# 东 南 大 学 考 试 试 卷（ A 卷）

课程代码 B07M3010　课程名称 概率论与数理统计　考试学期 2023 春

适用专业 全校　考试形式 闭 卷　考试时长 120 分钟

（ 开 卷 、 半 开 卷 请 在 此 写 明 考 试 可 带 哪 些 资 料 ）

| 题目 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 总分 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 得分 | | | | | | | | | |
| 批阅人 | | | | | | | | | |

$\Phi(x)=\int_{-\infty}^{x}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-t^2/2}dt$表示标准正态分布的分布函数，

$$\Phi(-1.65)=0.05;\Phi(-1.96)=0.025;\Phi(1)=0.8413;\Phi(2)=0.9772$$

$T_n\sim t(n)$,　$P(T_{24}\geq 2.064)=0.025$;　$P(T_{24}\geq 1.711)=0.05$;

$P(T_{25}\geq 2.060)=0.025$;　$P(T_{25}\geq 1.708)=0.05$;

$K_n\sim\chi^2(n)$　$P(K_{24}\geq 39.36)=0.025$;　$P(K_{24}\geq 12.40)=0.975$;

$P(K_{25}\geq 40.65)=0.025$;　$P(K_{25}\geq 13.12)=0.975$

一、选择题( 每题 2’，共 10’ )

1) 设$A,B$为两个互不相容的随机事件，则下列结论不正确的是 (　　)

(A) $P(AB)=0$;　(B) 则 $A$和$B$必然不相互独立；

(C) $P(A-B)=P(A)$;　(D) $A\subseteq\bar{B}$。

2) 随机变量$X$的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}x & 0<x<1\\ ax & 1\leq x<2\end{cases}。$$

则概率$P(-0.5<X<1.5)$的值是 (　　)

(A) $\frac{17}{24}$　(B) $\frac{19}{24}$

(C) $\frac{14}{24}$　(D) $\frac{9}{24}$。

3) 设$X$和$Y$是两个相互独立的连续型随机变量，它们的概率密度函数分别为$f_1(x)$和$f_2(y)$，分布函数分别为$F_1(x)$和$F_2(y)$, 则下列说法正确的是 (　　)

(A) $\int_{-\infty}^{+\infty}f_1(x)f_2(y-x)dx$ 必为某一随机变量的概率密度函数；

(B) $1.5F_1(x)-0.5\,F_2(x)$ 必为某一随机变量的分布函数；

(C) $0.5\mathrm{f}_1(x)+0.5f_2(y)$ 必为某一随机变量的概率密度函数；

(D) $F_1(x)F_2(y)$ 必为某一随机变量的分布函数。

4) 设总体$X$的均值为$\theta$, $X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自该总体的简单随机样本，$\bar{X}$ 为样本均值。现需要检验$H_0:\theta=\theta_0,H_1$：$\theta>\theta_0$。则该检验的拒绝域可能的形式是 (　　)。

(A) $\{\bar{X}>a\}$;　(B) $\{\bar{X}\leq a\}$;

(C) $\{|\bar{X}-\theta_0|>a\}$;　(D) $\{|\bar{X}-\theta_0|\leq a\}$。

自觉遵守考场纪律 如考试作弊 此答卷无效

姓名

学号

线　封　密

自觉遵守考场纪律 如考试作弊 此答卷无效

姓名________ 学号________

线 封 密

5) 随机变量$X\sim\chi^2(5)$，$Y\sim\chi^2(10)$，则下列结论正确的是（ ）

(A) $X+Y\sim\chi^2(15)$； (B) $\frac{2X}{Y}\sim F(5,10)$；

(C) $E(X+Y)=15$； (D) $D(X+Y)=30$。

二、填充题（每空格 2’，共 26’）

1) 设事件$A$和$B$相互独立，$P(A)=0.4$，$P(B)=0.3$，则$P(A|\bar{B})$=______。

2) 设一批产品的合格品率为 0.9。从该批产品任取三件。则这三件产品中至少含一件次品的概率是______________________。

3) 设随机变量$X\sim U[-1,1]$分布，则 $cov(X^2+1,\ 2X-1)=$_______。

4) 随机变量$X$，$Y$相互独立，$X\sim N(12,5)$，$Y\sim N(-20,5)$，则$P(2X+Y>9)$=______。

5) 随机变量$X$，$Y$的联合分布律为：

| $X$ \ $Y$ | 2 | 4 |
|---|---|---|
| -1 | 0.3 | 0.2 |
| 3 | 0.4 | 0.1 |

则$E(XY)$ =__________________。

6) 若随机变量$X,Y$的相关系数为 0.2，$DX=2,DY=8$，则$cov(X+Y,X-2Y)=$______。

7) 设随机变量序列$\{X_n,n=1,2,\ldots\}$独立同分布于指分布$e(2)$。

则$\frac{1}{n}({X_1}^2+{X_2}^2+\ldots+{X_n}^2)\xrightarrow{p}$______。

8) 设总体$X$服从泊松分布$P(2)$。$X_1,X_2,\ldots,X_{10}$是来自该总体的样本，$\bar{X}$表示样本均值，则$E(\bar{X})^2=$________。

