

算法设计与分析第八章作业

姓名		班级		学号	
第 1 题					
第 2 题					
第 3 题					
第 4 题					
总分					
备注	作业提交截止时间：2023 年- 11 月- 17 日 24:00，超过提交截至时间的作业视为无效。确因网络等特殊原因无法及时提交作业的学生，应至少提前 1 小时与助教联系沟通。作业提交邮箱：23s151073@stu.hit.edu.cn。作业文件名命名方式：第 x 章-x 班-姓名-学号（例，第 1 章-1 班-张三-220110101.docx）；邮件主题为：第 x 章作业,x 班, 姓名, 学号（例，第 1 章作业, 1 班, 张三, 220110101）。缺少这些信息的作业将被酌情扣分。				

一、 最短路径问题

采用本章所学的最短路径算法，编程完成以下题目，并给出采用该种算法的原因。

题目 1：

给定一个 n 个点 m 条边的有向图，图中可能存在重边和自环，边权可能为负数。请你求出从 1 号点到 n 号点的最多经过 k 条边的最短距离，如果无法从 1 号点走到 n 号点，输出 impossible。

输入格式：

第一行包含三个整数 n, m, k 。接下来 m 行，每行包含三个整数 x, y, z ，表示存在一条从点 x 到点 y 的有向边，边长为 z 。

输出格式：

输出一个整数，表示从 1 号点到 n 号点的最多经过 k 条边的最短距离。如果不存在满足条件的路径，则输出 impossible。

输入样例：

```
3 3 1
1 2 1
2 3 1
1 3 3
```

输出样例：

```
3
```

题目 2：

A 国有 N 个城市，编号为 1、...、 N 。小明是编号为 1 的城市中一家公司的员工，今天

突然接到了上级通知需要去编号为 N 的城市出差。

由于疫情原因，很多直达的交通方式暂时关闭，小明无法乘坐飞机直接从城市 1 到达城市 N ，需要通过其他城市进行陆路交通中转。小明通过交通信息网，查询到了 M 条城市之间仍然还开通的路线信息以及每一条路线需要花费的时间。

同样由于疫情原因，小明到达一个城市后需要隔离观察一段时间才能离开该城市前往其他城市。通过网络，小明也查询到了各个城市的隔离信息。（由于小明之前在城市 1，因此可以直接离开城市 1，不需要隔离）

由于上级要求，小明希望能够尽快赶到城市 N ，因此他求助于你，希望你能帮他规划一条路线，能够在最短时间内到达城市 N 。

输入格式：

第 1 行：两个正整数 N, M ， N 表示 A 国的城市数量， M 表示未关闭的路线数量

第 2 行： N 个正整数，第 i 个整数 C_i 表示到达编号为 i 的城市后需要隔离的时间

第 3 至 $M+2$ 行：每行 3 个正整数， u, v, c ，表示有一条城市 u 到城市 v 的双向路线仍然开通着，通过该路线的时间为 c 。

输出格式：

第 1 行：1 个正整数，表示小明从城市 1 出发到达城市 N 的最短时间。（到达城市 N 不需要计算城市 N 的隔离时间）

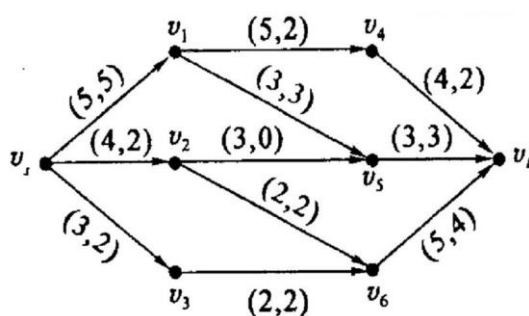
输入样例：

```
4 4
5 7 3 4
1 2 4
1 3 5
2 4 3
3 4 5
```

输出样例：

```
13
```

二、网络流问题



上图展示了一个网络，求这个网络的最大流。每条边上的前一个数字表示容量，后一个数字表示初始可行流。

三、匹配问题

题目：

若两个正整数的和为素数，则这两个正整数称之为“素数伴侣”，如 2 和 5、6 和 13，它

们能应用于通信加密。现在密码学会请你设计一个程序，从已有的 N （ N 为偶数）个正整数中挑选出若干对组成“素数伴侣”，挑选方案多种多样，例如有 4 个正整数：2，5，6，13，如果将 5 和 6 分为一组中只能得到一组“素数伴侣”，而将 2 和 5、6 和 13 编组将得到两组“素数伴侣”，能组成“素数伴侣”最多的方案称为“最佳方案”，当然密码学会希望你寻找出“最佳方案”。

输入格式：

第 1 行：一个正偶数 n ，表示待挑选的自然数个数。

第 2 行： n 个正整数，表示待挑选的自然数。

输出格式：

输出一个整数 K ，表示你求得的“最佳方案”组成“素数伴侣”的对数。

输入样例：

```
4
2 5 6 13
```

输出样例：

```
2
```