电磁学

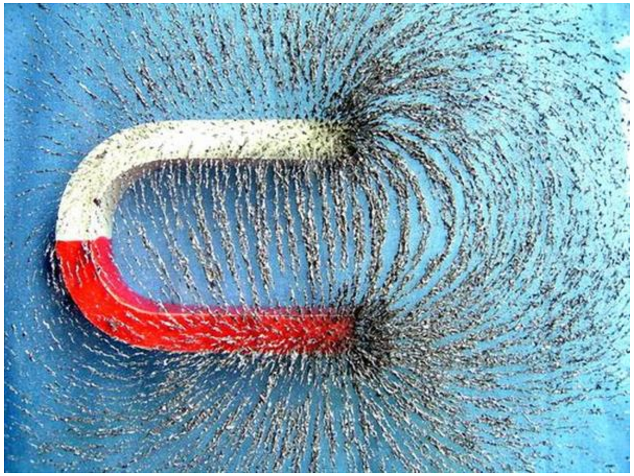
第一章：静电场

第二章：恒定磁场

第三章：电磁感应与电磁场

磁（Magnetism）

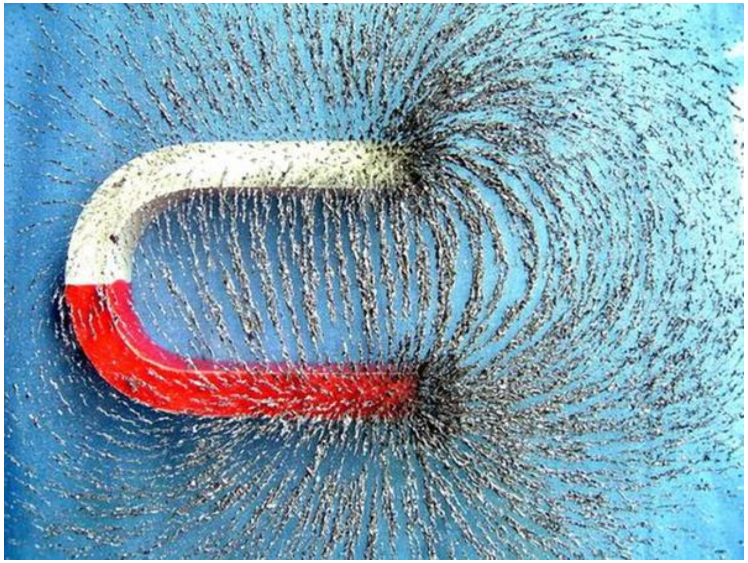
大约公元前600年，古希腊哲学家泰勒斯（Thales）在希腊马格尼西亚（Magnesia）海边附近发现了一种可以互相吸引的矿石 —— 即磁石（Magnet）。

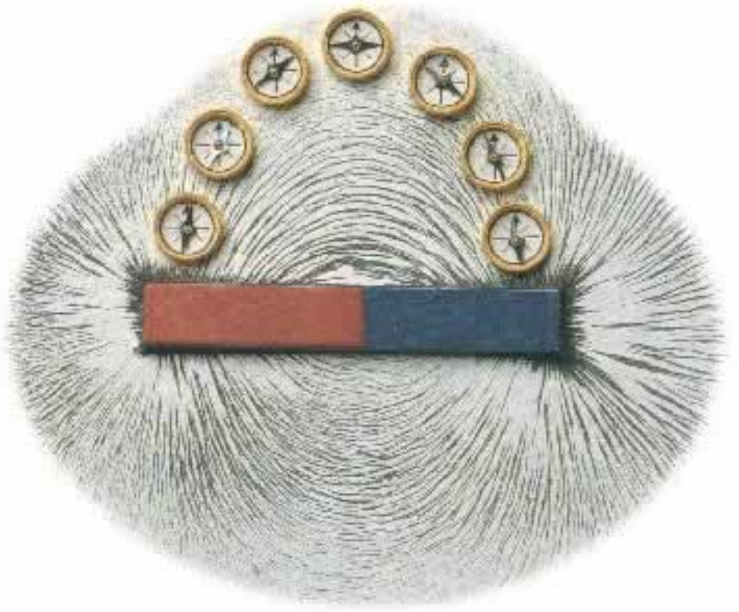


我国在先秦时代也已经发现了磁石的特点，东汉时代王充在《论衡》中记载：“顿牟掇芥，磁石引针”。

磁场 (Magnetic Field)

