

# 数字逻辑设计

高翠芸

School of Computer Science

gaocuiyun@hit.edu.cn

# 同步时序逻辑电路设计方法

## 利用触发器设计同步时序逻辑的方法

- (1) 根据需求 → 获得原始状态图、状态表
- (2) 最小化状态图、状态表
- (3) 状态编码（分配）→ 获得状态转移表
- (4) 状态转移表  
触发器特征 } → 触发器激励（状态转移真值表）
- (5) 卡诺图化简 → { 激励（输入）函数表达式  
输出函数表达式
- (6) 电路实现      (7) 检查无关项

# 用触发器设计同步时序逻辑—实例

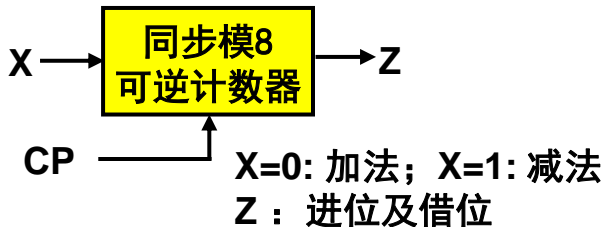
---

- 模8可逆计数器
- 自动售卖机
- 时序锁
- 二进制串行加法器
- 串行输入的8421BCD码检测器
- 奇偶校验器
- ※更复杂的同步时序逻辑设计

# 利用触发器设计同步时序逻辑\_例1

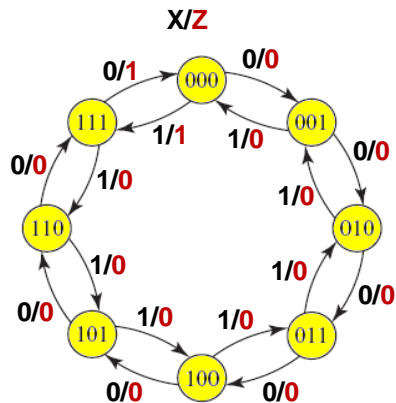
例1：利用T触发器设计一个同步模8可逆计数器

确定 $T_3$ ：看 $Q_3^n \rightarrow Q_3^{n+1}$   
确定 $T_2$ ：看 $Q_2^n \rightarrow Q_2^{n+1}$   
确定 $T_1$ ：看 $Q_1^n \rightarrow Q_1^{n+1}$



## 1. 原始状态图及状态表

需要3个T触发器



T触发器驱动表

输入端T	次态 $Q_{n+1}$
0	$Q_n$
1	$\bar{Q}_n$

## 2. 状态转换真值表

输入 现态				次态			输入 输出			
X	$Q_3^n$	$Q_2^n$	$Q_1^n$	$Q_3^{n+1}$	$Q_2^{n+1}$	$Q_1^{n+1}$	$T_3$	$T_2$	$T_1$	Z
0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0
0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0
0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0
0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0
0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0
0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0
1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0
1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0
1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0
1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0

# 利用触发器设计同步时序逻辑\_例1

## 3. 卡诺图化简

$XQ_3^n$	$Q_2^n Q_1^n$			
	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	0	0	1	0
11	1	0	0	0
10	1	0	0	0

$$T_3 = \overline{X}Q_2^n Q_1^n + X\overline{Q_2^n} \overline{Q_1^n}$$

$XQ_3^n$	$Q_2^n Q_1^n$			
	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	1	1	0
11	1	0	0	1
10	1	0	0	1

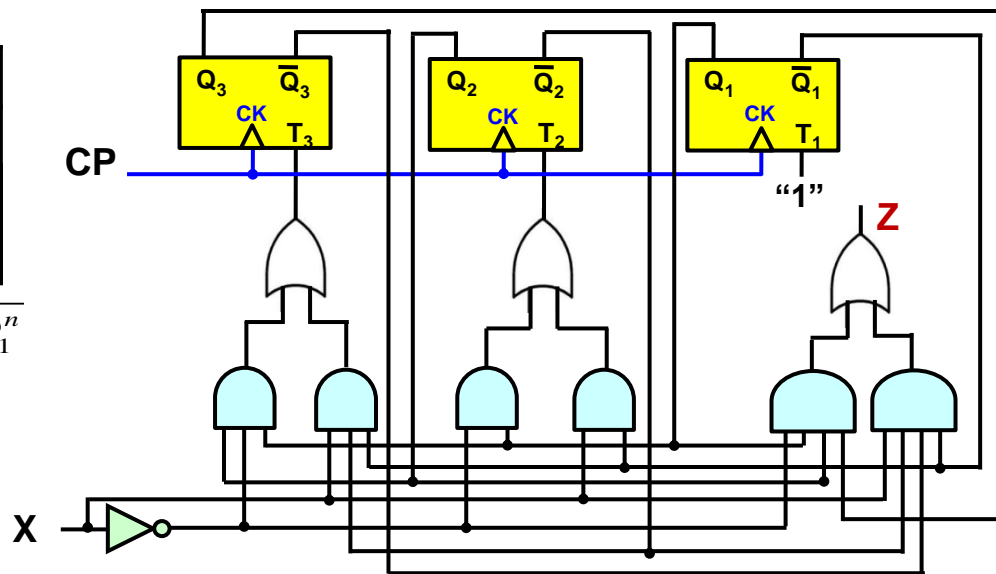
$$T_2 = \overline{X}Q_1^n + X\overline{Q_1^n}$$

$XQ_3^n$	$Q_2^n Q_1^n$			
	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	1	0
11	0	0	0	0
10	1	0	0	0

$$T_1 = 1$$

$$Z = X\overline{Q_3^n} \overline{Q_2^n} \overline{Q_1^n} + \overline{X}Q_3^n Q_2^n Q_1^n$$

## 4. 电路实现



# 用触发器设计同步时序逻辑—实例

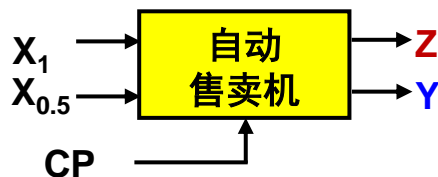
---

- 模8可逆计数器
- 自动售卖机
- 时序锁
- 二进制串行加法器
- 串行输入的8421BCD码检测器
- 奇偶校验器
- ※更复杂的同步时序逻辑设计

# 利用触发器设计同步时序逻辑\_例2

## 例2：利用D触发器设计一个自动售卖机

- 只接收硬币： 0.5 ¥ , 1 ¥
- 每次投币只接收一枚硬币
- 机器收到1.5 ¥ , 给出一瓶饮料
- 机器收到2.0 ¥ , 给出一瓶饮料, 找回0.5 ¥



$X_1 X_{0.5} = 00$ : 0 ¥

$X_1 X_{0.5} = 01$ : 0.5 ¥

$X_1 X_{0.5} = 10$ : 1 ¥

$Y=1/0$ : 给/不给 饮料

$Z=1/0$ : 找零/不找零

## 1. 原始状态图及状态表

### ① 状态设定

$S_0$ —初始状态, 无投币

$S_1$ —机器收到0.5 ¥

$S_2$ —机器收到1.0 ¥ (2个 0.5 ¥, or 1个1.0 ¥)

if (机器又收到1个0.5 ¥)

then  $Y=1$ , 且  $Z=0$ , 回到  $S_0$

Else If (机器又收到1个1 ¥)

then  $Y=1$ , 且  $Z=1$ , 回到  $S_0$

**Solution 1:**

Mealy circuit

# 利用触发器设计同步时序逻辑\_例2

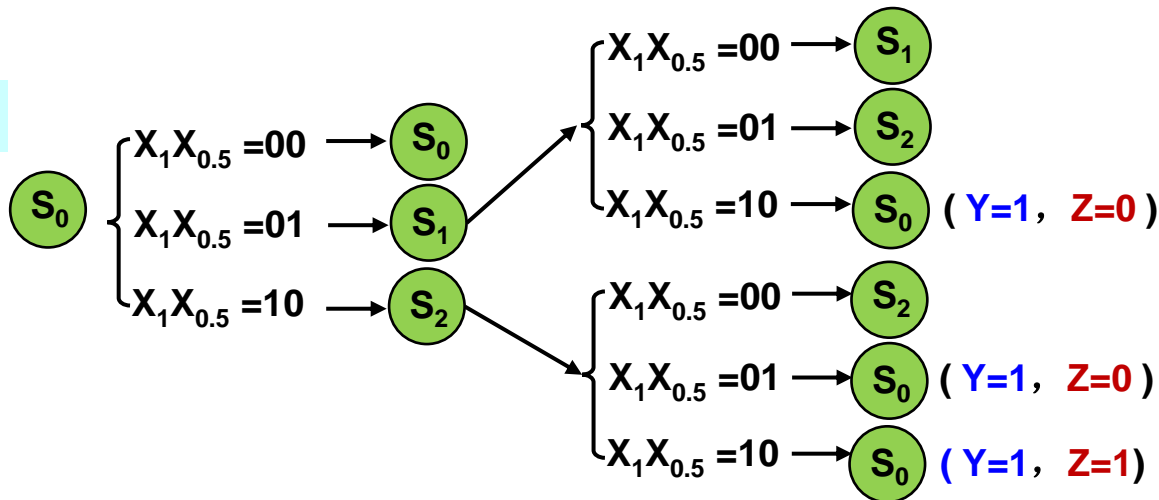
## ② 状态转换分析

**Solution 1: Mealy circuit**

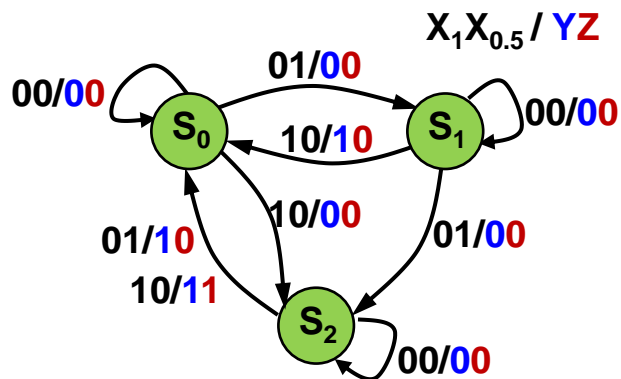
$S_0$ —无投币

$S_1$ —0.5 ¥

$S_2$ —机器收到1.0 ¥



## ③ Mealy 状态图



## ④ 状态表

现态 $S^n$	$S^{n+1} / Z$			
	$X_1X_{0.5}=00$	$X_1X_{0.5}=01$	$X_1X_{0.5}=10$	$X_1X_{0.5}=11$
$S_0$	$S_0 / 00$	$S_1 / 00$	$S_2 / 00$	$X / XX$
$S_1$	$S_1 / 00$	$S_2 / 00$	$S_0 / 10$	$X / XX$
$S_2$	$S_2 / 00$	$S_0 / 10$	$S_0 / 11$	$X / XX$



# 利用触发器设计同步时序逻辑\_例2

确定 $D_2$ : 看 $Q_2^{n+1}$   
确定 $D_1$ : 看 $Q_1^{n+1}$

## ④ 状态表

现态 $S^n$	$S^{n+1} / Z$			
	$X_1 X_{0.5}=00$	$X_1 X_{0.5}=01$	$X_1 X_{0.5}=10$	$X_1 X_{0.5}=11$
$S_0$	$S_0 / 00$	$S_1 / 00$	$S_2 / 00$	$X / XX$
$S_1$	$S_1 / 00$	$S_2 / 00$	$S_0 / 10$	$X / XX$
$S_2$	$S_2 / 00$	$S_0 / 10$	$S_0 / 11$	$X / XX$

