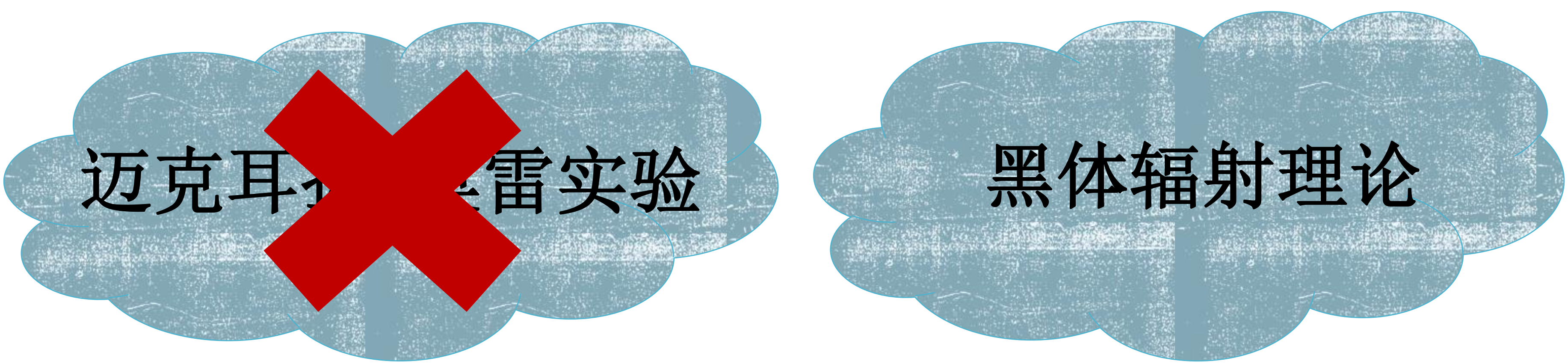
量子力学基础

19世纪末的物理学

从伽利略开始，物理学发展到19世纪末，经典力学、电磁学、光学、热力学被麦克斯韦形成统一的理论——于是，19世纪末的许多物理学家认为，当时的他们几乎已经知晓了物理学全部知识，包括物质与能量的相互作用，物体运动的规律等等，至少在理论上，他们几乎可以解释全部的物理现象，除了两个与光学相关的现象——“两朵乌云”。

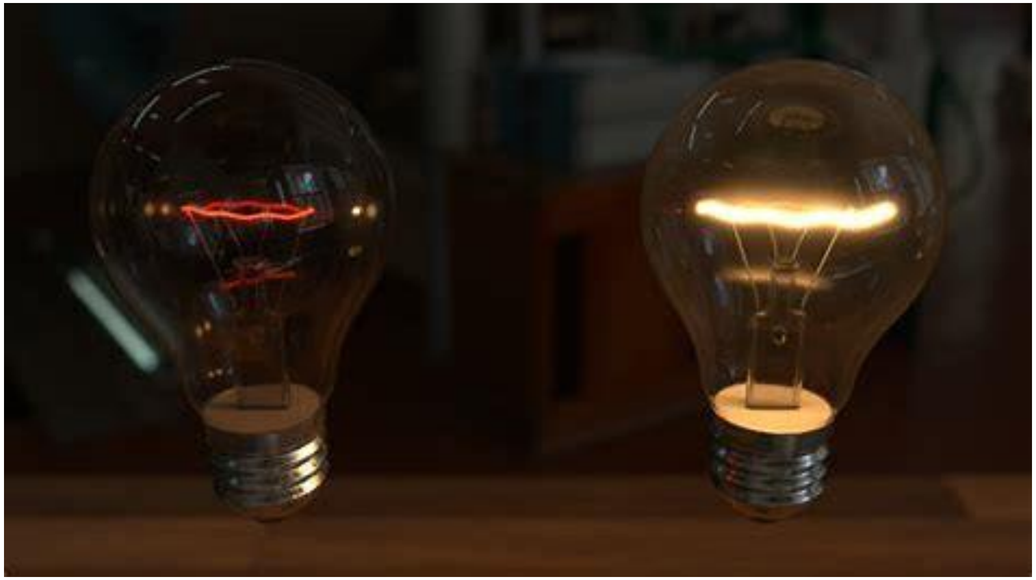


§ 1 黑体辐射 普朗克量子化假设

热辐射的基本概念

（白炽灯）灯泡为什么会发光？

19世纪中期，人们开始利用给电阻丝通电的方式将电阻丝加热到一定温度后让电阻丝（当时一般用钨丝）发光，从而形成照明光源。



热辐射：

物体发出的各种电磁波的能量按频率（波长）的分布随温度而不同的电磁辐射现象。

温度：分子平均动能

温度是用于衡量分子平均动能的物理量。在通常的热力学定义中，分子平均动能与温度之间的关系为：

$$E_k = \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} kT$$

其中 $k = 1.380649 \times 10^{-23}\ \mathrm{J \cdot K^{-1}}$ 为玻尔兹曼常数

灯泡为什么会发光?

当给白炽灯中的钨丝两端通电后，受到电场的激发，钨丝中的一些电子将在原子核附近快速地振动起来。电子振动的加快代表着电子平均动能，即温度的增加。而电子的运动亦代表着电场的变化，电场的变化代表着电磁波的产生与传播——即电磁辐射。因此，当物质处于热平衡状态时，可以用一个温度来描述物质的状态，而物体所辐射出的电磁波特性，仅仅与这个温度相关。

