

文章编号:1005-9679(2011)03-0034-04

小波神经网络对沪深 A300 的分析和预测

郑承利 黄冬冬

(华中师范大学 经济管理学院,湖北 武汉 430079)

摘要 针对金融时间序列非平稳性、非线性的特点,本文采用小波分析与人工神经网络相结合的方法,对沪深 A300 收盘价进行分析和预测。结果表明,小波神经网络有较强的预测能力,能达到预期效果。为了验证该方法的预测能力,进一步将时间序列数据多步分段,全方位地进行预测,并与小波-ARIMA 模型、BP 神经网络预测方法进行比较,体现了小波神经网络的预测优势。

关键词 小波分析;BP 神经网络;预测;A300 指数

中图分类号:F830.91

文献标识码:A

一、小波和神经网络理论基础

小波分析理论是一种时-频联合分析方法,是傅里叶变换的继承和发展,它的出现打破了一个半世纪以来傅里叶分析垄断一切的局面。它可以将任一信号分解成时间和频率的独立贡献,同时又不失原有信号所包含的信息。小波理论被称为“数学显微镜”,不仅具有放大、缩小、平移等功能,还能够根据信号不同的频率成分和时间采样的疏密,自适应地调节时频窗口,同时具有时频和频域局域化性能,由于这一突出优点,短短几年内,小波得到广泛的应用。

(一)小波变换

如果函数 $\psi(t) \in L^2(R)$ 满足允许性条件

$$C_{\psi} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\dot{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty$$

那么 $\psi(t)$ 称为母函数或者基函数。其中函数 $\dot{\psi}(t)$ 是 $\psi(t)$ 的傅里叶变换。由基小波生成小波函数可以表示为:

$$\psi_{a,b}(t) = |a|^{-1/2} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$$

其中, a, b 为伸缩平移因子,对于任意函数 $\psi_{a,b}(t)$,其连续小波变换为

$$(W_{\psi}f)(a,b) = \langle f, \psi_{a,b} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \overline{\psi_{a,b}(t)} dt$$

$W_{\psi}f$ 为信号在小波函数 $\psi_{a,b}(t)$ 上的分量,将 a, b 展开就可以得到任意时刻、任意精度的频谱了。对于实际计算来讲,这样的代价太高,将连续的小波离散化,离散小波函数表示为:

$$\psi_{j,k}(t) = a_0^{j/2} \psi(a_0^{-j} t - kb_0) \quad j, k \in \mathbb{Z}$$

(二)小波分解

小波分解是基于多分辨率分析和尺度分解。其分

解过程是将原始信号的总频带空间 S 进行逐层分解。对于一个时间序列信号 $S(t)$ 其分解关系式为:

$$S = D_n + D_{n-1} + \cdots + D_1 + A_n \quad (i \in [1, n])$$

其中, D_i 为信号 S 分解后的高频部分, A_n 为低频部分,如果将信号进一步分解则 A_n 低频可继续分解为低频 A_{n+1} 和高频 D_{n+1} ,即 $X = D_{n+1} + D_n + \cdots + D_1 + A_{n+1}$

A_n 为其低频部分,又称逼近信号,是对原始信号总体趋势的描述。高频部分也称细节信号,是对原始信号短期波动性或者周期性的细节描述。

(三)BP 神经网络

BP (Back Propagation) 神经网络是多层前馈型神经网络,具有很强的映射能力,是目前较为成熟、应用最为广泛的一种神经网络,体现了人工神经网络最为精华的部分。它主要用于模型识别、函数压缩、函数逼近等。它由一个输入层、一个或多个隐含层、一个输出层组成,如图 1 的右半边。BP 神经网络的学习训练过程由网络输入信号的正向传播和误差信号的反向传播组成,通过不断重复的学习改进使总体误差达到所要求的某个精度,即 $E < \epsilon$, ϵ 为预先设定的精度, E 为样本误差。 $E = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m (y^k - c^k)^2$, 其中, y^k 为神经网络期望输出, c^k 为网络的实际输出, m 为样本学习个数。

二、基于小波神经网络的股票价格指数预测结构

人工神经网络是处理多维问题的有效工具。为了充分利用小波变换时-频局部化的特征,将小波函数作为神经网络的激励函数,学习过程利用局部信息,能大大提高神经网络的收敛速度。因

