振动与波动

第一章：机械振动

第二章：机械波

§3 波的衍射

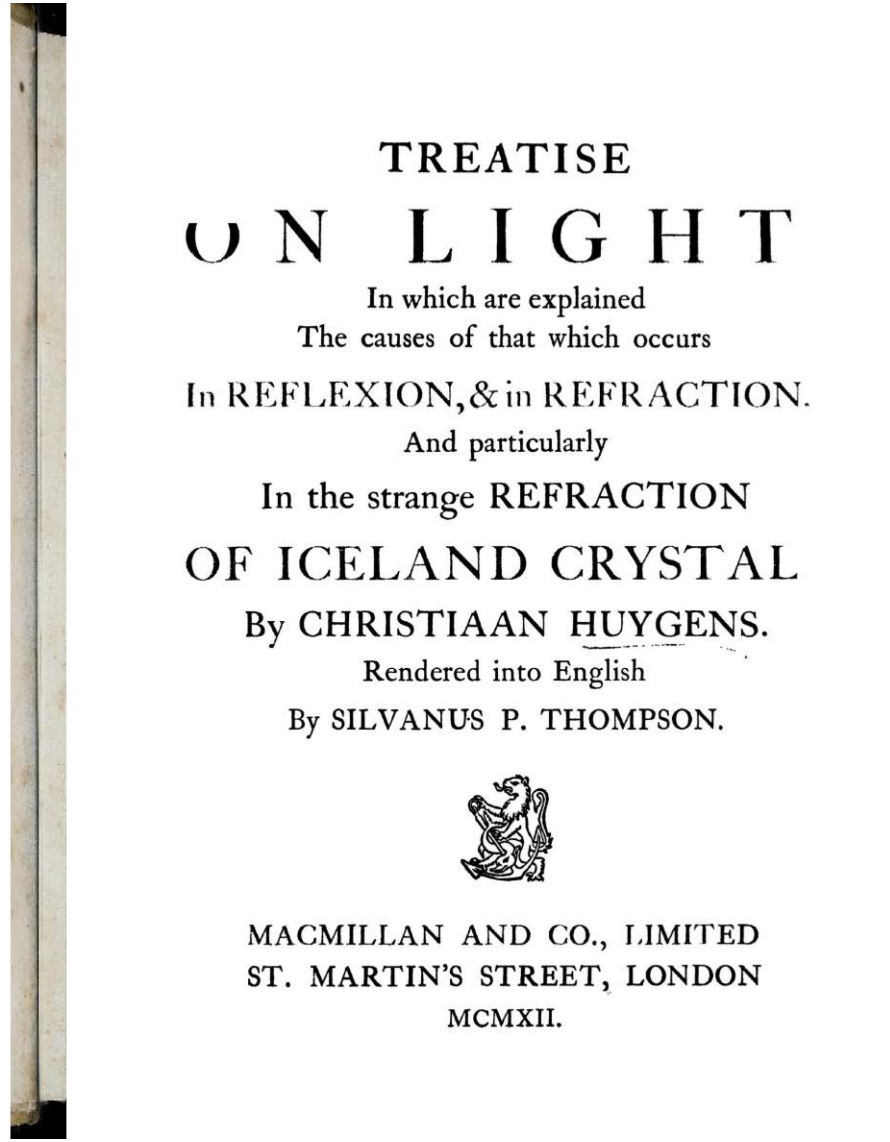
一、惠更斯原理

- 1678年惠更斯提出的惠更斯原理，利用简洁的作图法定性解决了波的传播问题。

  波动传播到的任一点都可以看成是产生次级子波的波源，在其后的某一时刻，这些次级子波的包迹（包络线）就决定了新的波阵面。

- 在研究光的衍射等问题时，菲涅尔利用叠加的概念对惠更斯原理做了重要发展，称惠更斯－菲涅尔原理。

克里斯蒂安·惠更斯(1629-1695, 荷兰物理学家、天文学家、数学家)，历史上最著名的物理学家之一，对力学的发展和光学的研究都有杰出的贡献，在数学和天文学方面也有卓越的成就，是近代自然科学的一位重要开拓者。



TREATISE

ON LIGHT

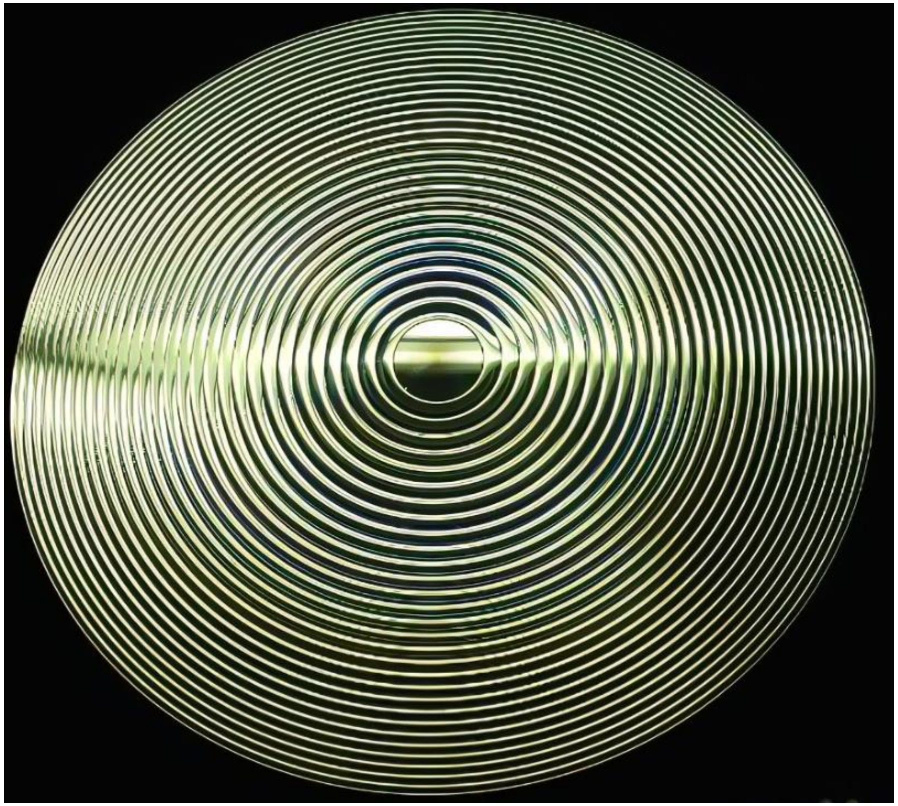
In which are explained
The causes of that which occurs
In REFLEXION, & in REFRACTION.
And particularly
In the strange REFRACTION
OF ICELAND CRYSTAL

