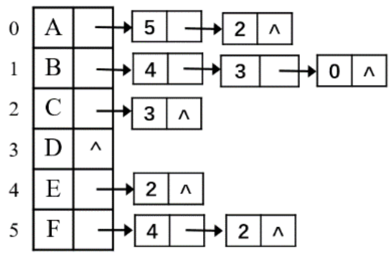
哈尔滨工业大学(深圳)2023 年春《数据结构》
第三次作业 图型结构 参考答案

学号		姓名		成绩	

1、简答题

1-1 已知图的邻接表如图所示，给出以顶点 A 为起点的一次深度优先（先深，DFS）和广度优先（先广，BFS）的搜索序列，并给出相应的生成树/森林。



【参考答案】

DFS：AFECDB

先深生成森林：(A-F，F-E，E-C，C-D)，(B)

BFS：AFCEEB

先广生成森林：(A-F，A-C，F-E，C-D)，(B)

1-2 对一个图进行遍历可以得到不同的遍历序列，那么导致得到的遍历序列不唯一的因素有哪些?

【参考答案】

遍历不唯一的因素有：

（1）遍历起始点的顶点不同；

（2）存储结构不同；

（3）在邻接表情况下邻接点的顺序不同。

1-3 已知有 6 个顶点（顶点编号为 0 ~ 5）的有向带权图 G，其邻接矩阵 A 为上三角矩阵，按行为主序（行优先）保存在如下的一维数组中。

4	6	∞	∞	∞	5	∞	∞	∞	4	3	∞	∞	3	3

（1）写出图 G 的邻接矩阵 A；

（2）画出有向带权图 G；

（3）给出一个拓扑序列；

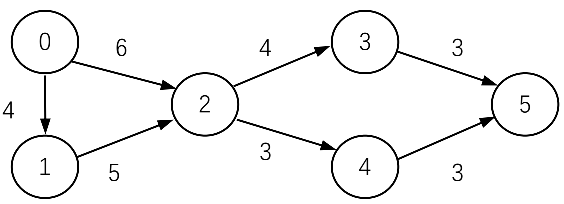
（4）求图 G 的关键路径，并计算该关键路径的长度。

【参考答案】

（1）图 G 的邻接矩阵 A 如下：

$$\begin{bmatrix} 0 & 4 & 6 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & 0 & 5 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 0 & 4 & 3 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 0 & \infty & 3 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 0 & 3 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 0 \end{bmatrix}$$

（2）图 *G* 如下：



（3）拓扑序列：0-1-2-3-4-5

（4）下图中双线箭头所标识的 4 个活动组成图 *G* 的关键路径。

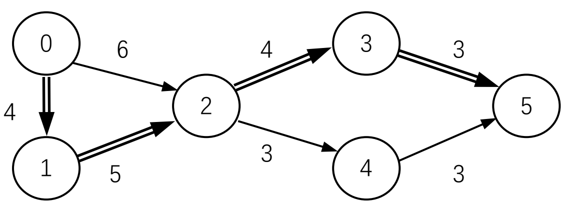
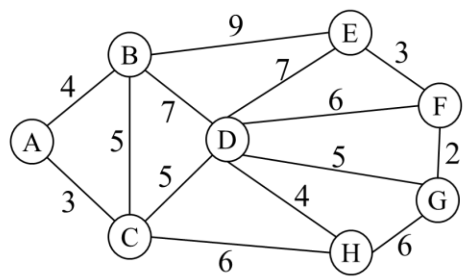


图 *G* 的关键路径的长度为 16。

.