基金项目:国家自然科学基金(项目编号:70701015)和华中师范大学中央高校基本科研业务专项资金(编号:2010TS021)

作者简介:郑承利,华中师范大学经济管理学院副教授,硕士生导师。研究方向:金融工程;黄冬冬,华中师范大学经济管理学院数量经济学专业研究生,研究方向:金融工程。

此小波神经网络可以弥补小波变换和人工神经网络的不足,使其优势得到更充分的发挥,可以得到更有效的模型来处理问题。小波神经网络对股市的分析预测流程图如下所示:

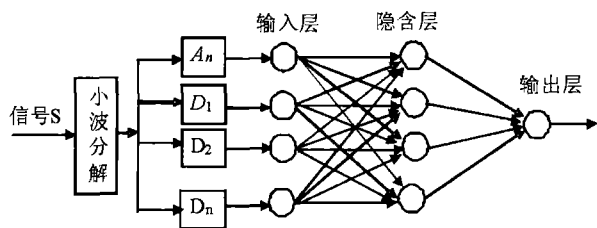


图1 小波神经网络预测股票价格指数的流程图

小波神经网络是将小波理论与人工神经网络相结合而形成的一种神经网络。设原始信号 S 为非平稳的时间序列,运用小波神经网络方法预测时间序列的一般过程如下:

(1)根据原始信号 S 的特点,选择合适的小波基函数,进行小波变换,分解成一层逼近信号 A_n 和 n 层细节信号 D_1, D_2, \dots, D_n 。

(2)使用滑动窗函数方法,将分解后的 $A_n, D_1, D_2, \dots, D_n$ 作为神经网络的输入端,选择合适的初始值参数,对输入做学习、训练并进行外推预测。

(3)将预测值加入到神经网络的输入端,将学习训练后的小波变换系数作为参数,预测输出结果。

三、实证分析

(一)数据说明和处理

沪深300指数样本覆盖了沪深市场六成左右的市值,以沪深300为例具有良好的代表性意义,收盘价是交易日内所有交易价格的加权平均价格,所以选股指收盘价作为评价指标。本文选取的区间为2009年1月5日至2010年12月17日,共475个交易日数据。用最近两年的数据来做分析,最后6个交易日数据用来验证预测的效果。使用的软件有Eviews6.0、Matlab7.01、DPS7.05。

在神经网络的训练过程,输入端的数据处理对网络有着至关重要的影响,所以首先对数据进行归一化处理:

$$\bar{s}_t = \frac{s_t - s_{\min}}{s_{\max} - s_{\min}}$$

其中, s 为原始时间序列, s_{\min}, s_{\max} 为序列的最小值、最大值。预测后再对数据进行反归一化处理。归一化后股指图形如下所示:

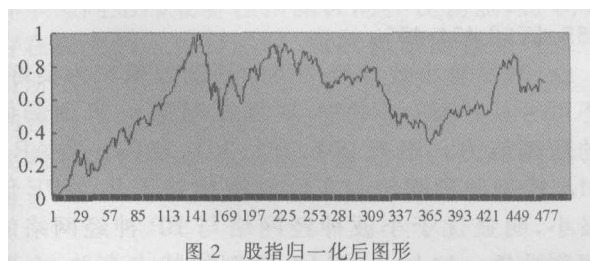


图2 股指归一化后图形

(二)小波分解

对归一化后的序列经过小波变换,可将其分解成不同的尺度成分。我们比较了几种不同的小波基函数及其各种不同的分解层数,最终选取的小波基函数为db2,并做3层分解:低频 A_3 , 高频 D_1, D_2, D_3 。低频即大尺度成分,是逼近信号,对信号趋势性的描述;高频部分即小尺度成分,是细节信号,对信号随机因素的描述。这样便可将原序列依尺度大小进行了分离,从而使复杂问题简单化。利用Matlab7.01小波工具箱将归一化后数据进行三层分解,其图像如下:

