经典力学

第一章：质点运动学

第二章：质点动力学

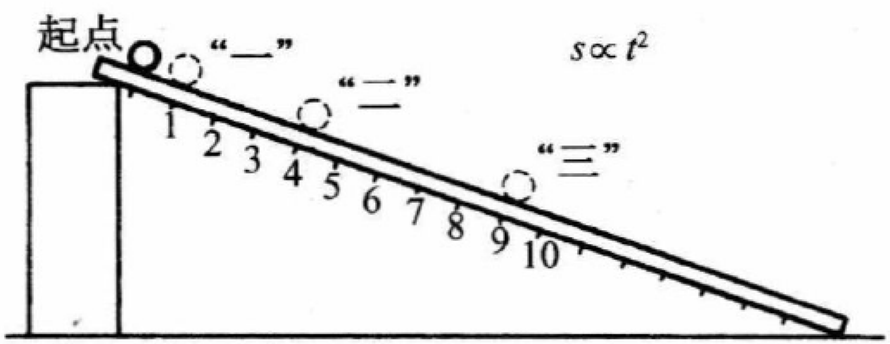
第三章：刚体的定轴转动

- 经典力学
  - “运动学”
    - 质点运动的描述
    - 圆周运动
    - 相对运动
  - “动力学”
    - 牛顿定律
    - 动量/能量守恒定律
    - 刚体的定轴转动

经典力学的建立

- **尼古拉斯·哥白尼 Nicolaus Copernicus (1473–1543，波兰)**
  - 近代天文学的奠基者之一：地球围绕太阳运转（日心说）
- **第谷·布拉赫 Tycho Brahe (1546–1601，丹麦)**
  - 近代天文学的奠基者之一： 他用眼睛观测了许多天文现象，观测的行星运动数据为开普勒的研究奠定了基础
- **约翰尼斯·开普勒 Johannes Kepler (1571–1630，德国)**
  - 开普勒行星运动三大定律
- **伽利略·伽利雷 Galileo Galilei (1564–1642，意大利)**
  - 改进望远镜，发现木星的行星
  - 自由落体定律
- **艾萨克·牛顿 Issac Newton (1642–1727，英国)**
  - 牛顿运动定律；万有引力；光学；微积分……
  - 1687年出版《自然哲学的数学原理》

伽利略的实验

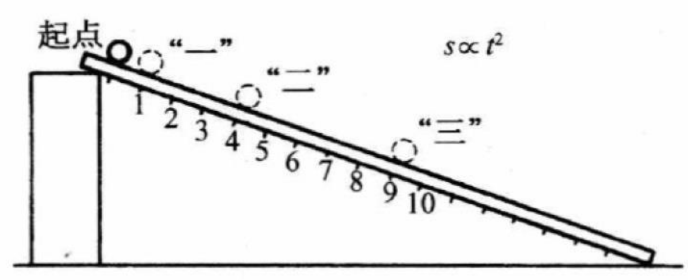


伽利略让一个球沿一斜面滚下，并且观察它的运动，试图得出小球的位置 s 与时间 t 的关系。虽然伽利略后来设计了比较准确的时钟，但他在第一次做运动实验时是用他的脉搏来数出等间隔的时间。

伽利略得出结论：$s \propto t^2$，即小球滚过的距离与时间的平方成正比。

惯性定律

在研究物体运动规律的过程中，伽利略还发现了一个非常值得注意的事实，这就是惯性定律——如果一个物体处在自由状态而不受干扰，则若此物体原来在运动，它就继续作匀速直线运动；若原来静止，则它仍然静止。如果有某个物体在运动，但没有和其他东西相碰撞，也完全不受任何干扰，那么它将沿一直线以同样的速度永远运动下去。当然，这种情况在自然界中永远不会出现，因为如果我们让一个木块在桌面上自由滑动，它就会停下来，但这正是由于它并不是不受干扰的——它与桌面间存在着摩擦。要找出这条正确的规律需要一定的想象力，而这种想象力正是伽利略提供的。



艾萨克·牛顿 Issac Newton (1642–1727，英国)

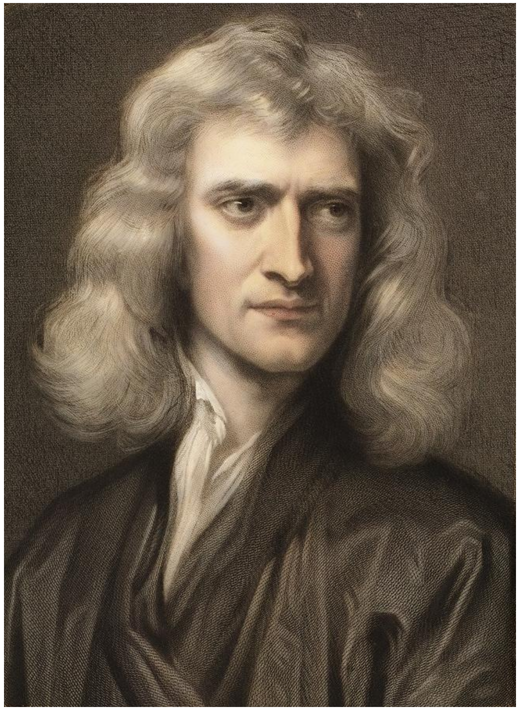
英国的资产阶级革命爆发于1640年，清军入关发生在1644年。就在这两个年份之间，伽利略于1642年1月8日逝世。那一年的圣诞节，牛顿诞生在英国一个农民的家庭中。