## 2. 状态化简

## 3. 状态分配

$S_0$  — 00

$S_1$  — 01

$S_2$  — 10

	0	1
0	$S_0$	$S_1$
1	$S_2$	

需要2个D触发器

## 4. 状态转换真值

输入		现态		次态		输入		输出	
$X_1$	$X_{0.5}$	$Q_2^n$	$Q_1^n$	$Q_2^{n+1}$	$Q_1^{n+1}$	$D_2$	$D_1$	Y	Z
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0	1	0	0
0	0	1	0	1	0	1	0	0	0
0	0	1	1	X	X	X	X	X	X
0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
0	1	0	1	1	0	1	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	1	0
0	1	1	1	X	X	X	X	X	X
1	0	0	0	1	0	1	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0	0	1	0
1	0	1	0	0	0	0	0	1	1
1	0	1	1	X	X	X	X	X	X
1	1	0	0	X	X	X	X	X	X
1	1	0	1	X	X	X	X	X	X
1	1	1	0	X	X	X	X	X	X
1	1	1	1	X	X	X	X	X	X

# 利用触发器设计同步时序逻辑\_例2

## 5. 卡诺图化简

$Q_2^n Q_1^n$		$X_1 X_{0.5}$			
		00	01	11	10
00	0	0	X	1	
01	0	1	X	0	
11	X	X	X	X	
10	1	0	X	0	

$$D_2 = \bar{X}_1 \bar{X}_{0.5} Q_2^n + Q_1^n X_{0.5} + X_1 \bar{Q}_1^n \bar{Q}_2^n$$

$Q_2^n Q_1^n$		$X_1 X_{0.5}$			
		00	01	11	10
00	0	1	X	0	
01	1	0	X	0	
11	X	X	X	X	
10	0	0	X	0	

$$D_1 = \bar{X}_1 \bar{X}_{0.5} Q_1^n + X_{0.5} \bar{Q}_1^n \bar{Q}_2^n$$

$Q_2^n Q_1^n$		$X_1 X_{0.5}$			
		00	01	11	10
00	0	0	X	0	
01	0	0	X	1	
11	X	X	X	X	
10	0	1	X	1	

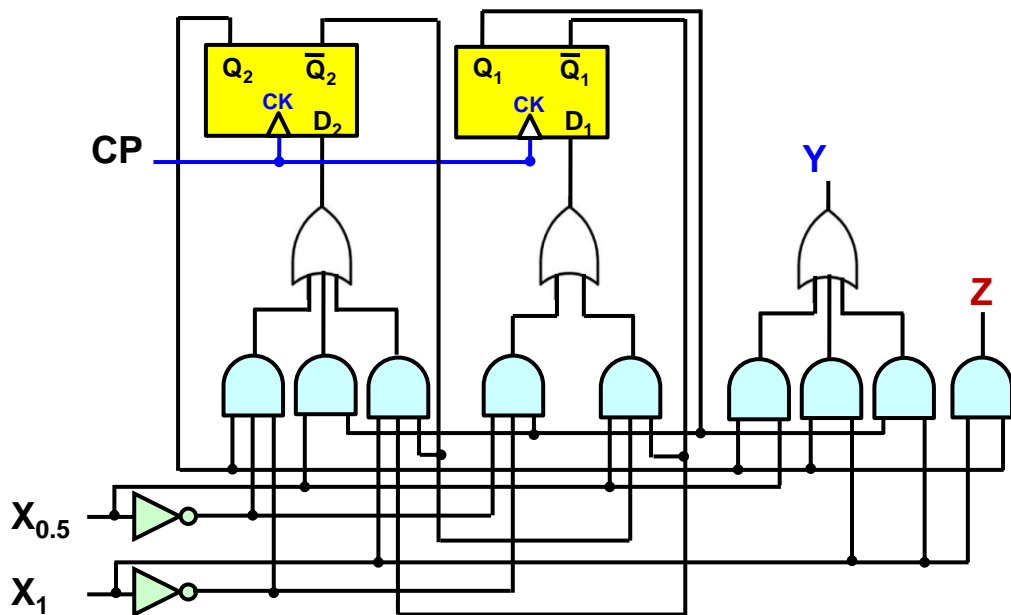
$$Y = Q_2^n X_{0.5} + Q_2^n X_1 + X_1 Q_1^n$$

$Q_2^n Q_1^n$		$X_1 X_{0.5}$			
		00	01	11	10
00	0	0	X	0	
01	0	0	X	0	
11	X	X	X	X	
10	0	0	X	1	

$$Z = X_1 Q_2^n$$

# 利用触发器设计同步时序逻辑\_例2

## 6. 电路实现



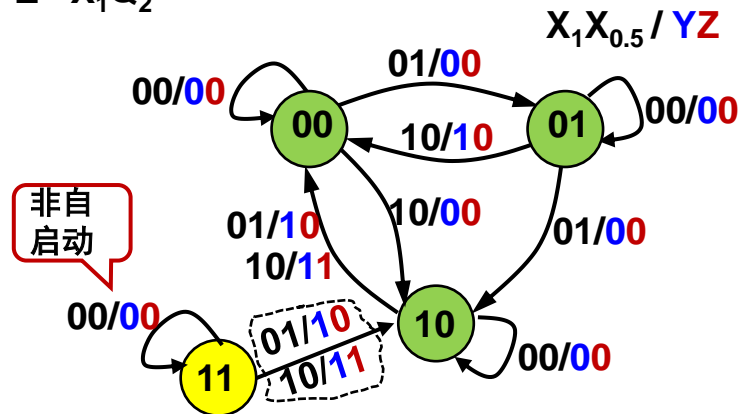
电路需要预置

## 7. 检查无关项

无关状态:  $Q_2^n Q_1^n = 11$

$X_1 X_{0.5}$  分别为 00, 01, 10 时, 带入计算

$$\begin{cases} Q_2^{n+1} = D_2 = \bar{X}_1 \bar{X}_{0.5} Q_1^n + Q_1 X_{0.5} + X_1 \bar{Q}_1^n \bar{Q}_2^n \\ Q_1^{n+1} = D_1 = \bar{X}_1 \bar{X}_{0.5} Q_2^n + X_{0.5} \bar{Q}_1^n \bar{Q}_2^n \\ Y = Q_2^n X_{0.5} + Q_2^n X_1 + X_1 Q_1^n \\ Z = X_1 Q_2^n \end{cases}$$



# 利用触发器设计同步时序逻辑\_例2

## 1. 原始状态图及状态表

### ① 状态设定 (标记收到的钱数)

$S_0$ —初始状态, 机器收到0¥

$S_1$ —机器收到0.5¥

$S_2$ —机器收到1.0¥

$S_3$ —机器收到1.5¥

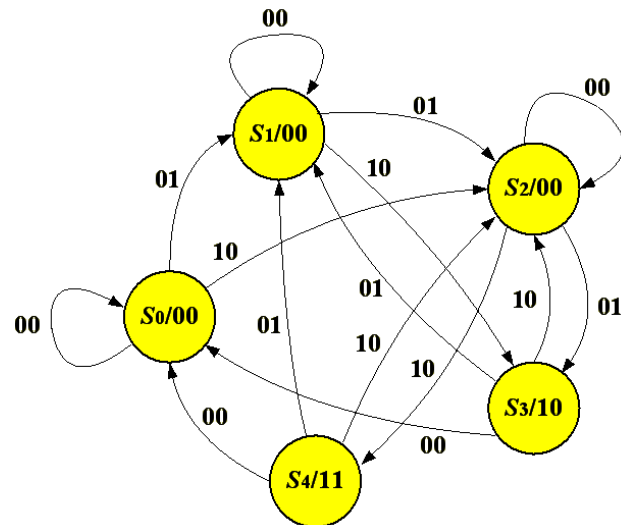
$S_4$ —机器收到2.0¥

**Solution 2:**  
Moor circuit

### ③ Moor 状态表

现态 $S_n$	次态 $S_{n+1}$			输出 YZ
	$X_1X_2 = 00$	$X_1X_2 = 01$	$X_1X_2 = 10$	
$S_0$	$S_0$	$S_1$	$S_2$	00
$S_1$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	00
$S_2$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	00
$S_3$	$S_0$	$S_1$	$S_2$	10
$S_4$	$S_0$	$S_1$	$S_2$	11

### ② Moor 状态图



## 2. 状态化简

## 3. 状态分配

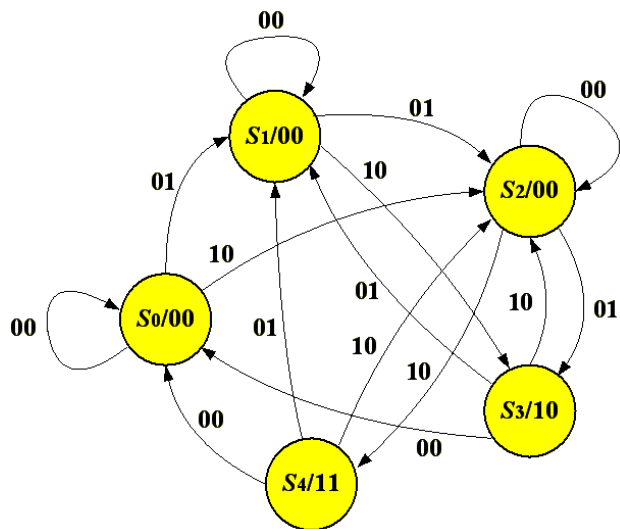
需要3个D触发器

$Q_2^n Q_1^n$	$Q_3^n$			
	00	01	11	10
0	$S_0$	$S_3$		$S_1$
1	$S_4$			$S_2$

$S_0$  — 000  
 $S_1$  — 010  
 $S_2$  — 110  
 $S_3$  — 001  
 $S_4$  — 100

# 利用触发器设计同步时序逻辑\_例2

## 4. 状态转换真值表



$S_0$  — 000  
 $S_1$  — 010  
 $S_2$  — 110  
 $S_3$  — 001  
 $S_4$  — 100

输入		现态					次态			输入			输出	
$X_1$	$X_{0.5}$	$Q_3^n$	$Q_2^n$	$Q_1^n$			$Q_3^{n+1}$	$Q_2^{n+1}$	$Q_1^{n+1}$	$D_3$	$D_2$	$D_1$	Y	Z
0	0	0	0	0			0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1			0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0			0	1	0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	0			0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	1	1	0			1	1	0	1	1	0	0	0
0	1	1	1	0			0	0	1	0	0	1	0	0
0	1	0	0	0			0	1	0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0			1	1	0	1	1	0	0	0
0	1	0	0	1			0	1	0	0	1	0	1	0
0	1	1	0	0			0	1	0	0	1	0	1	1
1	0	0	0	0			1	1	0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0			0	0	1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	0			1	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	1			1	1	0	1	1	0	1	0
1	0	1	0	0			1	1	0	1	1	0	1	1
1	1	X	X	X			X	X	X	X	X	X	X	X

