

1.

(1)

- (1)  $B \rightarrow A$  (假设)
- (2)  $\neg A$  (假设)
- (3)  $A \rightarrow \neg\neg A$  (定理 12)
- (4)  $B \rightarrow \neg\neg A$  ((1)(3) 定理 8)
- (5)  $\neg\neg B \rightarrow B$  (定理 10)
- (6)  $\neg\neg B \rightarrow \neg\neg A$  ((5)(4) 定理 8)
- (7)  $(\neg\neg B \rightarrow \neg\neg A) \rightarrow (\neg A \rightarrow \neg B)$  (公理 3)
- (8)  $\neg A \rightarrow \neg B$  ((6)(7) rmp 分离规则)
- (9)  $\neg B$  ((2)(8) rmp 分离规则)
- (10)  $B \rightarrow A, \neg A \vdash \neg B$
- (11)  $B \rightarrow A \vdash (\neg A \rightarrow \neg B)$
- (12)  $(B \rightarrow A) \rightarrow (\neg A \rightarrow \neg B)$

(2)

- (1)  $A \rightarrow B$  (假设)
- (2)  $B \rightarrow C$  (假设)
- (3)  $A$  (假设)
- (4)  $B$  ((3)(1) rmp 分离规则)
- (5)  $C$  ((4)(2) rmp 分离规则)
- (6)  $A \rightarrow B, B \rightarrow C, A \vdash C$
- (7)  $A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
- (8)  $A \rightarrow B \vdash (B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C)$
- (9)  $(A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C))$

(3)

- (1)  $(A \rightarrow B) \rightarrow A$  (假设)
- (2)  $\neg A \rightarrow A$  ((1) 定理 18)
- (3)  $(\neg A \rightarrow A) \rightarrow A$  (定理 9)
- (4)  $A$  ((2)(3) rmp 分离规则)
- (5)  $(A \rightarrow B) \rightarrow A \vdash A$
- (6)  $((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A$

(4)

- (1)  $\neg(A \rightarrow B)$  (假设)
- (2)  $B$  (假设)
- (3)  $\neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$  (定理 6)
- (4)  $(\neg A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow (\neg(A \rightarrow B) \rightarrow \neg\neg A)$  (定理 14)
- (5)  $\neg(A \rightarrow B) \rightarrow \neg\neg A$  ((3)(4) rmp 分离规则)
- (6)  $\neg\neg A \rightarrow A$  (定理 10)
- (7)  $\neg(A \rightarrow B) \rightarrow A$  ((5)(6) 定理 8)
- (8)  $A$  ((1)(7) rmp 分离规则)
- (9)  $\neg(A \rightarrow B), B \vdash A$
- (9)  $\neg(A \rightarrow B) \vdash B \rightarrow A$
- (9)  $(\neg(A \rightarrow B)) \rightarrow (B \rightarrow A)$

2.

(1)

- (1)  $(\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow (B \rightarrow A)$  (公理 3)
- (2)  $B \rightarrow ((\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow A)$  (定理 2)
- (3)  $A \rightarrow ((\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow A)$  (公理 1)
- (4)  $\neg\neg A \rightarrow A$  (定理 10)
- (5)  $\neg\neg A \rightarrow ((\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow A)$  ((4)(3) 定理 8)
- (6)  $(\neg A \rightarrow B) \rightarrow ((\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow A)$  ((2)(5) 定理 18)

(2)

- (1)  $B \rightarrow (\neg A \rightarrow B)$  (公理 1)
- (2)  $(\neg A \rightarrow B) \rightarrow ((\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow A)$  (公理 3)
- (3)  $B \rightarrow ((\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow A)$  ((1)(2) 定理 8)
- (4)  $(\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow (B \rightarrow A)$  (定理 2)