1661年进入剑桥大学三一学院并开始微积分、力学、光学的研究

1669年被剑桥大学授予卢卡斯数学教授席位

1687年出版《自然哲学的数学原理》

1703年成为英国皇家学会会长



牛顿第一定律——惯性定律

任何物体都要保持匀速直线运动或静止状态，直到有外界影响（外力）迫使它改变运动状态为止。

★ 力——物体对物体的作用，使物体获得加速度或形变的外因。

★ 惯性——物体保持静止或匀速直线运动状态的性质。

★ 惯性参考系——如物体在一参考系中不受其它物体作用，而保持静止或匀速直线运动，这个参考系就称为惯性参考系。（牛顿运动定律成立的参考系）

★ 实验定律，仅适用于惯性系。

牛顿第二定律——动量定律

力以下述方式引起物体运动的变化：某个称为动量的量的时间变化率正比于力。

物体的动量是它的质量和速度两部分的乘积，即：

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

动量为 $\vec{p}$ 的物体，在合外力 $\vec{F}$ 的作用下，其动量随时间的变化率应当等于作用于物体的合外力 。

牛顿第二定律——动量定律

★ $\vec{F}=\dfrac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}(m\vec{v})}{\mathrm{d}t}$

★ 当 $v << c$ 时，m为**常量。**

即：

$$\boxed{\vec{F}=m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}=m\vec{a}}$$