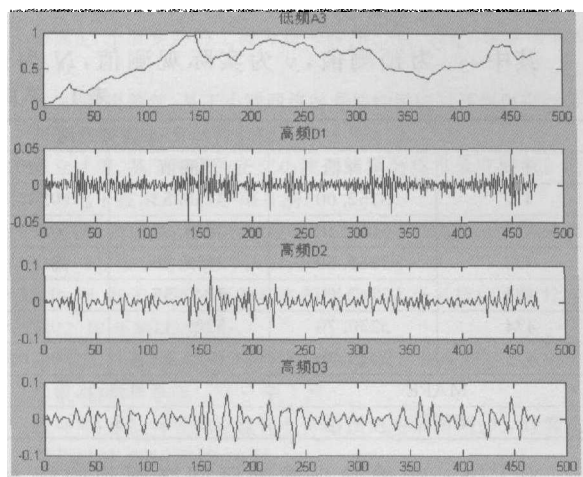


图3 db2小波做3层分解后各层信号图形

结合图2股指的波动情况可以看出,低频 A_3 在总体走势上是与股指走势一致的,只是变化情况平缓些,因为其间略去了很多细节因素,小波分解就是将随机因素或者说是细节因素以高频的形式表现出来,独立进行分析。当股指的时间序列处于平缓的上升或者下降阶段,如序列350-430,这期间股市处于“风平浪静”的状态,包含的随机干扰因素较小,表现为高频数据的波动幅度较小。当股指处于迅速的增长或者下降阶段,股市中散布着各种各样的信息,表现为高频数据大幅度的波动,如区间130-180。

(三)隐含层及隐节点设计

在神经网络的输入层与输出层中加入隐含层可使得神经网络处理非线性问题的能力大大提高。一般情况而言,输入层的节点较少加入一层隐含层即可,当隐含层的节点数很多,仍不能改善网络性能时,采用双隐层。本文设计的小波神经网络中,输入层为4个节点,所以采用单隐层的神经网络。

隐节点的作用是从样本中提取并存储其内在规律,每个隐节点有若干个权值,每个权值都是增强网络映射能力的一个参数。隐节点个数过多,有可能把样本中非规律性的内容也学会记牢,从而出现所谓“过渡吻合”问题,反而降低了泛化能力,与此同时隐节点的个数太多也会增加训练时间。隐

节点数量太少,网络从样本中获取的信息能力就差,不足以概括和体现训练集中的样本规律。本文根据试凑法,最终确定隐节点的个数为3。

(四)结果分析

在此采用绝对百分比误差 APE、平均绝对百分比误差 MAPE 和均方误差 RMSE 作为评价预测精度的指标。定义如下:

$$APE = \frac{|\hat{y}_i - y_i|}{y_i} \times 100\%$$

$$MAPE = \frac{1}{N} \sum APE$$

$$RMSE = \left[\frac{1}{N} \sum (\hat{y}_i - y_i)^2 \right]^{1/2}$$

其中, \hat{y}_i 为预测值, y_i 为实际观测值, N 为预

测值的个数,各个模型的预测结果及其评价指标值如下所示:

从表中比较的结果可以看出,小波神经网络的预测效果很精确,APE 的最大值为 0.99%,最小值为 0.10%,MAPE 为 0.35%,小波-ARIMA 模型的 MAPE 为 0.97%,BP 神经网络的 MAPE 为 0.88%,MAPE 反应的是预测的平均误差,RMSE 反应预测误差的波动情况,这三种模型 RMSE 的结果表明小波神经网络在对股指进行预测的过程中,小波神经网络预测股指的 RMSE 值显著小于小波-ARMA 和 BP 神经网络。这段区间的预测结果表明小波神经网络的预测效果最好,BP 神经网络次之。

表1 不同模型预测结果比较

| 序列 | 实际值 | 小波神经网络 | | 小波-ARIMA 模型 | | BP 神经网络 | |
|------|---------|---------|-------|-------------|-------|---------|-------|
| | | 预测值 | APE | 预测值 | APE | 预测值 | APE |
| 470 | 3162.00 | 3153.53 | 0.27% | 3189.12 | 0.86% | 3140.43 | 0.68% |
| 471 | 3261.10 | 3228.85 | 0.99% | 3205.79 | 1.70% | 3216.80 | 1.36% |
| 472 | 3269.50 | 3255.26 | 0.44% | 3209.92 | 1.82% | 3233.96 | 1.09% |
| 473 | 3247.60 | 3240.57 | 0.22% | 3221.54 | 0.80% | 3219.49 | 0.87% |
| 474 | 3230.70 | 3227.11 | 0.11% | 3222.63 | 0.25% | 3208.48 | 0.69% |
| 475 | 3225.70 | 3222.53 | 0.10% | 3213.40 | 0.38% | 3205.67 | 0.62% |
| MAPE | | 0.35% | | 0.97% | | 0.88% | |
| RMSE | | 15.20 | | 36.45 | | 31.34 | |