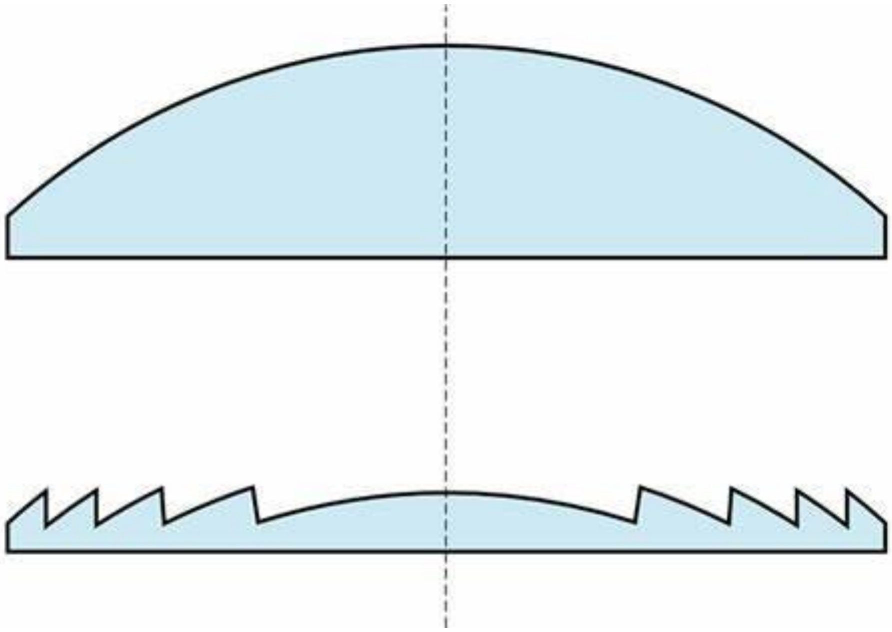
By CHRISTIAAN HUYGENS.
Rendered into English
By SILVANUS P. THOMPSON.

MACMILLAN AND CO., LIMITED
ST. MARTIN'S STREET, LONDON
MCMXII.

1690年《**光论**》(Traite de la Lumiere)

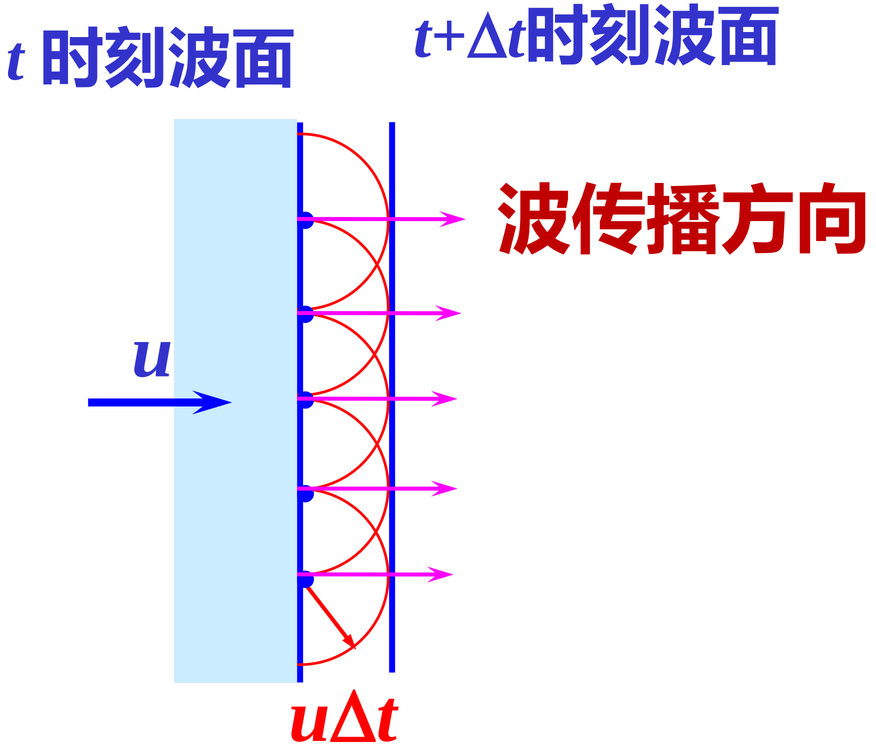
奥古斯汀-让·菲涅尔（Augustin-Jean Fresnel，1788-1827），法国物理学家，在衍射和偏振方面做出了巨大的贡献，被称为物理光学的缔造者。