与电场的概念类似，为了更简便地研究物体之间具有的磁相互作用，我们引入磁“场”的概念。与参照系相对静止的磁性物体所产生的磁场，我们称为“静”磁场。





磁场线

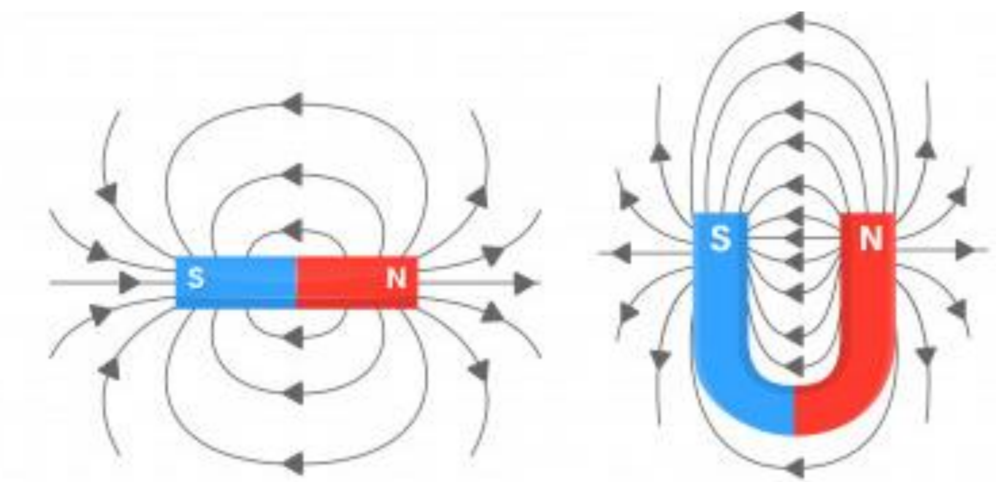
与电场线类似，我们也可以用磁场线来表示磁性物体周围磁场各点的大小和方向。

（1）曲线上每一点切线方向为该点磁场强度方向；

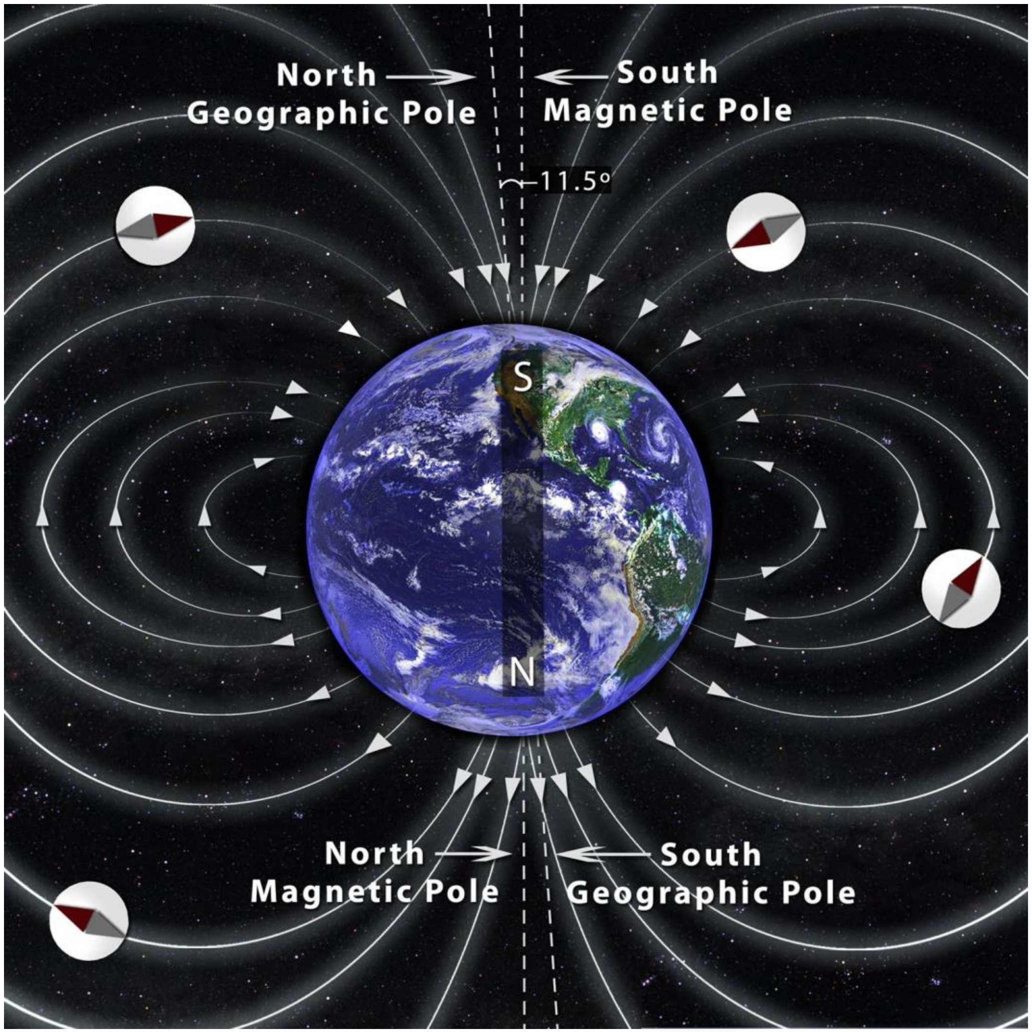
（2）在场中任意点附近，穿过垂直于磁场方向上单位面积上磁场线条数与该点磁场强度大小成正比。

（3）始于北极（N极），止于南极（S极）。

（4）磁场线必须为闭合曲线。



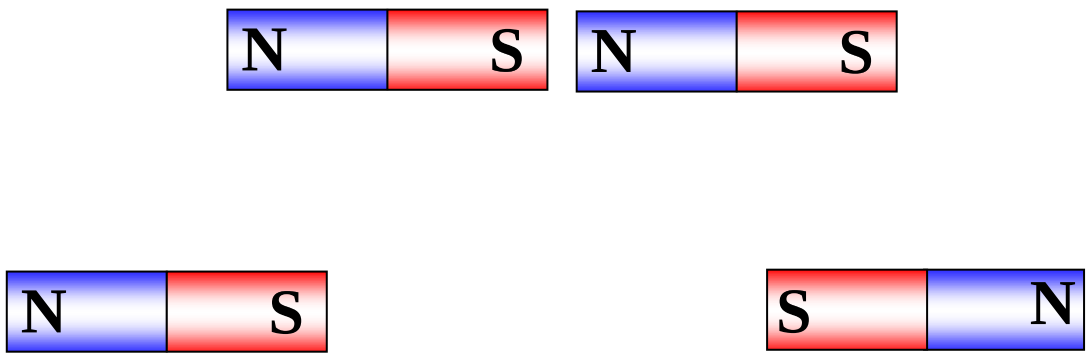
地磁场



North
Geographic Pole
South
Magnetic Pole
11.5°
S
N
North
Magnetic Pole
South
Geographic Pole

磁铁

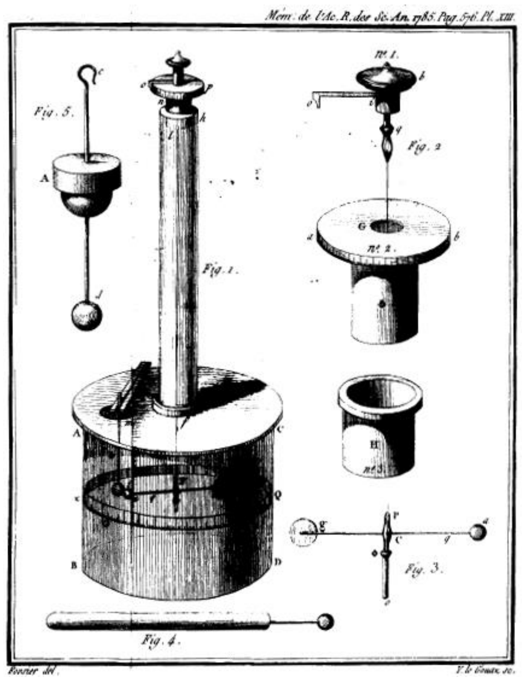
已知现象：一块磁铁上同时存在南极（S）和北极（N）。同名磁极相斥，异名磁极相吸。



具有磁性的物体之间的相互作用力？

静磁力——库伦的研究（1785年）

在研究带电物体的相互作用力时，库伦也同时利用扭秤实验研究了具有磁性的物体之间的相互作用力。对于磁性物体之间的作用，他得出了与电库伦定律相似的结论：两个磁性物体（~~点磁荷~~）之间的作用力与它们的距离平方成反比，即磁库伦定律。



DES SCIENCES. 569

PREMIER MÉMOIRE
SUR
L'ÉLECTRICITÉ ET LE MAGNÉTISME.
Par M. COULOMB.

Conſtruction & uſage d'une Balance électrique, fondée ſur la propriété qu'ont les Fils de métal, d'avoir une force de réaction de Torſion proportionnelle à l'angle de Torſion.

Détermination expérimentale de la loi ſuivant laquelle les élémens des Corps électriſés du même genre d'Électricité, ſe repouſſent mutuellement.

DANS un Mémoire donné à l'Académie, en 1784, j'ai déterminé, d'après l'expérience, les loix de la force de torſion d'un fil de métal, & j'ai trouvé que cette force étoit, en raiſon composée de l'angle de torſion, de la quatrième puiſſance du diamètre du fil de ſuſpenſion & de l'inverſe de ſa longueur, en multipliant le tout par un coéfficient conſtant qui dépend de la nature du métal, & qui eſt facile à déterminer par l'expérience.

