

算法设计与分析第二章作业

姓名		班级		学号	
第 1 题					
第 2 题					
第 3 题					
第 4 题					
第 5 题					
总分					
备注	作业提交截止时间： <u>2023-09-18 日 24:00</u> ，超过提交截至时间的作业视为无效。作业提交邮箱： 23S151073@stu.hit.edu.cn 作业文件名命名方式： <u>第 x 章-x 班-姓名-学号</u> （例，第 1 章-1 班-张三-2018054000.doc）； 邮件主题为： <u>第 x 章作业, x 班, 姓名, 学号</u> （例，第 1 章作业, 1 班, 张三, 2018054000）。缺少这些信息的作业将被酌情扣分。				

1、设 $f(n) = \sum_{i=1}^n i^2$ ，证明： $f(n)$ 是 $\Theta(n^3)$ （该题考察函数的阶，15 分）

2、给出下列各式中 $T(n)$ 的渐近上下界，其中 $T(1)=1$ ，尽可能保证给出的界限是紧的，并验证给出的答案。（该题考察求递归方程的上下界，20 分）

(1) $T(n) = T(n/2) + n$

(2) $T(n) = 2T(n/2) + n \log n$

3、证明下面的不等式对于所有正整数 n 成立：（该题考察和式的界限，20 分）

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} > \ln(n + 1)$$

4、考虑递归方程 $T(n) = 2T(n/2) + n^2$ ，其中 $T(1) = 1$ 。使用递归树方法求解递归方程并证明结果。（该题考察递归方程和递归树，20 分）

5、请绘制递归树，并利用替换法来证明递归式 $T(n) = T(n/3) + T(2n/3) + cn$ 的解是 $\Omega(n \log n)$ ，其中 c 是一个常数。（该题考察递归方程，25 分）