# 利用触发器设计同步时序逻辑\_例2

## 5. 卡诺图化简

$Q_2^n Q_1^n$ $X_{0.5} Q_3^n$		$X_1=0$			
		00	01	11	10
00	0	0	X	0	
01	0	X	X	1	
11	0	X	X	0	
10	0	0	X	1	

		$Q_2^n Q_1^n$		$X_1=0$	
		00	01	11	10
$X_{0.5} Q_3^n$	00	0	0	X	1
	01	0	X	X	1
	11	1	X	X	0
	10	1	1	X	1

		$X_1=0$			
		$Q_2^n Q_1^n$	00	01	11
$X_{0.5} Q_3^n$	00	0	0	X	0
	01	0	X	X	0
	11	0	X	X	1
	10	0	0	X	0

		$Q_2^n Q_1^n$		$X_1=1$	
		00	01	11	10
$X_{0.5} Q_3^n$	00	1	1	X	0
	01	1	X	X	1
	11	X	X	X	X
	10	X	X	X	X

		$Q_2^n Q_1^n$		$X_1=1$	
		00	01	11	10
$X_{0.5} Q_3^n$	00	1	1	X	0
	01	1	X	X	0
	11	X	X	X	X
	10	X	X	X	X

		$Q_2^n Q_1^n$		$X_1=1$	
		00	01	11	10
$X_{0.5} Q_3^n$	00	0	0	X	1
	01	0	X	X	0
	11	X	X	X	X
	10	X	X	X	X

$$D_3 = \bar{X}_{0.5} Q_3^n Q_2^n + \bar{Q}_3^n X_{0.5} Q_2^n + X_1 \bar{Q}_2^n$$

$$D_2 = \bar{X}_{0.5} Q_3^n + \bar{Q}_2^n X_{0.5} + X_1 \bar{Q}_2^n + \bar{X}_1 \bar{X}_{0.5} Q_2^n$$

$$D_1 = X_{0.5} Q_3^n Q_2^n + \bar{Q}_3^n X_1 Q_2^n$$

# 利用触发器设计同步时序逻辑\_例2

		$X_1=0$			
$X_{0.5}Q_3^n$	$Q_2^nQ_1^n$	00	01	11	10
	00	0	1	X	0
01	01	1	X	X	0
11	11	1	X	X	0
10	10	0	1	X	1

		$X_1=1$			
$X_{0.5}Q_3^n$	$Q_2^nQ_1^n$	00	01	11	10
	00	0	1	X	0
01	01	1	X	X	0
11	11	X	X	X	X
10	10	X	X	X	X

$$Y = \overline{Q_2^n}Q_3^n + Q_1^n$$

		$X_1=0$			
$X_{0.5}Q_3^n$	$Q_2^nQ_1^n$	00	01	11	10
	00	0	0	X	0
01	01	1	X	X	0
11	11	1	X	X	0
10	10	0	0	X	0

		$X_1=1$			
$X_{0.5}Q_3^n$	$Q_2^nQ_1^n$	00	01	11	10
	00	0	0	X	0
01	01	1	X	X	0
11	11	X	X	X	X
10	10	X	X	X	X

$$Z = \overline{Q_2^n}Q_3^n$$

$$\begin{cases} D_3 = \overline{X_{0.5}}Q_3^nQ_2^n + \overline{Q_3^n}X_{0.5}Q_2^n + X_1\overline{Q_2^n} \\ D_2 = \overline{X_{0.5}}Q_3^n + \overline{Q_2^n}X_{0.5} + X_1\overline{Q_2^n} + \overline{X_1}\overline{X_{0.5}}Q_2^n \\ D_1 = X_{0.5}Q_3^nQ_2^n + \overline{Q_3^n}X_1Q_2^n \\ Y = \overline{Q_2^n}Q_3^n + Q_1^n \\ Z = \overline{Q_2^n}Q_3^n \end{cases}$$

6. 电路实现(略)

7. 检查无关项(略)

## Moor型电路与Mealy型电路比较

- Moor型电路中的状态总数相对要多一些，需要使用较多的触发器资源。
- Moor型电路的输出只与状态有关，输出没有毛刺。

# 用触发器设计同步时序逻辑—实例

---

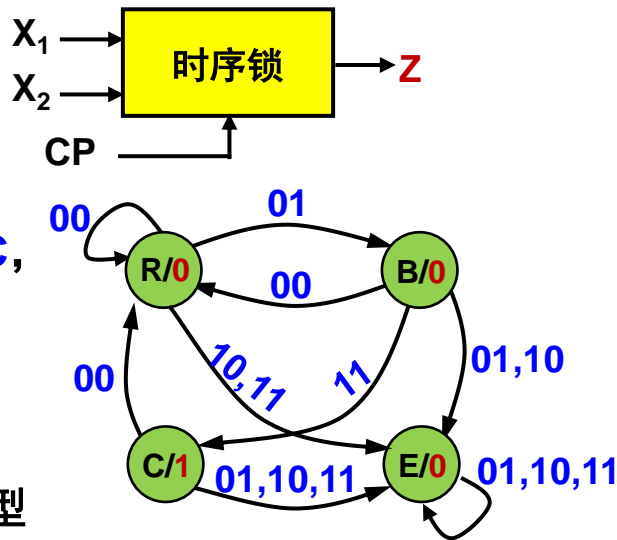
- 模8可逆计数器
- 自动售卖机
- 时序锁
- 二进制串行加法器
- 串行输入的8421BCD码检测器
- 奇偶校验器
- ※更复杂的同步时序逻辑设计



# 利用触发器设计同步时序逻辑\_例3

## 例3：利用JK触发器设计一个时序锁

- 输入:  $X_1X_2$ , 输出:  $Z$
- 该锁内部有四个状态  $R$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $E$
- 依次输入00、01、11, 时序锁从状态  $R \rightarrow B \rightarrow C$ , 并开锁 ( $Z=1$ )
- 不是上述序列, 进入状态  $E$  (error)
- 任何时候只要输入00, 都将返回状态  $R$



摩尔型

## 1. 原始状态图及状态表

### ① 状态设定

$R$ —初始状态, 输入00

$B$ —输入00后, 再输入01

$C$ —输入00、01后, 再输入11, 且 $Z=1$

$E$ —错误状态

现态 $S_n$	次态 $S_{n+1}$				输出 $Z$
	$X_1X_2 = 00$	$X_1X_2 = 01$	$X_1X_2 = 11$	$X_1X_2 = 10$	
$R$	$R$	$B$	$E$	$E$	0
$B$	$R$	$E$	$C$	$E$	0
$C$	$R$	$E$	$E$	$E$	1
$E$	$R$	$E$	$E$	$E$	0

# 利用触发器设计同步时序逻辑\_例3

现态 $S_n$	次态 $S_{n+1}$				输出 $Z$
	$X_1X_2 = 00$	$X_1X_2 = 01$	$X_1X_2 = 11$	$X_1X_2 = 10$	
R	R	B	E	E	0
B	R	E	C	E	0
C	R	E	E	E	1
E	R	E	E	E	0

## 2. 状态化简

## 3. 状态分配

需要2个JK触发器

R: 00, B: 01

E: 10, C: 11

	0	1
0	R	B
1	E	C

## 4. 状态转换真值表

$J_2 K_2$ : 看  $Q_2^n \rightarrow Q_2^{n+1}$

$J_1 K_1$ : 看  $Q_1^n \rightarrow Q_1^{n+1}$

输入		现态		次态		输入				输出
$X_1$	$X_2$	$Q_2^n$	$Q_1^n$	$Q_2^{n+1}$	$Q_1^{n+1}$	$J_2$	$K_2$	$J_1$	$K_1$	$Z$
0	0	0	0	0	0	0	X	0	X	0
0	0	0	1	0	0	0	X	X	1	0
0	0	1	0	0	0	X	1	0	X	0
0	0	1	1	0	0	X	1	X	1	1
0	1	0	0	0	1	0	X	1	X	0
0	1	0	1	1	0	1	X	X	1	0
0	1	1	0	1	0	X	0	0	X	0
0	1	1	1	1	0	X	0	X	1	1
1	0	0	0	1	0	1	X	0	X	0
1	0	0	1	1	0	1	X	X	1	0
1	0	1	0	1	0	X	0	0	X	0
1	0	1	1	1	0	X	0	X	1	1
1	1	0	0	1	0	1	X	0	X	0
1	1	0	1	1	1	1	X	X	0	0
1	1	1	0	1	0	X	0	0	X	0
1	1	1	1	1	0	X	0	X	1	1

# 利用触发器设计同步时序逻辑\_例3

## 5. 卡诺图化简

$X_1X_2$	$Q_2^nQ_1^n$			
	00	01	11	10
00	0	0	X	X
01	0	1	X	X
11	1	1	X	X
10	1	1	X	X

$$J_2 = X_2Q_1^n + X_1$$

$X_1X_2$	$Q_2^nQ_1^n$			
	00	01	11	10
00	X	X	1	1
01	X	X	0	0
11	X	X	0	0
10	X	X	0	0

$$K_2 = \bar{X}_2\bar{X}_1$$

$X_1X_2$	$Q_2^nQ_1^n$			
	00	01	11	10
00	0	X	X	0
01	1	X	X	0
11	0	X	X	0
10	0	X	X	0

$$J_1 = \bar{X}_1X_2\bar{Q}_2^n$$

$X_1X_2$	$Q_2^nQ_1^n$			
	00	01	11	10
00	X	1	1	X
01	X	1	1	X
11	X	0	1	X
10	X	1	1	X

$$K_1 = Q_2^n + \bar{X}_2 + \bar{X}_1$$

$X_1Q_2$	$Q_2^nQ_1^n$			
	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	0	0	1	0
11	0	0	1	0
10	0	0	1	0

$$Z = Q_2^nQ_1^n$$

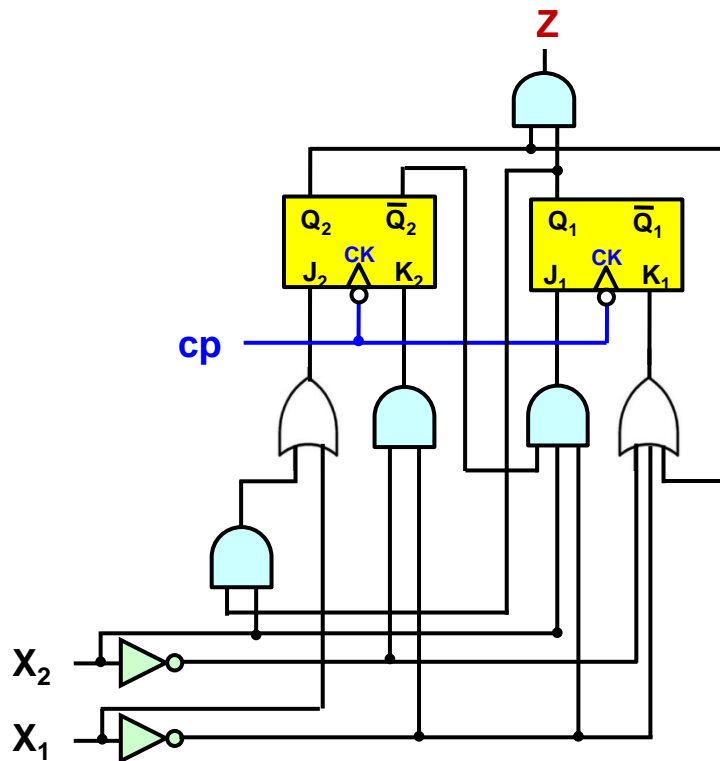
# 利用触发器设计同步时序逻辑\_例3

## 6. 电路实现

$$\begin{cases} J_2 = X_2 Q_1^n + X_1 \\ K_2 = \overline{X_2} \overline{X_1} \\ J_1 = \overline{X_1} X_2 \overline{Q_2}^n \\ K_1 = Q_2^n + \overline{X_2} + \overline{X_1} \\ Z = Q_2^n Q_1^n \end{cases}$$

