca Castro	21/09/2024
	Nombre: Deisy Jimena	

Resultado Final

Realizamos las operaciones necesarias para que el pivote sea igual a 1 y los otros valores en la columna de C1 0.

Base	S1	C1	B1	S2	S3	S4	S5	RHS
S2	1	0	0	1	0	-1	-1	150
S3	0	0	0	-1	1	1	1	650
S4	0	1	0	0	0	1	0	200
B1	0	0	1	0	0	0	1	150
Z	0	0	0	10	0	15	20	7500

Después de las iteraciones, se encuentra que:

- S1=150
- C1=200
- B1=150

La ganancia máxima es de **7500**.

Conclusiones:

1. **Optimización de Recursos:** La programación lineal es una herramienta poderosa para maximizar beneficios mientras se gestionan eficientemente los recursos disponibles. En el contexto de una empresa de servicios en la nube como AWS, se evidencia cómo una adecuada asignación de horas de servicio puede mejorar significativamente la rentabilidad.
2. **Aplicación Práctica:** Al desarrollar un problema real del sector tecnológico, se observa que los conceptos de programación lineal son aplicables y relevantes. Esto no solo facilita la comprensión teórica, sino que también brinda habilidades prácticas que pueden ser utilizadas en la industria.
3. **Impacto de las Restricciones:** El análisis de las restricciones muestra cómo limitaciones en capacidad, demanda y recursos afectan la producción. Esto resalta la importancia de entender las condiciones del mercado y de la infraestructura para tomar decisiones informadas.
4. **Sensibilidad y Adaptación:** A través del análisis de sensibilidad, se pueden identificar las variables más críticas que impactan la función objetivo. Esto permite a las empresas adaptarse rápidamente a cambios en la demanda o en la disponibilidad de recursos, asegurando una respuesta ágil ante el entorno competitivo.

Asignatura	Datos del alumno	Fecha
Álgebra y Matemática Discreta	Apellidos: Simanca Castro	21/09/2024
	Nombre: Deisy Jimena	

5. **Herramientas Analíticas:** La implementación del método Simplex y la representación gráfica proporcionan un marco claro para resolver problemas complejos. Estos métodos no solo son útiles para problemas de programación lineal, sino que también sientan las bases para entender técnicas más avanzadas en optimización.
6. **Valor Estratégico:** En un sector tan dinámico como el tecnológico, contar con herramientas de optimización se traduce en una ventaja competitiva. La capacidad de maximizar ingresos mientras se minimizan costos es fundamental para el crecimiento sostenible de cualquier empresa.

En resumen, este trabajo destaca la importancia de la programación lineal en la toma de decisiones estratégicas, enfatizando su aplicabilidad en el sector tecnológico y su papel en la mejora de la eficiencia operativa y la rentabilidad.