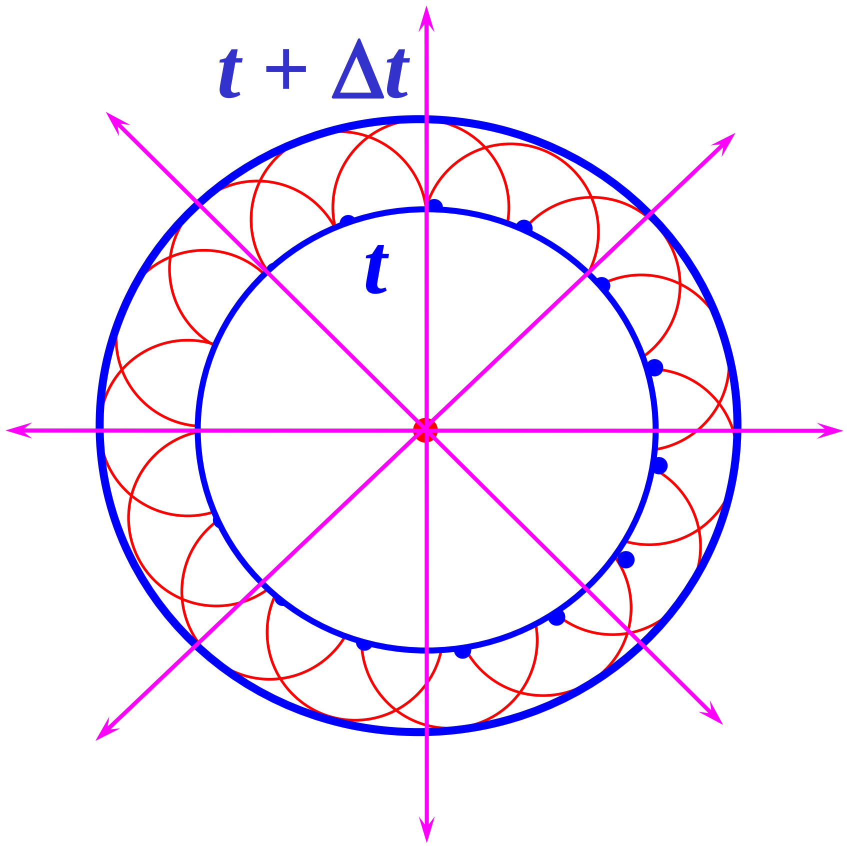




惠更斯原理：

波动传播到的任一点都可以看成是产生次级子波的波源，在其后的某一时刻，这些次级子波的包迹（包络线）就决定了新的波阵面。

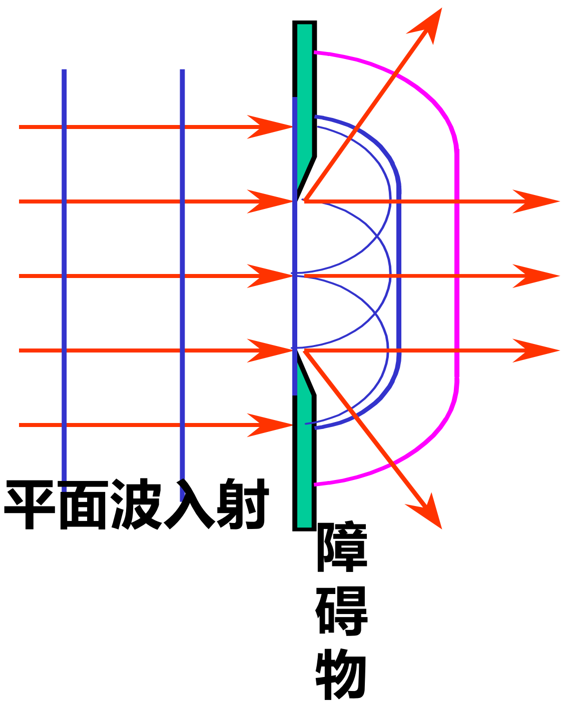


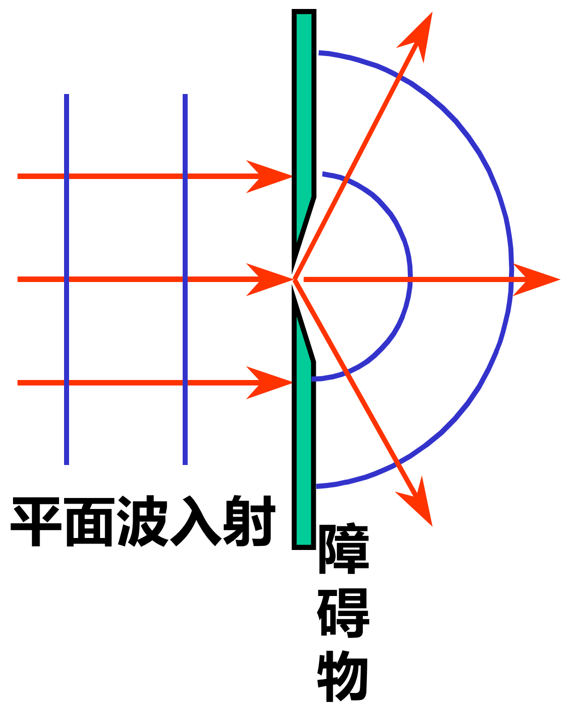


二、波的衍射

衍射——波传播遇到障碍物时，发生偏离原来直线传播方向的现象。（波面破损或畸变）

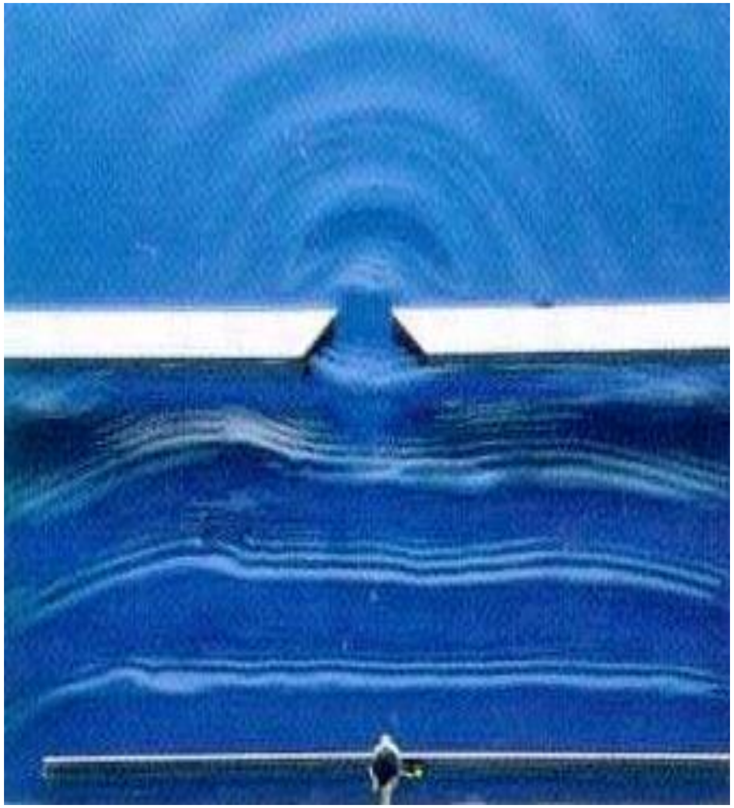
- **衍射是波动的直接证据之一**
- **一切波动都具有衍射现象**



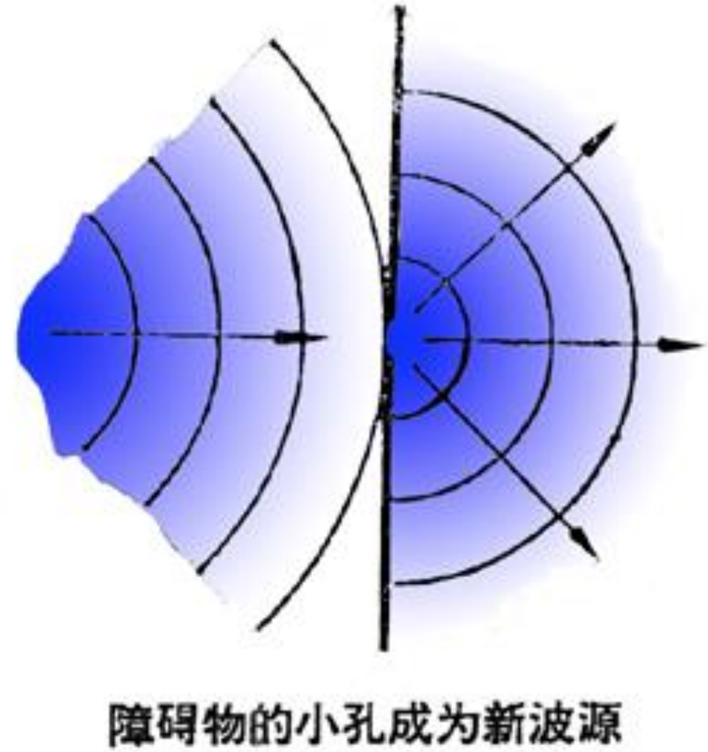


平面波经小孔衍射成球面波