### 密码锁

- 一维开锁：密码正确
- 二维开锁：有限时间+密码正确
- 三维开锁：  
有限时间+有限按键次数+密码正确



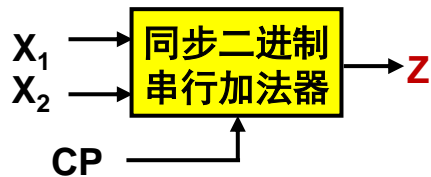
# 用触发器设计同步时序逻辑—实例

---

- 模8可逆计数器
- 自动售卖机
- 时序锁
- 二进制串行加法器
- 串行输入的8421BCD码检测器
- 奇偶校验器
- ※更复杂的同步时序逻辑设计

# 利用触发器设计同步时序逻辑\_例4

例4：利用JK触发器设计一个同步二进制串行加法器



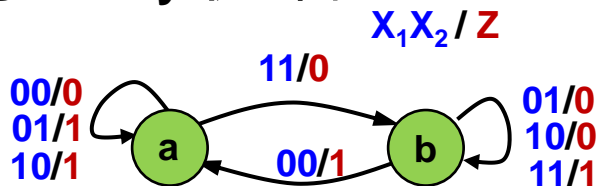
## 1. 原始状态图及状态表

① 设加法器内部状态

a—— 无进位

b—— 有进位

② Mealy 状态图



③ Mealy 状态表

现态 $Q^n$	$Q^{n+1} / Z$			
	$X_1X_2=00$	$X_1X_2=01$	$X_1X_2=10$	$X_1X_2=11$
a	a / 0	a / 1	a / 1	b / 0
b	a / 1	b / 0	b / 0	b / 1

2. 状态化简    3. 状态分配    a=0, b=1

4. 状态转换真值表

输入 现态			次态	输入 输出		
X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	Q <sup>n</sup>	Q <sup>n+1</sup>	J	K	Z
0	0	0	0	0	X	0
0	0	1	0	X	1	1
0	1	0	0	0	X	1
0	1	1	1	X	0	0
1	0	0	0	0	X	1
1	0	1	1	X	0	0
1	1	0	1	1	X	0
1	1	1	1	X	0	1

## 利用触发器设计同步时序逻辑\_例4

## 5. 卡诺图化简

$X_1 \backslash X_2 Q^n$	00	01	11	10
0	0	X	X	0
1	0	X	X	1

$$\mathbf{J} = \mathbf{X}_1 \mathbf{X}_2$$

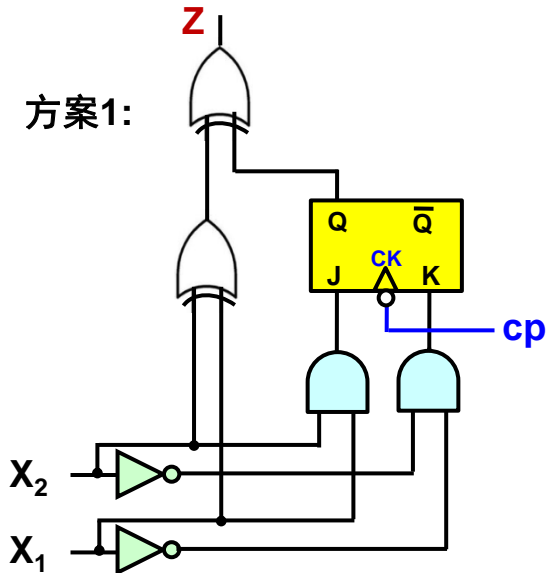
$X_1 \backslash X_2 Q^n$	00	01	11	10
0	X	1	0	X
1	X	0	0	X

$$K = \bar{X}_1 \bar{X}_2$$

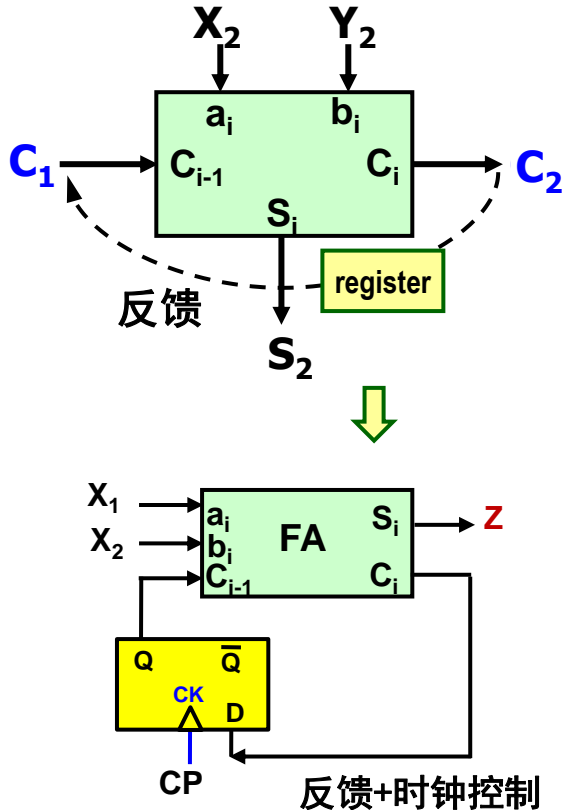
$X_1 \backslash X_2 Q^n$	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	1	0	1	0

$$\mathbf{Z} = \mathbf{X}_1 \oplus \mathbf{X}_2 \oplus \mathbf{Q}^n$$

## 6. 电路实现



### 方案2: 如何用一位全加器实现?



# 用触发器设计同步时序逻辑—实例

---

- 模8可逆计数器
- 自动售卖机
- 时序锁
- 二进制串行加法器
- 串行输入的8421BCD码检测器
- 奇偶校验器
- ※更复杂的同步时序逻辑设计



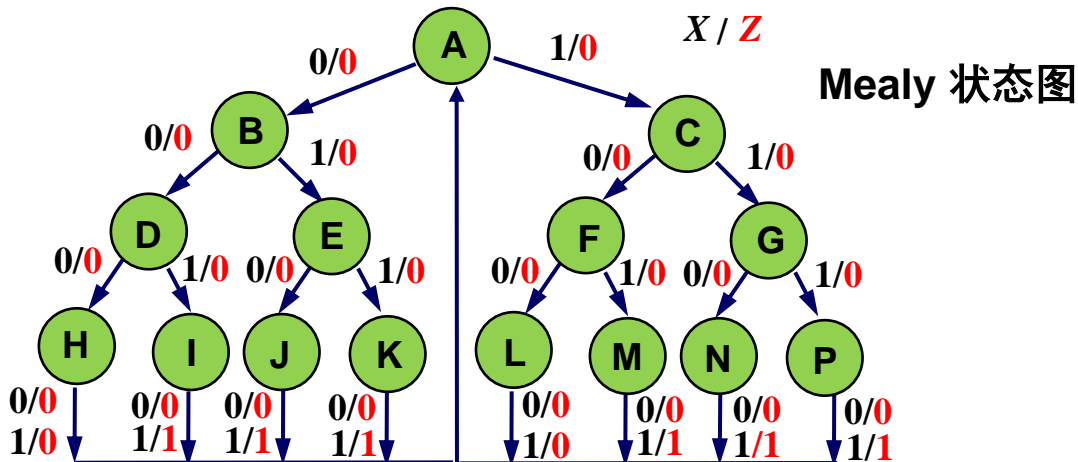
# 利用触发器设计同步时序逻辑\_例5

例5：用D触发器设计一个串行输入的8421BCD码误码检测器

要求：

- 8421BCD码**低位在前**、**高位在后**串行地加到检测器的输入端。
- 电路每接收一组代码，即在收到第4位代码时判断。若是错误代码，则输出为1，否则输出为0，电路又回到初始状态并开始接收下一组代码。

## 1. 原始状态图及状态表



# 利用触发器设计同步时序逻辑\_例5

## 2. 状态化简

现态 $Q^n$	$Q^{n+1}/Z$	
	$X=0$	$X=1$
A	B/0	C/0
B	D/0	E/0
C	F/0	G/0
D	H/0	I/0
E	J/0	K/0
F	L/0	M/0
G	N/0	P/0
H	A/0	A/0
I	A/0	A/1
J	A/0	A/1
K	A/0	A/1
L	A/0	A/0
M	A/0	A/1
N	A/0	A/1
P	A/0	A/1



现态 $Q^n$	$Q^{n+1}/Z$	
	$X=0$	$X=1$
A	B/0	C/0
B	D/0	E/0
C	F/0	G/0
D	H/0	I/0
E	I/0	I/0
F	H/0	I/0
G	I/0	I/0
H	A/0	A/0
I	A/0	A/1




现态 $Q^n$	$Q^{n+1}/Z$	
	$X=0$	$X=1$
A	B/0	C/0
B	D/0	E/0
C	D/0	E/0
D	H/0	I/0
E	I/0	I/0
H	A/0	A/0
I	A/0	A/1

# 利用触发器设计同步时序逻辑\_例5

## 2. 状态化简

现态 $Q^n$	$Q^{n+1}/Z$	
	$X=0$	$X=1$
A	B/0	C/0
<del>B</del>	<del>D/0</del>	<del>E/0</del>
<del>C</del>	<del>D/0</del>	<del>E/0</del>
D	H/0	I/0
E	I/0	I/0
H	A/0	A/0
I	A/0	A/1



现态 $Q^n$	$Q^{n+1}/Z$	
	$X=0$	$X=1$
A	B/0	B/0
B	D/0	E/0
D	H/0	I/0
E	I/0	I/0
H	A/0	A/0
I	A/0	A/1

## 3. 状态分配

规则1: 次态相同, 现态编码应相邻


HI, DE 应相邻

规则2: 同一现态对应的次态应给予相邻编码

DE, HI 应相邻

规则3: 输出相同, 现态编码应相邻

ABDEH 应相邻



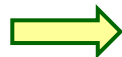
$Q_3^n$	$Q_2^n Q_1^n$			
	00	01	11	10
0	A	B	D	I
1			E	H

A: 000;    B: 001  
D: 011;    I: 010  
E: 111;    H: 110

确定 $D_3$ : 看 $Q_3^{n+1}$   
 确定 $D_2$ : 看 $Q_2^{n+1}$   
 确定 $D_1$ : 看 $Q_1^{n+1}$