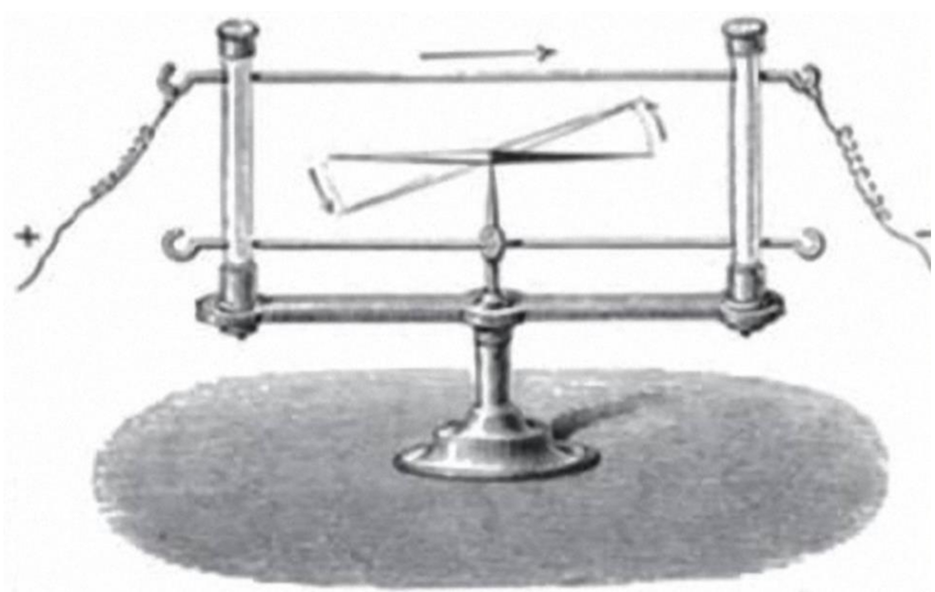
J'ai fait voir dans le même Mémoire, qu'au moyen de cette force de torſion, il étoit poſſible de meſurer avec préciſion des forces très-peu conſidérables, comme, par exemple, un dix millième de grain. J'ai donné dans le même Mémoire une première application de cette théorie, en cherchant à évaluer la force conſtante attribuée à l'adhérence dans la formule qui exprime le frottement de la ſurface d'un corps ſolide en mouvement dans un fluide.

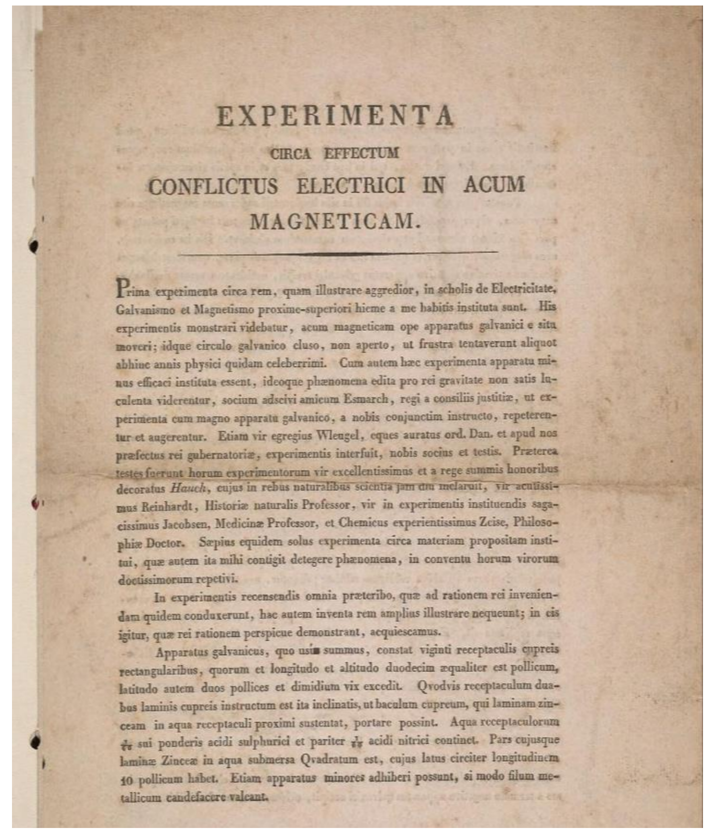
Je mets aujourd'hui ſous les yeux de l'Académie, une balance électrique conſtruite d'après les mêmes principes;

Mém. 1785. Cccc

科学家很容易在实验上分开带正电荷的物体和带负电荷的物体，但他们无法将一块磁铁的北极和南极分开——当把一块磁铁分为两半后，新的磁铁自动形成了新的南极和北极。因此，库伦的“点磁荷”概念并不成立。电与磁在物体上表现出的不同特性，让科学家无法将它们联系在一起，直到1820年。

1820年4月21日，奥斯特在一次讲座时偶然发现，当电流通过导线时，导线下方的磁针会发生偏转。这个微小的现象并没有引起听众的注意，但奥斯特之后立马针对这个现象进行了深入的研究，最后发现了电流的磁效应，也就是说电流也能像磁铁一样影响周围的小磁针。





EXPERIMENTA

CIRCA EFFECTUM

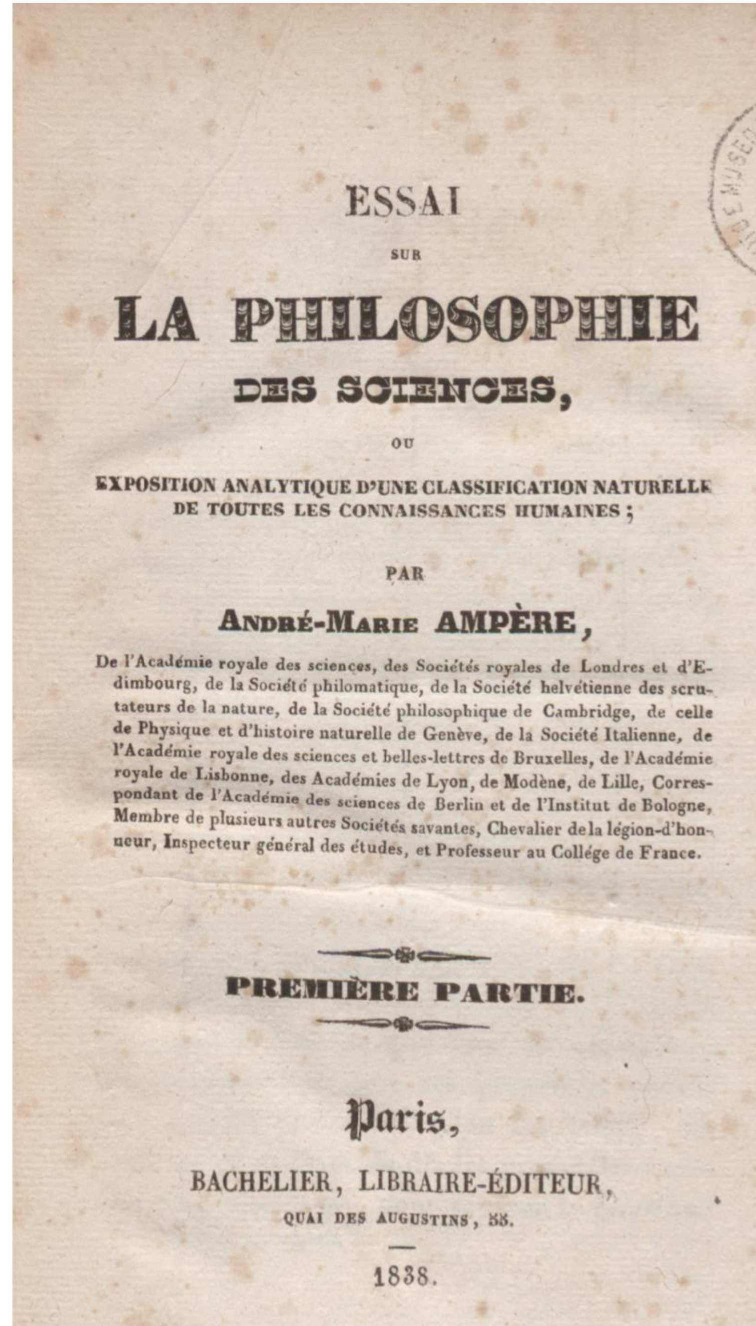
CONFLICTUS ELECTRICI IN ACUM MAGNETICAM.