9) 随机变量$X$的分布律为$P(X=-1)=0.5$，$P(X=3)=0.2$，$P(X=2)=0.3$。则其分布函数为_______________。

10) 随机变量$X$的概率密度为$f(x)=\begin{cases}x+1 & -1<x<0\\ 1.5x^2 & 0\le x<1\\ 0 & 其它\end{cases}$，则$Y=|X|$的概率密度函数为_______________。

11) 设$X_1,X_2,X_3,X_4$相互独立，且都服从$N(0,4)$。 若$cX_1^2/(X_2^2+X_3^2)\sim F(1,2)$，则常数$c=$_________。

12) 设总体服从$N(m,25)$，有来自该总体的容量为 100 的简单随机样本，样本均值为 25，基于该样本的$m$的置信度为 0.90 的置信区间为________________。

13) 设总体$X$的概率分布律为$f(x,\theta)=\theta^{2-x}(1-\theta)^{x-1},x=1,2,0<\theta<1$为未知参数。若有来自该总体容量为 100 的简单随机样本，其中观测值为 2 的有 60 个，则$\theta$的矩估计值为_______________。

三、 (15') 设随机变量$(X，Y)$ 的联合概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} x+ay & x>0,y>0,0<x+y<1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}。$$

求（1）常数$a$; (2) $X$ 的边缘密度函数；（3）条件概率$P(0.2<Y<0.75|X=0.5)$。

四、(10')东南大学某工作人员从四牌楼校区去九龙湖校区可以选择自驾或地铁出行。已知其选择地铁出行的概率为 0.4，选择自驾出行的概率为 0.6。如果选择地铁出行，路途花费时间(分钟)服从均匀分布$U[45,55]$；如果自驾出行，路途花费时间(分钟)服从均匀分布$U[35,75]$。（1）求该员工从四牌楼校区到九龙湖校区花费时间不超过 50 分钟的概率；（1）若已知该员工路途花费时间不超过 50 分钟，求其是采取自驾出行的概率。

自觉遵守考场纪律　如考试作弊　此答卷无效

姓名________　　学号________

线　封　密

五、 (10’) 设随机变量 $X$ 和 $Y$ 相互独立，且$X \sim e(1), Y \sim e(2)$。令$Z = X + 2Y$。求随机变量 Z 的概率密度函数$f_Z(z)$。

六、 (9’) 设有一批产品，其中一等品率 70%，二级品率 20%，三级品率 10%。现在从该批产品中任取 100 件。求这 100 件产品中一级品和二级品的总数超过 92 件的概率。（用中心极限定理进行近似计算，并可使用标准正态分布的分布函数$\Phi(x)$表示相关概率）。

七、 (10’) 设总体$X$是离散型随机变量，其分布律为$f(x,\theta)$, $x=0,1,2,\theta\in\{1,2\}$，具体分布如下表

| $x$ \ $f(x,\theta)$ | $f(x,1)$ | $f(x,2)$ |
|---|---|---|
| 0 | 0.25 | 0.6 |
| 1 | 0.25 | 0.3 |
| 2 | 0.5 | 0.1 |

现有来自该总体的一个容量为 1 的样本$X$。(1)求参数$\theta$的最大似然估计量 $\hat{\theta}$。(2) $\hat{\theta}$ 是否是$\theta$ 的无偏估计量，说明理由。(3)若样本观测值为 1，求$\theta$的最大似然估计值。

八、 (10’) 设总体 $X$ 服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$, $\mu$ 和 $\sigma^2$ 均未知。 现有来自该总体样本容量为 25 的样本, 其样本均值为30，样本标准差为 4。(1) 试检验$H_0:\mu=32\ \ v.s. H_1:\mu<32$ (检验水平$\alpha=0.05$)；(2)求$\sigma^2$的置信度为 95%的置信区间。

自觉遵守考场纪律 如考试作弊 此答卷无效

姓名________

学号________

密 封 线