#### 4. 状态转换真值表

$Q_3^n$	$Q_2^n Q_1^n$			
	00	01	11	10
0	A	B	D	I
1			E	H



现态 $Q^n$	$Q^{n+1} / Z$	
	$X=0$	$X=1$
A	B / 0	B / 0
B	D / 0	E / 0
D	H / 0	I / 0
E	I / 0	I / 0
H	A / 0	A / 0
I	A / 0	A / 1

输入及现态				次态			输入 输出			
X	$Q_3^n$	$Q_2^n$	$Q_1^n$	$Q_3^{n+1}$	$Q_2^{n+1}$	$Q_1^{n+1}$	$D_3$	$D_2$	$D_1$	Z
0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0
0	1	0	0	X	X	X	X	X	X	X
0	1	0	1	X	X	X	X	X	X	X
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0
1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0
1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0
1	1	0	0	X	X	X	X	X	X	X
1	1	0	1	X	X	X	X	X	X	X
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0

# 利用触发器设计同步时序逻辑\_例5

## 5. 卡诺图化简

$XQ_3^n$	$Q_2^n Q_1^n$			
	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	X	X	0	0
11	X	X	0	0
10	0	1	0	0

$XQ_3^n$	$Q_2^n Q_1^n$			
	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	X	X	1	0
11	x	x	1	0
10	0	1	1	0

$$D_3 = \overline{Q_3^n} Q_2^n Q_1^n \overline{X} + X \overline{Q_2^n} Q_1^n$$

$$D_2 = Q_1^n$$

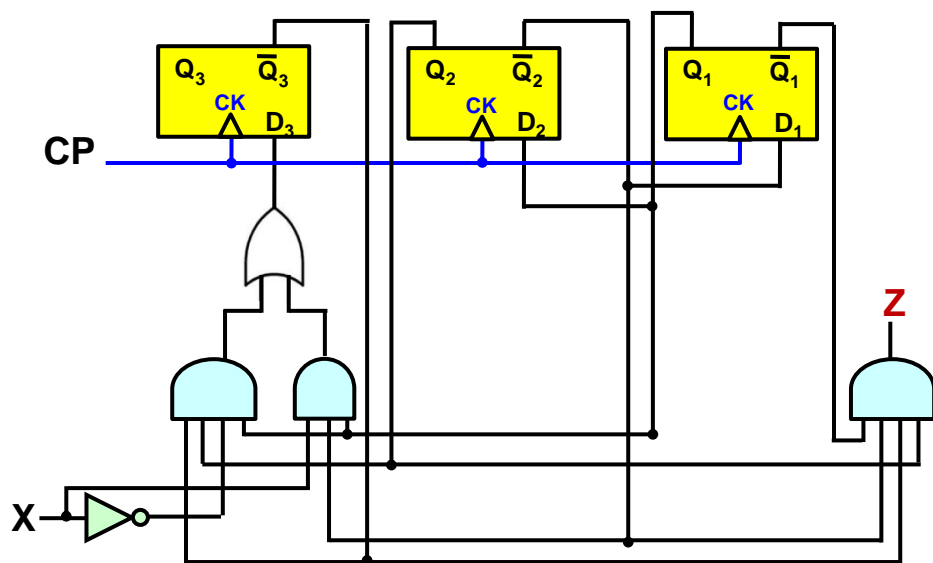
$XQ_3^n$	$Q_2^n Q_1^n$			
	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	x	x	0	0
11	x	x	0	0
10	1	1	0	0

$$D_1 = \overline{Q_2^n}$$

$XQ_3^n$	$Q_2^n Q_1^n$			
	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	x	x	0	0
11	x	x	0	0
10	0	0	0	1

$$Z = X \overline{Q_3^n} Q_2^n \overline{Q_1^n}$$

## 6. 电路实现

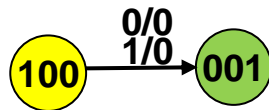
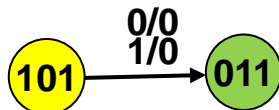


# 利用触发器设计同步时序逻辑\_例5

## 7. 无关项检查

$Q_3^n$	$Q_2^n Q_1^n$			
	00	01	11	10
0	A	B	D	I
1			E	H

将无关状态 $Q_3^n Q_2^n Q_1^n = 100$ 和 $101$ 分别代入次态方程和输出方程计算



电路可以自启动

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_i^{n+1} = D_i \\ D_3 = \overline{Q_3^n} Q_2^n Q_1^n \overline{X} + X \overline{Q_2^n} Q_1^n \\ D_2 = Q_1^n \\ D_1 = \overline{Q_2^n} \\ Z = X \overline{Q_3^n} Q_2^n \overline{Q_1^n} \end{array} \right.$$

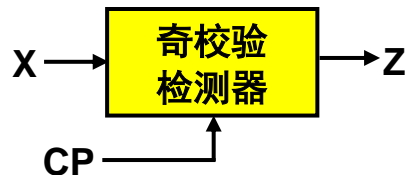
# 利用触发器设计时序逻辑——实例

---

- 模8可逆计数器
- 自动售卖机
- 时序锁
- 二进制串行加法器
- 串行输入的8421BCD码检测器
- 奇偶校验器
- ※更复杂的同步时序逻辑设计

# 利用触发器设计同步时序逻辑\_例6

例6：利用T触发器设计一个串行输入的奇校验检测器



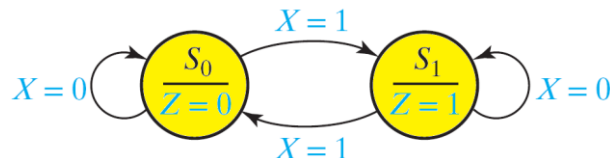
## 1. 原始状态图及状态表

### ① 状态设定

$S_0$ ——表示收到偶数个“1”，初始为0个“1”

$S_1$ ——表示收到奇数个“1”

### ② Moor 状态图



### ③ 状态表

现态 $Q^n$	次态 $Q^{n+1}$		输出 $Z$
	$X=0$	$X=1$	
$S_0$	$S_0$	$S_1$	0
$S_1$	$S_1$	$S_0$	1

## 2. 状态化简

## 3. 状态分配 $S_0: 0; S_1: 1$

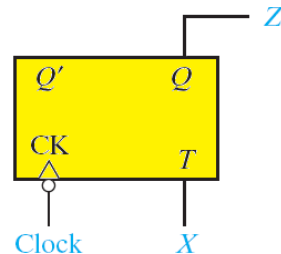
## 4. 状态转换真值表

输入 现态		次态	输入 输出	
X	$Q^n$	$Q^{n+1}$	T	Z
0	0	0	0	0
0	1	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	1

## 5. 卡诺图化简

$$T=X; Z=Q^n$$

## 6. 电路实现





# 用触发器设计同步时序逻辑—实例

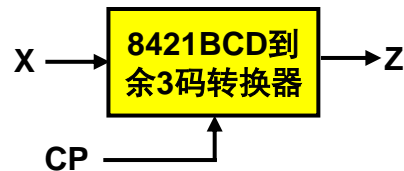
---

- 模8可逆计数器
- 自动售卖机
- 时序锁
- 二进制串行加法器
- 串行输入的8421BCD码检测器
- 奇偶校验器
- ※更复杂的同步时序逻辑设计

# 更复杂的同步时序设计\_例7

例7：利用D触发器设计一个同步时序的码制转换器，将串行输入的8421BCD码转换为余3码。

- 转换器的输入和输出都是最低位优先



X Input (BCD)				Z Output (excess-3)			
$t_3$	$t_2$	$t_1$	$t_0$	$t_3$	$t_2$	$t_1$	$t_0$
			0				1
			1				0
			0				1
			1				0
			0				1
			1				0
			0				1
			1				0
			0				1
			1				0

□  $t_0$ 时刻:

输入为0, 输出为1

输入为1, 输出为0

□  $t_1 \sim t_3$ 时刻:

单纯看没有规律,  
要联合前一时刻的  
输入一同来看

# 更复杂的同步时序设计\_例7

- $t_0$ 时刻: 输入为0, 输出为1; 输入为1, 输出为0
- $t_1 \sim t_3$ 时刻: 单纯看没有规律, 要联合前一时刻的输入一同来看

$t_1 t_0$ 时刻 输入	$t_1 t_0$ 时刻 输出
00	11
01	00
10	01
11	10

$t_2 t_1 t_0$ 时刻 输入	$t_2 t_1 t_0$ 时刻 输出
000	011
001	100
010	101
011	110
100	111
101	000
110	001
111	010

$t_3 t_2 t_1 t_0$ 时刻 输入	$t_3 t_2 t_1 t_0$ 时刻 输出
0000	0011
0001	0100
0010	0101
0011	0110
0100	0111
0101	1000
0110	1001
0111	1010
1000	1011
1001	1100

X Input (BCD)				Z Output (excess-3)			
$t_3$	$t_2$	$t_1$	$t_0$	$t_3$	$t_2$	$t_1$	$t_0$
0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	0	0	1	0	1
0	0	1	1	0	1	1	0
0	1	0	0	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	0	0
0	1	1	0	1	0	0	1
0	1	1	1	1	0	1	0
1	0	0	0	1	0	1	1
1	0	0	1	1	1	0	0

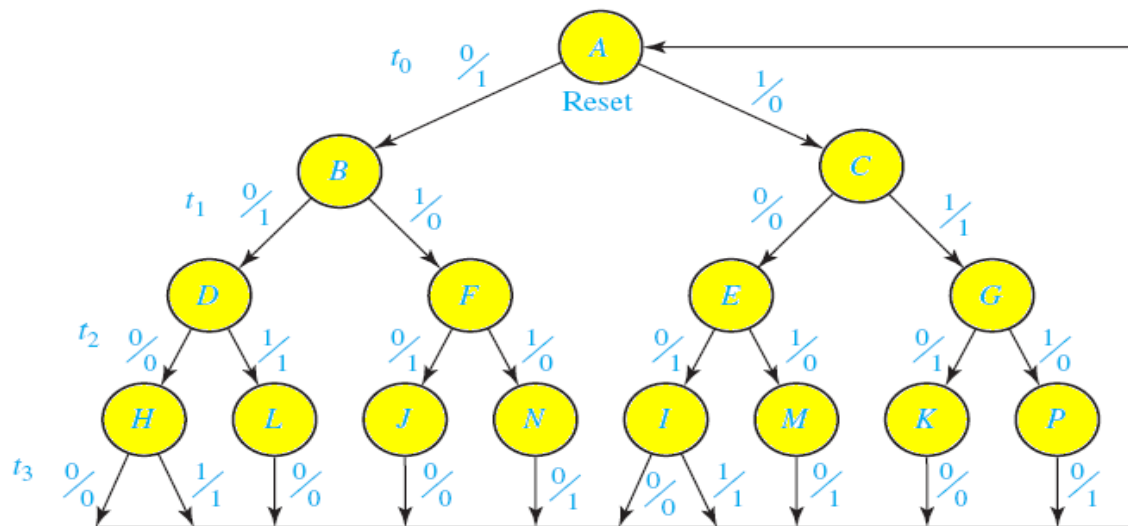
# 更复杂的同步时序设计\_例7

## 1. 原始状态图及状态表

- $t_0$ 时刻: 输入为0, 输出为1; 输入为1, 输出为0
- $t_1 \sim t_3$ 时刻: 单纯看没有规律, 要联合前一时刻的输入一同来看

$t_1 t_0$ 时刻 输入	$t_1 t_0$ 时刻 输出
00	11
01	00
10	01
11	10

$t_2 t_1 t_0$ 时刻 输入	$t_2 t_1 t_0$ 时刻 输出
000	011
001	100
010	101
011	110
100	111
101	000
110	001
111	010



