

Formulario-Métodos Numéricos

Ana Jimenez

March 8, 2023

1 Teoremas y Definiciones

- Definición: Sea f una función definida en el conjunto X de números reales. Entonces f tendrá por límite L en x_0 , $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$, si dado cualquier $\xi > 0$, existe otro número real $\delta > 0$, tal que $|f(x) - L| < \xi$ que siempre que $x \in X$ y $0 < |x - x_0| < \delta$

Definición: Sea $f : x \rightarrow R$ es continua en X_0 si $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(x_0)$, f es continua en x si en cada $x \in X$

Definición: Sea $\{X_n\}_n^\infty = 1$ una sucesión de números reales. La sucesión converge a un número x (el límite) si $\forall \epsilon > 0$ existe $N(\epsilon)$ tal que $N(\epsilon)$ implica $|X_n - x| < \epsilon$

Teorema: Sea $f : x \rightarrow R$ y $x_0 \in X$. Los siguientes enunciados son equivalentes.

a) f es continua

b) Si $\{X_n\}_n^\infty = 1$ es una sucesión en X y convergen x_0 entonces $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(x_0)$

Definición: Si f es una función definida en un intervalo abierto que contiene a X_0 , entonces f será diferenciable en x_0 si: $f'(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$

Teorema: Si f es diferenciable en x_0 , entonces f es continua en x_0

Teorema de Rolle: Supongamos que $f \in C[a, b]$ continuas en C' y que es diferenciable en (a, b) .

Si $f(a) = f(b) = 0$ entonces existirá un número C en $[a, b]$ con $f'(c) = 0$

Teorema del valor medio: si $f \in C[a, b]$ y f es diferenciable en (a, b) , entonces existirá un número c en (a, b) tal que $f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$

Teorema del valor extremo: Si $f \in [a, b]$ entonces existirá $C_1, C_2 \in [a, b]$ con $f(C_1) \leq f(x) \leq f(C_2)$ para cada $x \in [a, b]$. Si además f es diferenciable en (a, b) , los números c_1 y c_2 estarán ya sea en los extremos de $[a, b]$ o donde f' sea cero.