Suite numerique

Def : une suite numerique est une application de IN dans IR

u:n🡪u(n) ou un

n

un est le terme général de la suite (un)neIN

ex : u :n 🡪 3n-5

u0=-5

u1=-2

u2=1

u3=4

rq : on peut definir une suite un par un=f(n)

ex : f :x🡪3x-5

on represente une suite en portant n en abscisse et un en ordonnée

ex : un = -1/2n+5

vn=(-1)n/n+1

u0=5

u1=4.5

u2=4

u3=3.5

u4=3

u5=2.5

v0=1

v1=-0.5

v2=1/3

v3=- ¼

v4=1/5

v5=- 1/6

(exemple photo tel )

Def : on appelle suite recurrente toute suite definie par un (ou plusieurs) terme(s)

Et par une relation liant les termes seccessifs de cette suite

Ex : un {u0=-5

{un+1=-2un+4

U1=-2\*(-5)+4=14

U2=-2\*14+4=-24

Ex : {u0=0

{un+1=- ½ un+5

{v0=2

{vn+1=1- 1/vn

U0=0

U1=5

U2=5/2

U3=15/4

U4=25/8

U5=55/16

V0=2

V1=1/2

V2=-1

V3=2

V4=1/2

V5=-1

Def : soit un une suite : . si un+1>= unabs (un) est croissante

.si un+1 > un strictement croissant

.s un+1=un stationnaire

Rq : pour etudier le sens de variation d’une suite ,il suffit detudier le signe de un+1-un

Ex : un=-1/2n+5 vn=2-1/n+1

Un+1-un=-1/2(n+1)+5-(-1/2n+5)

=- ½ n – ½ +5+ ½ n -5 = - ½ <0

Dc a alenver neIN un+1<un

Donc (un) est strictement decroissant

Vn+1-vn=2- 1/n+2 – (2- 1/n+1)

=2-1/n+2 -2+1/n+1

=n+2-(n+1)/(n+1)(n+2)

=n+2-n-1/(n+1)(n+2)

=1/(n+1)(n+2)

Dc (vn) est strictement superieur

Rq : si (un) est une suite ne possedent que des termes strictement positifs

Un+1>= un<>un+1/un>=1

Un+1<=un<>un+1/un<=1

Ex : 1) sens de variation de(un) un=2n/n+1

2) mq (vn) est strictement decroisant pour n>3 vn=n(n+1)/2n

Un+1/un = 2n+1/n+2/2n/n+1 = 2n+1(n+1)/2n(n+2)

= 2(n+1)/n+2

=2n+2/n+2 > 1

Donc (un) strictement superieur

Vn+1/vn=(n+1)(n+2)/en+1/n(n+1)/en

=(n+1)(n+2)en/n(n+1)en+1

=n+2/ne1

N+2>= ?e1n

(1-e1)n+2 ?0

~=-1.7n+2

Pour n>=2 n+2/ne1<1

Donc (un) est inferieur pour n>=2

Prop : soit f une fonction IR🡪IR

Si f est strictement superieur sur [0 ;+inf[ alors (un) def par un =f(n) est strictement superieur

ex : un=n2+1/n2+3 vn=-n/3+ln(n+1)

f(x)=x²+1/x²+3

f’(x)=2x(x²+3)-2x(x²+1)/(x²+3)²

=2x\*2/(x²+3)²

=4x/(x²+3)²>=0

F est superieur sur [0;+inf[

(un) est superieur

G’(x)=-1/3 + 1/x+1

=-x-1+3/3(x+1)

=2-x/3(x+1) dc (un) decroissant a partir de n=2

Def : on di que une suite (un) est monotone si elle est croissante ou decroissante

Def : soit une suite (un) odq (un) est majorée si E(a elenvere)MeIR A(alenvere)neIN un <=M M est un majorant

Odq minorée si E(alenvere)meIR A(alevere)neIN un >=m

M est un minorant

Odq (un) est bornée si elle est a la fois majorée et minorée ex : {u0=0

{un+1=-1/3 un + 8/3

1. Calculer les 6 1er termes
2. On supp A(alenvere)neIN un<4 mq (un) est strictement croissant

1)u1= 8/3 u2=32/9 u3=104/27 u4=320/81

2)un+1-un=-1/3un+8/3 – 3/3un

=8/3 – 2/3 un

=4/3(4-un)

(un) def par :

Un=3-0.8n

Mq(un) est majorée par 3

Mq(un) est bornée

A(alenvere)neIN 0.8n>0

-0.8n<0

3-0.8n<3

Un<3

A(alenevere)neIN 0.8n<=1

-0.8n>=-1

3-0.8n>=2

Un>=2

(un) est borne par 2 et 3

Ex1 :

Sens de variation

1. Un = 3n-5
2. Un=-n&+5n-2
3. Un=3n/2
4. {u0=0

{un+1=un+3

1. {u0=1

{un+1=1/2 u1

1. Un=racine n²+3
2. Un=racine n+1 –racine n