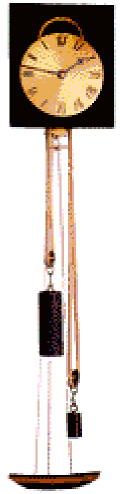
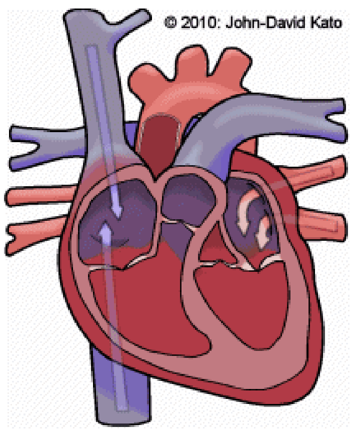
振动与波动

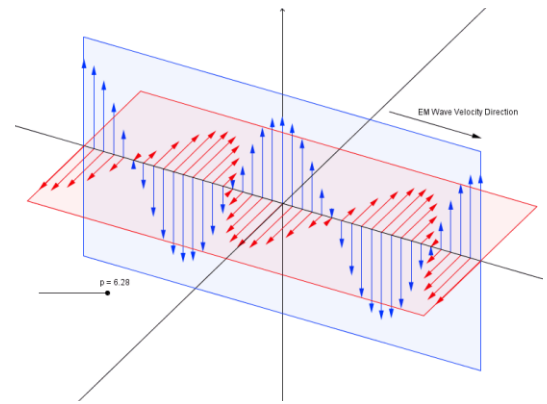
第一章：机械振动

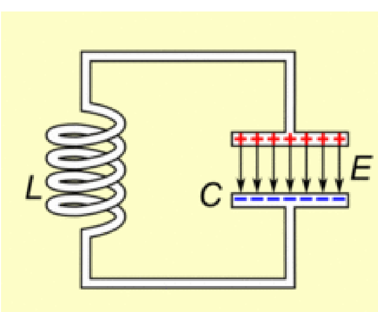
第二章：机械波

振动与波动




© 2010: John-David Kato


EM Wave Velocity Direction
p = 6.28


L
C
E


999999 上证指数 分时 均线 成交额(万)
09:30
10:30
13:00
14:00


2000-2017年生猪出栏价格与CPI走势图
元/公斤
生猪
CPI（右轴）
25.00
20.00
15.00
10.00
5.00
0.00
10.0
8.0
6.0
4.0
2.0
0.0
-2.0
-4.0
2000/1/1
2001/1/1
2002/1/1
2003/1/1
2004/1/1
2005/1/1
2006/1/1
2007/1/1
2008/1/1
2009/1/1
2010/1/1
2011/1/1
2012/1/1
2013/1/1
2014/1/1
2015/1/1
2016/1/1
2017/1/1

第九章 机械振动

§1 简谐振动 (Harmonic Oscillation)

机械振动：物体位置在某一值附近来回往复的变化

广义振动：一个物理量在某一定值附近往复变化，该物理量的运动形式称振动,如物理量： $\vec{r}$ $\vec{v}$ $\vec{E}$ $\vec{H}$ Q i

平衡位置：物体运动始终在该位置附近

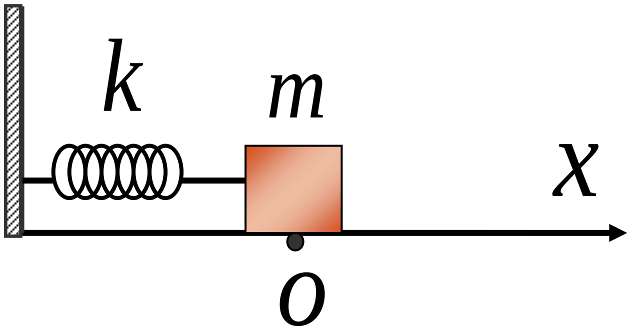
重要的振动形式是简谐振动—— Simple Harmonic Oscillation

