기저 벡터 (Basis Vectors)의 변환 ~좌표계를 이루고있는 벡터 $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$

$$\alpha(x,y,z) = T(x,y,z) + b = xT(\vec{i}) + yT(\vec{j}) + zT(\vec{k}) + b$$

Affine 변환 / 선형변환 / 이동벡터 / 기저벡터

$$[x, y, z, w]\begin{bmatrix} \leftarrow T(\vec{i}) \rightarrow \\ \leftarrow T(\vec{j}) \rightarrow \\ \leftarrow T(\vec{k}) \rightarrow \\ \leftarrow b \rightarrow \end{bmatrix} = [x', y', z', w]$$

기저벡터

$\vec{i} = (1,0,0)$ x축

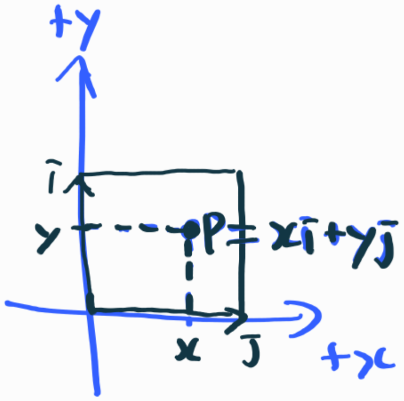
$\vec{j} = (0,1,0)$ y축

$\vec{k} = (0,0,1)$ z축

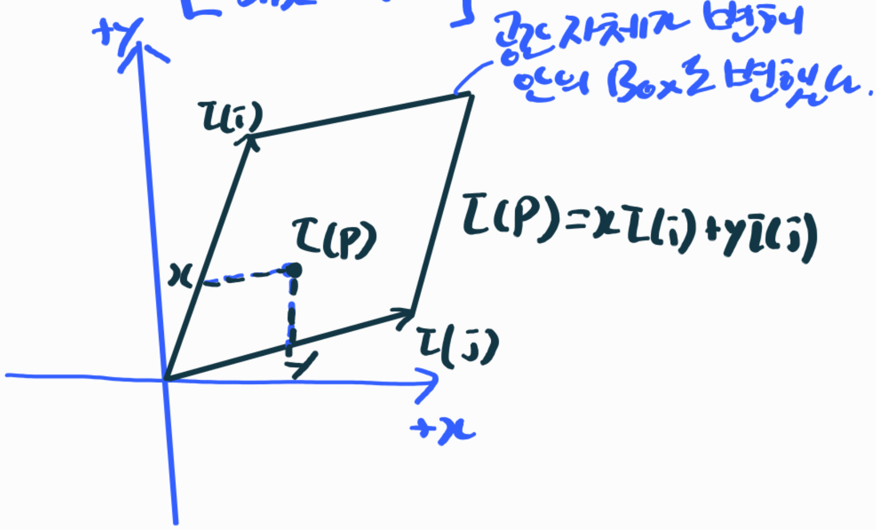
ㄴ> 오브젝트의 좌표계 자체를 변환시켜 움직인다고 볼수있다.