$t_3 t_2 t_1 t_0$ 时刻 输入	$t_3 t_2 t_1 t_0$ 时刻 输出
0000	0011
0001	0100
0010	0101
0011	0110
0100	0111
0101	1000
0110	1001
0111	1010
1000	1011
1001	1100

# 更复杂的同步时序设计\_例7

## 2. 状态化简

Time	Input Sequence Received (Least Significant Bit First)	Present State	Next State		Present Output (Z)	
			X = 0	1	X = 0	1
$t_0$	reset	A	B	C	1	0
$t_1$	0	B	D	F	1	0
	1	C	E	G	0	1
$t_2$	00	D	H	L	0	1
	01	E	I	M	1	0
	10	F	J	N	1	0
	11	G	K	P	1	0
$t_3$	000	H	A	A	0	1
	001	I	A	A	0	1
	010	J	A	—	0	—
	011	K	A	—	0	—
	100	L	A	—	0	—
	101	M	A	—	1	—
	110	N	A	—	1	—
	111	P	A	—	1	—



Time	Present State	Next State		Present Output (Z)	
		X = 0	1	X = 0	1
$t_0$	A	B	C	1	0
$t_1$	B	D	E	1	0
	C	E	E	0	1
$t_2$	D	H	H	0	1
	E	H	M	1	0
$t_3$	H	A	A	0	1
	M	A	—	1	—

# 更复杂的同步时序设计\_例7

## 3. 状态分配

Time	Present State	Next State		Present Output (Z)	
		X = 0	1	X = 0	1
$t_0$	A	B	C	1	0
$t_1$	B	D	E	1	0
	C	E	E	0	1
$t_2$	D	H	H	0	1
	E	H	M	1	0
$t_3$	H	A	A	0	1
	M	A	—	1	—



## 4. 状态转换真值表

		$Q_1^+Q_2^+Q_3^+$		$Z$	
$Q_1Q_2Q_3$		$X = 0$	$X = 1$	$X = 0$	$X = 1$
$A$	000	100	101	1	0
$B$	100	111	110	1	0
$C$	101	110	110	0	1
$D$	111	011	011	0	1
$E$	110	011	010	1	0
$H$	011	000	000	0	1
$M$	010	000	x x x	1	x
—	001	x x x	x x x	x	x



$Q_3$	$Q_2 Q_1$			
	00	01	11	10
0	A	B	E	M
1		C	D	H



# 更复杂的同步时序设计\_例7

## 4. 状态转换真值表

		$Q_1^+ Q_2^+ Q_3^+$		$Z$	
		$X=0$	$X=1$	$X=0$	$X=1$
A	000	100	101	1	0
B	100	111	110	1	0
C	101	110	110	0	1
D	111	011	011	0	1
E	110	011	010	1	0
H	011	000	000	0	1
M	010	000	x x x	1	x
-	001	x x x	x x x	x	x

## 5. 卡诺图化简

$Q_2 Q_3$	$XQ_1$			
	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	X	1	1	X
11	0	0	0	0
10	0	0	0	X

$$D_1 = Q_1^+ = Q_2'$$

$Q_2 Q_3$	$XQ_1$			
	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	X	1	1	X
11	0	1	1	0
10	0	1	1	X

$$D_2 = Q_2^+ = Q_1$$

$Q_2 Q_3$	$XQ_1$			
	00	01	11	10
00	0	1	0	1
01	X	0	0	X
11	0	1	1	0
10	0	1	0	X

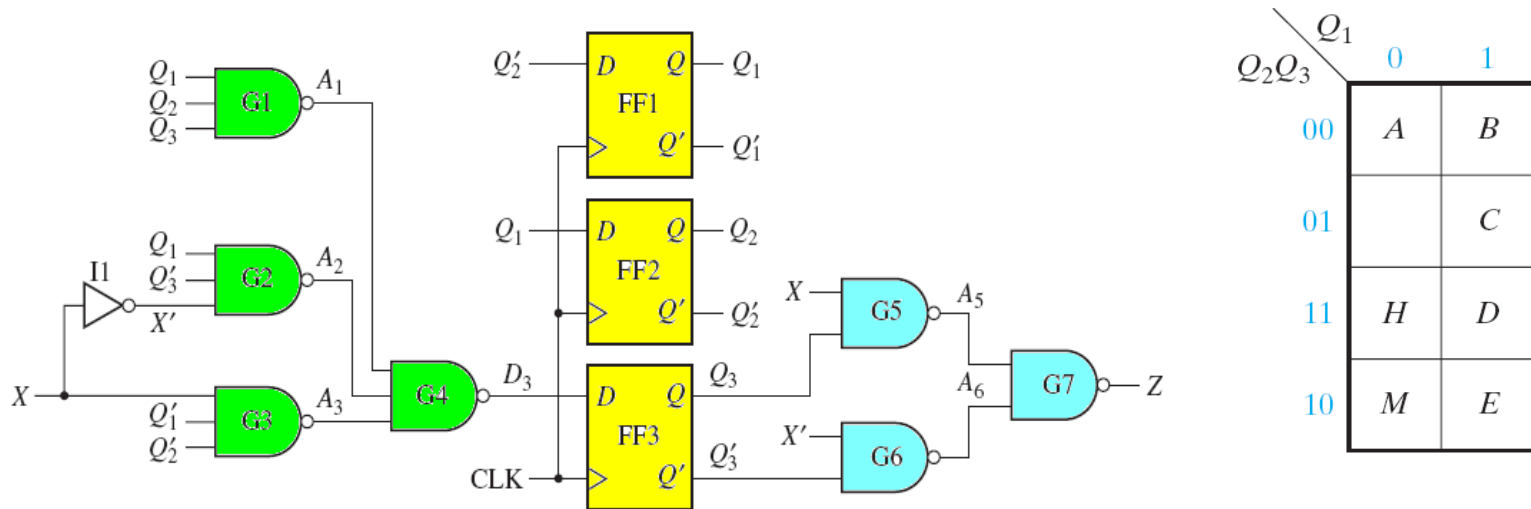
$$D_3 = Q_3^+ = Q_1 Q_2 Q_3 + X' Q_1 Q_3' + X Q_1' Q_2'$$

$Q_2 Q_3$	$XQ_1$			
	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	X	0	1	X
11	0	0	1	1
10	1	1	0	X

$$Z = X' Q_3' + X Q_3$$

# 更复杂的同步时序设计\_例7

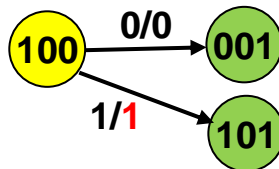
## 6. 电路实现



## 7. 无关项检查

将无关状态 $Q_3Q_2Q_1=100$ 代入次态方程和输出方程计算

$$\begin{cases} D_1 = Q_1^+ = Q_2' \\ D_2 = Q_2^+ = Q_1 \\ D_3 = Q_3^+ = Q_1Q_2Q_3 + X'Q_1Q_3' + XQ_1'Q_2' \\ Z = X'Q_3' + XQ_3 \end{cases}$$

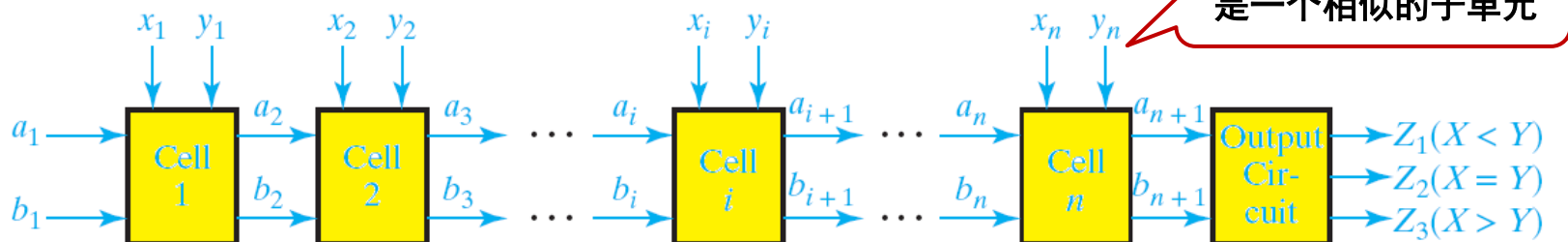


电路可以自启动



# 更复杂的同步时序设计\_例8

例8：迭代电路设计——利用D触发器设计一个比较器，能对两个 $n$ 位二进制数进行比较。



## 1. 原始状态图及状态表

对于第  $i$  个单元，设状态——

$S_0$ :  $X = Y$  时

$S_1$ :  $X > Y$  时

$S_2$ :  $X < Y$  时

$Z_2$ 、 $Z_3$ 、 $Z_1$  分别取值为1

- 由  $n$  个比较子单元 (cell) 构成
- 从高位到低位，逐位对应比较，并将前一位比较的结果传送给下一位
- 第  $i$  个单元的比较结果:  $X = Y$ ,  $X > Y$ , or  $X < Y$ .

# 更复杂的同步时序设计\_例8

## 1. 原始状态图及状态表

	$S_i$	$S_{i+1}$				$Z_1 Z_2 Z_3$
		$x_i y_i = 00$	01	11	10	
$X = Y$	$S_0$	$S_0$	$S_2$	$S_0$	$S_1$	0 1 0
$X > Y$	$S_1$	$S_1$	$S_1$	$S_1$	$S_1$	0 0 1
$X < Y$	$S_2$	$S_2$	$S_2$	$S_2$	$S_2$	1 0 0

在第*i*个（前一个）单元有比较结果的前提下，根据输入取值，可以确定第*i+1*个单元的比较结果

对于第*i*个单元，设状态——  
 $S_0$ :  $X = Y$ 时  
 $S_1$ :  $X > Y$ 时  
 $S_2$ :  $X < Y$ 时  
 $Z_2$ 、 $Z_3$ 、 $Z_1$  分别取值为1

## 2. 状态化简

## 3. 状态分配

$S_0$ : 00

$S_1$ : 01

$S_2$ : 10

需要两个触发器，  
用 a,b来表示

## 4. 状态转换真值表

$a_i b_i$	$a_{i+1} b_{i+1}$				$Z_1 Z_2 Z_3$
	$x_i y_i = 00$	01	11	10	
0 0	00	10	00	01	0 1 0
0 1	01	01	01	01	0 0 1
1 0	10	10	10	10	1 0 0