物体受到外力作用时，物体所获得的加速度大小与所受合外力的大小成正比，而与物体的质量成反比；加速度的方向与和外力的方向相同。

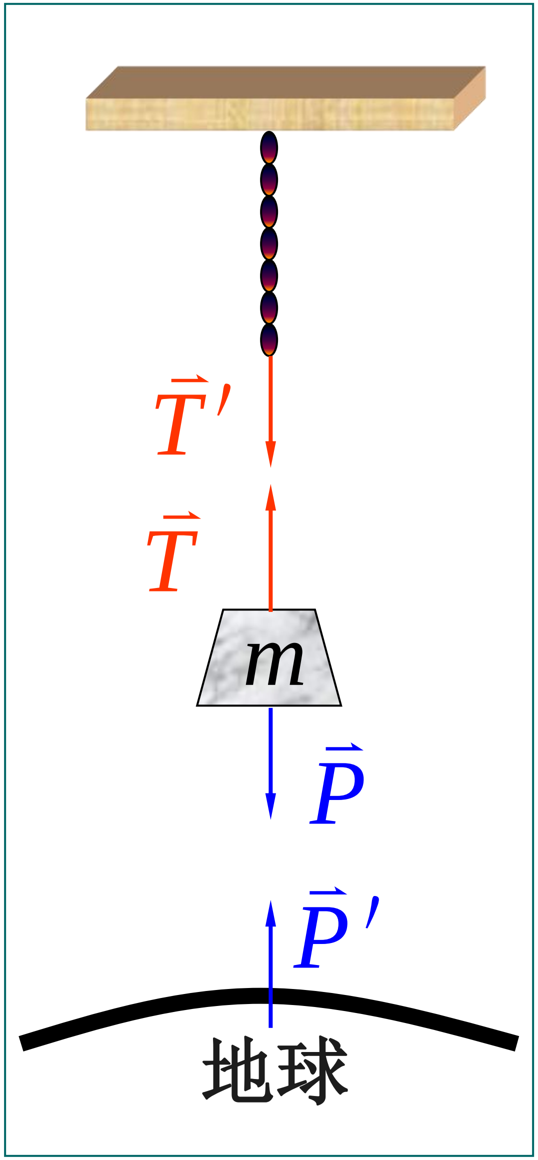
牛顿第三定律

两个物体之间作用力 $\vec{F}$ 和反作用力 $\vec{F}'$，沿同一直线，大小相等，方向相反，分别作用 在两个物体上 。

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

★ 实验定律，适用于任何参考系。

★ 是同一性质的力。大小相等、方向相反，分别作用在不同物体上，同时存在、同时消失，它们不能相互抵消。



**几点说明：

- 凡相对于惯性系作匀速直线运动的一切参考系都是惯性系。
- 对于不同惯性系，牛顿力学的规律都具有相同的形式，与惯性系的运动无关。

——— 力学相对性原理

（伽利略相对性原理）

牛顿定律适用范围：

惯性系

低速（高速下，相对论力学）

宏观物体（微观下，量子力学）

几种常见的力

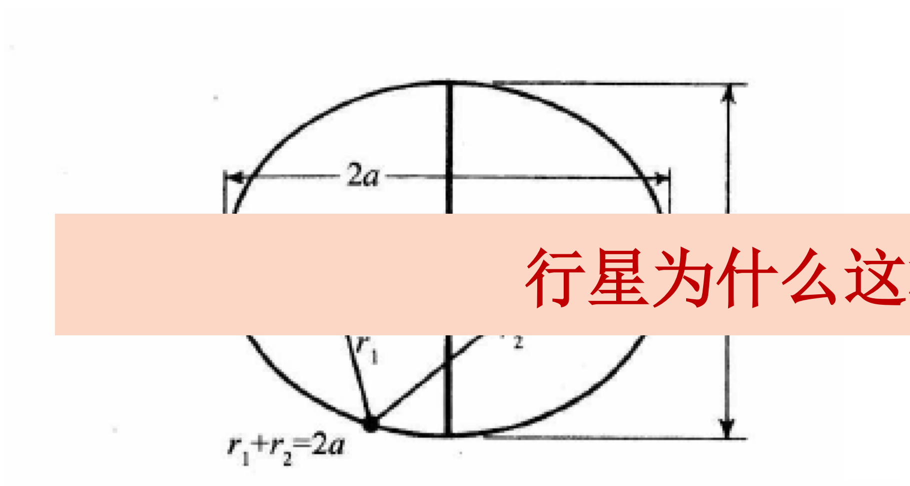
一、万有引力

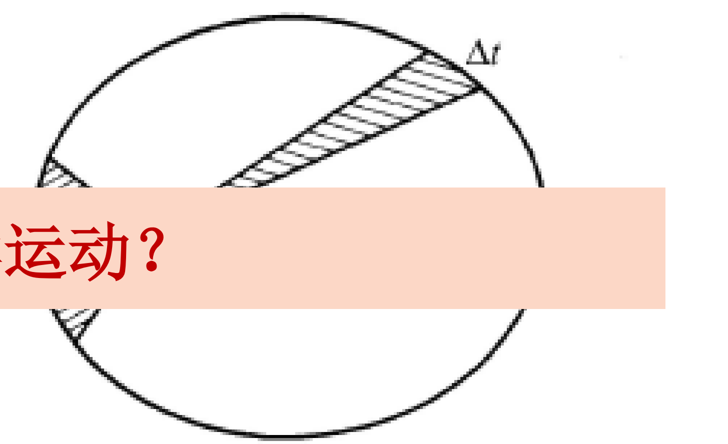
开普勒行星运动三大定律：

1. 每个行星都沿椭圆轨道绕太阳运行，太阳位于椭圆的一个焦点上。

2. 从太阳指向行星的矢径，在相等时间间隔内扫过相等的面积。

3. 任何两个行星的周期的平方正比于它们各自轨道半长轴的立方。





行星为什么这样运动？

万有引力

任何两个质点都具有相互吸引的作用，引力的大小与它们的质量乘积成正比，与它们的距离的平方成反比。

$$\boxed{\vec{F}_G = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\vec{r}_0}$$

$G = 6.67\times10^{-11}\,N.m^2/kg^2$ 为引力常数。

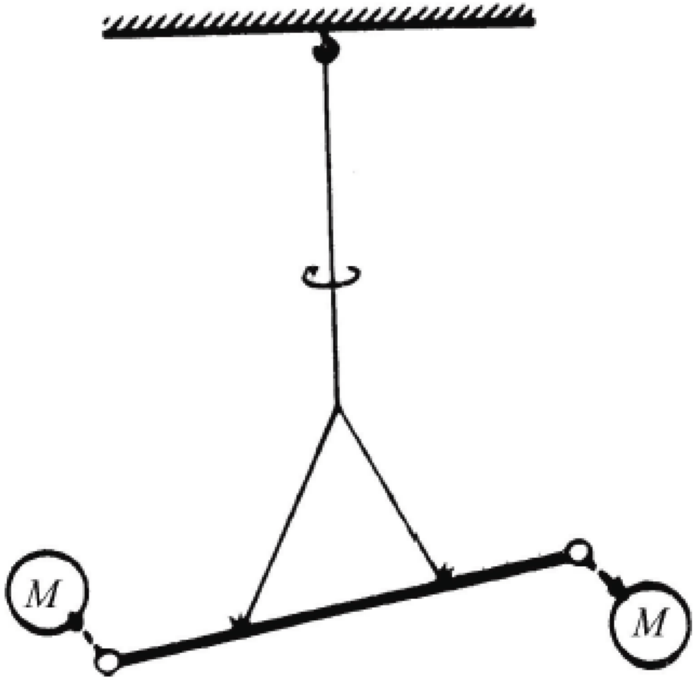
公式中的质量为引力质量，是物体间相互吸引性质的量度。

实验证明：同一物体的引力质量与惯性质量相等的

万有引力是通过引力场来传递的——引力场 。

万有引力常数G

英国物理学家亨利·卡文迪许（**Henry Cavendish，1731—1810**）第一个进行了有关G的测量（**1789**年）：他演示了两个大的固定铅球和两个小铅球之间力的直接作用：两个小铅球装在一根细杆的两端，细杆用一根非常精细的、称为扭丝的金属丝悬挂起来。用测量扭丝扭转了多少的方法，我们就能测出力的强度，证实它与距离平方成反比。