衍射是否明显决定于障碍物（包括孔、缝）的线度与波长的比较。对一定波长的波： 线度小的障碍物衍射现象明显； 线度大的障碍物衍射现象不明显。



水波通过窄缝时的衍射



§4 波的干涉

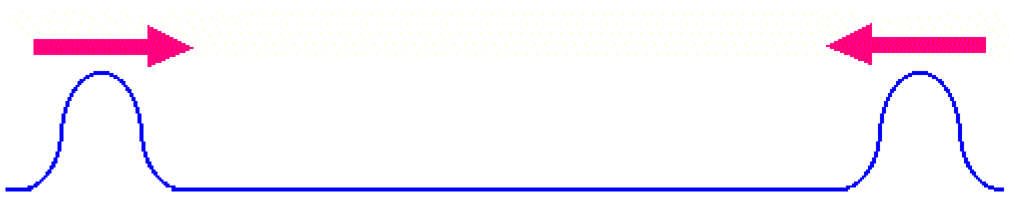
一.波的独立传播原理与波的叠加原理

波的独立传播原理：

——几列波同时在一介质中传播，每列波都将独立地保持自己原有的特性传播，就象在各自的路程中，没有遇到其它波一样，这称为波传播的独立性。

波的叠加原理：

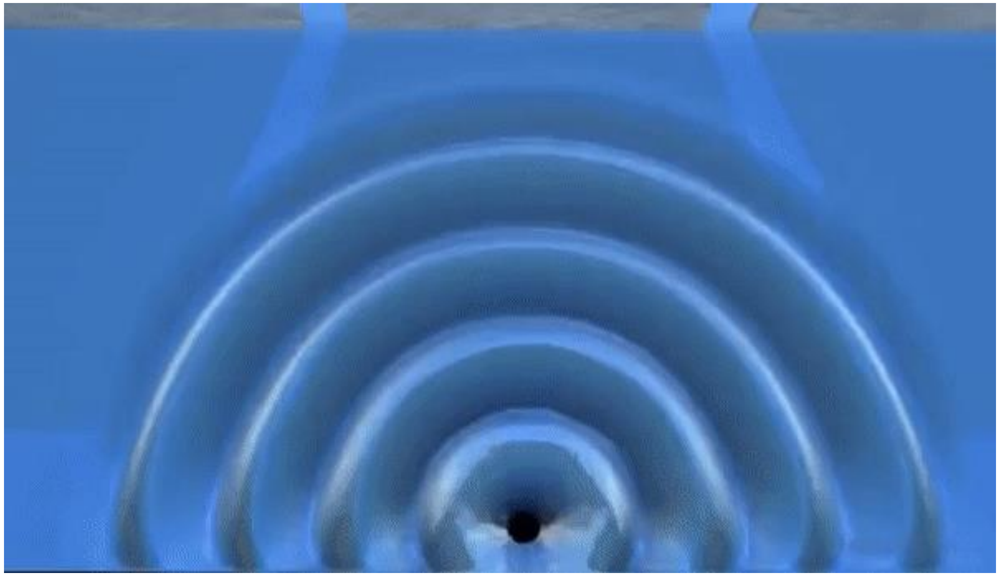
——在波相遇的区域内，任一点的合振动是各列波在该点分振动的矢量和。



二、波的干涉

1. 干涉现象

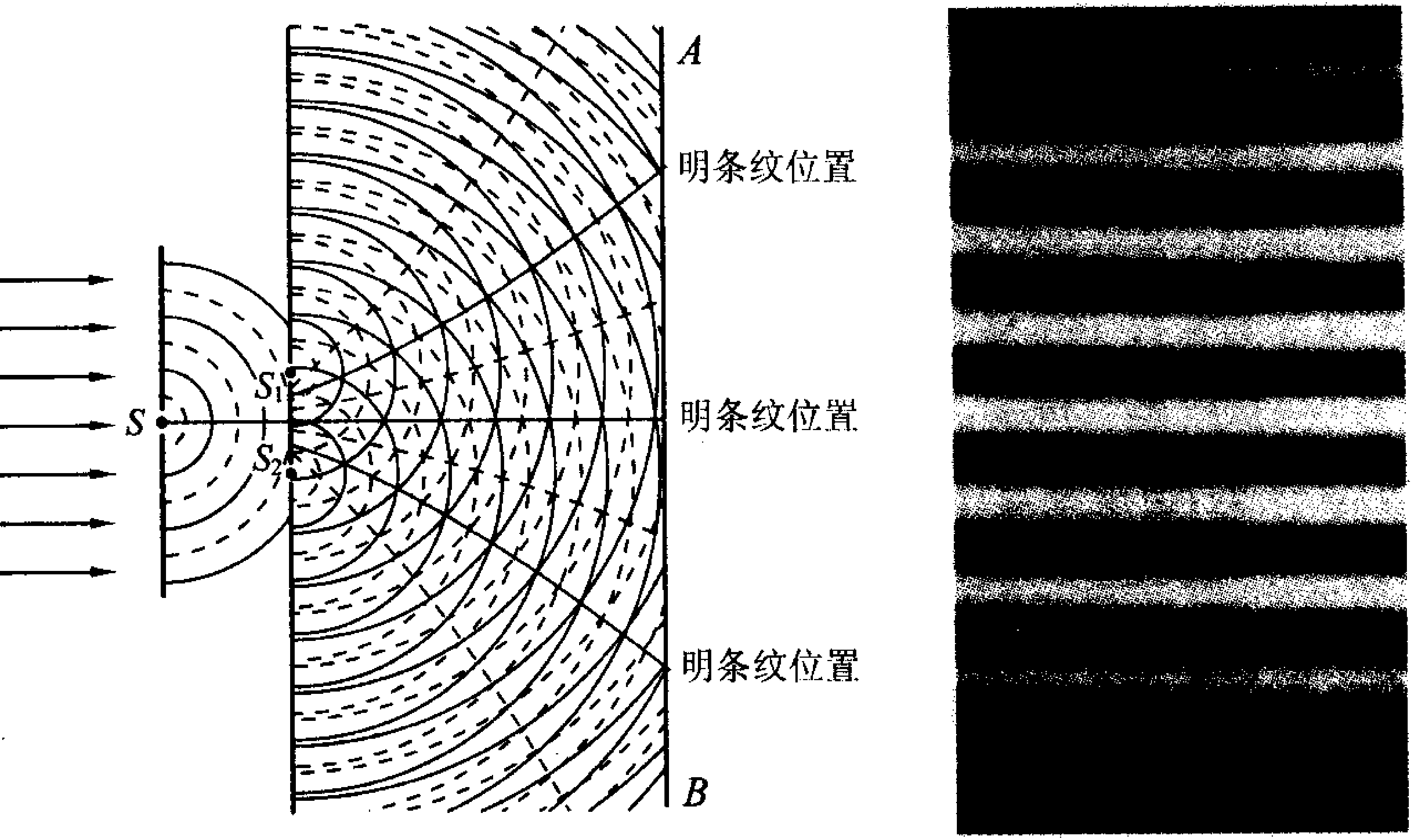
——满足一定条件的两列波相遇时，某些点的振动始终加强，某些点的振动始终减弱的现象。