1-4 无向网如下图所示，回答下列为题：

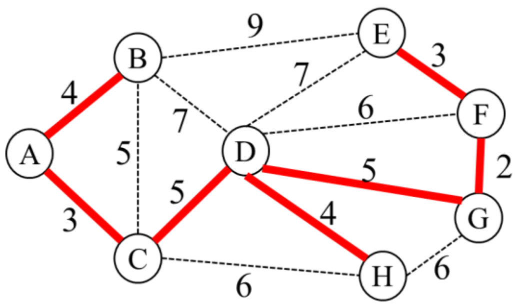


(1)按照 Prim 算法求其最小生成树，填表完成求解过程；

Prim 算法求解过程(1) ∑w=26

No.	U	V-U	本轮需考察的边及其权值	最近邻/A
1	{A}	{BCDEFGH}	AC:3,AB:4	C
2	{AC}	{BDEFGH}	AB:4,CB:5,CD:5,CH:6	B
3	{ACB}	{DEFGH}	CD:5,CH:6,BD:7,BE:9	D
4	{ACBD}	{EFGH}	BE:9,DE:7,DF:6,DG:5DH:4,CH5	H
5	{ACBDH}	{EFG}	BE:9,DE:7,DF:6,DG:5,HG:6	G
6	{ACBDHG}	{EF}	BE:9,DE:7,DF:6,GF:2,	F
7	{ACBDHGF}	{E}	BE:9,DE:7,EF:3	E
8	{ACBDHGFE}	{}		---

所求最小生成树如下图所示

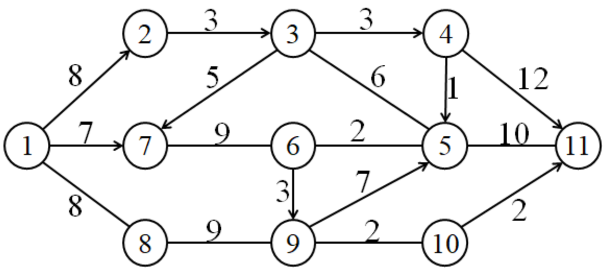


(2)按 Kruskal 算法求其最小生成树，按顺序给出边。

1	2	3	4	5	6	7
FG:2	**AC:3**	**EF:3**	**AB:4**	**DH:4**	**CD:5**	**DG:5**

注：2 和 3，4 和 5，6 和 7 位置均可互换。

1-5 求混合（有向和无向混合）图单源最短路径,填写表格完成 Dijkstra 算法各步骤。设源点为顶点①。



Dijkstra 算法求单源最短路径

No	S	w	D[2]	D[3]	D[4]	D[5]	D[6]	D[7]	D[8]	D[9]	D[10]	D[11]
0	**{1}**	**-**	**8**	∞	∞	∞	∞	**7**	**8**	∞	∞	∞
1	**{1,7}**	**7**	**8**	∞	∞	∞	**16**	**--**	**8**	∞	∞	∞
2	**{1,7,2}**	**2**	**--**	**11**	∞	∞	**16**	**--**	**8**	∞	∞	∞
3	**{1,7,2,8}**	**8**	**--**	**11**	∞	∞	**16**	**--**	**--**	**17**	∞	∞
4	**{1,7,2,8,3}**	**3**	**--**	**--**	**14**	**17**	**16**	**--**	**--**	**17**	∞	∞
5	**{1,7,2,8,3,4}**	**4**	**--**	**--**	**--**	**15**	**16**	**--**	**--**	**17**	∞	**26**
6	**{1,7,2,8,3,4,5}**	**5**	**--**	**--**	**--**	**--**	**16**	**--**	**--**	**17**	∞	**25**
7	**{1,7,2,8,3,4,5,6}**	**6**	**--**	**--**	**--**	**--**	**--**	**--**	**--**	**17**	∞	**25**
8	**{1,7,2,8,3,4,5,6,9}**	**9**	**--**	**--**	**--**	**--**	**--**	**--**	**--**	**--**	**19**	**25**
9	**{1,7,2,8,3,4,5,6,9,10}**	**10**	**--**	**--**	**--**	**--**	**--**	**--**	**--**	**--**	**--**	**21**
10	**{1,7,2,8,3,4,5,6,9,10,11}**	**11**	**8**	**11**	**14**	**15**	**16**	**7**	**8**	**17**	**19**	**21**