对热辐射的初步认识

1.任何物体任何温度($T\neq 0$)均存在热辐射

2.热辐射谱是连续谱

3.热辐射谱与温度有关

20瓦的白炽灯	200瓦的白炽灯
昏黄色	特别亮 刺眼

黑体（black body）

黑体：在任何温度，能吸收一切外来的电磁辐射

注意：1）黑体是理想化的模型，实际中的物体的吸收比总是小于1

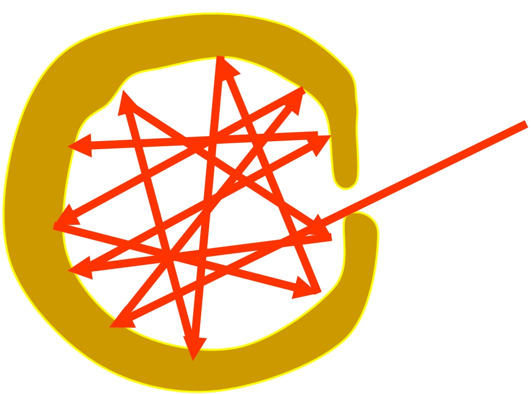
抛光的铜镜表面：$\alpha = 0.02$

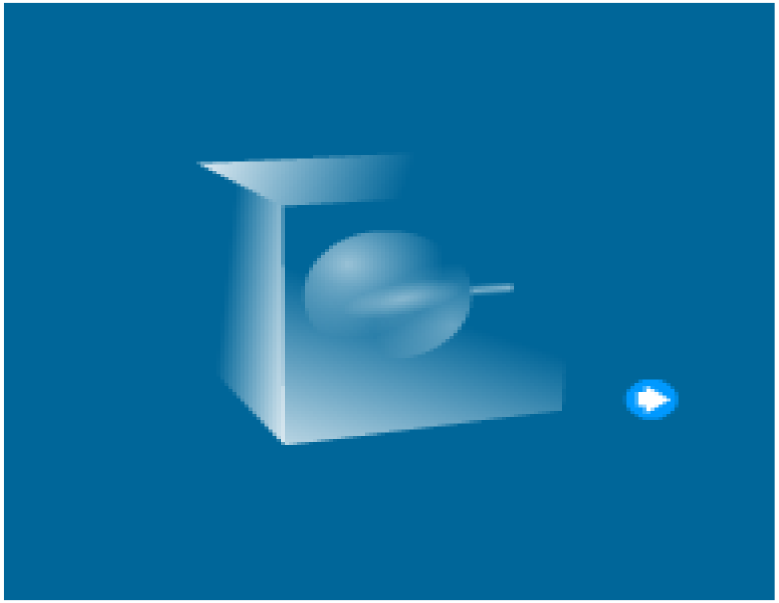
一般金属表面：$\alpha = 0.6 - 0.8$

煤烟：$\alpha = 0.95 - 0.98$

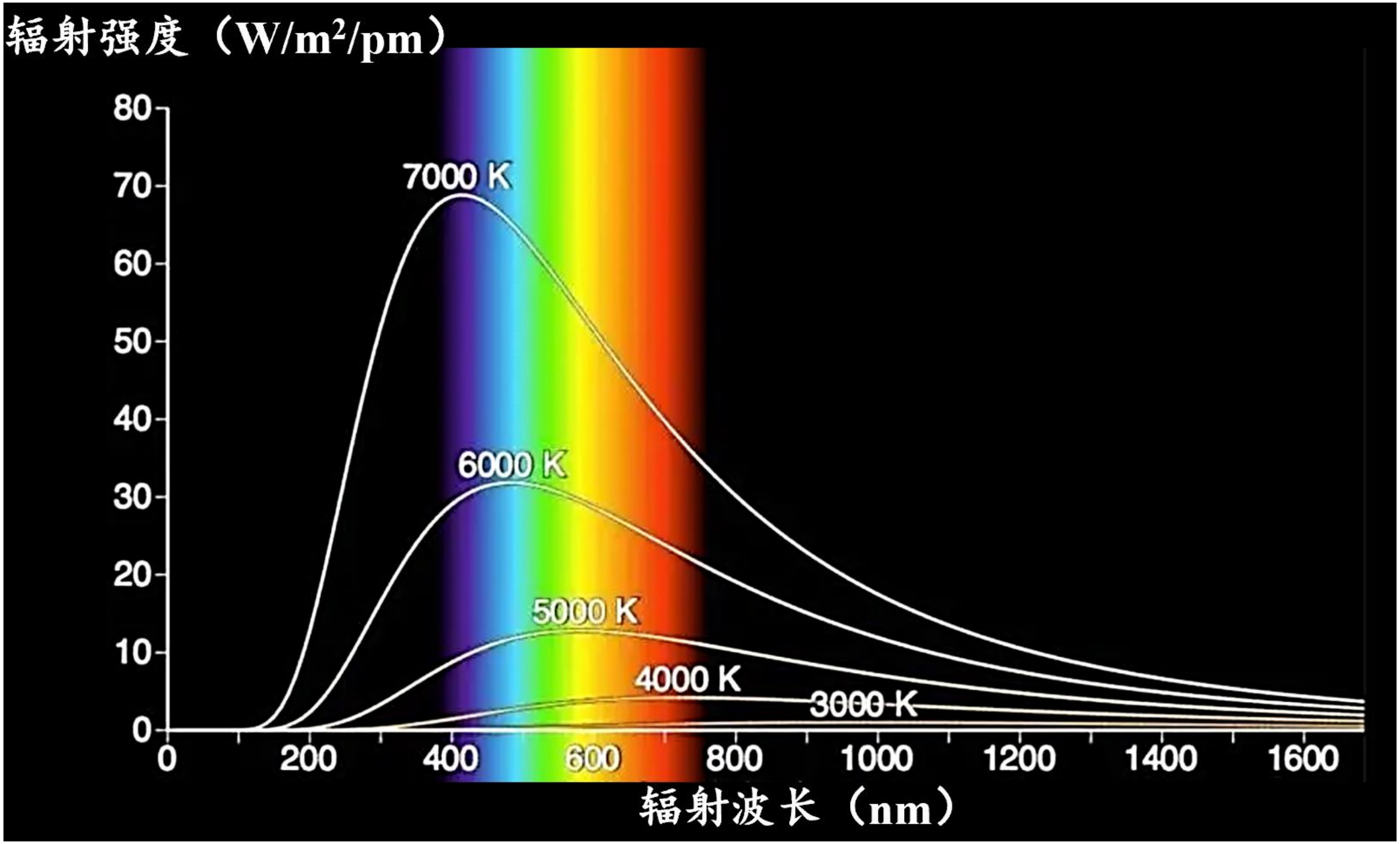
$$\alpha(\lambda, T) = \frac{\text{吸收的电磁波能量}}{\text{入射的电磁波能量}}$$

2）一个开有小孔的内表面粗糙的空腔可近似看成理想的黑体。





19世纪后期，在实验室中，一些物体的黑体辐射光谱已经很容易得到了——因此热的固态物体会产生连续光谱，其光谱仅由物体的温度决定这条定律也得到了实验的验证。



1) 辐射出射度 (辐出度) —— $M(T)$

单位时间内从物体表面单位面积上所辐射出来的各种波长（频率）电磁波能量的总和

2) 单色辐射出射度（单色辐出度）

单位波长（或频率）单位时间内从物体表面单位面积上辐射的电磁波能量

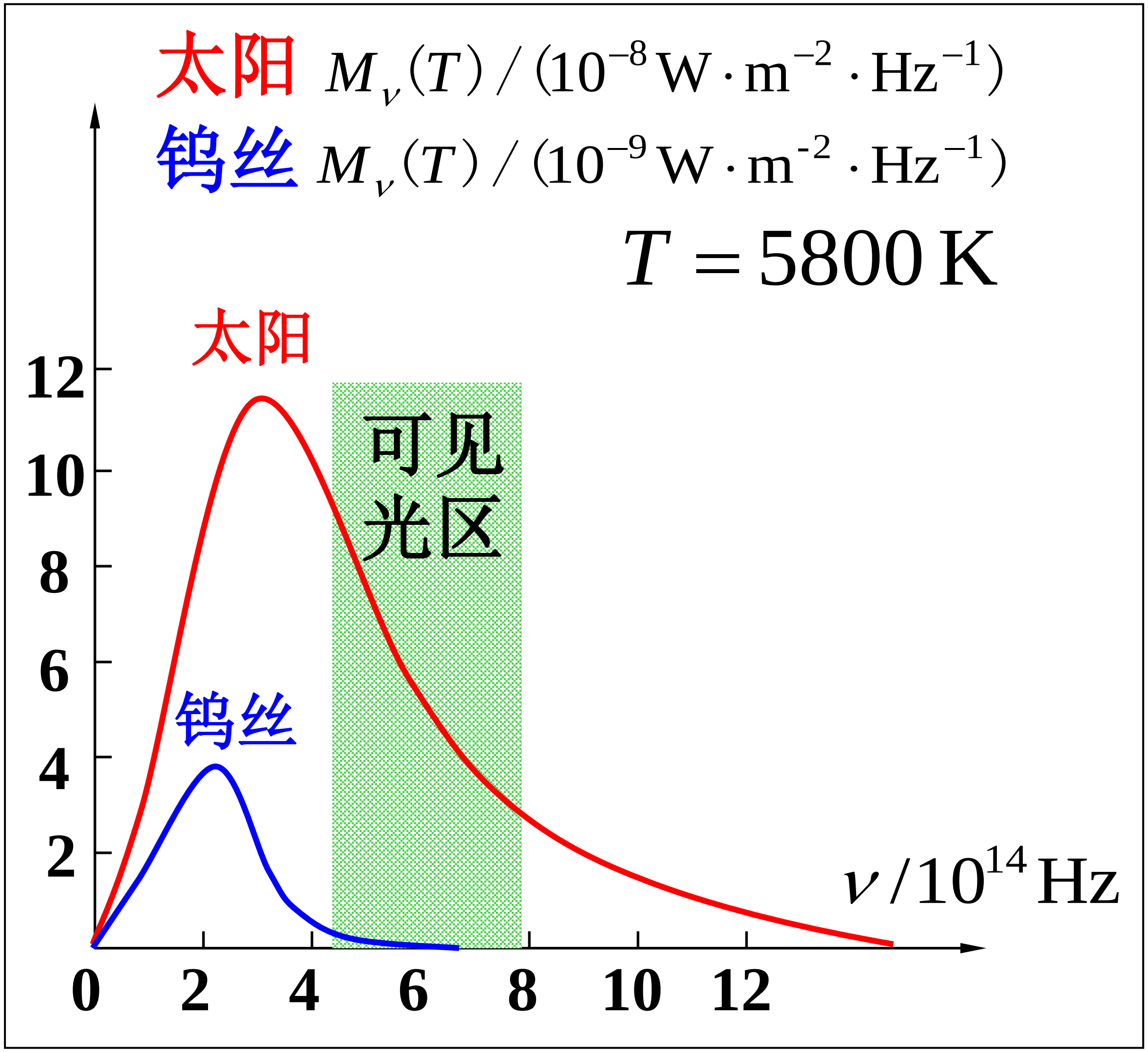
$M_\nu(T)$ 单位：$\mathrm{W \cdot m^{-2} \cdot Hz^{-1}}$