Prima experimenta circa rem, quam illustrare aggredior, in scholis de Electricitate, Galvanismo et Magnetismo proxime-superiori hieme a me habitis instituta sunt. His experimentis monstrari videbatur, acum magneticam ope apparatus galvanici e situ moveri; idque circulo galvanico cluso, non aperto, ut frustra tentaverunt aliquot abhinc annis physici quidam celeberrimi. Cum autem hæc experimenta apparatu minus efficaci instituta essent, ideoque phænomena edita pro rei gravitate non satis luculenta viderentur, socium adscivi amicum Esmarch, regi a consiliis justitiæ, ut experimenta cum magno apparatu galvanico, a nobis conjunctim instructo, repeterentur et augerentur. Etiam vir egregius Wleugel, eques auratus ord. Dan. et apud nos præfectus rei gubernatoriæ, experimentis interfuit, nobis socius et testis. Præterea testes fuerunt horum experimentorum vir excellentissimus et a rege summis honoribus decoratus *Hauch*, cujus in rebus naturalibus scientia jam diu inclaruit, vir acutissimus Reinhardt, Historiæ naturalis Professor, vir in experimentis instituendis sagacissimus Jacobsen, Medicinæ Professor, et Chemicus experientissimus Zeise, Philosophiæ Doctor. Sæpius equidem solus experimenta circa materiam propositam institui, quæ autem ita mihi contigit detegere phænomena, in conventu horum virorum doctissimorum repetivi.

In experimentis recensendis omnia prætεribo, quæ ad rationem rei inveniendam quidem conduxerunt, hac autem inventa rem amplius illustrare nequeunt; in eis igitur, quæ rei rationem perspicue demonstrant, acquiescamus.

Apparatus galvanicus, quo usi summus, constat viginti receptaculis cupreis rectangularibus, quorum et longitudo et altitudo duodecim æqualiter est pollicum, latitudo autem duos pollices et dimidium vix excedit. Qvodvis receptaculum duabus laminis cupreis instructum est ita inclinatis, ut baculum cupreum, qui laminam zinceam in aqua receptaculi proximi sustentat, portare possint. Aqua receptaculorum $\frac{1}{60}$ sui ponderis acidi sulphurici et pariter $\frac{1}{60}$ acidi nitrici continet. Pars cujusque laminæ Zinceæ in aqua submersa Qvadratum est, cujus latus circiter longitudinem 10 pollicum habet. Etiam apparatus minores adhiberi possunt, si modo filum metallicum candefacere valeant.

1820年9月，安培的朋友向法国科学院成员展示了丹麦物理学家奥斯特的惊人发现，即磁针被相邻的电流偏转。之后安培开始研究数学和物理理论，以了解电和磁学之间的关系。在推进奥斯特的实验工作时，安培发现，两条携带电流的平行导线相互吸引或排斥，具体取决于电流是分别以相同方向还是相反方向流动——这奠定了电动力学的基础。



ESSAI

SUR

LA PHILOSOPHIE

DES SCIENCES,

OU

EXPOSITION ANALYTIQUE D'UNE CLASSIFICATION NATURELLE DE TOUTES LES CONNAISSANCES HUMAINES ;

PAR

ANDRÉ-MARIE AMPÈRE,

De l'Académie royale des sciences, des Sociétés royales de Londres et d'Edimbourg, de la Société philomatique, de la Société helvétienne des scrutateurs de la nature, de la Société philosophique de Cambridge, de celle de Physique et d'histoire naturelle de Genève, de la Société Italienne, de l'Académie royale des sciences et belles-lettres de Bruxelles, de l'Académie royale de Lisbonne, des Académies de Lyon, de Modène, de Lille, Correspondant de l'Académie des sciences de Berlin et de l'Institut de Bologne, Membre de plusieurs autres Sociétés savantes, Chevalier de la légion-d'honneur, Inspecteur général des études, et Professeur au Collége de France.

PREMIÈRE PARTIE.

Paris,

BACHELIER, LIBRAIRE-ÉDITEUR,

QUAI DES AUGUSTINS, 55.

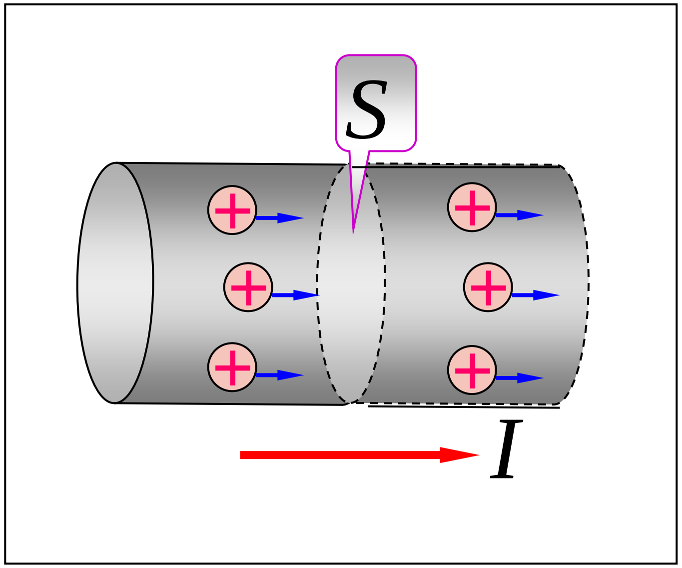
1838.