2. 相干条件

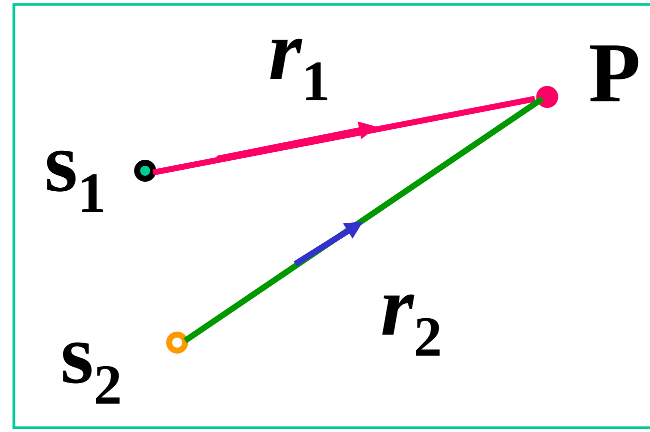
- 频率相同
- 振动方向相同
- 有恒定相位差

——满足相干条件的两列波称为**相干波**；



(a) (b)

3. 相干波的干涉



相干波源 s_1 和 s_2 振动方程：

$$y_{10} = A_{10}\cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$y_{20} = A_{20}\cos(\omega t + \varphi_2)$$

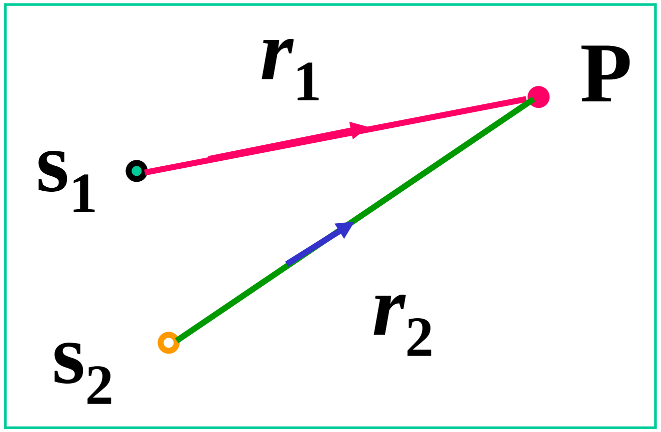
P 点振动方程

$$y_1 = A_1\cos\left(\omega t + \varphi_1 - \frac{2\pi}{\lambda} r_1\right) \qquad y_2 = A_2\cos\left(\omega t + \varphi_2 - \frac{2\pi}{\lambda} r_2\right)$$

$$\therefore y = y_1 + y_2 = A\cos(\omega t + \varphi)$$

式中 $$\varphi = tg^{-1}\frac{A_1\sin\left(\varphi_1 - \frac{2\pi}{\lambda} r_1\right) + A_2\sin\left(\varphi_2 - \frac{2\pi}{\lambda} r_2\right)}{A_1\cos\left(\varphi_1 - \frac{2\pi_1}{\lambda} r_1\right) + A_2\cos\left(\varphi_2 - \frac{2\pi}{\lambda} r_2\right)}$$

$$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\Delta\varphi}$$



$$\Rightarrow I=I_1+I_2+2\sqrt{I_1I_2}\cos\Delta\varphi$$

相位差 $\Delta\varphi=\varphi_1-\varphi_2+\dfrac{2\pi}{\lambda}\left(r_2-r_1\right)$

讨论：

（1） $\Delta\varphi=\pm 2n\pi$ $n=0,1,2......$

$A=A_1+A_2$ **相干波干涉加强**

（2） $\Delta\varphi=\pm\left(2n+1\right)\pi$ $n=0,1,2......$

$A=\left|A_1-A_2\right|$ **相干波干涉减弱**

（3）若 $\varphi_2 = \varphi_1$ 则 $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$

波程差：$\Delta r = r_2 - r_1$ $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta r$

（i） $\Delta\varphi = \pm 2n\pi$ $\Delta r = \pm n\lambda$ $n=0,1,2\ldots\ldots$

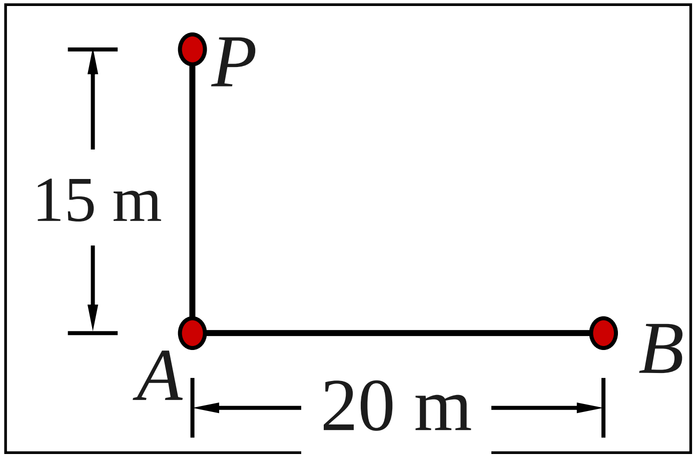
$A = A_1 + A_2$ 相干波干涉加强

（ii）$\Delta\varphi = \pm(2n+1)\pi$

$\Delta r = \pm(2n+1)\frac{\lambda}{2}$ $n=0,1,2\ldots\ldots$

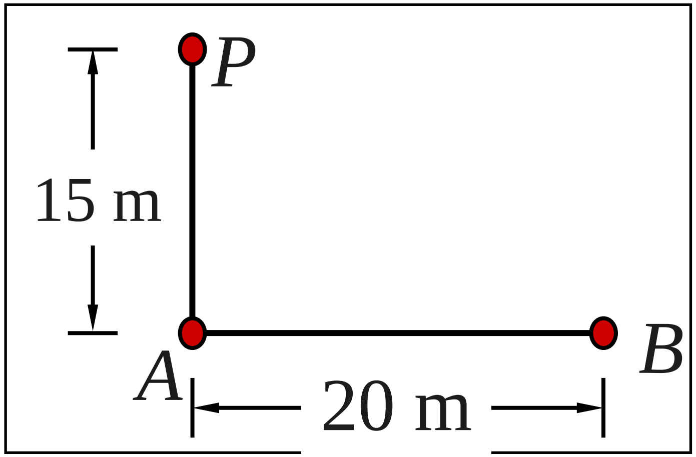
$A = |A_1 - A_2|$ 相干波干涉减弱

例 如图所示，A、B 两点为同一介质中两相干波源.其振幅皆为5 cm，频率皆为100 Hz，但当点 A 为波峰时，点B 恰为波谷.设波速为$10\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$，试写出由$A$、$B$发出的两列波传到点$P$ 时干涉的结果.