$M_\lambda(T)$ 单位：$\mathrm{W \cdot m^{-3}}$

$$M(T) = \int_0^\infty M_\nu(T)\mathrm{d}\nu \qquad M(T) = \int_0^\infty M_\lambda(T)\mathrm{d}\lambda$$

$$M_\nu(T) = \frac{\mathrm{d}M(T)}{\mathrm{d}\nu} \qquad M_\lambda(T) = \frac{\mathrm{d}M(T)}{\mathrm{d}\lambda}$$

钨丝和太阳的单色辐出度曲线

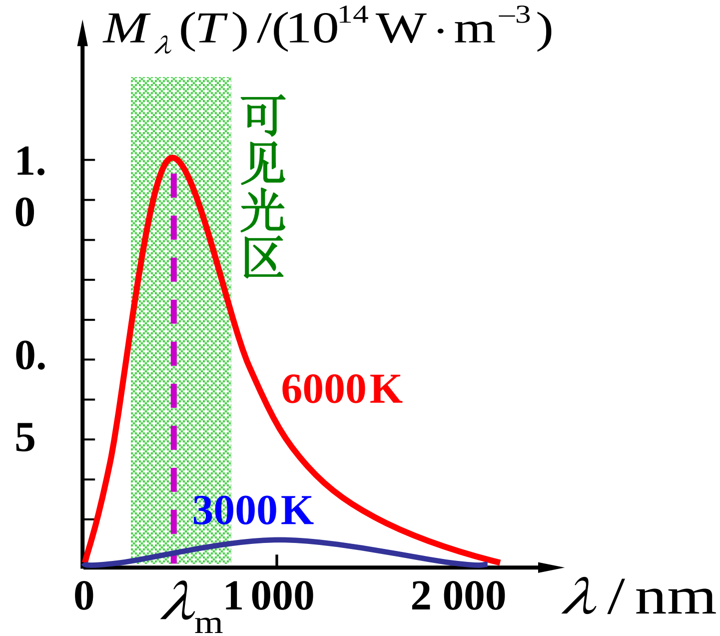


1）斯特藩—玻耳兹曼定律

$$\boxed{M(T)=\int_0^{\infty} M_{\lambda} d\lambda=\sigma T^{4}}$$

斯特藩常数

$$\sigma=5.67051\times 10^{-8} W/m^{2}K^{4}$$



2）维恩位移定律

黑体辐射出的光谱中辐射最强的波长 λ_m 与黑体温度 T 之间满足关系

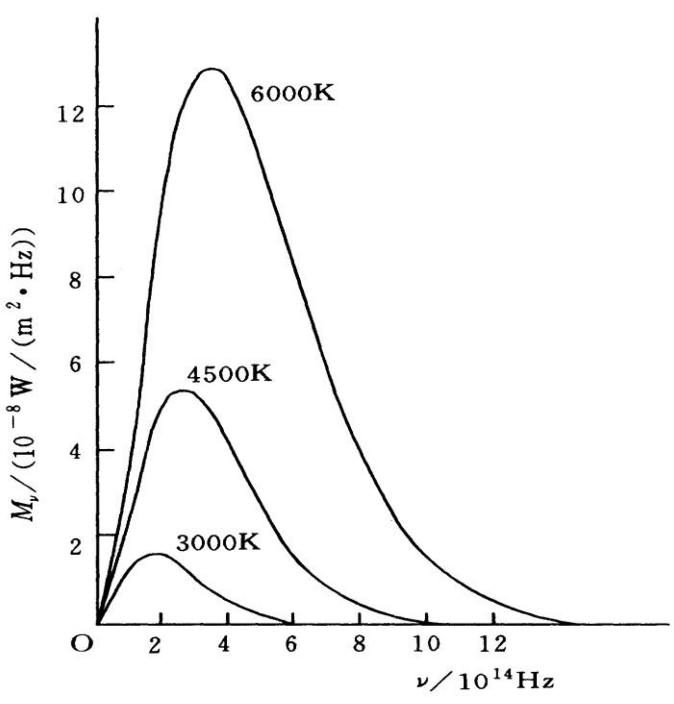
$$\boxed{\lambda_m T=b}$$

或

$$\boxed{\nu_m=C_{\nu}T}$$

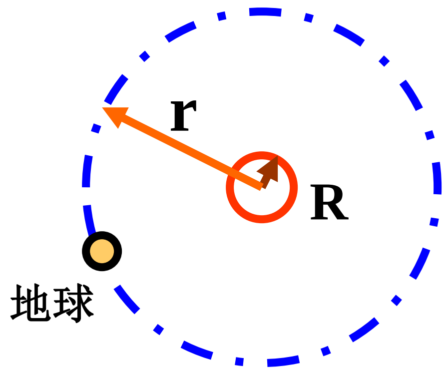
维恩常数 $b=2.897756\times 10^{-3} m\cdot K$

$$C_{\nu}=5.880\times 10^{10} Hz/K$$



例： 地球上接受到太阳光的能量密度为 I_0=1.35 kW /m^2 , 试估计太阳表面温度。太阳与地球之间的平均距离 $r = 1.496\times10^{11}m$ 太阳半径为 $R = 6.960\times10^{8}m$

解： 太阳单位时间辐射能量为



$$4\pi R^2 M(T) = 4\pi r^2 I_0$$

$$\therefore M(T) = \frac{r^2 I_0}{R^2}$$

由 $M(T) = \sigma T^4$ 得 $\sigma T^4 = \dfrac{r^2}{R^2} I_0$

太阳与地球之间的平均距离为 $r = 1.496\times10^{11}m$

太阳半径为 $R = 6.960\times10^{8}m$

故太阳表面温度为 $T = (\dfrac{r^2 I_0}{\sigma R^2})^{\frac{1}{4}} = 5.76\times10^{3}(K)$

例： 当高炉的温度保持在 **2500K** 时，计算观察窗发出辐射最强的波长 λ_m。这个波长是否在可见光范围？如果用以维恩位移定律为依据的可见光范围的光测高温计来测量炉温，其测量范围是多少？

解： 由 $\lambda_m T = b$,

$$\therefore \lambda_m = \frac{b}{T} = \frac{2.879\times10^{-3}}{2.5\times10^{3}} = 1.16\times10^{-6}(m)$$