简谐振动是振动的基本模型，一般振动是多个简谐振动的合成，或者说：振动的理论建立在简谐振动的基础上。

➢ 以机械振动为例说明振动的一般性质

简谐振动

经典力学中最简单的谐振子：挂在弹簧上一个具有质量m的物体。



在这个模型中假设：

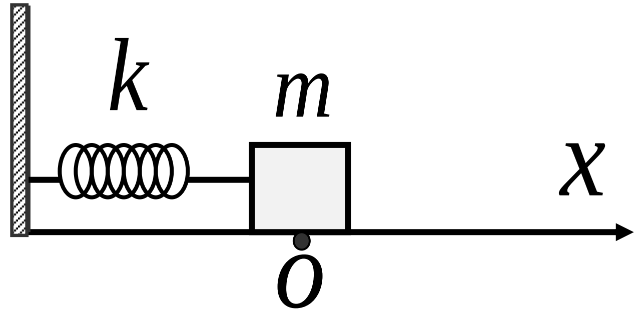
1. 弹簧本身的质量和摩擦力忽略不计：平衡位置0即是弹簧的原长（自然长度）→ 物体在0点受力为零

2. 弹簧是线性的：当弹簧伸长时，弹簧往回拉的力严格地正比于它升长的量，即：

$$F = -kx$$

其中负号表示这个力是向回拉的。

弹簧谐振子:



牛顿第二定律:

$$F = -kx = ma \quad \rightarrow \quad -kx = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

令 $\omega^2 = k/m$，可得:

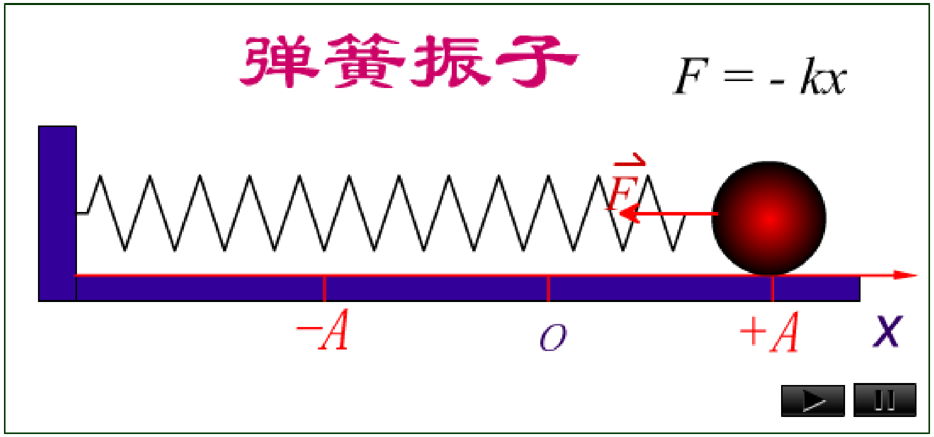
$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0}$$

简谐振动的微分方程:
线性常微分方程

可以用线性常微分方程描述的物理现象包括：挂在弹簧上的一个具有质量的物体的振动（力学）；在电路中电荷的来回振荡（电学）；正在产生声波的音叉的振动（声学）；电子在原子中产生光波的振动（光学、原子物理、量子力学）等……

一、简谐振动方程

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$



特征量:

x **位移** **单位:** m

A **振幅** **单位:** m, cm **最大位移；由初始条件决定**

ν **频率** **单位:** Hz 1Hz=1/1s

T **周期** **单位:** s $T = 1/\nu$

ω **圆频率（角频率）** **单位:** rad s^{-1} $\omega = 2\pi\nu$

$\omega t + \varphi$ **相位**（位相 或 周相） **单位:** rad

φ **初相位**（初位相） **单位:** rad

——**取决于时间零点的选择**

二、简谐振动的速度及加速度

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -A\omega\sin(\omega t + \varphi)$$