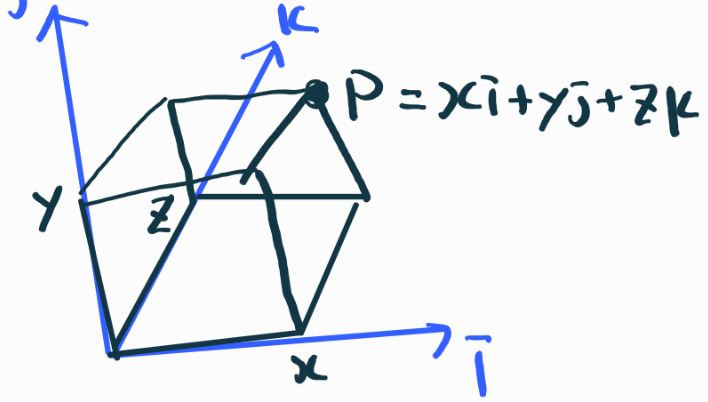
Sphere 변환

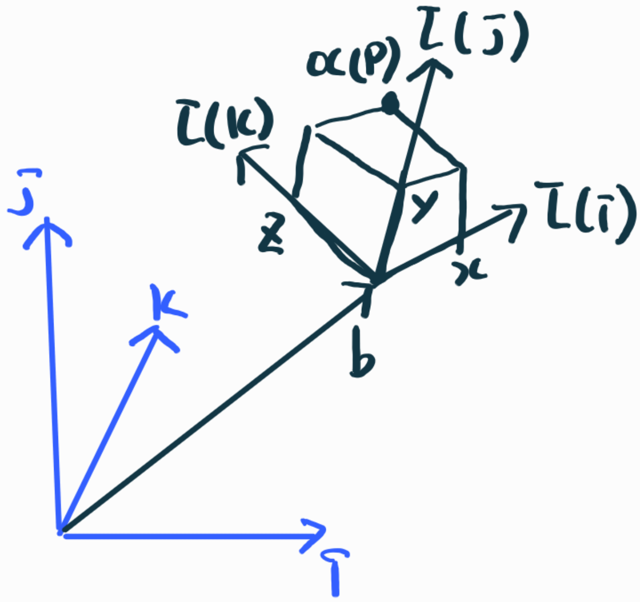
$$[x', y'] = [x, y]\begin{bmatrix} 1 & Sh_y \\ Sh_x & 1 \end{bmatrix}$$



$\vec{i}$축과 $\vec{j}$축으로 이루어진 2D 박스의 좌표계







$$\alpha(P) = xT(\vec{i}) + yT(\vec{j}) + zT(\vec{k}) + b$$

어떤 좌표계에서의 벡터들은 기저 벡터의 선형 결합으로 표현된다.

ex) $(x, y, z) = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$

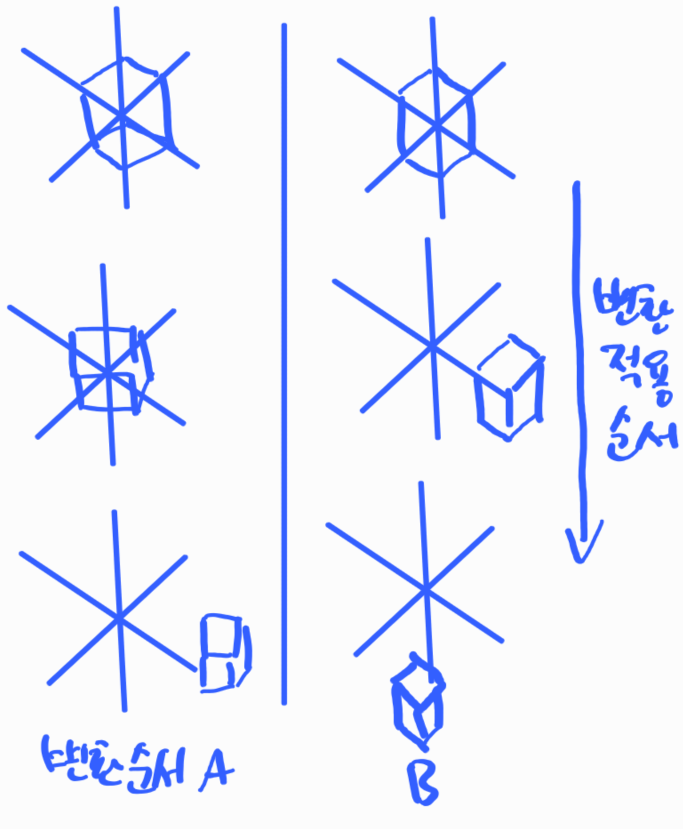
따라서 기저 벡터(basis)를 변환시키면 좌표계 자체가 변환이 되고 그 좌표계에 포함된 모든 벡터들이 함께 변환이 된 것처럼 생각할 수 있다.

ex) 물체 여러개를 들고 이동하면 물체들도 함께 이동하는 것과 같다
(사람 = 기저 벡터, 좌표계 물체 = 벡터, 오브젝트)