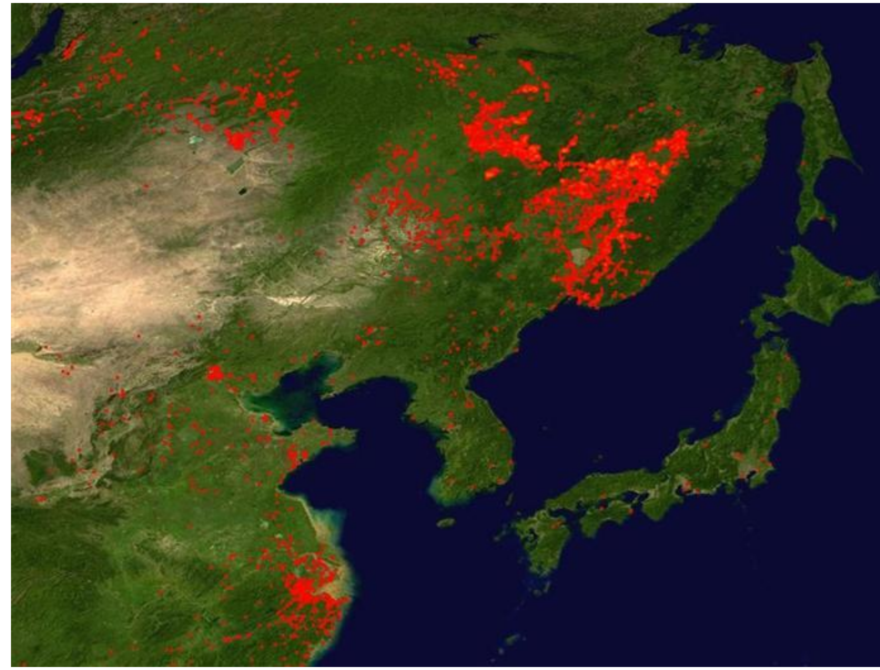
对在可见光范围 **390 ~760 nm** 的光：

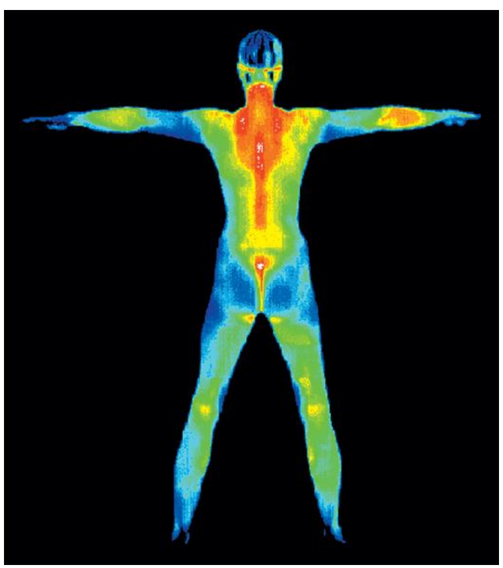
$$当\lambda_{m1} = 390nm,\ T_1 = \frac{b}{\lambda_{m1}} = 7.41\times10^{3}(K)$$

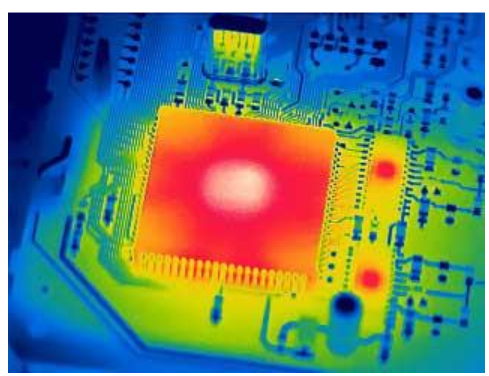
$$当\lambda_{m2} = 760nm,\ T_2 = \frac{b}{\lambda_{m2}} = 3.81\times10^{3}(K)$$

可测温度范围：$3.81\times10^{3}K \sim 7.41\times10^{3}K$

黑体辐射应用：遥感和红外追踪，高温比色测温仪，估算表面温度



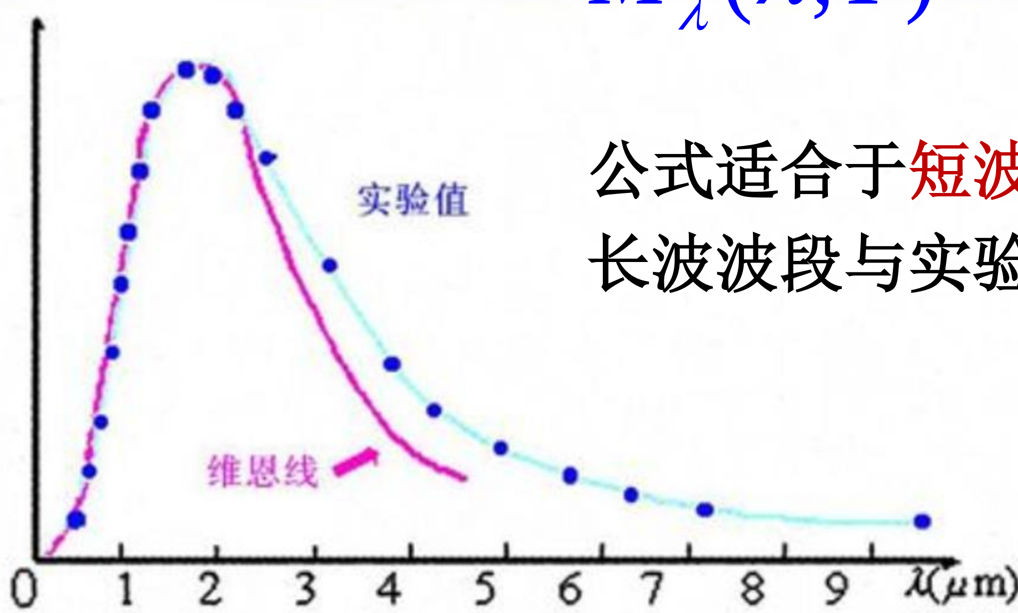




第二朵乌云：黑体辐射

然而物理学家们更想知道的是，在给定的温度下，每个波长下，黑体所辐射的光的能量，即给出每条曲线的具体公式。现在他们遇到了很大的麻烦：维恩根据他的实验结果，从数学出发，对曲线进行了拟合(1893)。他的公式在短波的情况下拟合得不错，但在长波的情况出现了较大的误差。

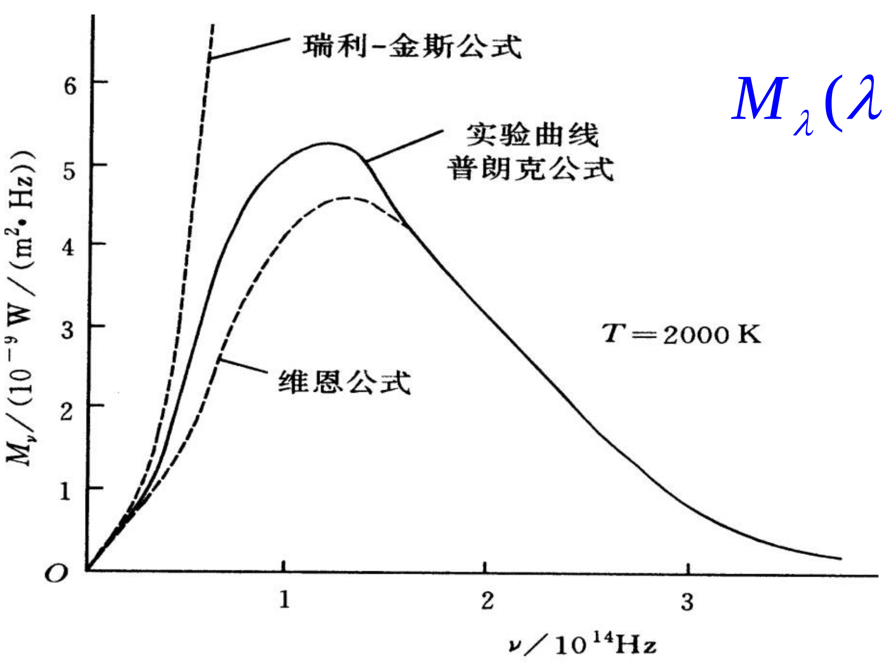
$$M_{\lambda}(\lambda,T)=\frac{\alpha c^{2}}{\lambda^{5}}\mathrm{e}^{-\beta c/\lambda T}$$



公式适合于短波波段，
长波波段与实验偏离。

第二朵乌云：黑体辐射

英国物理学家约翰·威廉·斯特拉特（**John William Strutt**，**Third Baron Rayleigh**，瑞利男爵三世）和詹姆斯·金斯根据经典的热力学原理推导出了瑞利-金斯公式(**1900, 1905**)，然而，当辐射光的频率（光的波长变短时）趋于无穷大时，他们的公式完全失效——这在当时被称为“紫外灾难”，开尔文所说的笼罩在热和光动力理论上空的“两朵乌云”中的其中一朵，也正是指拟合黑体辐射实验曲线时出现的问题。