# 更复杂的同步时序设计\_例8

## 5. 卡诺图化简

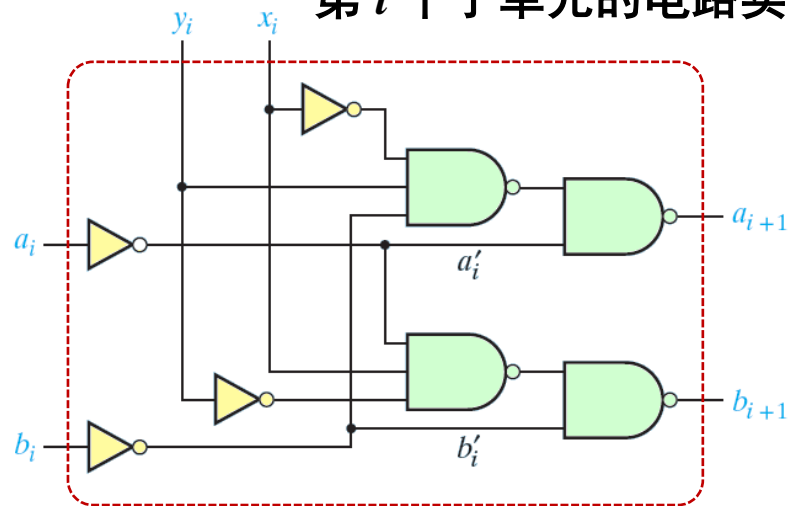
$x_i y_i$		00	01	11	10
$a_i b_i$	00	0	1	0	0
	01	0	0	0	0
	11	X	X	X	X
	10	1	1	1	1

$$a_{i+1} = a_i + x'_i y_i b'_i$$

$x_i y_i$		00	01	11	10
$a_i b_i$	00	0	0	0	1
	01	1	1	1	1
	11	X	X	X	X
	10	0	0	0	0

$$b_{i+1} = b_i + x_i y'_i a'_i$$

## 第 $i$ 个子单元的电路实现



$a_{n+1}$		0	1
$b_{n+1}$	0		1
	1		X

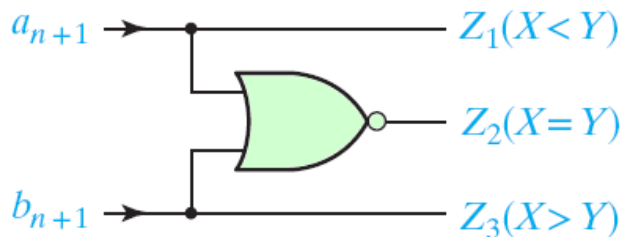
$$Z_1 = a_{n+1}$$

$a_{n+1}$		0	1
$b_{n+1}$	0	1	
	1		X

$$Z_2 = a'_{n+1} b'_{n+1}$$

$a_{n+1}$		0	1
$b_{n+1}$	0		
	1	1	X

$$Z_3 = b_{n+1}$$

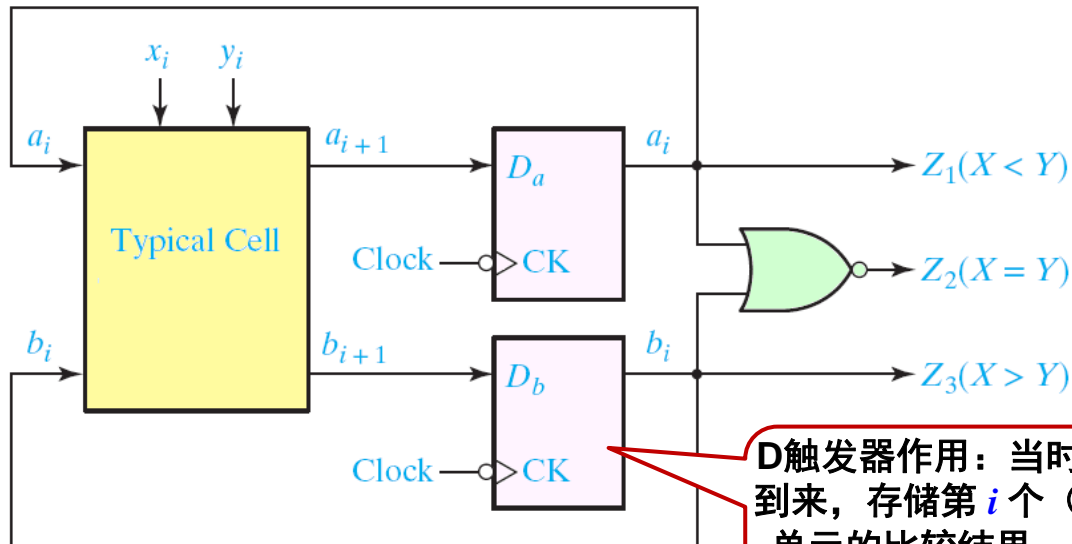


# 更复杂的同步时序设计\_例8

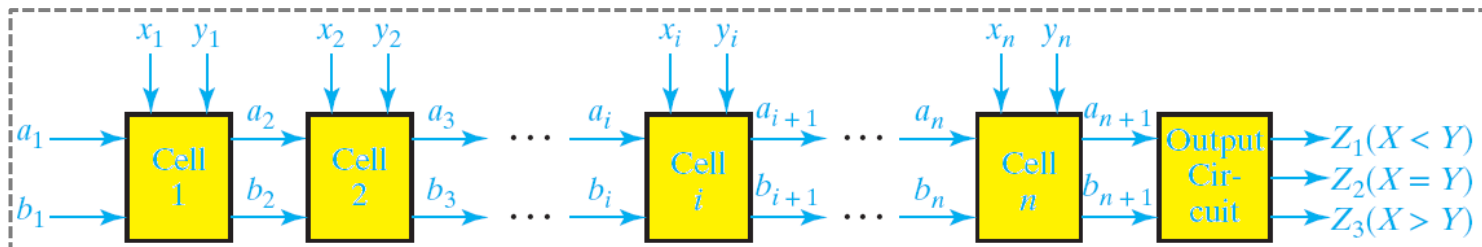
## 6. 电路实现

## 7. 无关项检查

(略)

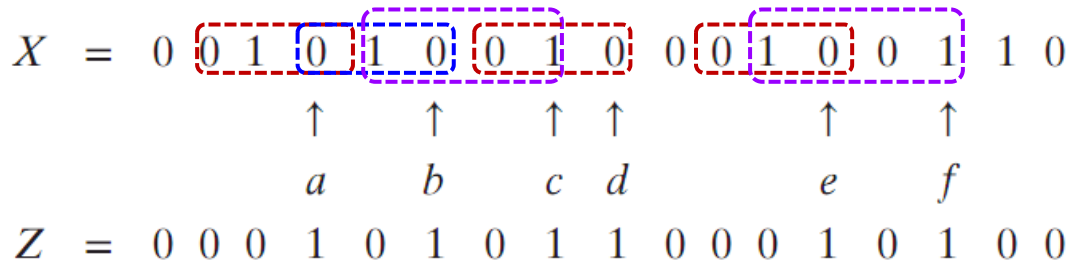


D触发器作用：当时钟信号到来，存储第  $i$  个（前一个）单元的比较结果，并产生第  $i+1$  个单元的比较结果



# 更复杂的同步时序设计\_例9

例9: 利用D触发器设计一个同步时序电路, 当输入序列以010或1001结尾时 (允许重叠检测), 输出Z为1, 否则Z=0.



## 1. Mealy型原始状态图构建

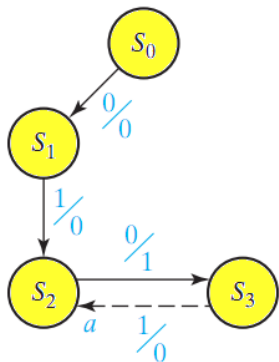
(1) 子序列010检测的状态设定

$S_0$ ——初始复位状态, 表示没有任何输入

$S_1$ ——表示序列以“0”结束

$S_2$ ——表示序列以“01”结束

$S_3$ ——表示序列以“010”结束, 此时输出标志  $Z=1$ 。



(1) 010检测的局部状态图

## 更复杂的同步时序设计\_例9

## (2) 子序列1001检测的状态设定

**S<sub>0</sub>——初始复位状态，表示没有任何输入**

**S<sub>1</sub>——表示序列以“0”结束**

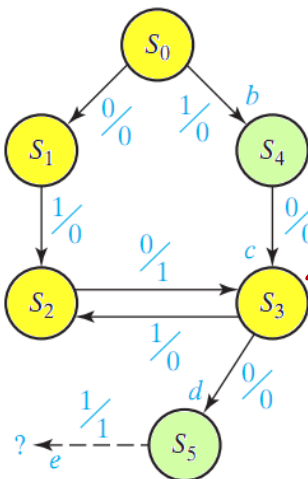
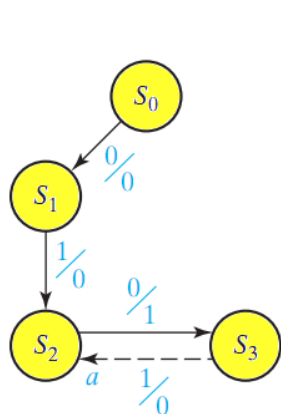
**S<sub>2</sub>——表示序列以“01”结束**

$S_3$ ——表示序列以“010”结束，此时输出标志  $Z=1$ 。

**S<sub>4</sub>**——表示接收到1001序列的第一个“1”

**S<sub>5</sub>——表示序列以“100”结束。**

**重叠检测：010中的10  
可以被1001检测重用**



### (2) 1001检测的局部状态图

**重叠检测：010中的10  
可以被1001检测重用**

$$\begin{array}{cccccccccccccccc}
 X & = & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \underline{1} & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
 & & & & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & \uparrow & & & & \uparrow & & \uparrow & & \\
 & & & & & a & & b & & c & d & & & & e & & f & & \\
 Z & = & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0
 \end{array}$$

# 更复杂的同步时序设计\_例9

## (2) 子序列1001检测的状态设定

$S_0$ ——初始复位状态，表示没有任何输入

$S_1$ ——表示序列以“0”结束

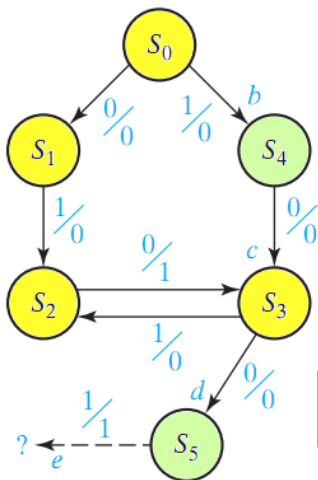
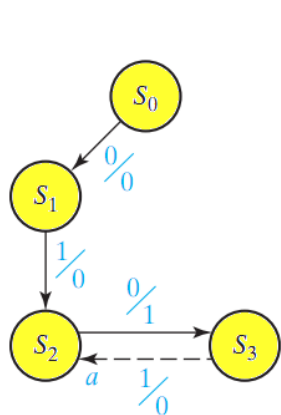
$S_2$ ——表示序列以“01”结束

$S_3$ ——表示序列以“010”结束，此时输出标志  $Z=1$ 。

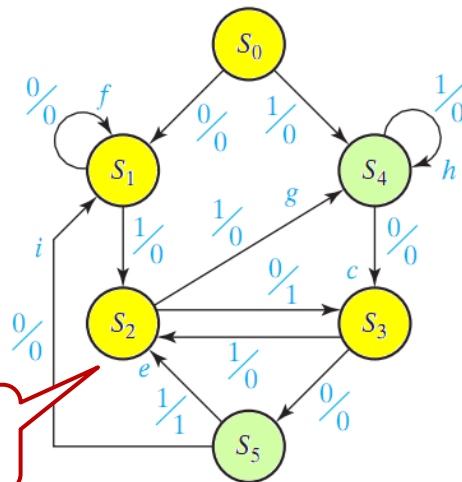
$S_4$ ——表示接收到1001序列的第一个“1”

$S_5$ ——表示序列以“100”结束。

重叠检测：010中的10  
可以被1001检测重用



重叠检测：1001中的  
01可以被010检测重用



2. 状态化简 (略)

3. 状态分配 (略)

