

算法设计与分析第四章作业

姓名		班级		学号	
第 1 题					
第 2 题					
第 3 题					
总分	(满分：100 分+附加 10 分)				
备注	作业提交截止时间： <u>2023 年- 10 月-18 日 24:00</u> ，超过提交截至时间的作业视为无效。确因网络等特殊原因无法及时提交作业的学生，应至少提前 1 小时与助教联系。 作业提交邮箱： 23s151073@stu.hit.edu.cn 。作业文件名命名方式： <u>第 4 章-x 班-姓名-学号</u> （例， <u>第 1 章-1 班-张三-2018054000.doc</u> ）； 邮件主题为： <u>第 4 章作业，x 班，姓名，学号</u> （例， <u>第 1 章作业，1 班，张三，2018054000</u> ）。缺少这些信息的作业将被酌情扣分。				

- 给定 n 种物品和一个背包，物品 i 的重量是 w_i ，价值 v_i ，背包容量为 c ，**每个物品的数量无限且可重复选取**，问如何选择装入背包的物品，使装入背包中的物品的总价值最大？（40 分）
 - 请写出该问题的递推方程（定义 $dp[i][j]$ 为第 i 种物品到第 n 种物品装进限重为 j 的背包可获得的最大价值）（10 分）
 - 假设背包容量为 5，有 4 种物品，其重量分别为 $w = [1, 2, 3, 4]$ ，其价值分别为 $v = [2, 4, 4, 5]$ ，请写出对应的 dp 矩阵（10 分）
 - 请写出该问题的伪代码（10 分）
 - 如果上述伪代码是用二维数组实现的，请问是否有空间更优化的实现版本？提示：可否将 2 维 dp 数组降至 1 维 dp 数组。（附加题 10 分）

- 若 7 个关键字的概率如下所示，求其最优二叉搜索树的结构和代价，要求必须写出递推方程。（30 分）

i	0	1	2	3	4	5	6	7
p_i		0.04	0.06	0.08	0.02	0.10	0.12	0.14
q_i	0.06	0.06	0.06	0.06	0.05	0.05	0.05	0.05

- 灭鼠人计划消灭菜田中田鼠，每个鼠洞内都藏有一定数量的田鼠。这个菜田所有的鼠洞不互通且都围成一圈，这意味着第一个鼠洞和最后一个鼠洞是紧挨着的。同时，由于灭鼠动静过大，左右相邻的鼠洞中的田鼠会听见灭鼠动静而全部迅速逃窜，逃窜的田鼠不会去往其他鼠洞，而是逃离这片菜田。给定一个代表每个鼠洞藏匿老鼠数量的非负整数数组，计算能够消灭田鼠的最大数量。（40 分）

示例 1:

输入: `nums = [2, 3, 2]`

输出: 3

解释: 你不能先灭 1 号鼠洞（数量 = 2），然后灭 3 号鼠洞（数量 = 2），因为他们是相邻的。

示例 2:

输入: `nums = [1, 2, 3, 1]`

输出: 4

解释: 你可以先灭 1 号鼠洞（数量 = 1），然后灭 3 号鼠洞（数量 = 3）。
消灭田鼠最大数量 = 1 + 3 = 4。

提示:

`1 <= nums.length <= 100`

`0 <= nums[i] <= 1000`

要求:

运用动态规划的思想作答，请写出分析过程（10 分）和状态转移方程（10 分），并用一种语言实现你的思路（附完整源代码，20 分），并保证代码能正确运行，复杂度尽可能低。