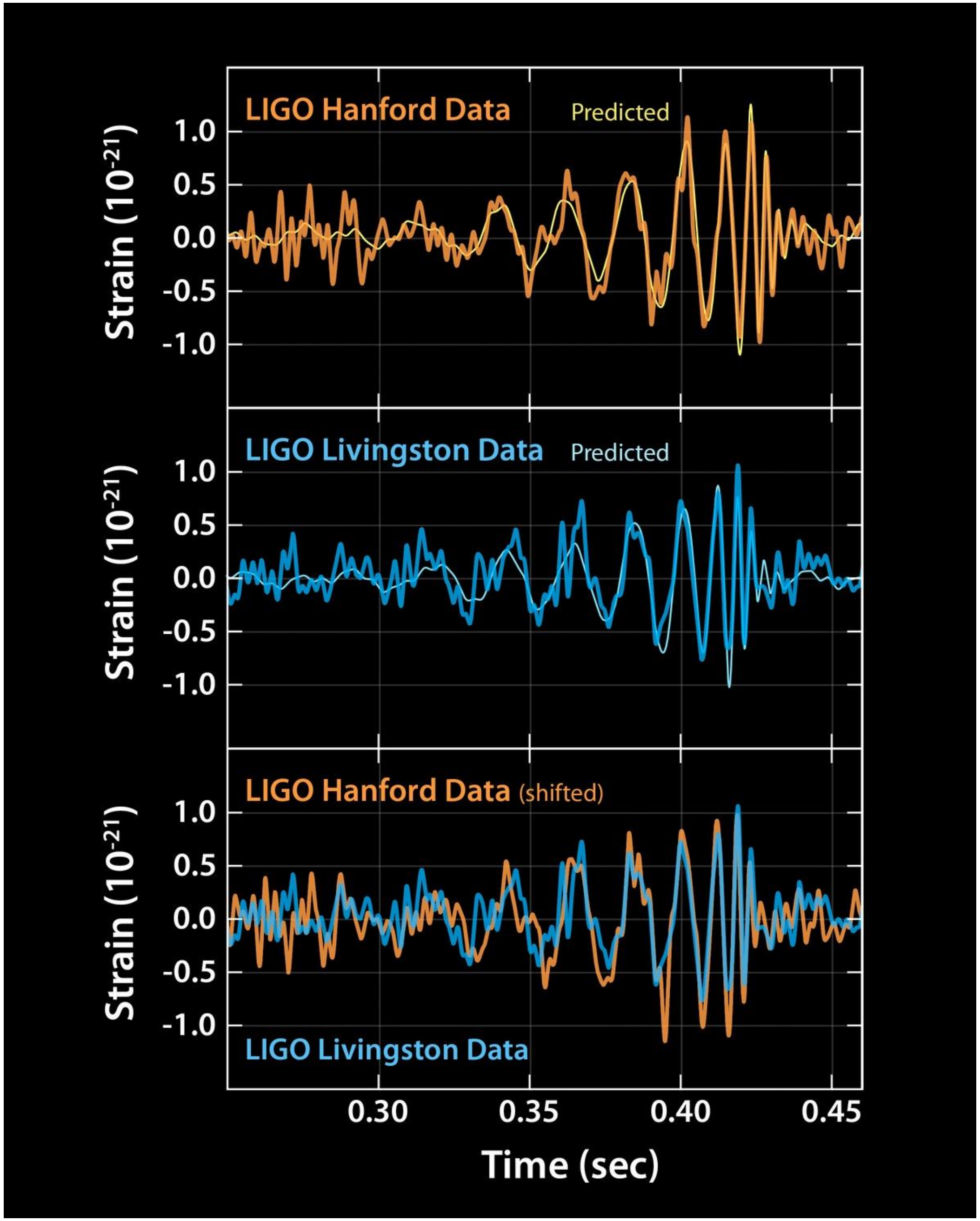
$$G = 6.670 \times 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$$

引力波

爱因斯坦预测，引力场的变化将产生引力波，而引力波的传播速度应当与光速相同。他于1916年预测了引力波的存在，此后许多物理学家致力于用实验证实这一点。然而，由于引力波本质上是时空的变化，即不与任何物质进行相互作用，且其变化通常非常微弱，因此，在爱因斯坦预测引力波之后的百年时间中，人类都没有证实引力波的存在，直到百年之后的2016年。

2016年2月11日：

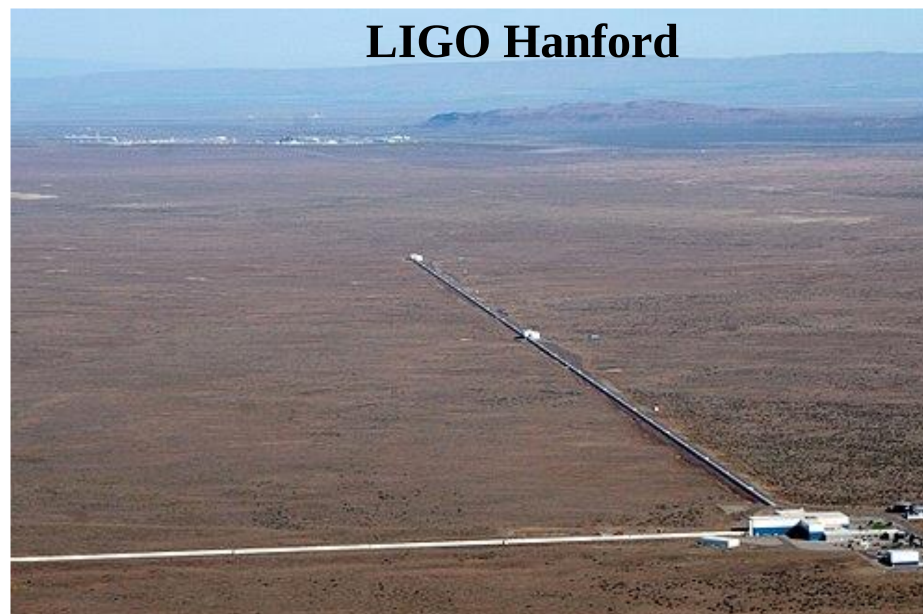
人类探测到的第一个引力波事件 GW150914 发布



LIGO Hanford Data
Predicted
LIGO Livingston Data
Predicted
LIGO Hanford Data (shifted)
LIGO Livingston Data
Strain (10^{-21})
1.0
0.5
0.0
-0.5
-1.0
0.30
0.35
0.40
0.45
Time (sec)

引力波探测器：LIGO（美国）

激光干涉引力波天文台（Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory，LIGO）是探测引力波的一个大规模物理实验和天文观测台，它包括两个分部建于美国华盛顿州汉福德与路易斯安那州利文斯顿的激光干涉仪，每个干涉臂臂长4千米。



引力波探测器：VIRGO（欧洲）

Virgo interferometer是位于意大利比萨附近的一个激光干涉引力波探测仪，由五个国家实验室的科学合作组织所组成：法国、意大利、荷兰、波兰与匈牙利。在地球上，通过VIRGO和LIGO系统中总计三个引力波干涉仪，科学家便可以精准地确定太空中引力波事件的发生位置。

物理量的单位与量纲

在国际单位制中，将单位分为基本量，导出量和辅助量，其中7个基本单位为：时间单位秒（s）、长度单位米（m）、质量单位千克（kg）、电流单位安培（A）、热力学温度开尔文（K）、物质的量摩尔（mol）和发光强度坎德拉（cd）。

2018年11月16日，第26届国际计量大会一致通过了新的国际单位制基本单位定义的提案，新的定义将于2019年5月20日生效，从此以后国际单位制基本单位将全部由物理常数定义。

时间单位秒(s)：铯 133 原子基态的超精细能级跃迁9192631770次 = 1 *s*

长度单位米 (*m*)：光在真空中在1/299792458 秒内经过的距离 = 1 *m*

质量单位千克(Kg)：1千克为普朗克常量为6.62607015×10^{-34} J·s，即6.62607015×10^{-34} $\mathrm{kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}}$时的质量。

其它力学物理量都是导出量.

