

# Τμήμα Πληροφορικής Μαθηματική Ανάλυση II

Φυλλάδιο 4

Προθεσμία παράδοσης: 27/05/2024

**Άσκηση 1** Να υπολογιστεί η παράγωγος  $f_t$  των παρακάτω συναρτήσεων:

(i)  $f(x, y) = e^{xy} + \sin(x - y)$ , όταν  $x = t$ ,  $y = -t$

(ii)  $f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2}$ , όταν  $x = \cos t$ ,  $y = \sin t$

(iii)  $f(x, y, z) = \ln(x^2 + y^2 + z^2)$ , όταν  $x = e^t \cos t$ ,  $y = e^t \sin t$ ,  $z = e^t$

(iv)  $f(x, y, z) = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$ , όταν  $x = \cos t$ ,  $y = \sin t$ ,  $z = t$

**Άσκηση 2** Όμοια οι παράγωγοι  $f_s$  και  $f_t$  των

(i)  $f(x, y) = x^2 + y^2$ , όταν  $x = s + t$ ,  $y = s - t$

(ii)  $f(x, y) = x^2 - y^2$ , όταν  $x = s^2 - t^2$ ,  $y = st$

(iii)  $f(x, y) = e^{-x^2 - y^2}$ , όταν  $x = e^{-s} \cos t$ ,  $y = e^{-s} \sin t$

**Άσκηση 3** Να υπολογιστεί η σειρά Taylor της συνάρτησης  $F(x, y) = e^{2x+3y}$  γύρω από το σημείο  $(0, 0)$ . Να βρείτε τους όρους μέχρι και 3ης τάξης.

**Άσκηση 4** Να υπολογιστεί η σειρά Taylor της  $F(x, y) = e^{x+y}$  γύρω από το σημείο  $(2, 1)$ . Βρείτε τους όρους μέχρι και 3ης τάξης.

**Άσκηση 5** Να υπολογιστεί η σειρά Taylor της  $F(x, y) = \cos(x+y)$  γύρω από το σημείο  $(0,0)$ . Βρείτε τους όρους μέχρι και 4ης τάξης.

**Άσκηση 6** Να βρεθούν και να χαρακτηριστούν τα στάσιμα σημεία των παρακάτω συναρτήσεων:

(i)  $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 + 4x - 4y + 3$

(ii)  $g(x, y) = x^3 - 3x + xy^2$

(iii)  $h(x, y) = x^3 - 6xy + y^3$

(iv)  $h(x, y) = e^{-x^2-y^2}$