

Εφαρμοσμένα Μαθηματικά (CS152), Εργασ. Άσκηση 1,
Παράδοση αναφορών/απαντήσεων Τετάρτη 8 Νοεμβρίου 2022, Ώρα 13.00

Σημειώσεις,

- Θα υπάρξουν 2 ή 3 εργαστηριακές ασκήσεις. Κάθε εργαστηριακή άσκηση θα βαθμολογείται ξεχωριστά και το άθροισμα των βαθμολογιών των 2ή3 Εργ/ Ασκήσεων, δηλαδή Βαθμ3ΕργΑσκησεων, θα είναι 10.
- Οι αναφορές/απαντήσεις των Εργαστ. ασκήσεων θα είναι γραμμένες σε *Word* ή *Latex*¹. Η εκτέλεση των υλοποιημένων προγραμμάτων θα εξεταστεί στο Εργασ 6, σε ημερομηνία που θα οριστεί αργότερα.
- Αν Βαθμ3ΕργΑσκησεων ≥ 5 , τότε στον βαθμό του γραπτού της εξέτασης Ιανουαρίου/Φεβρουαρίου θα προστεθεί το $0.50 \cdot \text{Βαθμ3ΕργΑσκησεων}$.
- Τα παραπάνω θα ισχύουν και για την εξέταση του Σεπτεμβρίου 2023.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Δίνεται η ΣΔΕ

$$\begin{cases} y'(t) = f(t, y(t)), & \text{για } t \in J := [a, b] \\ y(a) = y_0, & \text{αρχική συνθήκη} \end{cases} \quad (0.1)$$

Στοχος, Η υλοποίηση στον υπολογιστή σε γλώσσα *C*, *C++* ή *Python*, (OXI *Matlab*, *Mathematica* etc), της άμεσης μεθόδου *Euler* για τον υπολογισμό προσεγγιστικής λύσης ΣΔΕ (0.1), για γενικά $a, b, f(t, y(t))$.

Στοιχεία και τρόπος υλοποίησης. Υλοποιήστε τον αλγόριθμο έτσι ώστε τα δεδομένα, $a, b, y_0, \Delta t$ να δίνονται/διαβάζονται απο το πληκτρολόγιο κατά την εκτέλεση, και η συνάρτηση να δηλώνεται σαν *external*, δηλαδή να ορίζεται σε ξεχωριστό αρχείο.

Υποδ. Πρώτα θεωρήστε διαμερισμό $\Delta(J)$ με σημεία διαμέρισης $t_{i+1} = t_i + \Delta t, i = 0, \dots, N$. Έπειτα γράψτε στο χαρτί σας τον αλγόριθμο που προκύπτει έπειτα απο την εφαρμογή της μεθόδου *Euler* γις το (0.1).

Στην παραδοτέα αναφορά σας, (γραμμένη σε *Word* ή *Latex*²).

- θα περιγράψετε αναλυτικά, (1) την διαμέριση $\Delta(J)$, (2) το διακριτό ανάλογο, (3) το παραγόμενο αλγόριθμο, δηλαδή τον αναδρομικό τύπο που μας δίνει τις προσεγγίσεις y_i των τιμών $y(t_i)$.
- θα συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα με τα αποτελέσματα που δίνει ο κώδικάς σας, όταν τον εφαρμόστε για να λύσετε τα δυο παρακάτω προβλήματα για $\Delta t = 0.2$ και $\Delta t = 0.1$ με τα αντίστοιχα δεδομένα,
(Πρβλμ 1) $a = 0, b = 1, y_0 = 1, f(t, y(t)) = y(t)$ όπου η πραγματική λύση είναι η $y(t) = e^t$.
(Πρβλμ 2) $a = 0, b = 2, y_0 = 0, f(t, y(t)) = 1 + 5\cos(5t)$ όπου η πραγματική λύση είναι η $y(t) = \sin(5t) + t$.

Ο παρακάτω πίνακας αντιστοιχεί στο Προβλ 1 και πρέπει να συμπληρωθεί με τα αποτελέσματά του κώδικά σας. Ίδιο πίνακα κατασκευάστε για το Προβλ 2.

¹<http://tug.ctan.org/info/intro-scientific/scidoc.pdf>

²<http://tug.ctan.org/info/intro-scientific/scidoc.pdf>

- Οι δύο πίνακες αυτοί πρέπει να συμπεριλαμβάνονται στην αναφορά σας.
- Γράψτε κάποια σχόλια σχετικά με τα αποτελέσματα που θα συμπληρώστε στους πίνακες.

	$\Delta t = 0.2$			$\Delta t = 0.1$		
	$y(t_i)$	y_i	$e_i = y(t_i) - y_i $	$y(t_i)$	y_i	$e_i = y(t_i) - y_i $
t_i	Αποτελ. Προβ 1					
$t_0 = 0$	-	-	-	-	-	-
$t_1 = ..$
$t_2 = ..$
...

Ταβλε 1: Αποτελέσματα της άμεσης μεθόδου *Euler* για το πρώτο πρόβλημα Προβ 1

- παραθέστε σε ένα γράφημα μαζί (δηλαδή σύγκριση) και δείξτε τις γραφικές παραστάσεις των πραγματικών λύσεων αλλά και των αριθμητικών - προσεγγιστικών τιμών που υπολογίσατε με τον υπολογιστή για τα δυο παραπάνω προβλήματα στην περίπτωση όπου $\Delta t = 0.1$.