$$v = A\omega\cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

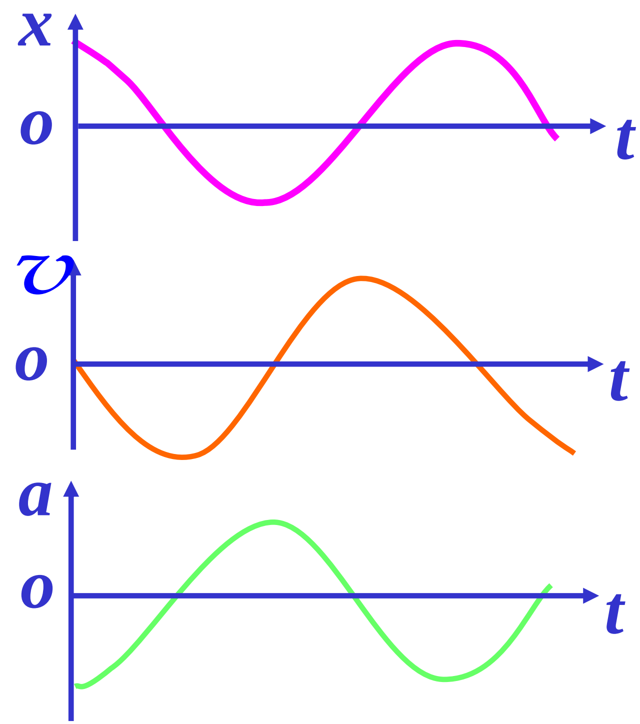
$$v_m = A\omega$$

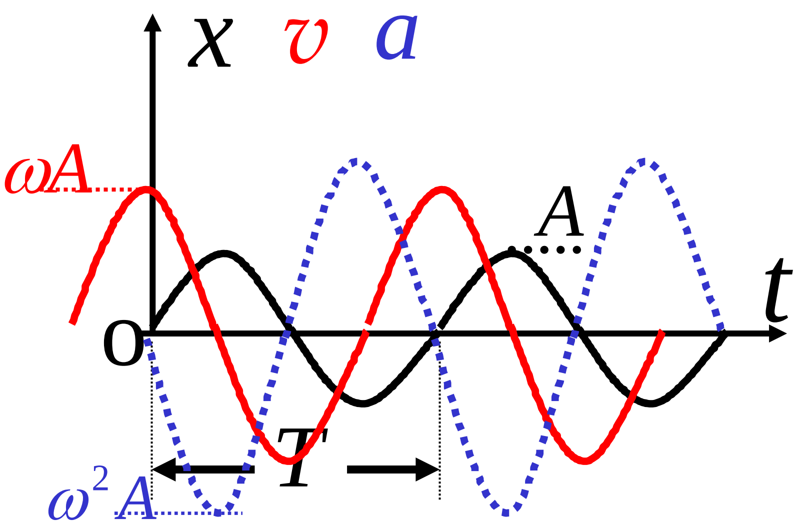
$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi)$$

$$= -\omega^2 x$$

$$a = A\omega^2\cos(\omega t + \varphi + \pi)$$

$$a_m = A\omega^2$$





三、简谐振动的相位

$$\boxed{\omega t+\varphi}$$

$$x = A\cos(\omega t+\varphi)$$

相　位　　$\Phi(t)=\omega t+\varphi$

相位的意义: 表征任意时刻（t）物体振动状态．　物体经一周期的振动，相位改变 2π ．

初相位　φ　　$t=0$时，　$\Phi(t)=\varphi$

$$一般\ \varphi\in[-\pi,\pi]$$

相位的物理概念：

1.描述振动系统形象状态的物理量（周期性）

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -\omega A\sin(\omega t + \varphi)$$

$(\omega t + \varphi)$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
x	A	0	$-A$	0	A
v	0	$-\omega A$	0	ωA	0

2.描述振动系统状态的变化趋势

3.描述频率相同的两振动系统（或两物理量）的振动步调

相位超前/落后

$$x_1 = A\cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$x_2 = A\cos(\omega t + \varphi_2)$$