4. 状态转换真值表 (略)

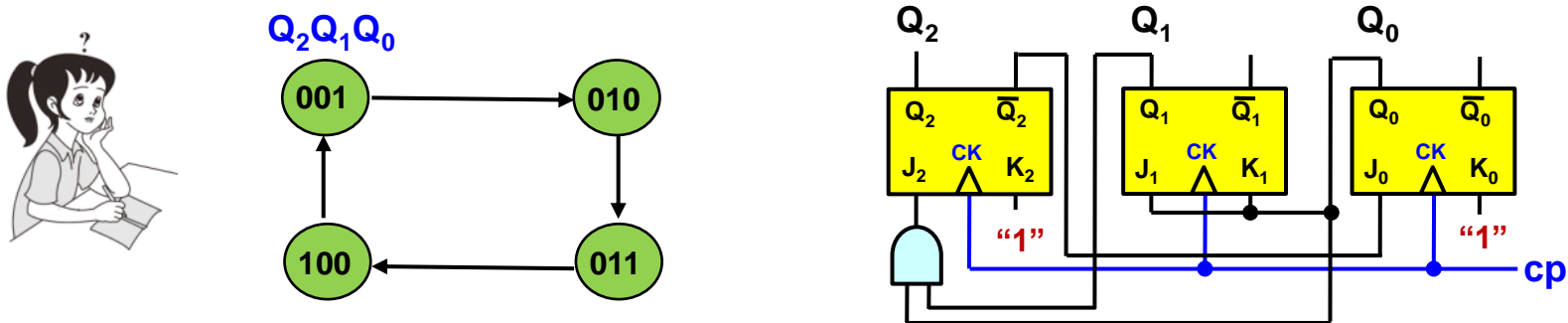
5. 卡诺图化简 (略)

6. 电路实现 (略)

(3) 010及1001检测的完整状态图

# 更复杂的同步时序设计\_例10

例10: 某同步时序电路如下所示, 按图接线后, 试验得到如下的循环状态。经检查: 触发器工作正常, 试分析故障所在。



## 1. 获得正确状态图

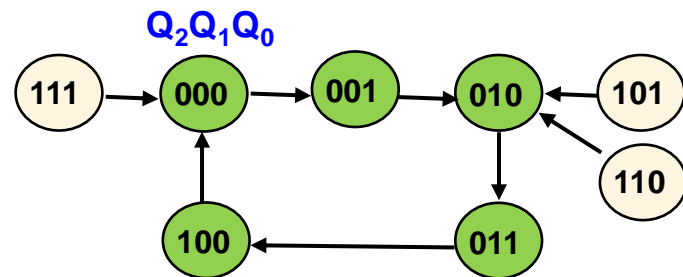
### ① 输入方程

$$\begin{aligned} J_0 &= \overline{Q_2}^n, \quad K_0 = 1 \\ J_1 &= K_1 = Q_0^n \\ J_2 &= Q_0^n Q_1^n, \quad K_2 = 1 \end{aligned}$$

### ② 次态方程

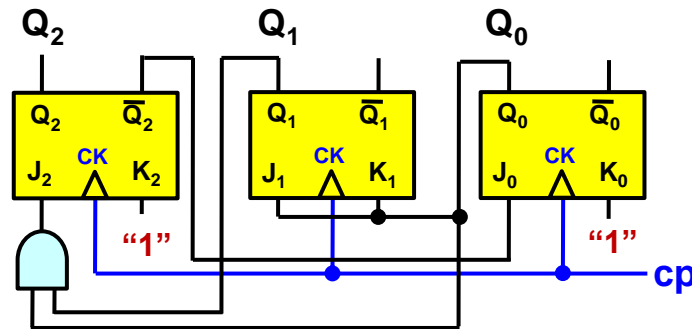
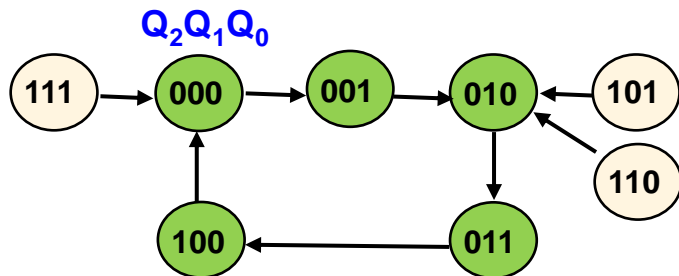
$$\begin{aligned} Q_0^{n+1} &= \overline{Q_0}^n \overline{Q_2}^n \\ Q_1^{n+1} &= Q_1^n \oplus Q_0^n \\ Q_2^{n+1} &= Q_0^n Q_1^n \overline{Q_2}^n \end{aligned}$$

### ③ 正确的状态转换图





# 更复杂的同步时序设计\_例10



④ 电路功能：模5加法计数器，可自启动

## 2. 故障分析

① 触发器工作正常：说明——电源和地线接触良好、时钟信号CP正常送入  
故障只可能在进位链或驱动回路中

② 分析各触发器状态：

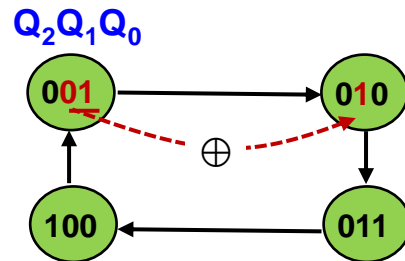
次态方程

$$Q_0^{n+1} = \overline{Q_0}^n \overline{Q_2}^n$$

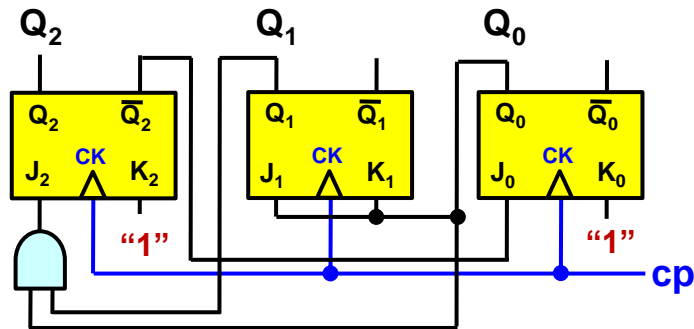
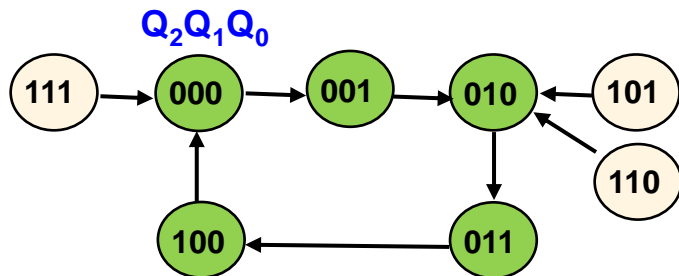
$$Q_1^{n+1} = Q_1^n \oplus Q_0^n$$

$$Q_2^{n+1} = Q_0^n Q_1^n \overline{Q_2}^n$$

触发器FF1  
没有问题

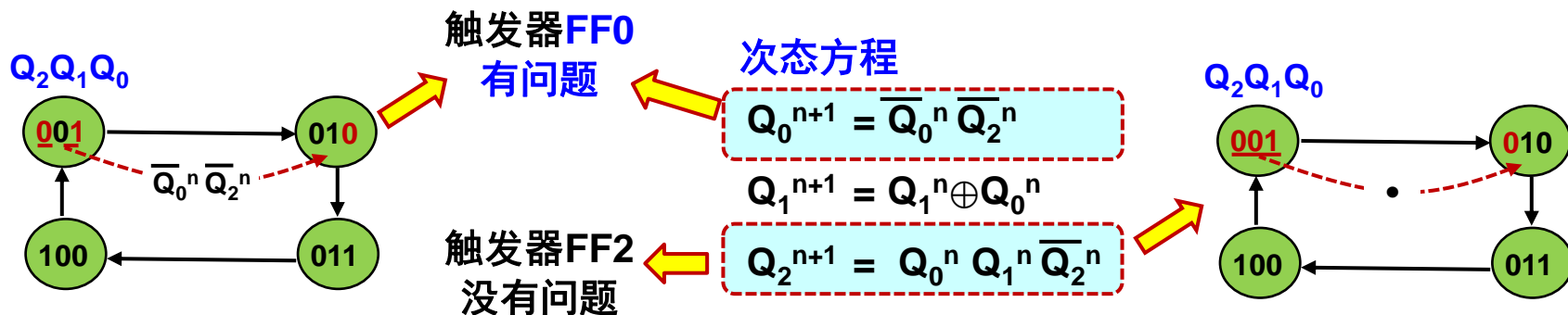


# 更复杂的同步时序设计\_例10

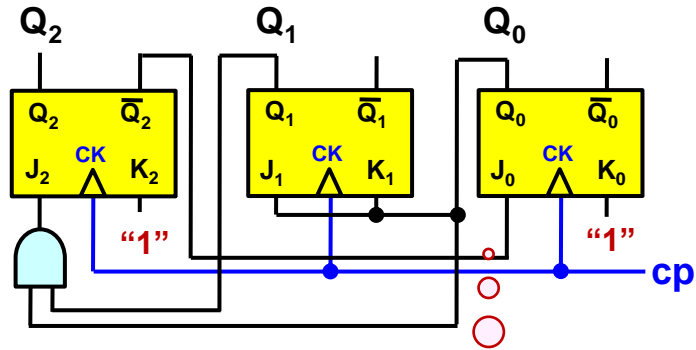
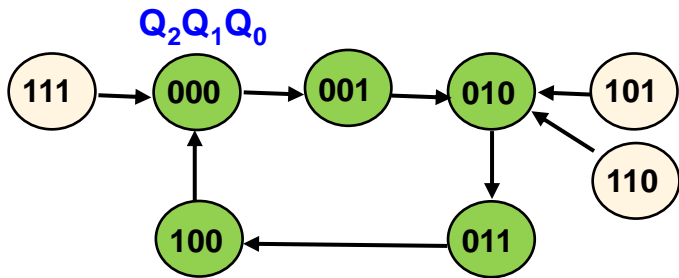


## 2. 故障分析

② 分析各触发器状态:



## 更复杂的同步时序设计\_例10



## 2. 故障分析

### ③ 针对触发器0分析:



## K<sub>0</sub>接触不良?

## TTL电路管脚悬空 等效为高电平1



## K<sub>0</sub>没问题

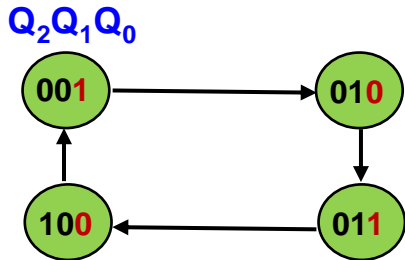
## J<sub>0</sub>接触不良?

$\overline{Q}_2$  没有接入,  $J_0$  悬空等效为高电平1



## 触发器变成T',符合故障现象

结论:  $\bar{Q}_2$  没有接入,  $J_0$  悬空



# 用触发器设计同步时序逻辑—实例

---

- 模8可逆计数器
- 自动售卖机
- 时序锁
- 二进制串行加法器
- 串行输入的8421BCD码检测器
- 奇偶校验器
- 更复杂的同步时序逻辑设计