恒定磁场 ——稳恒电流激发的磁场

§1 电流与电动势

一、电流：运动的电荷

单位时间内通过截面S 的电量。



$$I = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$$

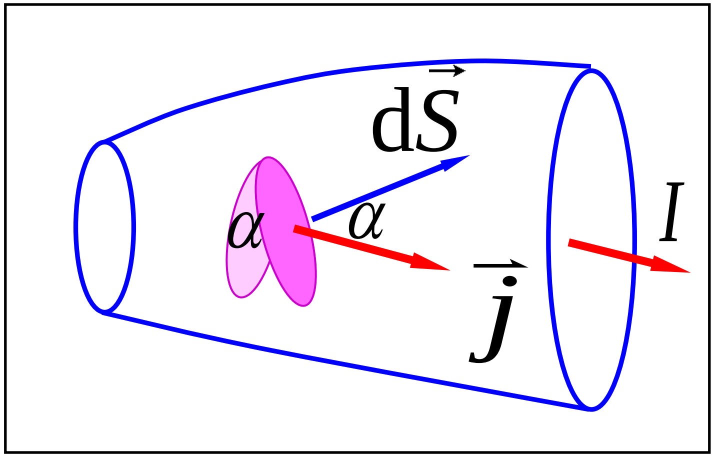
单位时间通过任一个面积为 S 的面的总电量称为电流 I。它等于通过该面的所有面元的电流密度 j 的法向分量的积分。

二、电流密度

——单位时间内过该点附近垂直于正电荷运动方向的单位面积的电荷。电流密度矢量沿正电荷运动方向。

$$j=\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}S_{\perp}}=\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}S\cos\alpha}$$

$$\mathrm{d}I=j\mathrm{d}S\cos\alpha=\vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$



$$I=\iint_S\vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

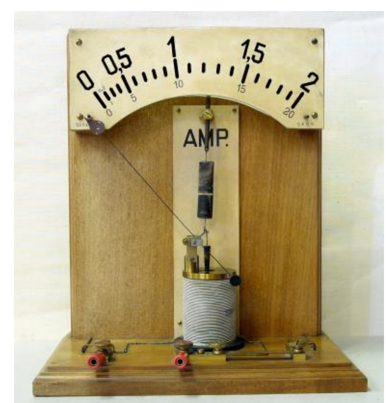
电流的单位和定义

基本电荷 e：$1.602176634\times10^{-19}$ C（库伦）

电流的单位 A（安培）：当基本电荷 e 以单位 C，即A·s 表示时，将其固定数值取为$1.602176634\times10^{-19}$来定义安培，其中秒的定义为铯133 原子基态的超精细能级跃迁9192631770次。

按照定义：1A ＝ 1C/1s ——1秒内通过截面积的电荷量为1库伦，即6.24146×10^{18}个电子时的电流大小定义为1安培。

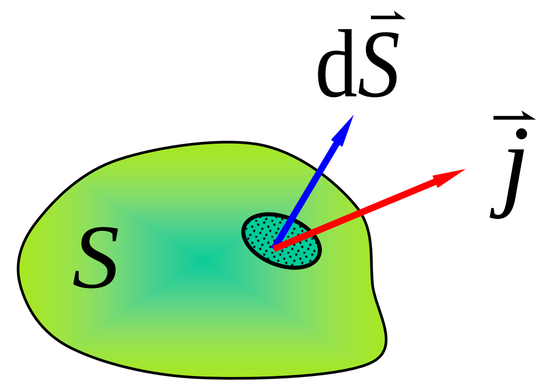
2019年以前：真空中，截面积可忽略的两根相距1米的无限长平行圆直导线内，通以等量恒定电流时，若导线间相互作用在每米长度上的力为2×10^{-7}牛顿，则每根导线中的电流为一安培。



三、稳恒电流

导体中电流分布恒定，不随时间而变化，即导体内各处的电流密度大小方向不变。

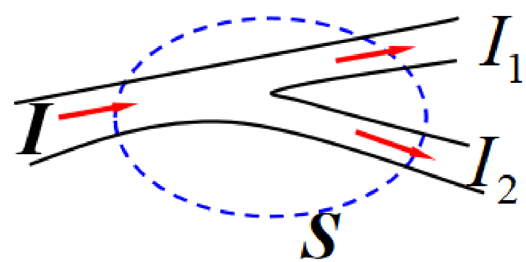
单位时间内通过闭合曲面向外流出的电荷，等于此时间内闭合曲面里电荷的减少量。



若闭合曲面 S 内的电荷不随时间而变化，有

$$\frac{\mathrm{d}Q_i}{\mathrm{d}t} = 0$$

恒定电流：$\oiint_S \vec{j} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{\mathrm{d}Q_i}{\mathrm{d}t} = 0$



$-I + I_1 + I_2 = 0$

- 在稳恒电流情况下，导体中电荷分布不随时间变化，形成稳恒电场。

四、欧姆定律

我们知道，导体中具有大量的可以自由移动的电子。当置身于电场中时，导体内部的自由电子非常容易移动，进而形成电流，而形成的电流密度大小与电场强度有直接关联：

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

欧姆定律的微分形式

——任一点的电流密度与电场强度方向相同，大小成正比。

其中σ被称为电导率，其导数 $\rho = 1/\sigma$ 被称为电阻率。

电阻：$R = \rho \dfrac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}S}$　　ρ:电阻率

结合电流、电势及电阻的公式，我们可以得到：

$$\vec{j}=\sigma\vec{E} \qquad \vec{I}=\vec{j}\cdot A \qquad U=\vec{E}\cdot\vec{l} \qquad R=\rho\frac{l}{A}$$