为了进一步检验小波神经网络预测的能力,本文截取了几个时间段,每个样本区间的长度都是200,预测区间为之后5个序列,第一段为序列1到200,预测区间为序列201至205,若两相邻样本区间的重复太多,则变化不大,若两相邻区间相隔太远,则会遗漏部分信息。根据这两年的股指情况,在此选择步长为50,即第二段为序列51-250,预测区间为序列251-255,依次类推,其结果如下(详细结果见附表):

表2 各个区间不同模型的预测结果

| 区间 | 指标 | 小波神经网络 | 小波-ARIMA 模型 | BP 神经网络 |
|---------|------|--------|-------------|---------|
| 201-205 | MAPE | 0.40% | 1.57% | 0.99% |
| | RMSE | 34.68 | 68.93 | 36.48 |
| 251-255 | MAPE | 0.50% | 1.54% | 1.29% |
| | RMSE | 24.10 | 57.69 | 63.81 |
| 301-305 | MAPE | 0.48% | 0.91% | 0.60% |
| | RMSE | 16.78 | 36.37 | 21.39 |
| 351-355 | MAPE | 1.20% | 1.16% | 1.38% |
| | RMSE | 34.27 | 38.54 | 40.22 |
| 401-405 | MAPE | 0.20% | 0.64% | 0.53% |
| | RMSE | 5.81 | 21.81 | 15.88 |
| 451-455 | MAPE | 3.33% | 8.26% | 4.46% |
| | RMSE | 109.09 | 274.23 | 145.47 |

由上表的结果及其各个模型预测的比较,可以得出以下几点:

(1)由预测值和评价指标 MAPE 和 RMSE 的结果来看,小波神经网络的预测性能较好,每个区间的 MAPE 值、RMSE 值都小于小波-ARIMA 模型和 BP 神经网络的,小波神经网络在预测方面的优势显而易见,具体表现在预测误差的均值和波动幅度都很小。

(2)对于不同的样本区间和不同的预测区间,小波神经网络的预测效果有所差异,即在某些区间的预测效果非常好,比如在区间251-255、区间401-405,在其他的区间预测效果略微欠佳,如区间351-355、区间451-455。小波-ARIMA 模型和 BP 神经网络也表现出同样的性质。并且这三个模型的预测效果有同增同减的关系,即在某些区间的预测效果都好,暂且可以将这些区间成为“好预测的区间”,如区间251-255、区间401-405,在“难预测的区间”预测效果都欠佳,如区间351-355、区间451-455。

(3)尽管小波神经网络的预测效果较为良好,不可否认小波-ARIMA 模型在对第一步预测值的预测能力。序列201、251、301、351小波-ARIMA 模型的预测值与实际股指相差无几,APE 值极小,明显优于小波神经网络与 BP 神经网络的预测效果。这与 ARIMA 模型的特点有关,金融

时间序列的自回归效果很明显。在多步预测中小波-ARIMA 模型效果不尽理想。

(4)区间 451-455,即 2010 年 11 月 15 日至 19 日。在此区间各种方法预测的效果都不佳,因为 10 月份以来我国 A 股市场呈现良好的增长趋势,其间国际重大投资者高盛也表示看好 2011 年中国的股市,而 11 月 10 号,高盛在英国伦敦发布邮件建议 H 股股民卖出获利的中国股票(A 股的十大权重股都是 H 股),从而导致 11 月 12 号 A 股市场达到 14 个月以来的最大单日跌幅 A300 的跌幅为 6.22%,一周来累计跌幅为 10%以上,当出现强大的幕后操纵者时,单从技术分析的角度是无法预测的。所以此区间各个模型的预测结果都不尽理想。