速率	$v = \mathrm{d}s/\mathrm{d}t$	$\mathrm{m \cdot s^{-1}}$
力	$\vec{F} = m\vec{a}$	$1\mathrm{N} = 1\mathrm{kg \cdot m \cdot s^{-2}}$
功	$\mathrm{d}W = \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{r}$	$1\mathrm{J} = 1\mathrm{N \cdot m}$

电压，电容，压强……

量纲

表示一个物理量如何由基本量的组合所形成的式子。

$$\boxed{\dim Q = \mathrm{L}^{p}\mathrm{M}^{q}\mathrm{T}^{s}}$$

如：速度的量纲是 LT^{-1}

力的量纲是 MLT^{-2}　　$[F] = MLT^{-2}$

角速度的量纲是T^{-1}

量纲作用

（1）可定出同一物理量不同单位间的换算关系。

（2）量纲可检验文字描述的正误。

（3）从量纲分析中定出方程中比例系数的量纲和单位。

例： $F = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$ $\qquad G = \dfrac{Fr^2}{m_1 m_2}$

$$\dim G = \mathrm{L}^3\mathrm{M}^{-1}\mathrm{T}^{-2}$$

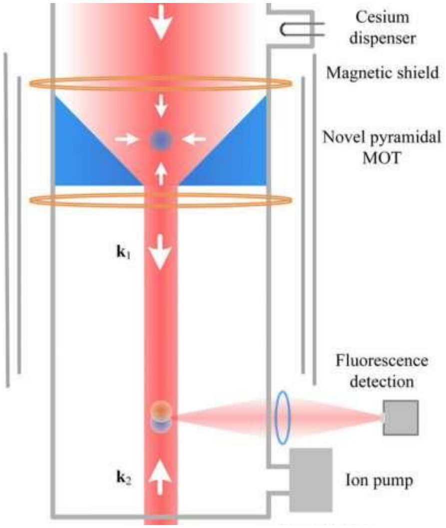
引力常数 $G = 6.67\times10^{-11}\ \mathrm{N\cdot m^2\cdot kg^{-2}}$

★ **重力：** 重力就是地球对其表面附近物体的引力作用，地面上的重力加速度为：

$$g=\frac{GM_E}{R^2}\approx 9.80\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$$

因为地球并非一个均匀的球体，因此地球表面各点的重力加速度并不相同，而如何精确地测量重力加速度，是地质学、物理学，天文学等研究领域非常关心的问题。

重力仪



冷原子重力仪，精度可达小数点后7位

2. 弹性力： 如压力、支撑力、张力、弹簧弹性力等。

弹簧弹性力 $f = -kx$

3. 摩擦力： 滑动摩擦力 $f = \mu N$

静摩擦力：大小可变，最大 $f_0 = \mu_0 N$ $f_0 \geq f$

一般情况 $\mu \approx \mu_0$

冰壶（Curling）又称掷冰壶，冰上溜石，是以队为单位在冰上进行的一种投掷性竞赛项目，被大家喻为冰上的“国际象棋”，它考验参与者的体能与脑力，展现动静之美，取舍之智慧，属于冬奥会比赛项目。

**四种基本相互作用

力的种类	相互作用的物体	力的强度	作用距离
万有引力	一切质点	10^{-38}	无限远
弱相互作用	大多数粒子	10^{-13}	小于 10^{-17} m
电磁力	电荷	10^{-2}	无限远
强相互作用	核子、介子等	1*	10^{-15} m