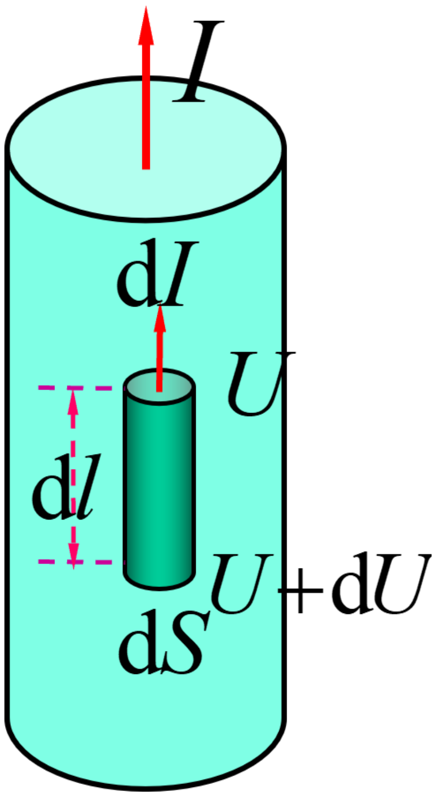
$$U=IR$$

电流的单位：安培（**A**）

电阻的单位：欧姆（**Ω**）

电势的单位：伏特（**V**）

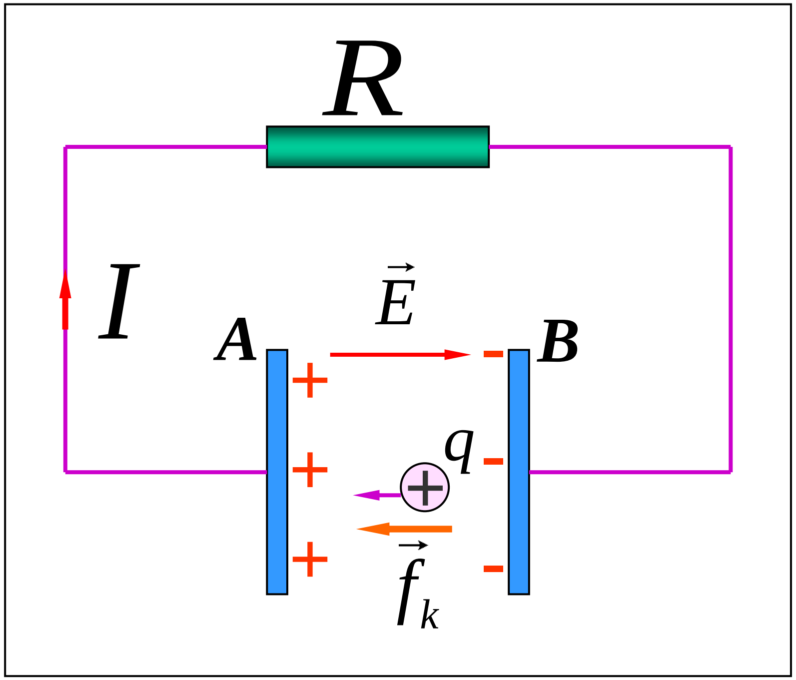
电场强度 *E* 的单位：V/m



五、电源电动势

电源：提供非静电力的装置。

非静电力：能不断分离正负电荷，并使正电荷逆静电场方向运动。



$\vec{f}_k$ ——非静电力，维持回路中具有稳定的电流。

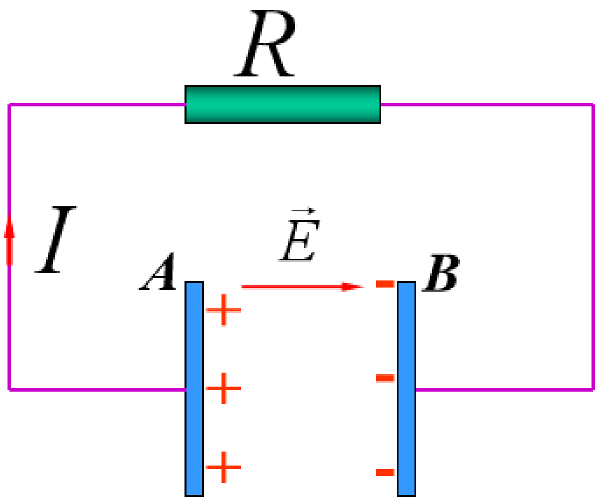
非静电力驱动电荷 q 由 B 极板运动到 A 极板所做的功：

$$A_{BA}=\int_B^A \vec{f}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

定义：**非静电场场强** $\vec{E}_k$ 为单位正电荷所受的非静电力。

即：$\vec{E}_k=\dfrac{\vec{f}_k}{q}$　　或：$\vec{f}_k=q\vec{E}_k$

$$A_{BA}=q\int_B^A \vec{E}_k\cdot d\vec{l}$$



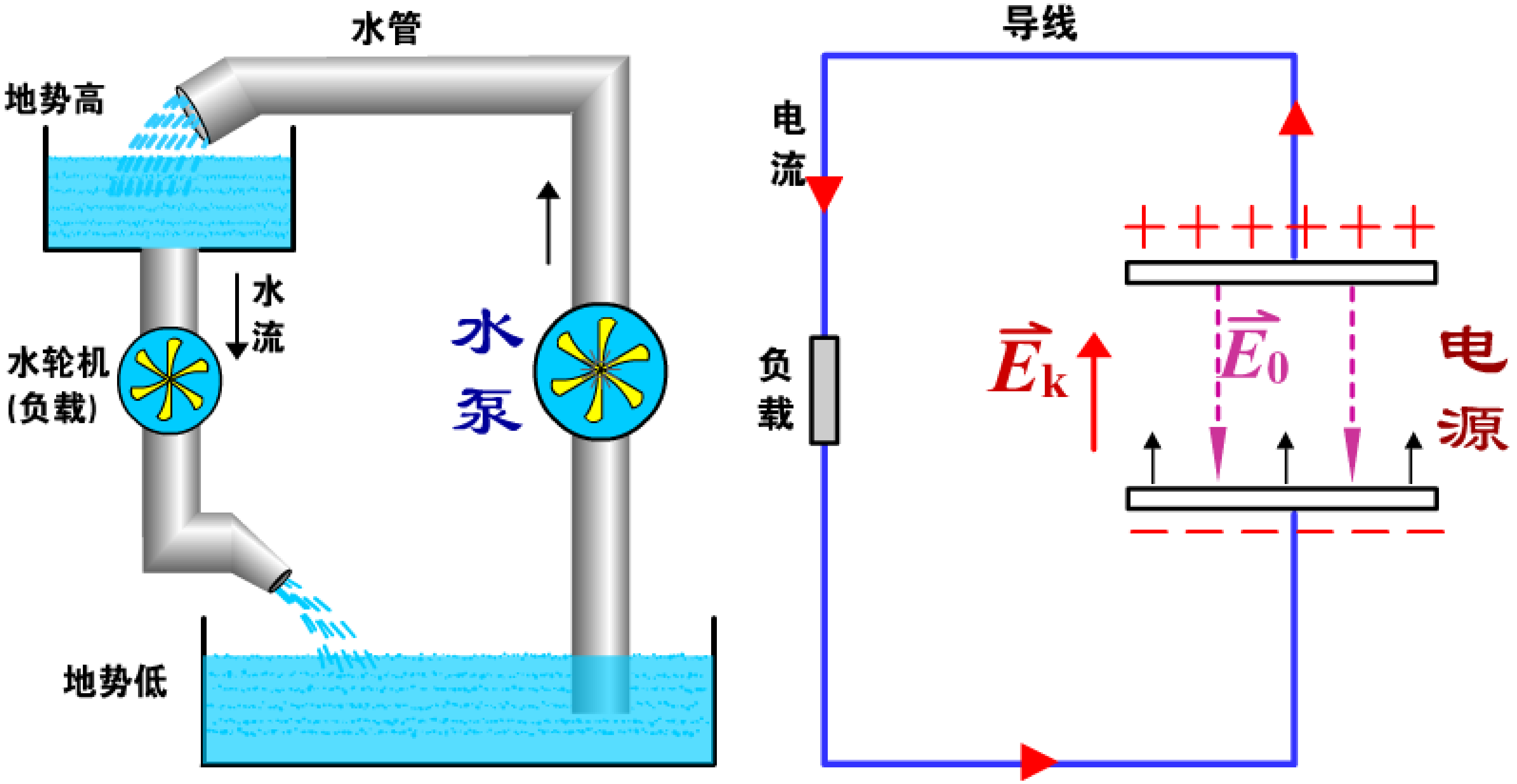
定义：电动势为非静电力驱动单位正电荷由 ***B*** 极板运动到 ***A*** 极板所做的功。

即：$$\boxed{\mathscr{E}=\frac{A_{BA}}{q}}$$

则：$$\mathscr{E}=\frac{A_{BA}}{q}=\frac{q\int_B^A \vec{E}_{\mathrm{k}}\cdot d\vec{l}}{q}=\int_B^A \vec{E}_{\mathrm{k}}\cdot d\vec{l}$$