2、算法设计

（1） 采用 C 或 C++语言设计数据结构；

（2） 给出算法的基本设计思想；

（3） 根据设计思想，采用 C 或 C++语言描述算法，关键之处给出注释；

（4） 说明你所设计算法的时间复杂度和空间复杂度。

2-1 图的存储结构实践。

自定义图的邻接矩阵和邻接表两种存储结构。以下两项任选其一：

(1) 创建图的邻接矩阵，设计算法自动生成邻接表，或：

(2) 创建图的邻接表，设计算法自动生成邻接矩阵。

要求能够打印图的邻接矩阵和邻接表，进行验证。

（1）数据结构

```
#define MAX_VERTEX_NUM 10
typedef    enum { DG, DN, AG, AN }    GraphKind ;
typedef int VertexType;
typedef struct ArcNode {
                int   adjvex;
    struct ArcNode *nextarc;
} ArcNode ;
typedef struct Vnode {
         VertexType data ;
           ArcNode   *firstarc ;
}   Vnode, AdjList[MAX_VERTEX_NUM] ;
typedef    struct {
          AdjList     vertices ;
               int     vexnum ;
      GraphKind     kind ;
} ALGraph;   //邻接表

typedef    struct   ArcCell {
         int      adj ;   //0/1 邻接关系  或  wij
}   ArcCell,AdjMatrix[ MAX_VERTEX_NUM][MAX_VERTEX_NUM] ;

typedef    struct    {
        VertexType      vex[MAX_VERTEX_NUM] ;
        AdjMatrix        arcs ;
               int        vexnum , arcnum ;
      GraphKind        kind;
}MGraph ;    //邻接矩阵
```

（2）设计思想

首先将邻接矩阵清零 G.arcs[i][j].adj=0，i,j=1…n

依次取每个表头结点标号 i，遍历邻接表中每个链表，取到邻接点位置 j=p->adjvex，然后将 G.arcs[i][j].adj=1。

（3）源代码

```
void DisplayALGraph(ALGraph G)      //打印图的邻接表
{
   int i;
   ArcNode *p;
   printf("邻接表如下：\n");
   for(i=1;i<=G.vexnum;i++)
   {
      printf("顶点%3d -- ",G.vertices[i].data);
   p=G.vertices[i].firstarc;
   while(p)
   {
        printf("%4d    ",p->adjvex);
        p=p->nextarc;
   }
   printf("^\n");
```

```
    }
}

void AlgToM(ALGraph G1,MGraph *G2)
{    //邻接表转邻接矩阵
    int i,j;
    (*G2).kind=G1.kind;
    (*G2).vexnum=G1.vexnum;
    (*G2).arcnum=0;
    ArcNode *p;
    for(i=1;i<=G1.vexnum;i++)
        (*G2).vex[i]=G1.vertices[i].data;   //传递顶点信息
    for(i=1;i<=G1.vexnum;i++)
       for(j=1;j<=G1.vexnum;j++)
        (*G2).arcs[i][j].adj=0;                 //邻接矩阵清零

    for(i=1;i<=G1.vexnum;i++)                    //转换
    {
        p=G1.vertices[i].firstarc;
        while(p)
        {
            (*G2).arcs[i][p->adjvex].adj =1;
            (*G2).arcnum++;
            p=p->nextarc;
    }
     }
}

void DisplayMGraph(MGraph *G2)   //打印图的邻接矩阵
{
    int i,j;
    for(i=1;i<=(*G2).vexnum;i++)
    {
    for(j=1;j<=(*G2).vexnum;j++)
        printf("%4d",(*G2).arcs[i][j].adj);
        printf("\n");
    }
}
```

（4）算法分析

时间复杂度 T(n)=O(n)，n 为顶点个数。

2-2 设具有 n 个顶点的有向图用邻接表存储（不存在逆邻接表）。试写出计算所有顶点入度的算法，将每个顶点的入度值分别存入一维数组 int Indegree[n]中。

【参考答案】

（1） 存储结构如题 2-1 所示。

（2） 设计思想

设结点 i 的如度为 InDegree[i]，初始均为 0，i=1…n；

遍历邻接表的每个邻接点 i，执行 InDegree[i]++。

（3） 程序代码

```
void GetInDegree(ALGraph G,int InDegree[])
{
```

```
    int i;
    ArcNode *p;
    for(i=1;i<=G.vexnum;i++) InDegree[i]=0;
    for(i=1;i<=G.vexnum;i++)
    {   p=G.vertices[i].firstarc;
        while(p)
        {
            InDegree[p->adjvex]++;
            p=p->nextarc;
        }
    }
}
```

