Μαθηματική Ανάλυση ΙΙ, Φυλλάδιο Ασκήσεων 3,
Παράδοση Τρίτη 15 Νοεμβρίου 2022, Ώρα 11.00 (πριν Αρχισει το φροντ. μάθημ.)

Σημείωσεις,

- Θα υπάρξουν δέκα φυλλάδια ασκήσεων. Η παράδοση των λύσεων των ασκήσεων είναι **υποχρεωτική**, και βαθμολογείται με 1 βαθμό, (δηλαδή όποιος/όποια δεν παραδίδει λύσεις ασκήσεων, τότε η βάση για τις εξετάσεις του Ιανουαρίου/Φεβρουαρίου θα είναι 6).
- Θα πραγματοποιηθούν δύο εξετάσεις προόδων. Τα θέματα θα επιλεγούν από τις ασκήσεις που θα υπάρχουν στα φυλλάδια. Ο βαθμός των δυο προόδων ΒαθμοςΠ θα υπολογιστεί ως, ΒαθμοςΠ = (Βαθμος-1ηςΠροοδ + Βαθμος-2ηςΠροοδ)/2. Αν ΒαθμοςΠ ≥ 5, τότε στον βαθμό του γραπτού της εξέτασης Ιανουαρίου/Φεβρουαρίου θα προστεθεί το 0.30*ΒαθμοςΠ.
- Τα παραπάνω θα ισχύουν και για την εξέταση του Σεπτεμβρίου 2023.

Λίστα ασκήσεων Φυλλάδιο 3

1. Δίνεται η συνάρτηση $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ με $f(x,y) = 2x^2 + y^2 + 2x$. Κάνοντας εφαρμογή του ορισμού της μερικής παραγώγου, υπολογίστε $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}$, $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}$. Ποία η τιμή τους για $(x,y) = (1,2)$.;

2. Έστω η συνάρτηση
$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{2xy}{x^2+y^2}, & \text{αν } (x,y) \neq (0,0), \\ 0, & \text{αν } (x,y) = (0,0). \end{cases} \tag{0.1}$$
Αποδείξτε οτι η συνάρτηση f δεν είναι συνεχής στο $(x,y) = (0,0)$. Υπολογίστε τις μερικές παραγώγους $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}|_{(0,0)}$, $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}|_{(0,0)}$.

3. Δίνεται η συνάρτηση $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ με $f(x,y) = x^2+y^4+cos(x-y)$. Βρείτε την εξίσωση του εφαπτόμενου επιπέδου στο σημείο $(x,y,z) = (1,1,3)$.

4. Έστω η συνάρτηση
$$f(x,y) = \begin{cases} xy\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}, & \text{αν } (x,y) \neq (0,0), \\ 0, & \text{αν } (x,y) = (0,0). \end{cases} \tag{0.2}$$
Υπολογίστε για κάθε σημείο (x,y) τις μερικές παραγώγους $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}$, $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}$.

5. Γιατί μπορούμε να πούμε οτι τα γραφήματα των συναρτήσεων $f(x,y) = x^2 + y^2$ και $g(x,y) = -x^2 - y^2 + xy^3$ " εφάπτονται" στο σημείο (0,0);