- 对于闭合回路，电动势的定义式为单位正电荷绕闭合回路运动一周，非静电力所做的功。

$$\mathscr{E}=\oint_l \vec{E}_{\mathrm{k}}\cdot d\vec{l}$$



电源和水泵作用的类比

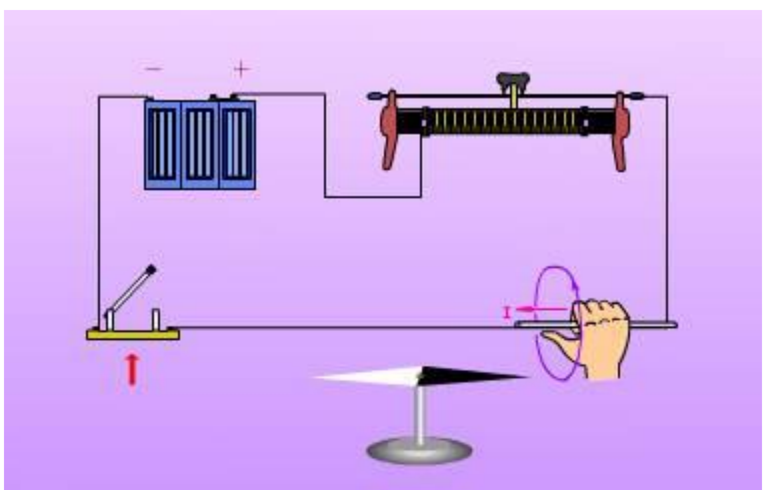
§2 磁感应强度

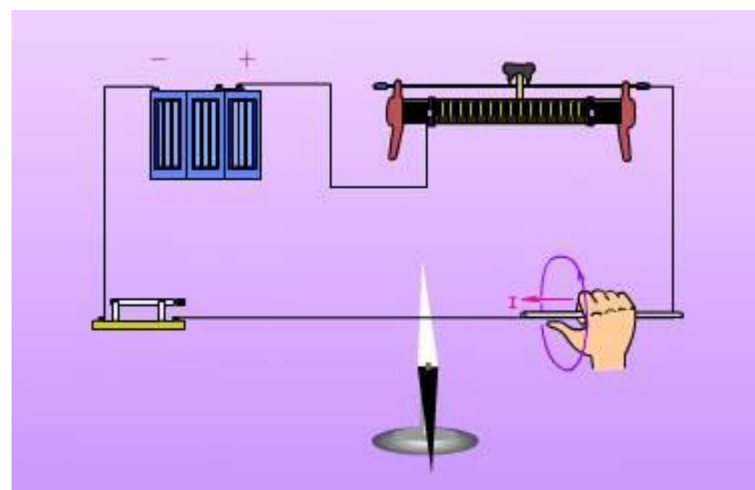
一、 电磁相互作用

1. 奥斯特实验（1820年 ）——电流激发磁场

奥斯特
Hans Christian Oersted
1777～1851

丹麦物理学家。1794年考入哥本哈根大学，1799年获博士学位。1806年起任哥本哈根大学物理学教授。1820年因电流磁效应这一杰出发现获英国皇家学会科普利奖章。1829年起任哥本哈根工学院院长。



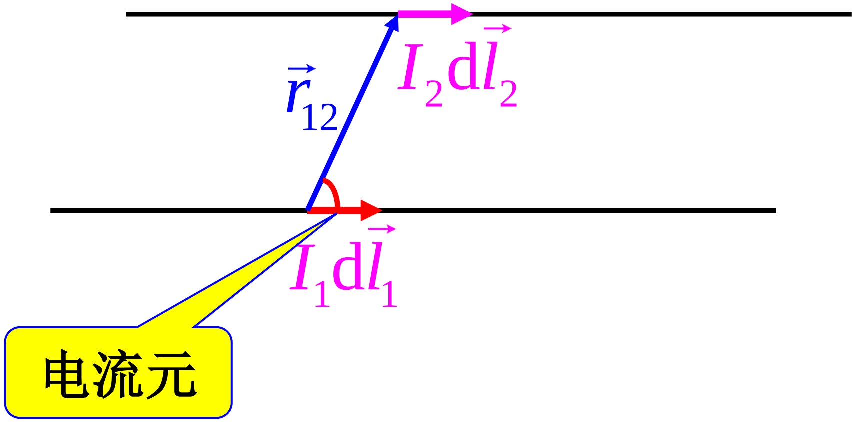


2. 安培实验（1820年）

法国物理学家，在电磁作用方面的研究成就卓著，对数学和化学也有贡献。电流的国际单位安培即以其姓氏命名。

安培最主要的成就是1820-1827年对电磁作用的研究。他研究了两根载流导线存在相互影响，相同方向的平行电流彼此相吸，相反方向的平行电流彼此相斥。

安德烈·玛丽·安培
André-Marie Ampère
1775—1836



$$d\vec{F}_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_2 d\vec{l}_2 \times \left(I_1 d\vec{l}_1 \times \vec{r}_{12} \right)}{r_{12}^3}$$

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{N \cdot A^{-2}}$ ——真空磁导率。

二、磁 场

运动电荷　　　　　　磁　体

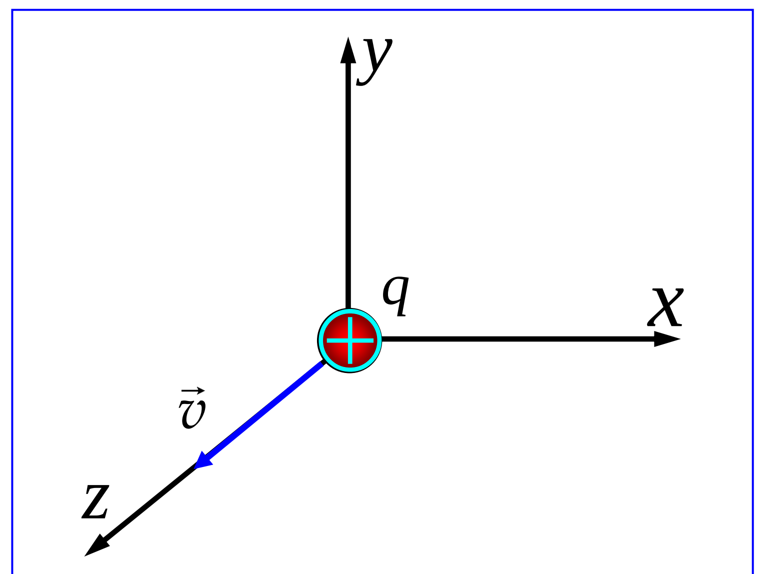
　　　　磁场

磁　体　　　　　　运动电荷

三、磁感强度矢量 $\vec{B}$ 的定义

带电粒子在磁场中运动受到力的作用——

- 实验发现带电粒子在磁场中沿某一特定直线方向运动时不受力；
- 带电粒子在磁场中沿其他方向运动时，$\vec{F}$ 垂直于 $\vec{v}$ 与某特定方向所组成的平面；
- 当带电粒子在磁场中垂直于此特定方向运动时受力最大；