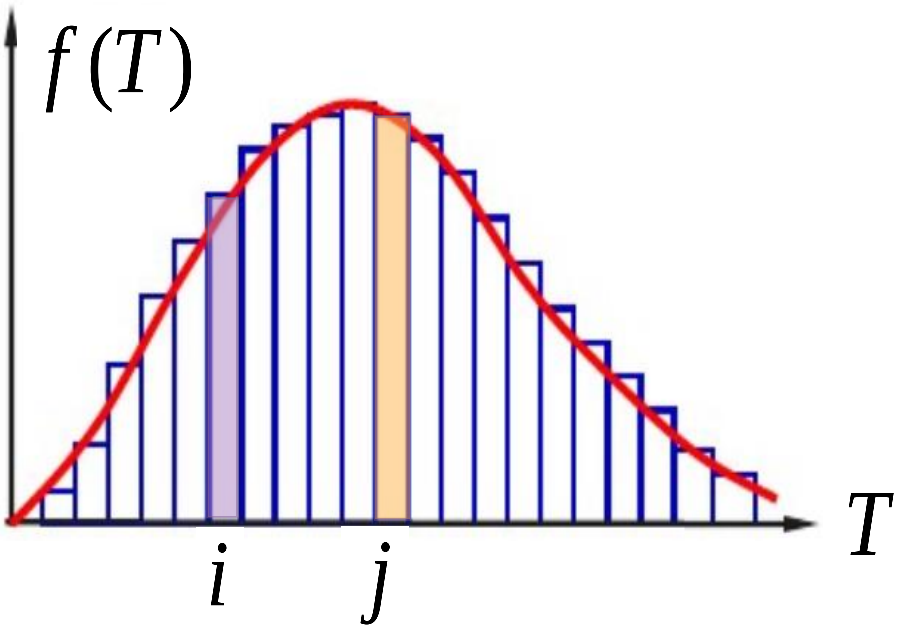


$$M_\lambda(\lambda,T)=\frac{2\pi c}{\lambda^4}kT \qquad M_\nu=\frac{2\pi\nu^2}{c^2}kT$$

公式只适用于长波段,
而在紫外区与实验不符,
——紫外灾难

**经典物理的困难

经典热力学中，麦克斯韦-玻尔兹曼分布早已给出了在某些假设条件下，给定系统的温度，在系统中发现的具有平均动能的粒子数的规律（即粒子具有某个温度的概率）：



$$\langle E \rangle = k_B T \qquad \sum_i N_i = N$$

$$\langle E_i \rangle = k_B T_i$$

$$\frac{N_i}{N_j} = e^{\frac{E_i - E_j}{k_B T}}$$

$$\langle E_j \rangle = k_B T_j$$

普朗克的假设

1900年，德国物理学家马克思·普朗克（Max Planck）为了得到与黑体辐射实验曲线一致的公式，不得不对微观系统中的谐振子模型做出如下假设：虽然金属中的电子还可以视为谐振子模型，但是，它吸收或者辐射电磁波时，不能像经典力学中的谐振子那样连续地吸收或者辐射能量，而必须以与振子频率成正比的能量子（quanta）为基本单元来吸收或者辐射能量。这个基本单元是：

$$\varepsilon = h\nu$$

其中*h*为普朗克常数：

$$h = 6.626067015 \times 10^{-34}\, J \cdot s$$

普朗克的假设：

在普朗克的假设下，视为谐振子的电子吸收或者发射的能量，只能等于这个能量子的整数倍，即：

$$E = nh\nu, n = 1, 2, 3......$$

那么，谐振子的平均能量也不再是 ***kT***，必须根据统计力学的原理做出修正：

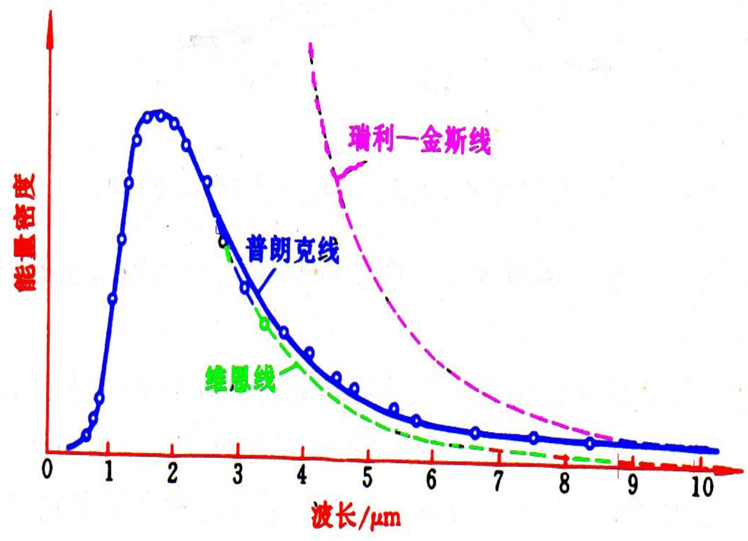
$$\langle E \rangle = k_B T \longrightarrow \langle E \rangle = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1}$$

普朗克黑体辐射公式

这样，再结合经典的统计力学原理，就可以得到几乎能够完美拟合黑体辐射曲线的普朗克黑体辐射公式：

$$M_\nu = \frac{2\pi\nu^2}{c^2}kT$$

$$\boxed{M_\nu(T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2}\frac{h\nu}{e^{h\nu/kT}-1}}$$

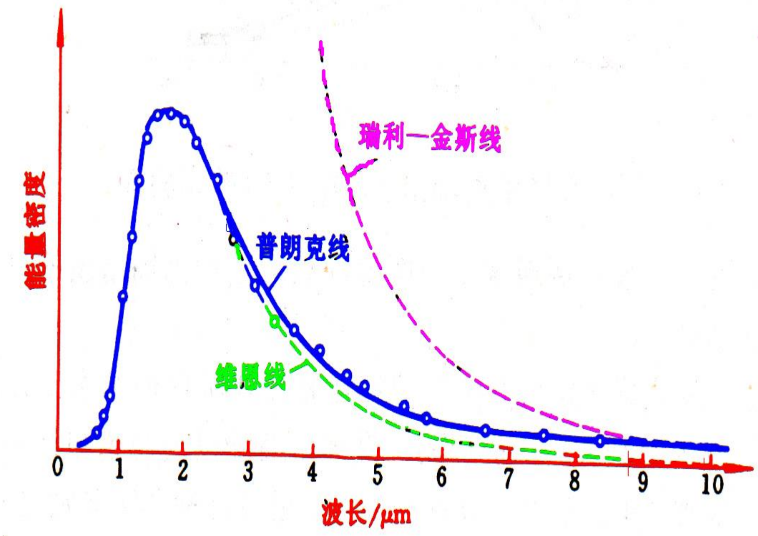


黑体辐射公式与实验曲线

普朗克黑体辐射公式

$$\boxed{M_{\nu}(T)=\frac{2\pi h}{c^{2}}\frac{\nu^{3}}{e^{h\nu/kT}-1}}$$

$$\boxed{M_{\lambda}(T)=\frac{2\pi hc^{2}}{\lambda^{5}}\frac{1}{e^{hc/k\lambda T}-1}}$$