解 $BP=\sqrt{15^2+20^2}=25$

$$\lambda=\frac{u}{\nu}=\frac{10}{100}=0.10$$



设 A 的相位较 B 超前

$$\varphi_A-\varphi_B=\pi$$

$$\Delta\varphi=(\varphi_B-2\pi\frac{BP}{\lambda})-(\varphi_A-2\pi\frac{AP}{\lambda})$$

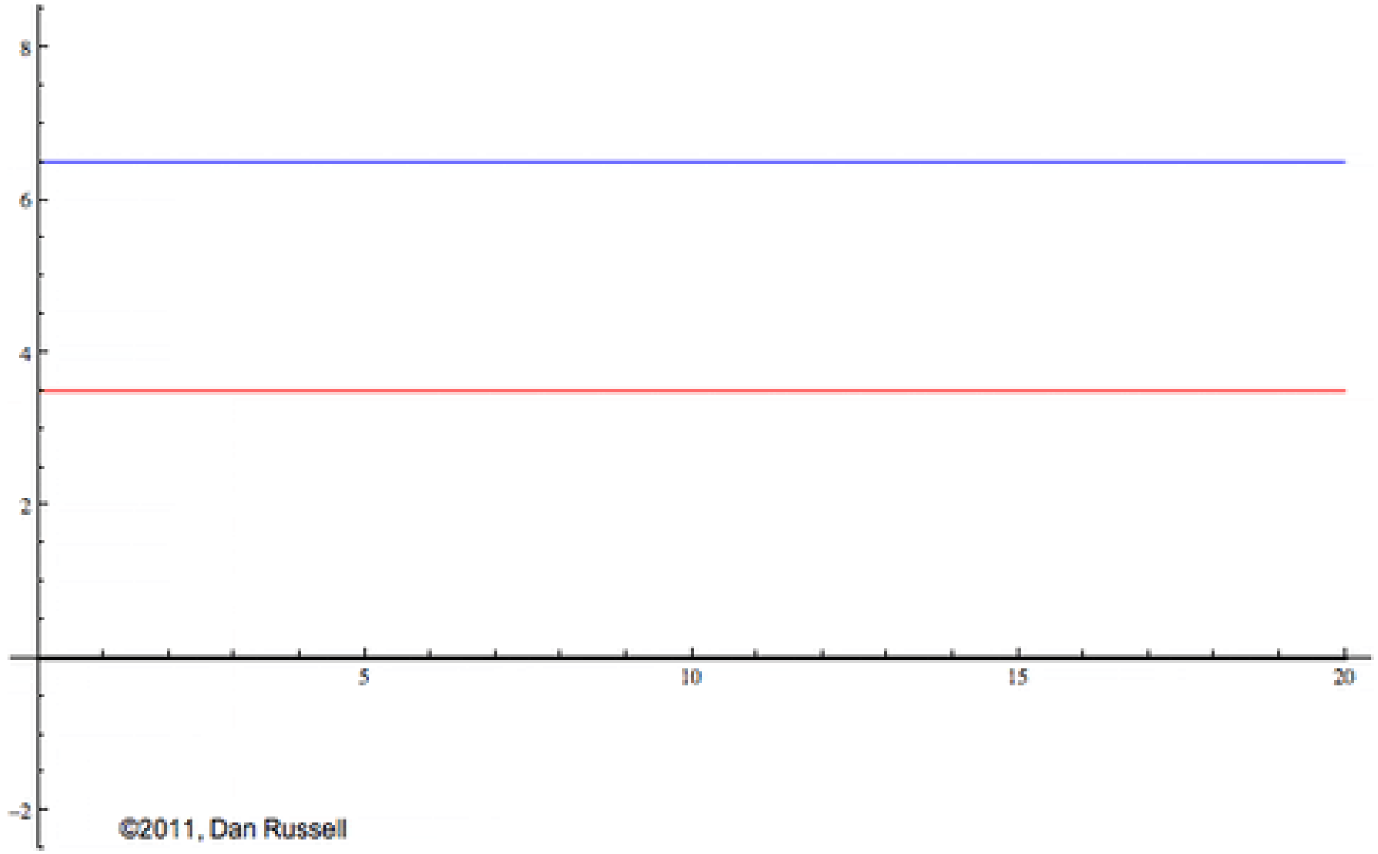
$$\Delta\varphi=\varphi_B-\varphi_A-2\pi\frac{BP-AP}{\lambda}=-\pi-2\pi\frac{25-15}{0.1}=-201\pi$$

点P 合振幅 $A=|A_1-A_2|=0$

三、驻波

1. 驻波的产生

两列相干波，振幅相同，传播方向相反（初位相为 0）叠加而成驻波



2. 驻波波动方程

$$y_1 = A\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right) \quad y_2 = A\cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

$$y = y_1 + y_2 \qquad y = \left(2A\cos\frac{2\pi}{\lambda}x\right)\cos\omega t$$

振幅 $A' = \left|2A\cos\frac{2\pi}{\lambda}x\right|$

1）当 $\cos\frac{2\pi}{\lambda}x = \pm 1$ $\quad A' = 2A$ 称为 波腹

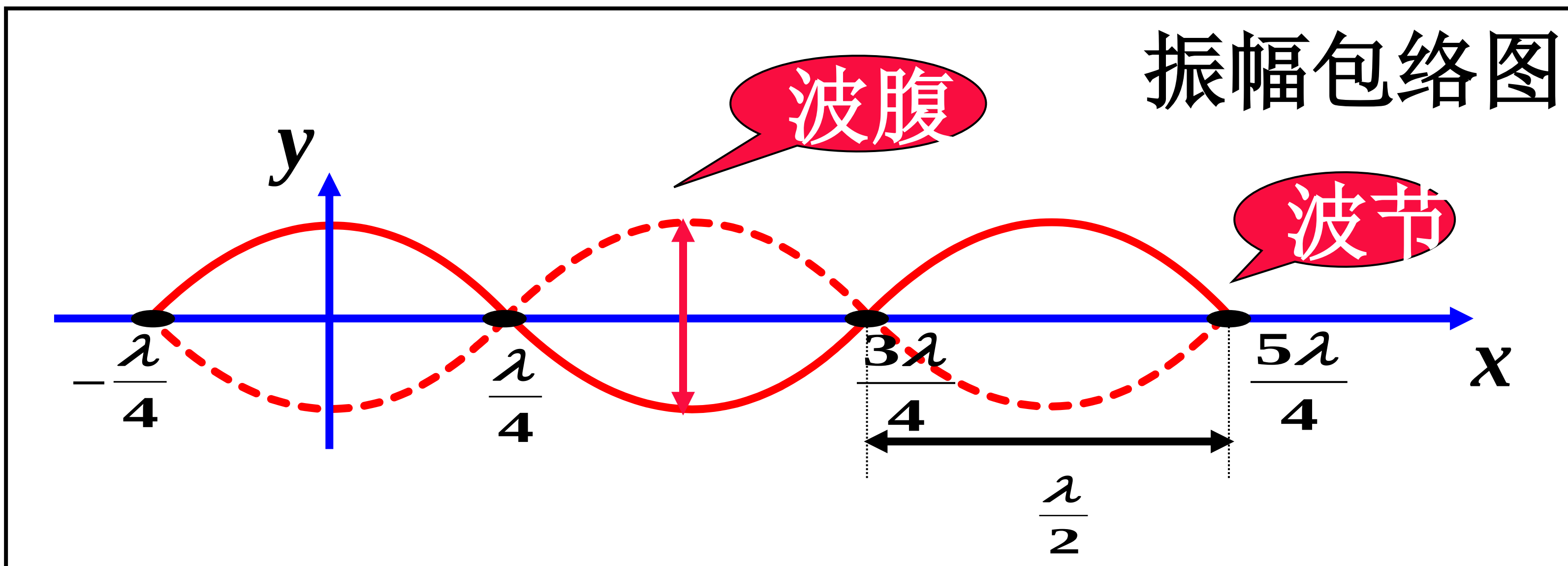
$\because \frac{2\pi}{\lambda}x = \pm n\pi$ $\therefore$波腹位置 $\quad x_{腹} = \pm 2n\frac{\lambda}{4}$