四、结论

本文选取多个区间进行预测和比较其主要结论如下:

1. 首先对沪深 A300 收盘价做归一化处理,使得数据具有良好的性质,根据处理后时间序列的特点,及其小波函数的性质,选择 db2 小波基函数对序列做三层分解。不同的时间序列需要选择不同的小波基函数做合适的分解,序列长度不是很大的情况下做三层或者四层分解即可。小波分解的过程就是将杂乱的原始信号分解成各层有规则的信号,使复杂的问题简单化。分解后的低频部分包含了序列的长期趋势信息,高频部分包含了更多的随机信息。

2. 通过比较小波神经网络、小波-ARIMA 模型、BP 神经网络的预测结果,小波神经网络预测的平均绝对百分比误差 MAPE 和均方误差 RMSE 都很小,这表明小波神经网络比其他模型的预测效果好,这与小波神经网络强大的训练学习性能有关。

3. 尽管小波神经网络的总体预测效果较好,但不可否认小波-ARIMA 模型在一步预测中具有较强的预测能力,这与 ARIMA 模型的特点有关。在一步预测的过程中应重点参考小波-ARIMA 模型的预测结果。

4. 如果样本区间或者样本区间尾部与预测区间呈现良好的线性关系或者平稳的序列关系,这样的“好预测区间”的预测结果非常好,如果在样本区间尾部或者在预测区间存在拐点,特别是存在强大的人为操纵时,所有模型的预测效果都有所下降,存在拐点的情况下小波-ARIMA 模型的预测结果几乎失效。因此在预测的过程中一定要判断清楚样本区间与预测区间时间序列的特征。

致谢 诚挚感谢匿名审稿人的意见和建议,当然,文责自负。同时,感谢国家自然科学基金资助(项目编号:70701015)和华中师范大学中央高校基本科研业务专项资金(编号:2010TS021)资助。

参 考 文 献

- 1 J R Hull, et al. A Neural Network Algorithm using wavelets and Auto Regressive Input for System Identification of the 1997. IEEE International Conference on Networks, 1997, 2(4): 724-727p.
- 2 Peters EE. Fractal Market Analysis: applying Chaos Theory to Investment and Economics. New York: John Wiley So Sons, 1996. 39-50p.
- 3 杨福生. 小波变换的工程分析与应用[M]. 北京: 科学出版社, 1999.
- 4 方先明, 唐德善. 基于小波网络的非线性经济时间预测模型[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2004 年 5 月.
- 5 杨立才等. 基于粗集的正交小波网络预测模型研究[J]. 系统工程与电子技术, 2005 年第 8 期.
- 6 徐正国, 张世英. 高频金融数据“日历效应”的小波神经网络模型分析[J]. 数学的实践与认识, 2007 年 8 月.
- 7 薛永刚. 基于小波分解的汇率预测模型实证研究[J]. 统计与决策, 2010 年第 20 期.
- 8 张鸿彦, 林辉. 基于小波神经网络的期权定价模型[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2007 年 7 月.
- 9 张坤等. 小波神经网络在黄金价格预测中的应用[J]. 计算机工程与应用, 2010 年第 46 期.
- 10 Jun Zhang, et al. Wavelet Neurworks for Function Learn. IEEE Transaction on Signal Processing. 1995, 43(6): 1485-1497.
- 11 高成主编.《Matlab 小波分析与应用》(第 2 版). 国防工业出版社, 2007, 5-10P.
- 12 韩立群编著.《人工神经网络教程》北京: 邮电大学出版社, 2007, 73-77P.

The Analysis and Prediction of A300 Index Based on Wavelet Neural Network

Zheng Chengli Huang Dongdong

Abstract: In order to meet the characteristics of financial time series the characteristics mean non-stationary, non-linear and stochastic, the paper combined wavelet analysis and artificial neural network to analysis and predicate the CSI 300, the results show that wavelet neural network has strong ability of predictive, can achieve the desired effect. The article multi-step segment the time series data in order to predicate step by step. Besides, the paper compared the prediction results with the wavelet-ARIMA model, BP neural network, illustrates the prediction advantages of wavelet neural network.

Key Words: Wavelet analysis; BP neural network; Forecast