* 以距源 10^{-15} m 处强相互作用的力强度为 1。

温伯格
萨拉姆
格拉肖

弱相互作用
电磁相互作用

电弱相互作用理论

三人于1979年荣获诺贝尔物理学奖 。

鲁比亚，范德米尔实验证明电弱相互作用，1984年获诺贝尔奖 。

电弱相互作用
强相互作用
万有引力作用

“大统一”（尚待实现）

§2 牛顿运动定律的应用

解题的基本思路

（1）确定研究对象，并且进行受力分析；

对于连带运动，进行隔离物体受力分析，画受力图。

（2）选取适当的坐标系；

（3）列动力学方程（一般用分量式）；

（4）利用其它的条件列补充方程；

（5）求出文字解；

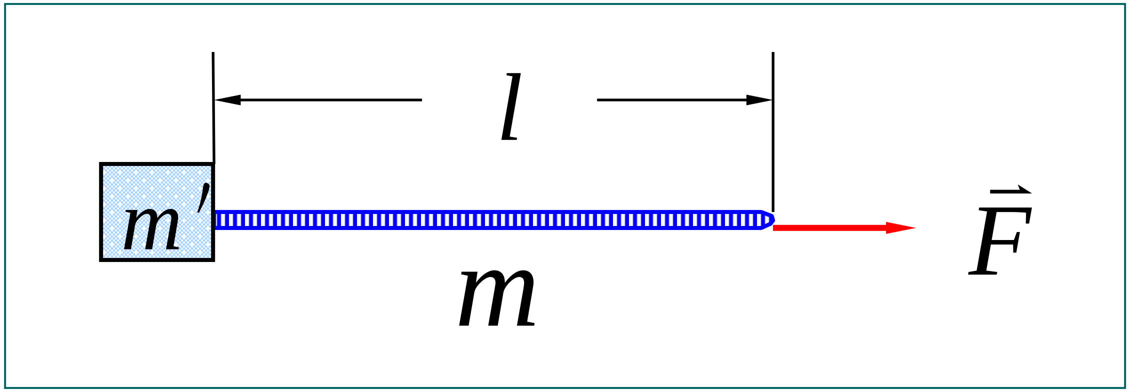
其后带入数据计算结果（注意统一单位制）。

两类常见问题

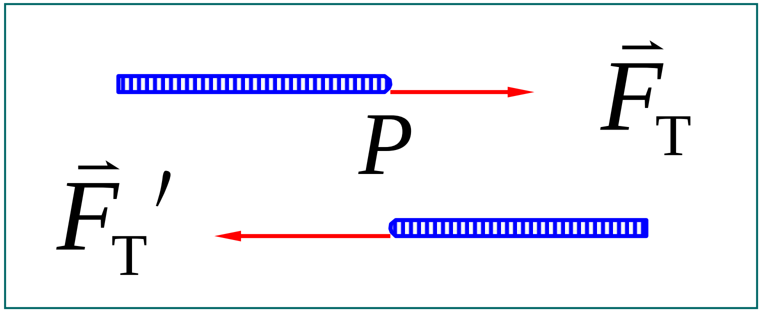
- 已知力求运动方程 $\vec{F} \to \vec{a} \to \vec{r}$
- 已知运动方程求力 $\vec{r} \to \vec{a} \to \vec{F}$

$$\vec{r}(t) \underset{\text{积分}}{\overset{\text{求导}}{\rightleftharpoons}} \vec{v}(t) \underset{\text{积分}}{\overset{\text{求导}}{\rightleftharpoons}} \vec{a}(t)$$

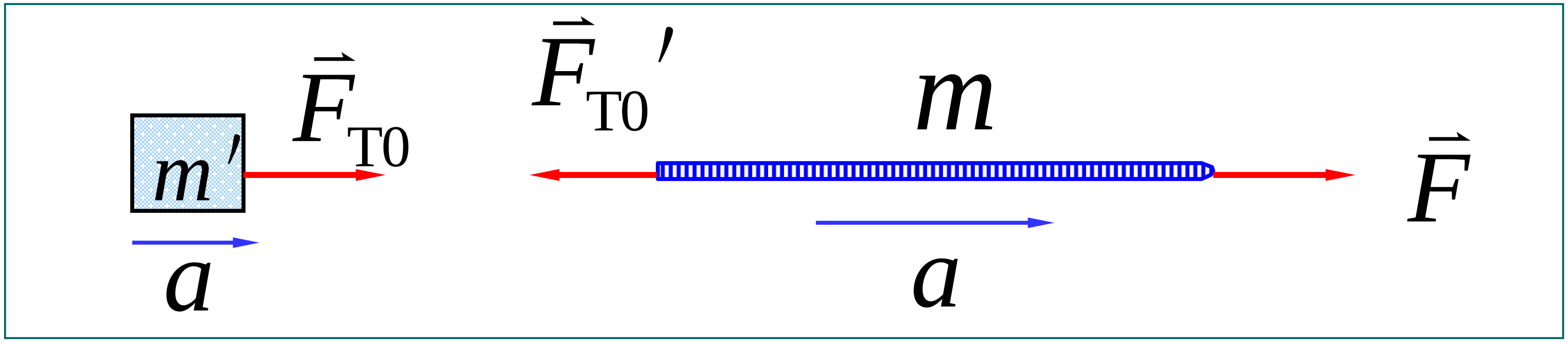
例1 质量为 m、长为 l 的柔软细绳，一端系着放在光滑桌面上质量为 m' 的物体，如图所示．在绳的另一端加如图所示的力 $\vec{F}$。绳被拉紧时会略有伸长（形变），一般伸长甚微，可略去不计。 现设绳的长度不变，质量分布是均匀的。求：（1）绳作用在物体上的力；（2）绳上任意点的张力。



解 设想在点 P 将绳分为两段其间张力 $\vec{F}_{\mathrm{T}}$ 和 $\vec{F}_{\mathrm{T}}'$ 大小相等，方向相反，



（1）



$$\begin{cases} F_{\mathrm{T0}} = F_{\mathrm{T0}}' \\ F_{\mathrm{T0}} = m'a \\ F - F_{\mathrm{T0}}' = ma \end{cases}$$

$$a = \frac{F}{m' + m}$$

$$F_{\mathrm{T0}} = \frac{m'}{m' + m} F$$

（2）

$$\mathrm{d}m = m\mathrm{d}x / l$$

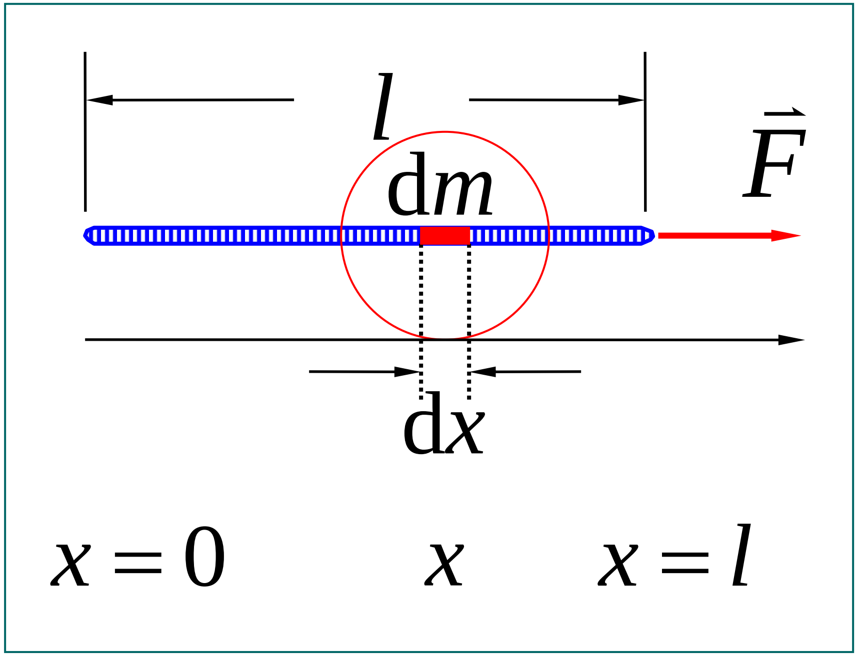
$$(F_{\mathrm{T}} + \mathrm{d}F_{\mathrm{T}}) - F_{\mathrm{T}}$$