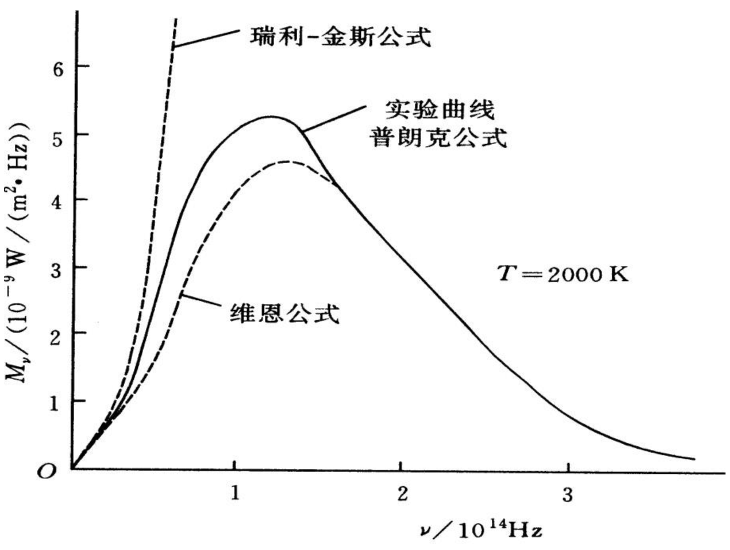
黑体辐射公式与实验曲线

基本物理思想：

物体发射或吸收电磁辐射只能以“量子”的形式进行，每个能量子能量为：

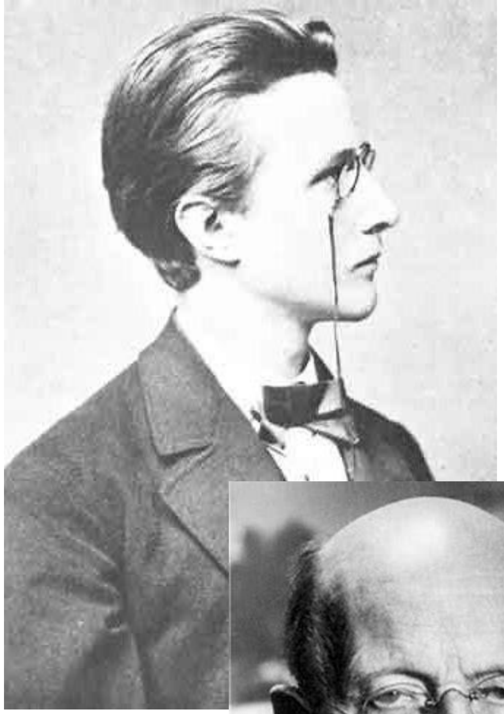
$$\varepsilon=h\nu$$

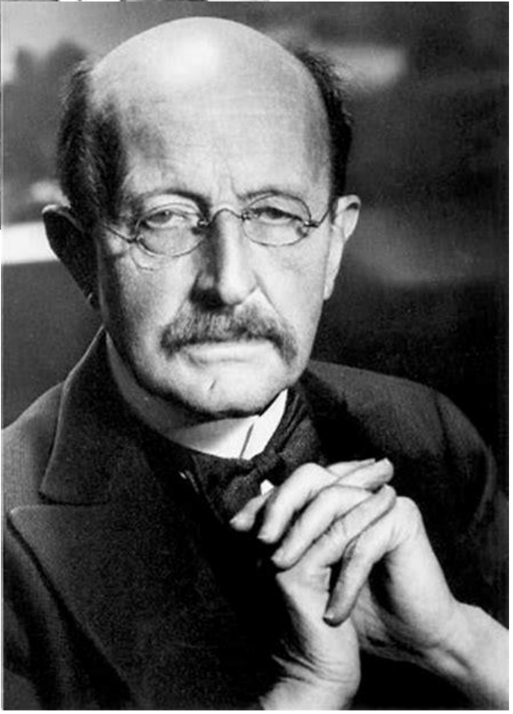
$$h=6.6260755\times10^{-34}\,J\bullet s$$



普朗克的假设——能量量子化

马克思·普朗克（1858-1947），德国理论物理学家，量子力学的奠基人之一。1900年12月14日，他在德国物理学会的圣诞年会上，宣读了以《关于正常光谱中能量分布定律的理论》为题的论文，提出了能量的量子化假设，这被认为是量子力学的开端。为了表彰普朗克在量子力学中贡献，他被授予1918年的诺贝尔物理学奖（[for] the services he rendered to the advancement of Physics by his discovery of energy quanta）。





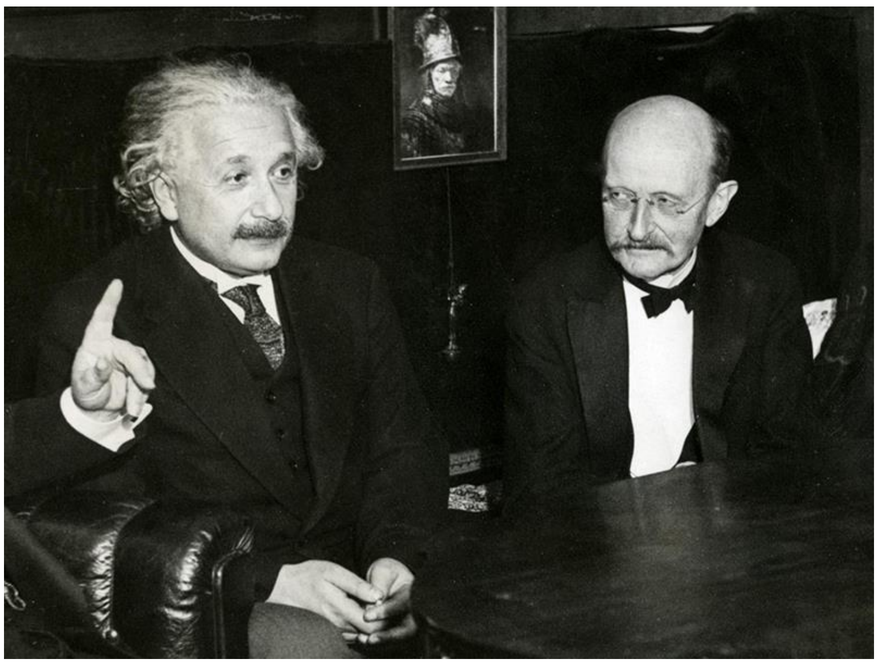
19-20世纪：量子力学的建立

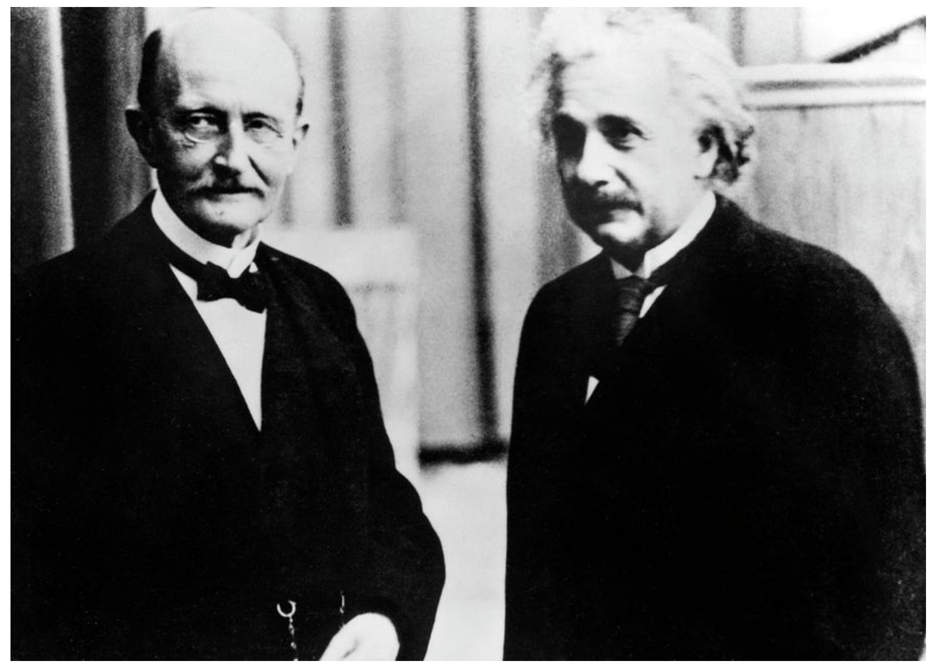
第一次索尔维会议于1911年秋天在布鲁塞尔举行，主席为德高望重的荷兰物理学家洛伦兹。主题为“辐射与量子”，通过物理学和量子力学的方法考察这一问题，著名参与者有庞加莱、玛丽·居里、爱因斯坦、普朗克等。

坐者（从左至右)：沃尔特·能斯特、马塞尔·布里渊、欧内斯特·索尔维、亨德里克·洛伦兹、埃米尔·沃伯格、让·佩兰、威廉·维恩、玛丽·居里、亨利·庞加莱。

站者（从左至右）：罗伯特·古德施密特、马克斯·普朗克、海因里希·鲁本斯、阿诺·索末菲、弗雷德里克·林德曼、莫里斯·德布罗意、马丁·克努森、弗里德里希·哈泽内尔、豪斯特莱、爱德华·赫尔岑、詹姆斯·金斯、欧内斯特·卢瑟福、海克·卡末林·昂内斯、阿尔伯特·爱因斯坦、保罗·朗之万。

与当时的洛伦兹类似，普朗克提出的能量量子化的假设虽然从理论上解决了困扰大家已久的“第二朵乌云”，但连普朗克自己都不愿意接受这个理论——他认为自己错了，因为这个理论把本来非常和谐的经典物理学弄得一团糟；甚至在爱因斯坦在他的启发下用光量子解释了光电效应的现象后，他的观点依然没有改变。直到后来玻尔解释了氢原子的光谱规律后，他才逐渐接受了这个观点。