2）当 $\cos\frac{2\pi}{\lambda}x = 0$ $\quad A' = 0$ 称为 波节

$\because \frac{2\pi}{\lambda}x = \pm(2n+1)\frac{\pi}{2}$ $\therefore$波节位置 $\quad x_{节} = \pm(2n+1)\frac{\lambda}{4}$

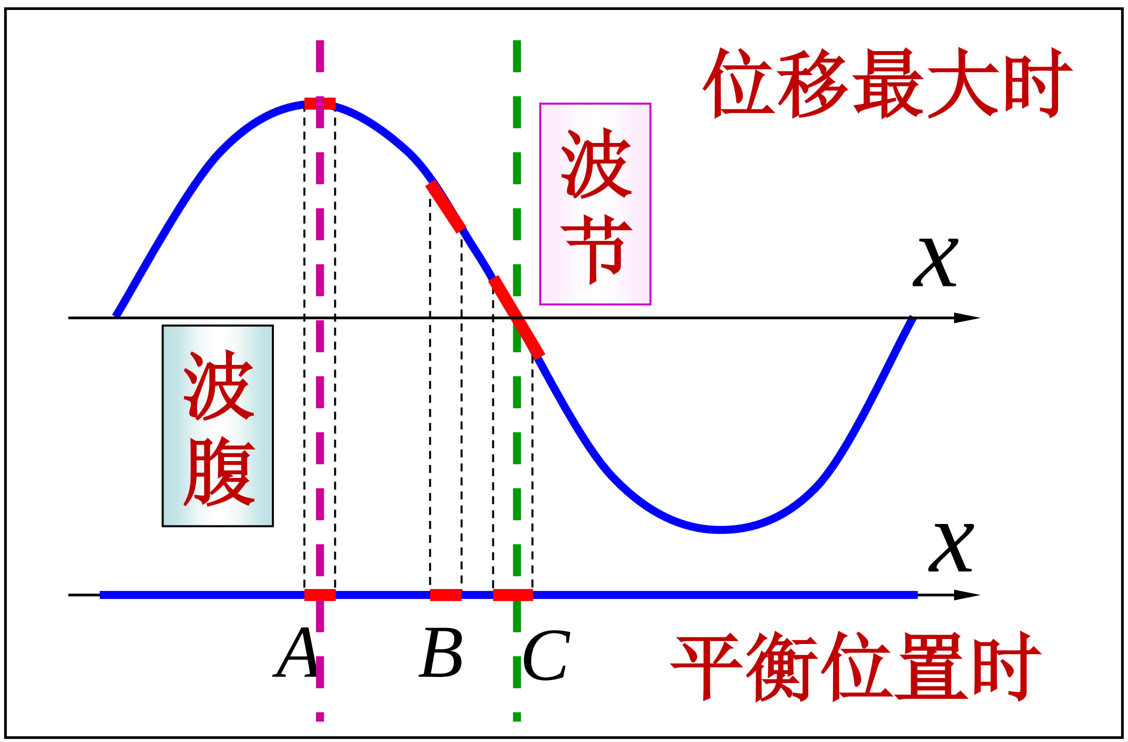
结论 有些点始终不振动, 有些点始终振幅最大.

- 相邻波腹（节）间距 $= \lambda/2$
- 相邻波腹和波节间距 $= \lambda/4$
- 相邻两波节间各点振动相位相同
- 一波节两侧各点振动相位相反



**驻波的能量

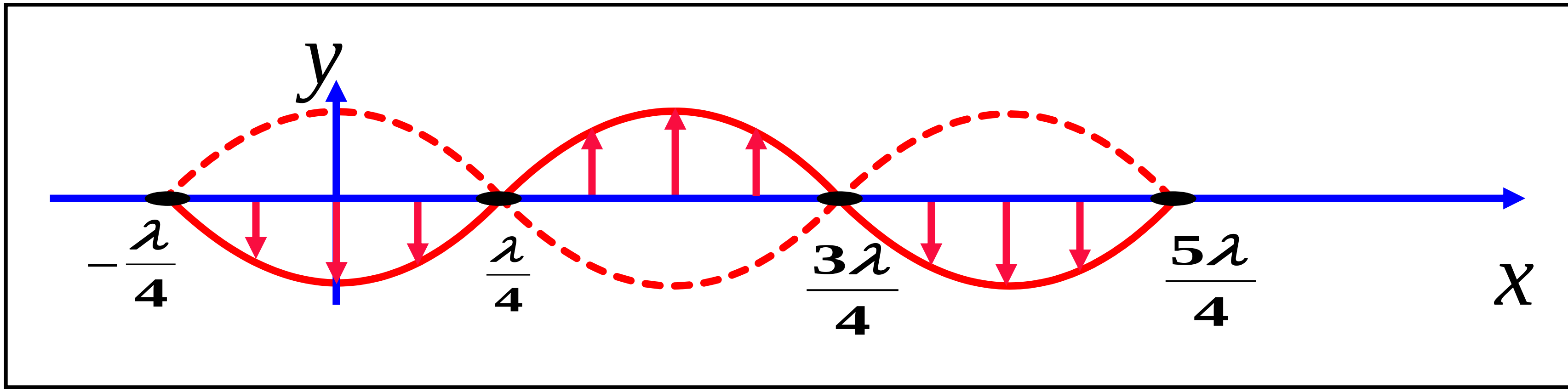
驻波的能量在相邻的波腹和波节间往复变化，在相邻的波腹和波节间发生动能和势能间的转换，动能主要集中在波腹，势能主要集中在波节，但无能量的定向传播。



$$\mathrm{d}E_{\mathrm{p}} \propto \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2$$

$$\mathrm{d}E_{\mathrm{k}} \propto \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2$$

四、半波损失



边界条件

驻波一般由入射、反射波叠加而成，反射发生在两介质交界面上，在交界面处出现波节还是波腹，取决于介质的性质.

