

Τμήμα Πληροφορικής Μαθηματική Ανάλυση II

Φυλλάδιο 5

Προθεσμία παράδοσης: 26/06/2024

Άσκηση 1 Να βρεθούν τα ακρότατα της συνάρτησης $F(x, y) = xy$ υπό τον περιορισμό $x^2 + y^2 = 2$

Άσκηση 2 Να βρεθούν τα ακρότατα της συνάρτησης $F(x, y) = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ υπό τον περιορισμό $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 1$

Άσκηση 3 Να βρεθούν τα ακρότατα της συνάρτησης $F(x, y, z) = xyz$ υπό τον περιορισμό $x + y + z = 5$

Άσκηση 4 Να υπολογιστούν τα παρακάτω ολοκληρώματα:

(i) $\int_0^2 \int_0^1 (1 + x^2 + y^2) dy dx$

(ii) $\int_0^2 \int_0^2 (16 - x^2 - 2y^2) dx dy$

(iii) $\int_0^\pi \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin x \cos y dx dy$

(iv) $\int_2^4 \int_x^{2x} \frac{y}{x} dy dx$

(v) $\int_1^2 \int_0^{\ln y} e^x dx dy$

Άσκηση 5 Να υπολογίσετε τα ολοκληρώματα:

(i) $\int \int_D xy dx dy, \quad D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2\}$

(ii) $\int \int_D e^{x+y} dx dy, \quad D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$

(iii) $\int \int_D x \sin(x + y) dx dy, \quad D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \pi/2\}$

(iv) $\int \int_D x^2 e^{xy} dx dy, \quad D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2\}$

Άσκηση 6 Δίνεται το χωρίο

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + y^2 \geq 1, x^2 + y^2 \leq 4 \text{ και } y \geq 0\}$$

(i) Να παραστήσετε γεωμετρικά το χωρίο D .

(ii) Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int \int_D (3x + 4y) dx dy$$

Υπόδειξη: Να χρησιμοποιήσετε πολικές συντεταγμένες

Άσκηση 7 Έστω D το χωρίο που ορίζεται από τις ευθείες: $x = 0$, $y = \pi$ και $y = x$

(i) Να αναπαραστήσετε γεωμετρικά το χωρίο D

(ii) Να ορίσετε το υποσύνολο του \mathbb{R}^2 που εκφράζει το D . (Υπόδειξη: Θεωρήστε σταθερά τα άκρα του x)

(iii) Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα:

$$\int \int_D \cos(x + y) dx dy$$

Άσκηση 8 Έστω D το χωρίο που ορίζεται από τις ευθείες: $x = 2$, $y = x$ και την υπερβολή $y = \frac{1}{x}$, $x > 0$.

(i) Να αναπαραστήσετε γεωμετρικά το χωρίο D

(ii) Να ορίσετε το υποσύνολο του \mathbb{R}^2 που εκφράζει το D . (Να θεωρήσετε σταθερά τα άκρα του x)

(iii) Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα:

$$\int \int_D \frac{x^2}{y^2} dx dy$$