변환의 구성 - vertex를 옮기는 변환

$$((V_i S)R)T = (V_i' R)T = V_i'' T = V_i'''$$

$V_i(SRT) = V_i'''$ S = 스케일링 R = 회전 T = 이동 행렬



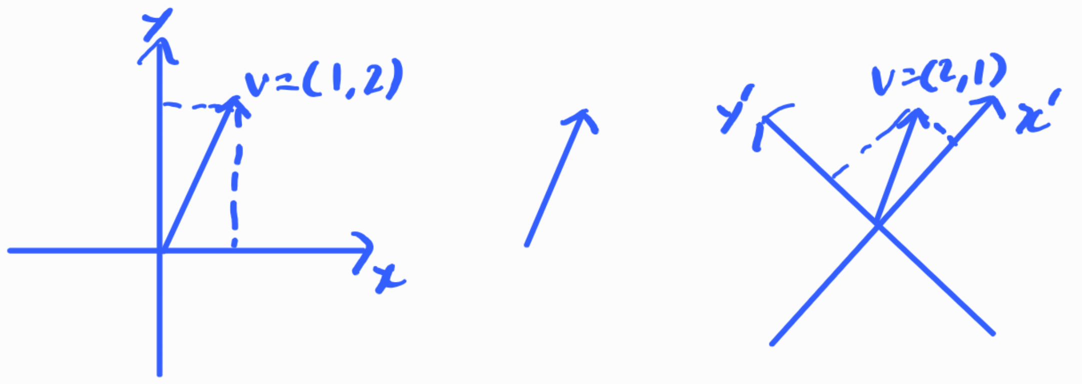
- 변환의 순서가 중요하다
  (ex: 행성의 자전과 공전)
- 행렬 곱하기 순서와 연관있다

좌표계 변환 (Change of Coordinate Transformation)

• 같은 벡터를 다른 좌표계로 표현 가능하다.