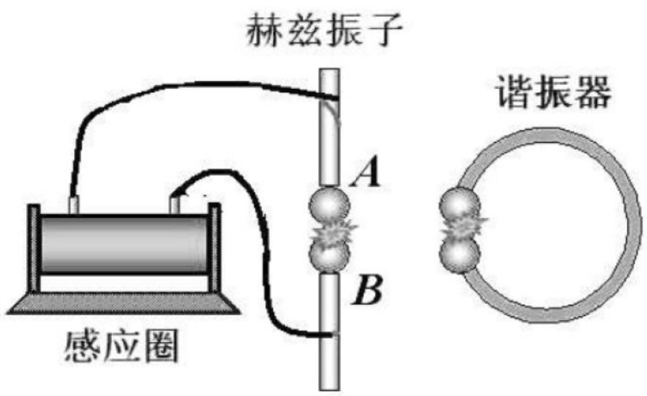




§2 光的波粒二象性

一、光电效应 爱因斯坦方程

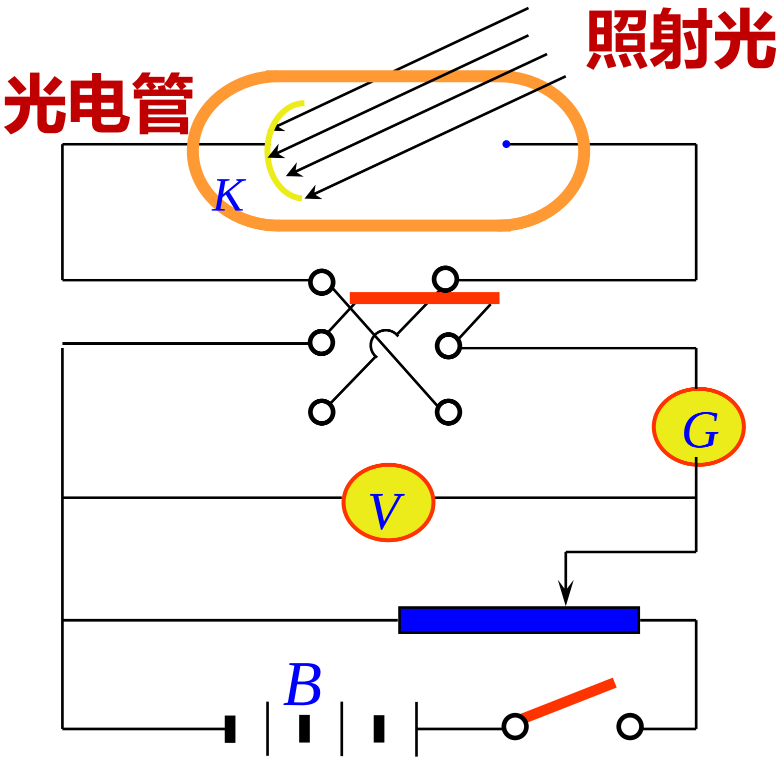
1887年赫兹的实验证实了麦克斯的预言。麦克斯韦理论奠定了经典动力学的基础，为无线电技术和现代电子通讯技术发展开辟了广阔前景。



赫兹在实验中发现，**紫外线对金属接收环的照射有助于电火花的产生**。他将这些实验结果发表于1887年的一期《物理年鉴》中（On an effect of ultra-violet light upon the electric discharge）。他没有对该效应做进一步的研究，但他的实验结果在当时引起了大量物理学家的注意。他们进行了一系列关于光波对于带电物体所产生效应的实验调查。

光电效应

一个简单的光电效应实验装置：两块平行金属板(电极）连接可变电压。光照射到其中一块金属板上，电子逸出后具有一定的速度，可以到达另一块金属板，从而形成电流。这时对其施加可变电场（电压），使电子加速或停止运动。

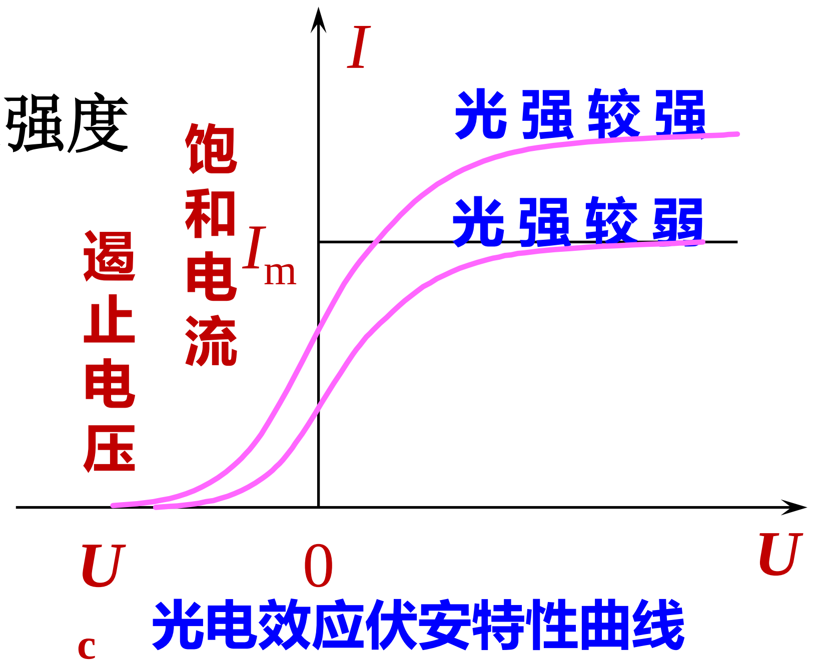


实验规律

1. 饱和电流
2. 遏止电压
3. 红限频率
4. 具有瞬时性

1. 饱和电流

入射光频率一定时，饱和光电流强度 I_m 与入射光强度成正比。

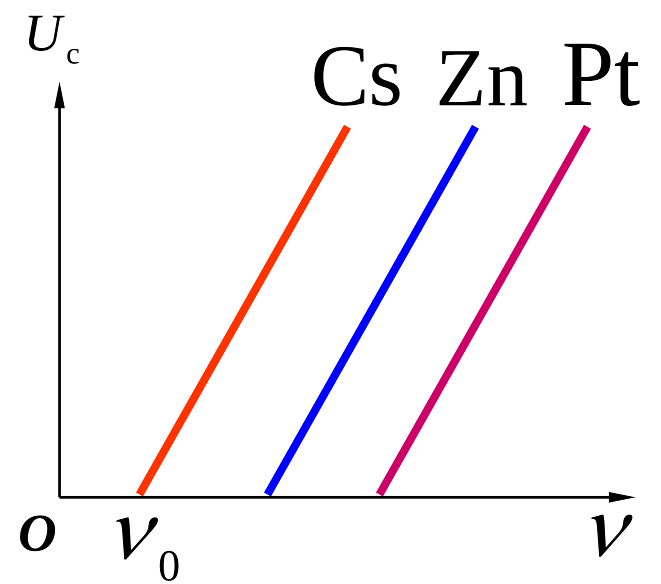


光电效应伏安特性曲线

2. 遏止电压

$$\frac{1}{2}mv_m^2 = eU_c$$

只有 $U = U_c$ 时，光电流才为 0，U_c 称为遏止电压，对不同的金属 U_c 的量值不同。U_c 与入射光频率成线性关系



3. 存在红限频率

当 $\nu < \nu_0$ 无论光强多大，也不能产生光电效应。

4. 瞬时性

只要入射光频率 $\nu > \nu_0$，无论多弱，光照射阴极到光电子逸出时间小于 10^{-9} s。

光的经典波动学说的缺陷

按经典理论，光波能量只与光强有关，与频率无关，不能解释截止频率，不能解释瞬时性。

1. 金属中的电子从入射光中吸收能量，逸出金属表面的初动能应决定于光的强度。

实验：初动能与入射光的频率有关，与光强无关

2. 如果入射光光强的能量足够提供电子逸出的能量，光电效应对各种频率的入射光都能发生。

实验：存在红限频率

3. 金属中的电子吸收能量，需要积累时间。入射光越弱，积累时间越长。

实验：不需积累时间，瞬间完成

爱因斯坦的假设：光（量）子

受到普朗克能量量子化的观点启发，1905年，爱因斯坦在他著名的四篇论文中的第一篇里提出了“光量子”（light quantum）的概念：光可看成是由光量子组成的粒子流，频率为υ的单个光量子的能量为：

$$\varepsilon = h\nu$$

其中*h*为普朗克常数：

$$h = 6.626067015 \times 10^{-34}\, J \cdot s$$

爱因斯坦的光量子论

(1)光是由光子组成的光子流

(2)光子的能量和其频率成正比

$$\varepsilon = h\nu \qquad I_{光} \propto Nh\nu$$

由相对论动量能量关系式 $E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4$

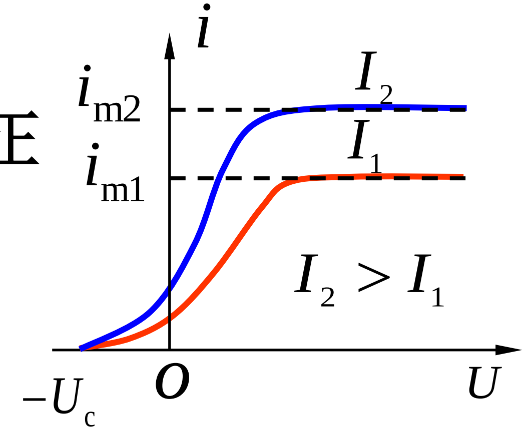
光子静质量m_0=0 $p = \dfrac{E}{c} = \dfrac{h\nu}{c} = \dfrac{h}{\lambda}$