$\varphi_1, \varphi_2 \in [-\pi, \pi]$

相位差：$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$

$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 > 0$ x_1 的振动超前于 x_2 的振动

$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 < 0$ x_1 的振动落后于 x_2 的振动

$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = 0$ x_1 与 x_2 的振动同相位

$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \pi$ x_1 与 x_2 的振动反相位

$$\boxed{x = A\cos(\omega t + \varphi)}$$

$$\boxed{v = -A\omega\sin(\omega t + \varphi)}$$

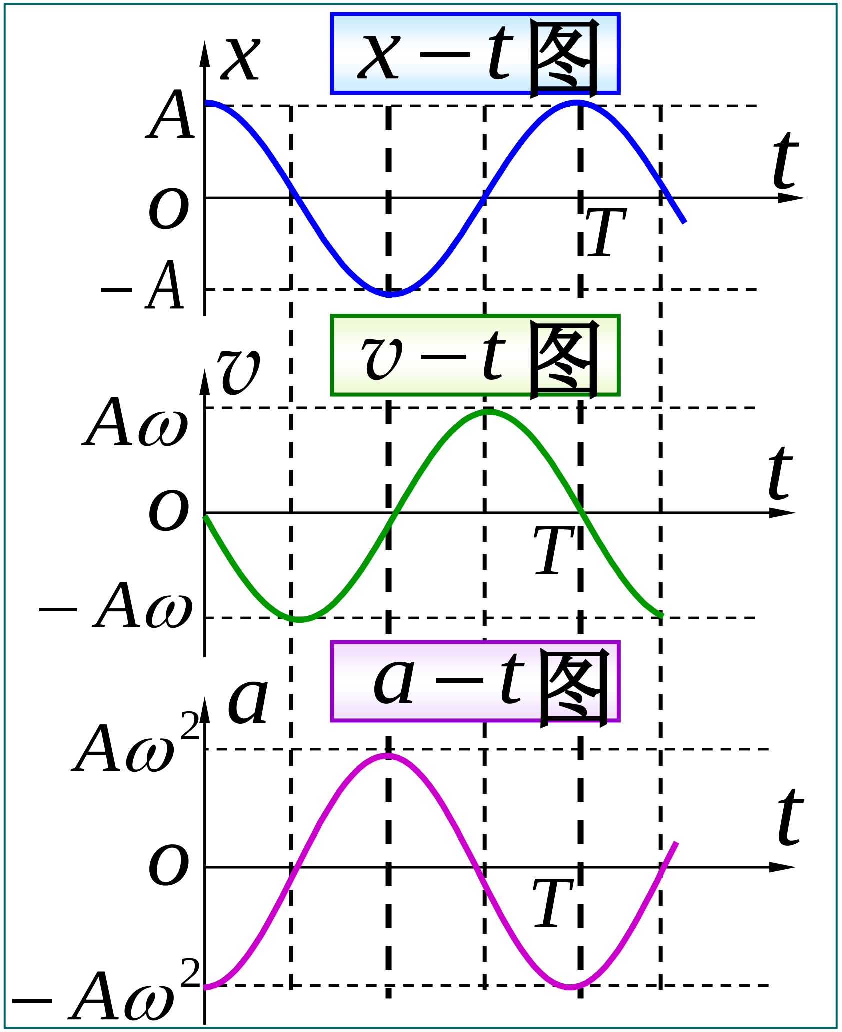
$$= A\omega\cos(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2})$$

速度超前位移π/2相位

$$\boxed{a = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi)}$$

$$= A\omega^2\cos(\omega t + \varphi + \pi)$$

加速度超前位移π相位



四、初始条件决定简谐振动的振幅和初相位

$$\begin{cases} x = A\cos(\omega t + \varphi) \\ v = -A\omega\sin(\omega t + \varphi) \end{cases}$$

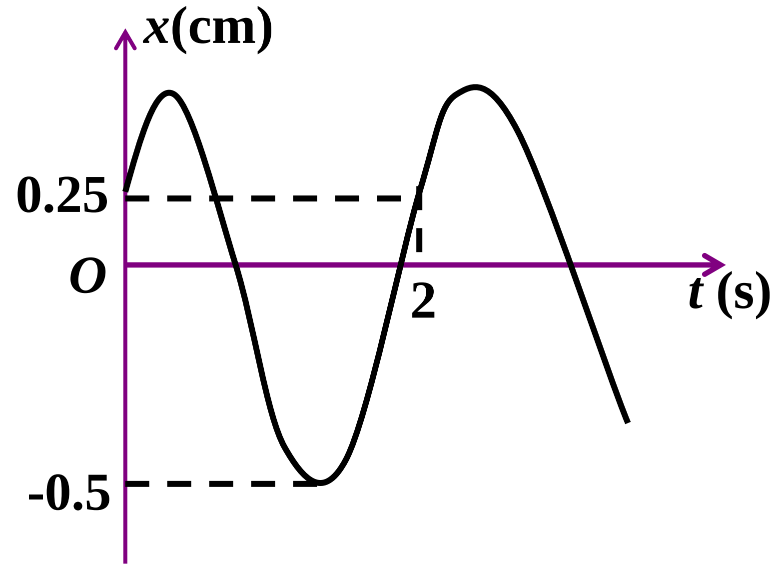
初始条件 $t = 0 \quad x = x_0 \quad v = v_0$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = \sqrt{x_0^2 + \dfrac{v_0^2}{\omega^2}} \\ \tan\varphi = \dfrac{-v_0}{\omega x_0} \end{cases}$$

对给定振动系统，周期由系统本身性质决定，振幅和初相由初始条件决定.