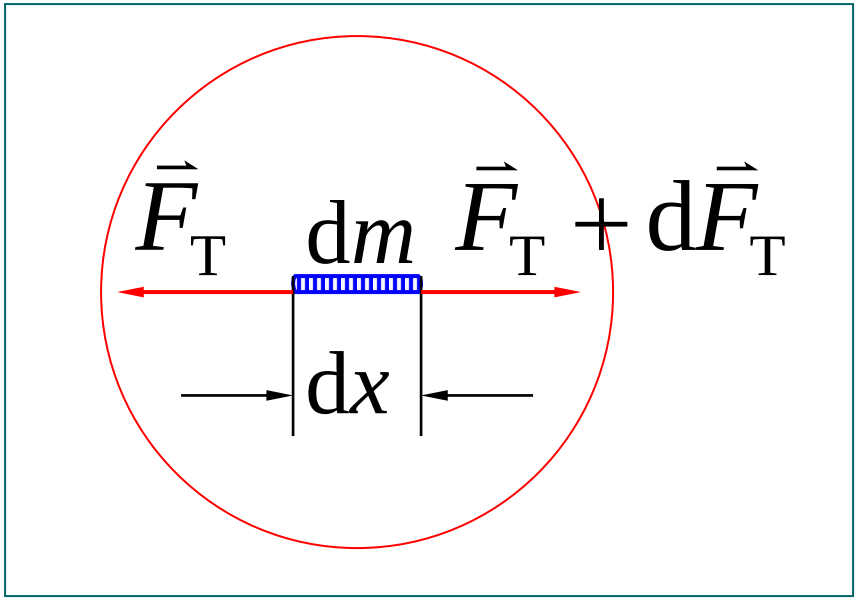
$$= (\mathrm{d}m)a = \frac{m}{l} a\mathrm{d}x$$

$$\mathrm{d}F_{\mathrm{T}} = \frac{mF}{(m' + m)l}\mathrm{d}x$$

$$\int_{F_{\mathrm{T}}}^{F} \mathrm{d}F_{\mathrm{T}} = \frac{mF}{(m' + m)l}\int_{x}^{l}\mathrm{d}x$$

$$F_{\mathrm{T}} = (m' + m\frac{x}{l})\frac{F}{m' + m}$$

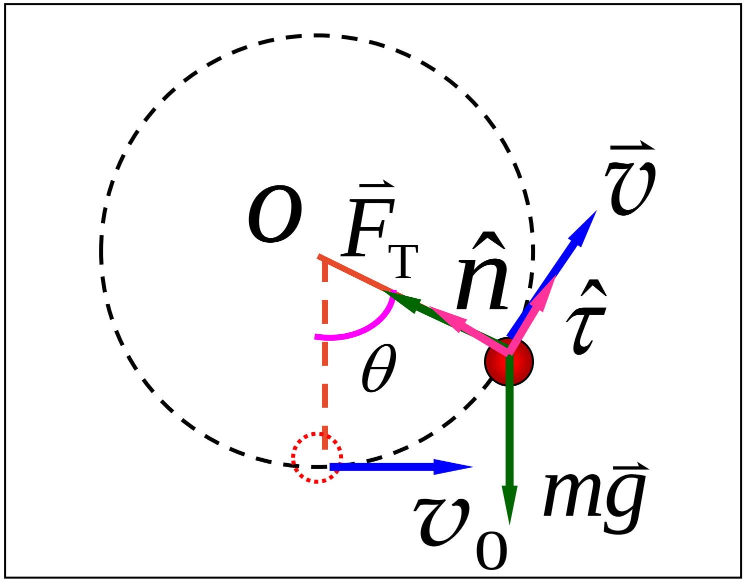




例2 如图长为 l 的轻绳，一端系质量为 m 的小球,另一端系于定点O，$t=0$ 时小球位于最低位置，并具有水平速度 $\vec{v}_0$，求小球在任意位置的速率及绳的张力。

解

$$\begin{cases} F_{\mathrm{T}} - mg\cos\theta = ma_{\mathrm{n}} \\ -mg\sin\theta = ma_{\tau} \end{cases}$$



$$F_{\mathrm{T}} - mg\cos\theta = mv^2/l$$

$$-mg\sin\theta = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}\theta}\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = \frac{v}{l}\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}\theta}$$