(3)光子具有“整体性”

爱因斯坦光电效应方程 $\dfrac{1}{2}mv_{\max}^2 = h\nu - A$

A 为电子逸出功，$\dfrac{1}{2}mv_{\max}^2$ 为光电子的最大初动能。

解释光电效应



1）入射频率一定时饱和光电流和入射光强成正比：光强越大，光子数越多，产生电子数越多。

2）只有*U*=*U*$_c$时，遏止电压阻碍电子到达阳极光电流才为 0。

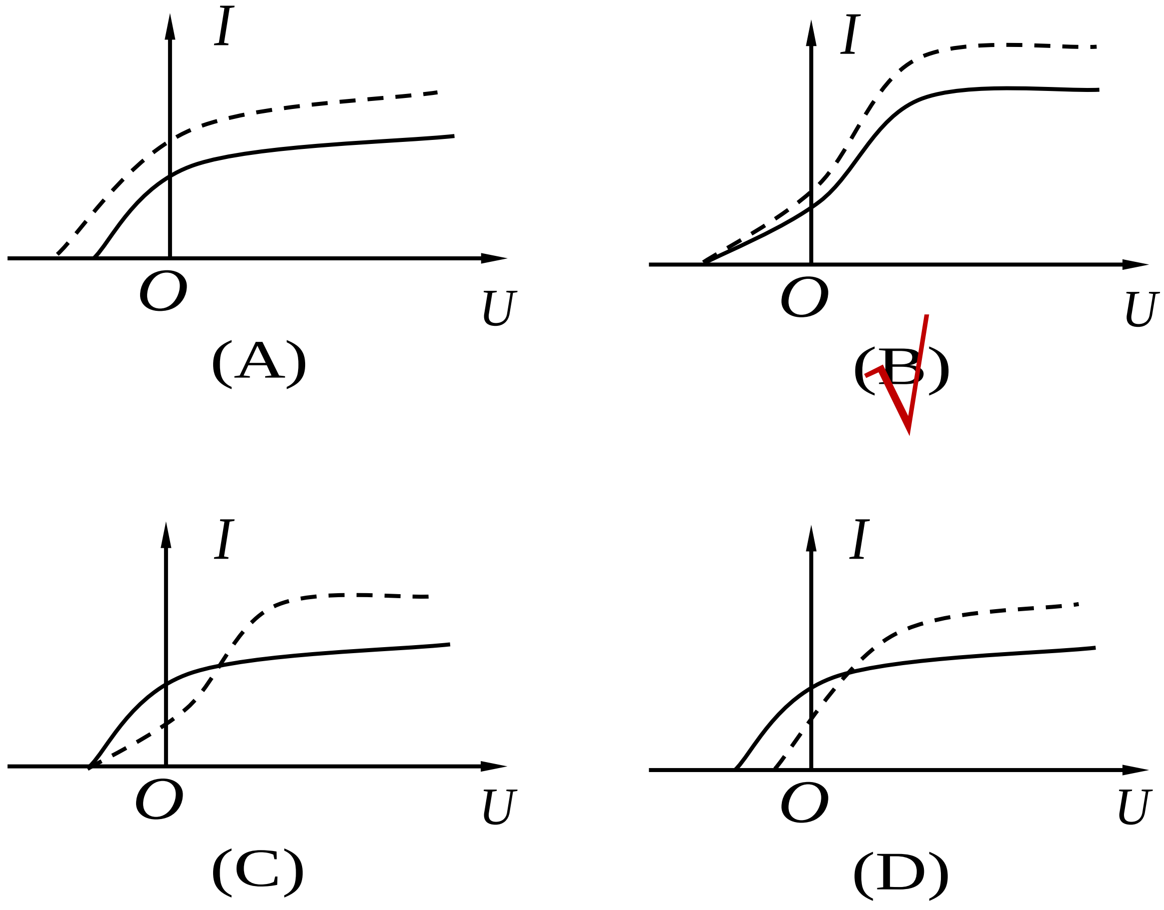
$$eU_c = \frac{1}{2}mv_{max}^2 = h\nu - A$$

3）入射光子能量必须大于逸出功 *A*→ 红限频率

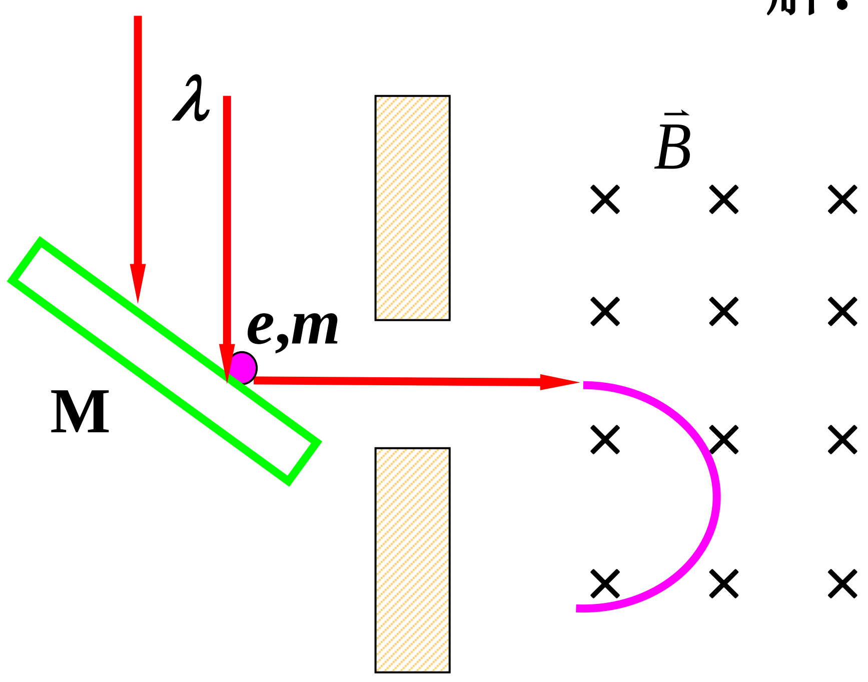
$$\nu_0 = \frac{A}{h}$$

4）一个光子的能量可以立即被金属中的一个自由电子吸收——瞬时性

例：以一定频率的单色光照射在某种金属上，光电流曲线在图中用实线表示，然后保持光的频率不变增大照射光的强度，测出其光电流曲线在图中用虚线表示，下图哪个正确？



例： 波长为λ的单色光照射某金属*M*表面发生光电效应，发射的光电子(电量绝对值为e，质量为m)经狭缝S后垂直进入磁感应强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场(如图示)，今已测出电子在该磁场中作圆运动的最大半径为R。求：(1)金属材料的逸出功；(2)遏止电势差。



解：（1） $\because v_m = \dfrac{eBR}{m}$

$$\therefore \frac{1}{2}mv_m^2 = \frac{e^2B^2R^2}{2m}$$

由光电效应方程：

$$h\nu = A + \frac{1}{2}mv_m^2$$

$$\therefore A = h\frac{c}{\lambda} - \frac{e^2B^2R^2}{2m}$$

（2） $\because \dfrac{1}{2}mv_m^2 = eU_c$ $\qquad \therefore U_c = \dfrac{e\ B^2R^2}{2m}$