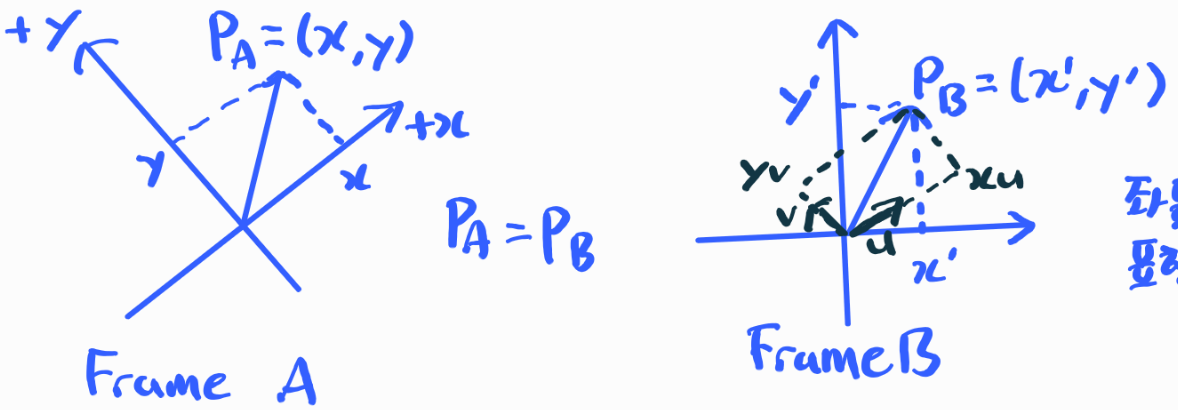
ex) 섭씨 100도와 화씨 212는 같은 온도다

- 월드 좌표계의 물체가 화면 좌표계 어디에 그려져야 할지
- 화면에 마우스 클릭한 지점이 월드 좌표계의 어느 물체인지



벡터 사례

• 동일한 벡터가 다른 좌표계(프레임)에서 어떻게 표현될지 찾는 방법



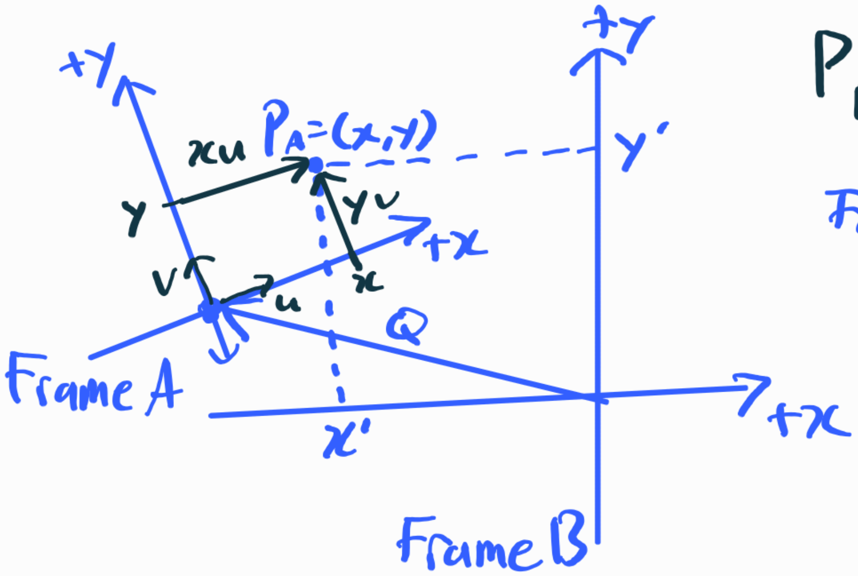
좌표계에 따라 표현되는 값이 바뀐다

$$P_B = (x', y') = xu + yv$$

Frame A의 Standard Basis인 x축과 y축의 Unit Vector인 u, v가 Frame B에서는 어떻게 표현이 되는지를 찾으면 x', y'를 xu, yv로 표현 가능하다.

즉, 서로 다른 좌표계들 간의 관계를 찾으면 좌표계들끼리 변환이 가능하다.

포인트 사례 - 이동이 추가가 된다



$$P_B = xu_B + yv_B + Q_B$$

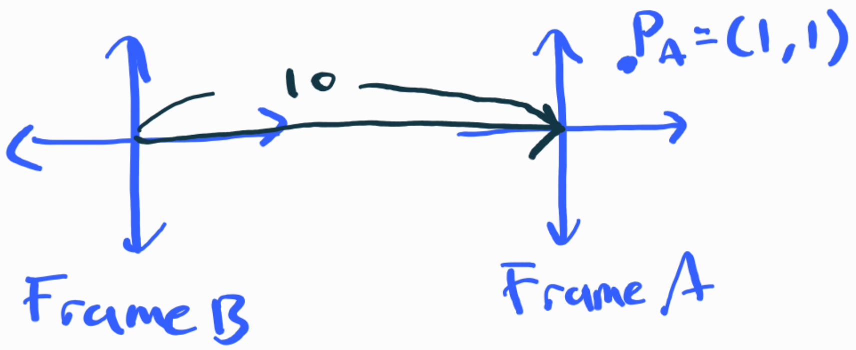
Frame A의 기준으로 P의 좌표

$P_A = xu + yv$

Frame B의 기준으로 P의 좌표

$P_B = xu + yv + Q$

ex)



Frame B를 기준으로 P의 좌표

$P_B = (1,1) + (10,0)$

$P_B = (11,1)$

좌표계 변환의 핵심! 두 좌표계가 얼마나 다른지 찾는 것

좌표계 변환 행렬

벡터 $(x', y', z') = xu_B + yv_B + zw_B$

포인트 $(x', y', z') = xu_B + yv_B + zw_B + Q_B$

· Homogeneous coordinates

$(x', y', z', w) = xu_B + yv_B + zw_B + wQ_B$

$$[x', y', z', w] = [x, y, z, w] \begin{bmatrix} \leftarrow u_B \rightarrow \\ \leftarrow v_B \rightarrow \\ \leftarrow w_B \rightarrow \\ \leftarrow Q_B \rightarrow \end{bmatrix}$$

$$[x', y', z', w] = [x, y, z, w] \begin{bmatrix} u_x & u_y & u_z & 0 \\ v_x & v_y & v_z & 0 \\ w_x & w_y & w_z & 0 \\ Q_x & Q_y & Q_z & 1 \end{bmatrix}$$

$$= xu_B + yv_B + zw_B + Q_B$$

좌표계 변환 행렬의 결합 법칙(Associativity)

- F, G, H 라는 3개의 프레임(좌표계)이 있을 경우
- A matrix = F to G
- B matrix = G to H
- P_F는 알고 P_H는 모르는 상황

$$(P_F A)B = P_H$$
$$(P_G)B = P_H$$
$$P_F(AB) = P_H$$

ex) 월드좌표계 × 행렬 → 스크린

좌표계 변환 행렬의 역행렬

- P_B와 M을 알고 있는 상황에서 P_A를 알고 싶을 때

$$P_B = P_A M$$
$$P_B M^{-1} = P_A M M^{-1}$$
$$P_B M^{-1} = P_A I$$
$$P_B M^{-1} = P_A$$

ex) 스크린 좌표계 → 월드 좌표계