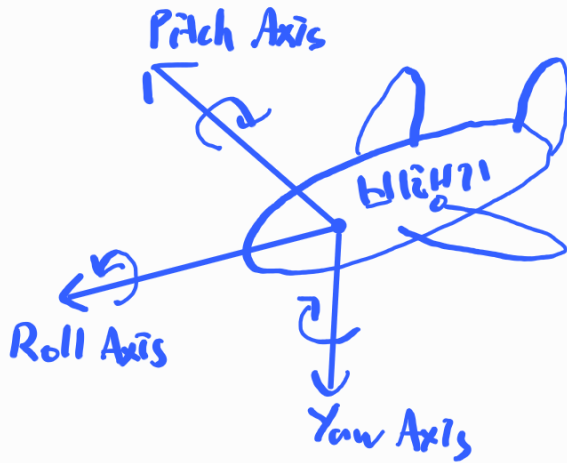


3차원 공간에서 회전은 3자유도(DOF: Degree Of Freedom)
(x, y, z 축에 대한 회전 자유도)



회전하려면 회전축로 같이 회전한다.

오일러 각도(Euler Angles):

3차원에서의 회전을 3개의 각도로 표현한 것

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ Column Major}$$

각각의 축에 대한 회전을 행렬로 표현한 뒤 곱해두면 오일러 각도를 사용한다.
순서 = Z → Y → X

문제점: Gimbal Lock 현상 (대표적인 사례)

오일러 각도를 사용해 회전하면 y축 회전을 z축에 의해 회전된 회전축을 사용하는 기적으로 회전할 때 z축과 y축 모두에 의해 회전된 회전축을 기반으로 회전한다.

이렇게 회전축들이 겹쳐져 영향을 보지 못하면 회전축들이 겹쳐져서 자유도를 잃어버리고 제대로 회전하지 못하게 된다. (Gimbal Lock)

Gimbal Lock

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{matrix} \text{Column} \\ \text{Major} \end{matrix}$$

Gimbal Lock은 $\beta = \frac{\pi}{2}$ 일 때 발생, $\cos \frac{\pi}{2} = 0, \sin \frac{\pi}{2} = 1$

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{matrix} \text{Column} \\ \text{Major} \end{matrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ -\cos \alpha & \sin \alpha & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \sin \alpha \cos \gamma + \cos \alpha \sin \gamma & -\sin \alpha \sin \gamma + \cos \alpha \cos \gamma & 0 \\ -\cos \alpha \cos \gamma + \sin \alpha \sin \gamma & \cos \alpha \sin \gamma + \sin \alpha \cos \gamma & 0 \end{bmatrix}$$

결과적으로

$$R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \sin(\alpha + \gamma) & \cos(\alpha + \gamma) & 0 \\ -\cos(\alpha + \gamma) & \sin(\alpha + \gamma) & 0 \end{bmatrix}, \text{ 모든 각도가 } \alpha + \gamma \text{ 가 된다.}$$

α 와 γ 가 모두 자유로이 변하는데 α 와 γ 의 값이 하나의 변수(각도, 자유도)로 작용하는 형태가 되어버려서 3차원공간의 한 자유도의 회전만 표현하지 못한다.

α) 카메라 회전시 upVector를 Vector3(0.0, 1.0, 0.0)으로 고정시켜놓는데 만약 시장을 90도 위로 회전시켜 View 벡터와 up 벡터가 같아지면 문제가 생긴다.

$$\text{RightDir} = \text{upVector} \cdot \text{Cross}(\text{View Dir})$$

같은 벡터를 Cross Product하면 결과가 0 벡터를 낸다

Right Direction를 정의할 수 없다.

α) 옛날 FPS 게임에선 정확히 하는 것을 보면 시장이 회전하는 원리가 있었다.