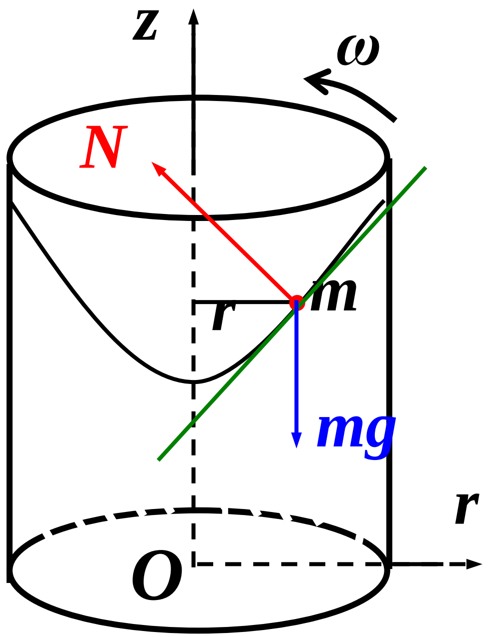
$$v = \sqrt{v_0^2 + 2lg(\cos\theta - 1)}$$

$$\int_{v_0}^{v} v\mathrm{d}v = -gl\int_0^{\theta}\sin\theta\mathrm{d}\theta$$

$$F_{\mathrm{T}} = m(\frac{v_0^2}{l} - 2g + 3g\cos\theta)$$

例3. 已知：桶绕 z 轴转动，$\omega = \text{const.}$ 水对桶静止。

求：水面形状（$z - r$ 关系）。



【解】♦ 选对象：

任选表面上一小块水

为**隔离体 m**；

♦ 看运动：

m 作匀速率圆周运动：

$$\vec{a} = -\omega^2 \vec{r};$$

♦ 查受力：

受力 $m\vec{g}$ 及 $\vec{N}$，$\vec{N} \perp$ 水面；

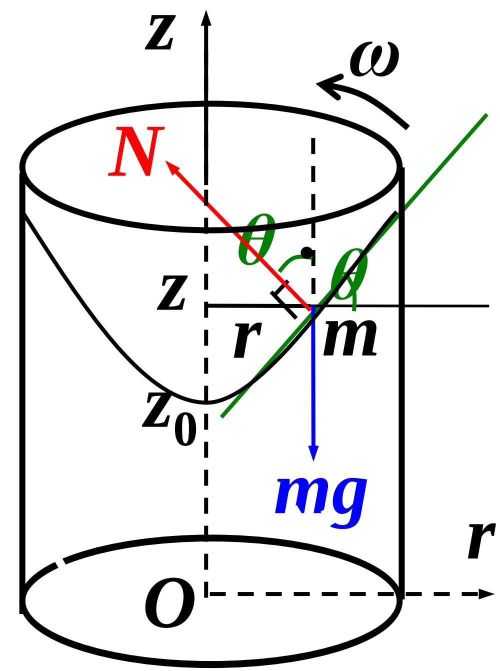
◆ （建坐标）列方程：

z向： $N\cos\theta - mg = 0 \quad (1)$

r向： $-N\sin\theta = -m\omega^2 r \quad (2)$

由导数关系： $\mathrm{tg}\,\theta = \dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}r} \quad (3)$

由(1)(2)得： $\mathrm{tg}\,\theta = \dfrac{\omega^2}{g} r$



分离变量： $\mathrm{d}z = \dfrac{\omega^2}{g} r\,\mathrm{d}r$

积分： $\displaystyle\int_{z_0}^{z} \mathrm{d}z = \int_0^r \frac{\omega^2}{g} r\,\mathrm{d}r$

注意：复杂问题往往除动力学方程外，还需补充一些运动学方程或几何关系.

解得： $z=\dfrac{\omega^2}{2g}r^2+z_0$

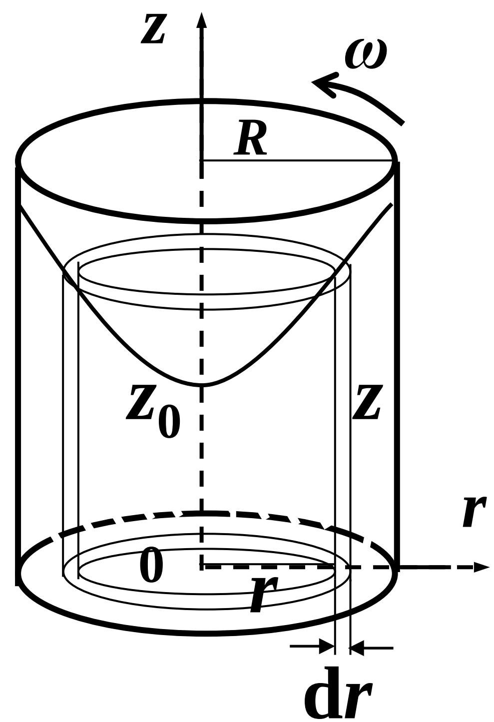
答：水面为旋转抛物面。

讨论 若已知桶不旋转时水深为h， 桶半径为R，

有： $\int_0^R z\cdot 2\pi r\,\mathrm{d}r=\pi R^2 h$

$$\int_0^R\left(\frac{\omega^2}{2g}r^2+z_0\right)2\pi r\,\mathrm{d}r=\pi R^2 h$$

可以解得： $z_0=h-\dfrac{\omega^2R^2}{4g}$



◆ 验结果： $$z=\frac{\omega^2}{2g}r^2+z_0=\frac{\omega^2}{2g}r^2-\frac{\omega^2}{4g}R^2+h$$

查量纲： $[\ \omega^2]=1/s^2$， $[\ r\ ]=\mathrm{m}$， $[\ g\ ]=\mathrm{m/s^2}$

$$[\frac{\omega^2}{2g}r^2]=[\frac{\omega^2}{4g}R^2]$$

$$=\frac{(1/\mathrm{s}^2)\cdot\mathrm{m}^2}{\mathrm{m/s}^2}=\mathrm{m}=[h]=[z]$$， 正确。

过渡到特殊情形： $\omega=0$，有 $z=z_0=h$， 正确。

看变化趋势： r 一定时，$\omega\uparrow\rightarrow(z-z_0)\uparrow$， 合理。