例1　如图，求振动方程。

$$\boxed{x = A\cos(\omega t + \varphi)}$$



解：　由图可知

$$A = 0.5cm \qquad T = 2s$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi(1/s)$$

初始条件： $x_0 = A\cos\varphi_0 = 0.5\cos\varphi_0 = 0.25(\text{cm})$

$$\cos\varphi_0 = 0.5 \qquad \varphi_0 = \pm\frac{\pi}{3}$$

初始条件： $v_0 > 0 \qquad v_0 = -\omega A\sin\varphi_0 > 0 \qquad \sin\varphi_0 < 0$

$$\therefore \quad \varphi_0 = -\frac{\pi}{3} \qquad\qquad x = 0.5\cos(\pi t - \frac{\pi}{3}) \ \ \text{(cm)}$$

五、简谐振动的描述

1. 解析描述

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

$$v = A\omega\cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$a = A\omega^2\cos(\omega t + \varphi + \pi)$$

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -A\omega\sin(\omega t + \varphi)$$

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi)$$

$$= -\omega^2 x$$

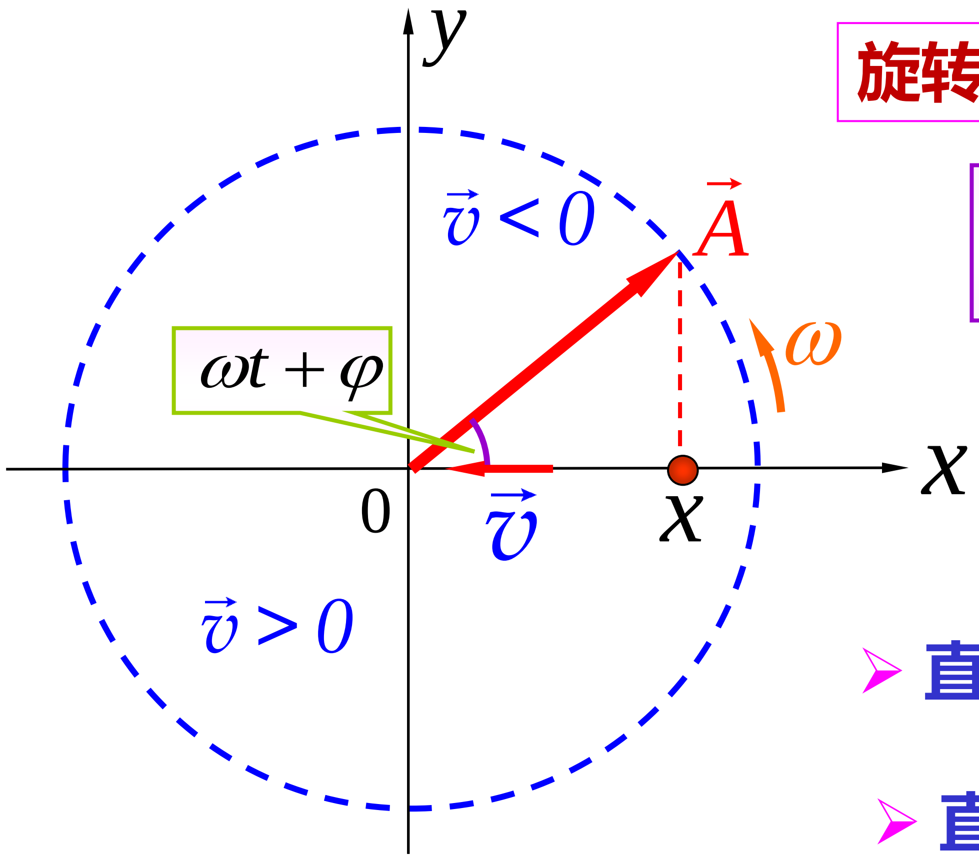
x, v, a 均是简谐振动的物理量

- 频率相同 ω
- 振幅的关系 $v_m = A\omega$ $a_m = A\omega^2$
- 相位差 $\Delta\varphi$ 速度超前于位移；加速度超前于速度

2. 旋转矢量法描述

用匀速圆周运动、几何方法描述简谐振动

规定： $\left|\vec{A}\right| = A$ 以角速度 ω 逆时针转



旋转矢量端点在x轴上的投影：

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

- 直观地表达振动状态 x、v
- 直观地表达了$(\omega t + \varphi)$