介质分类

波疏介质，波密介质

ρu ——波阻大：波密；波阻小，波疏

1. 半波损失定义

——入射波在两种介质分界面处反射时，反射波相对入射波在分界面处有相位π的突变，相当于波程差了半个波长，把这种入射波在界面反射时发生的现象称为半波损失。

2. 波密介质与波疏介质

机械波：介质的密度与波速乘积(ρu)较大的介质被称为波密介质，较小的介质被称为波疏介质。

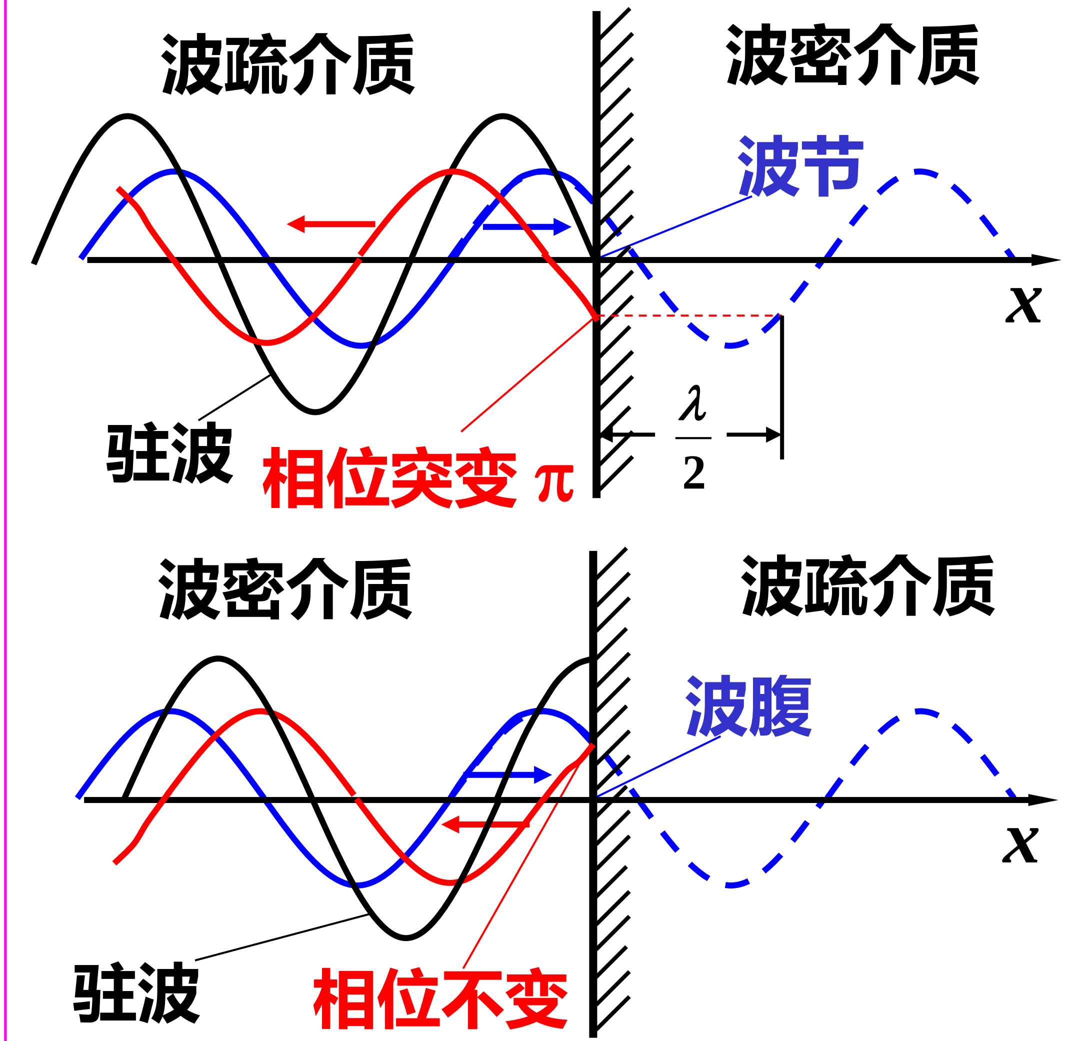
光（电磁波）：

光传播速度较小的介质被称为光密介质，光传播速度较大的介质被称为光疏介质。

3. 产生半波损失的条件

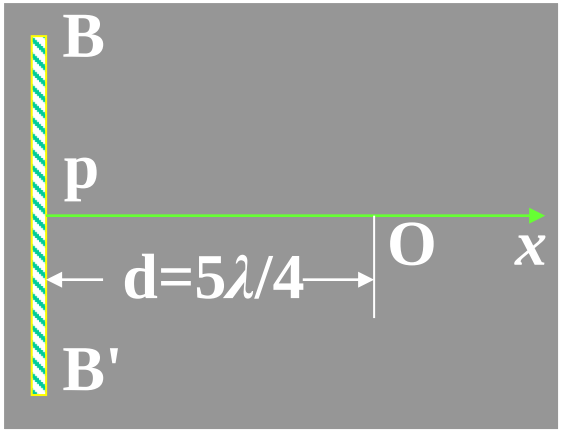
➢波从波疏介质垂直入射到波密介质界面反射时，有半波损失，此时在界面出现波节。

➢当波从波密介质入射到波疏介质界面反射时，无半波损失，此时在界面出现波腹。



例题2: 如图所示，波源位于O处，由波源向左右两边发出振幅为A**，角频率为**ω**，波速为**u**的简谐波。若波密介质的反射面BB' 与点 O 的距离为 $d=5\lambda/4$, 试讨论合成波的性质。

解: 设 O 为坐标原点，向右为正方向。



自 O 点向右的波： $y_1(x,t)=A\cos(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}x)$

自 O 点向左的波： $y_2(x,t)=A\cos(\omega t+\frac{2\pi}{\lambda}x)$

反射点 p 处入射波引起的振动：

$$y_{2p}(t)=A\cos\left[\omega t+\frac{2\pi}{\lambda}(-\frac{5}{4}\lambda)\right]=A\cos(\omega t-\frac{\pi}{2})$$

反射波在 p 点的振动（有半波损失）：

$$y_{3p}(t)=A\cos(\omega t+\pi-\frac{\pi}{2})=A\cos(\omega t+\frac{\pi}{2})$$

$$y_1(x,t)=A\cos(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}x) \qquad y_2(x,t)=A\cos(\omega t+\frac{2\pi}{\lambda}x)$$

$$y_{3p}(t)=A\cos(\omega t+\pi-\frac{\pi}{2})=A\cos(\omega t+\frac{\pi}{2})$$

反射波的波函数

$$y_3(x,t)=A\cos\left[\omega(t-\frac{x+5\lambda/4}{u})+\frac{\pi}{2}\right]=A\cos(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}x-\frac{2\pi}{\lambda}\frac{5\lambda}{4}+\frac{\pi}{2})$$

$$y_3(x,t)=A\cos(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}x)$$

在 $-\frac{5\lambda}{4}\le x\le 0,\quad y_2$ 与 y_3 叠加为驻波：

$$y=y_2+y_3=A\cos(\omega t+\frac{2\pi}{\lambda})+A\cos(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda})$$

$$y=2A\cos(\frac{2\pi}{\lambda}x)\cos\omega t$$

在 $x>0$, y_1 和 y_3 合成为简谐波：

$$y(x,t)=y_1+y_3=2A\cos(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}x)$$