（4） 算法分析

T(n)=O(n)

2-3 一个连通图采用邻接表作为存储结构，设计一个算法，实现从顶点 v 出发的深度优先遍历的非递归过程。

【参考答案】

（1）数据结构

设立一个顶点栈 S，采用栈和图的 ADT 操作。

（2）设计思想

先将遍历起点进栈；

当栈非空时：弹出栈顶顶点 v，访问并标记该顶点 v，找到与该顶点 v 相关联的每一个顶点 w，如果 w 未被访问过且与当前栈顶顶点不同则进栈保留。

直到栈空为止。

（3）算法 ADT 实现

```
Void DFSn(Graph G,int v)
{  //从第 v 个顶点出发非递归实现深度优先遍历图 G
   Stack S;
   InitStack(S); //初始栈 S 为空
   Push(S,v);     //起点 v 进栈
   While(!StackEmpty(S))
   {   //栈空时第 v 个顶点所在的连通分量已遍历完
      Pop(S,k);
      If(!visited[k])
      {     visited[k]=TRUE;
            VisitFunc(k);              //访问第 k 个顶点
            //将第 k 个顶点的所有邻接点进栈
            for(w=FirstAdjVex(G,k);w;w=NextAdjVex(G,k,w))
            {
                if(!visited[w]&&w!=Top(s)) Push(S,w);
                        //图中有环时 w==Top(S)
            }
      }
```

```
        }
```

（4）算法分析

时间复杂度 T(n)=O(n)；空间复杂度 S(n)=O(n)

2-4 采用链接表存储结构，编写一个判别无向图中任意给定的两个顶点(u，v)之间是否存在一条长度为 k 的简单路径

【参考答案】

（1）数据结构

邻接表（详细解释见课件）

```
#define MAX_VERTEX_NUM 10
typedef    enum { DG, DN, AG, AN }    GraphKind ;
typedef int VertexType;
typedef struct ArcNode {
                                      int adjvex;
                       struct ArcNode *nextarc;
} ArcNode ;
typedef struct Vnode {
                       VertexType data ;
                       ArcNode      *firstarc ;
}    Vnode, AdjList[MAX_VERTEX_NUM] ;
typedef    struct {
                       AdjList vertices ;
                          int vexnum ;
                     GraphKind kind ;
} ALGraph;
int visited[MAX_VERTEX_NUM];       //访问标记
```

（2）算法设计思想

采用深度优先搜索策略，以 u 为起点进行深度优先遍历，若第一个邻接点存在，从第一个另结点出发继续判断是否有到 v 的长度为 k-1 的路径。

（3）算法描述

```
int FirstAdjVex(ALGraph G,VertexType v)
{   //返回值为图 G 中与顶点 v 邻接的第一个临界点，0 为没有邻接点
      if(G.vertices[v].firstarc)
          return(G.vertices[v].firstarc->adjvex);
      else
          return(0);
}

int NextAdjVex(ALGraph G,VertexType v,VertexType w)
{     //返回值为图 G 中与顶点 v 邻接的 w 之后的邻接点，0 为武侠一个邻接点
      ArcNode *p;
      p=G.vertices[v].firstarc;
      while(p!=NULL&&p->adjvex!=w)
            p=p->nextarc;
      if(p)
            return(0);
      else
            if(p->nextarc)
```

```
            return(p->nextarc->adjvex);
        else
            return(0);
}

int exist_path_len(ALGraph G,int i,int j,int k)
{   //判断是否有从顶 u 到顶点 v 长度为 k 的路径，深度优先搜索
    int temp;
    ArcNode *p;
    if(i==j&&k==0)
        return 1;
    else if(k>0)
    {
        visited[i]=1;
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc)
        {
            temp=p->adjvex;
            if(!visited[temp]&&exist_path_len(G,temp,j,k-1))
                return 1;
        }
        visited[i]=0;
    }
    return 0;
}
```

（4）算法分析

时间复杂度 T(n)=O(k)，空间复杂度 S(n)=O($\log_2 k$)。