$$\vec{F}=\vec{F}_{\max}=\vec{F}_{\perp} \qquad F_{\max}\propto qv$$

$F_{\max}/(qv)$ 大小与 q, v 无关。

磁感强度 $\vec{B}$ 的定义：

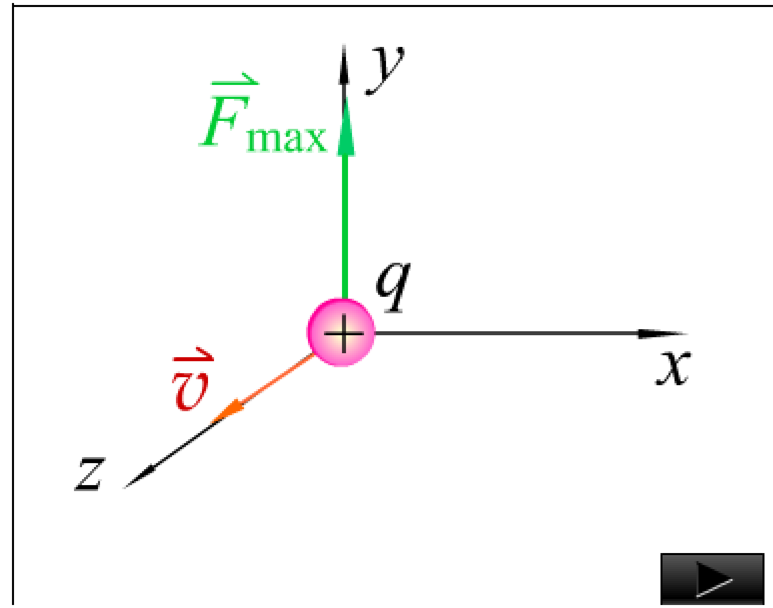
当正电荷垂直于特定方向运动时，受力 $\vec{F}_{\max}$，将 $\vec{F}_{\max}\times\vec{v}$ 方向定义为该点 $\vec{B}$ 的方向。

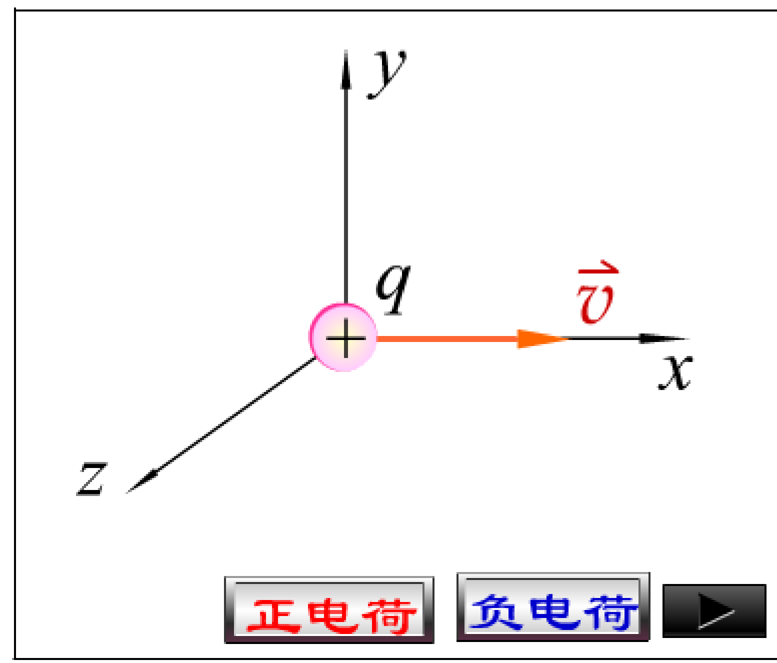
磁感强度大小 $B=\dfrac{F_{\max}}{qv}$

单位：**特斯拉（T）** $1\mathrm{T}=1\mathrm{N}\cdot\mathrm{A}^{-1}\cdot\mathrm{m}^{-1}$

运动电荷在磁场中受力：

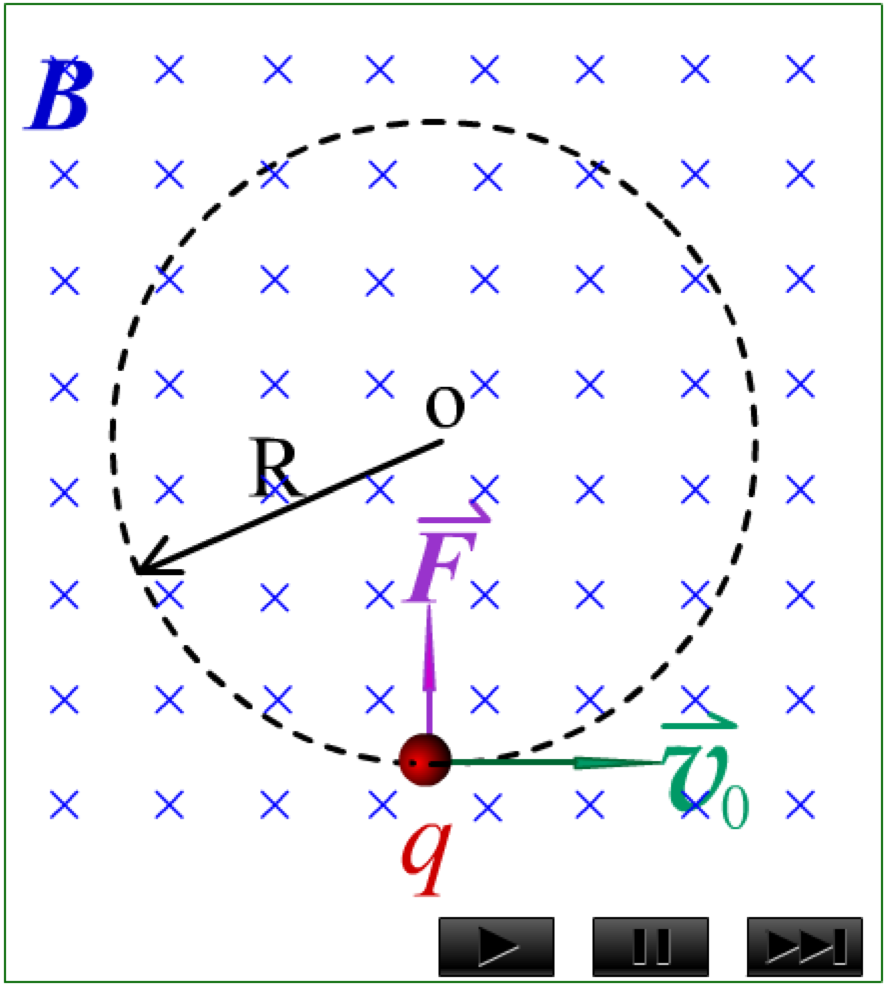
$$\vec{F}=q\vec{v}\times\vec{B}$$ ——洛仑兹力





带电粒子在磁场中的运动

回旋半径和回旋频率



$$qv_0B = m\frac{v_0^{\ 2}}{R}$$

$$R = \frac{mv_0}{qB}$$

$$T = \frac{2\pi R}{v_0} = \frac{2\pi m}{qB}$$

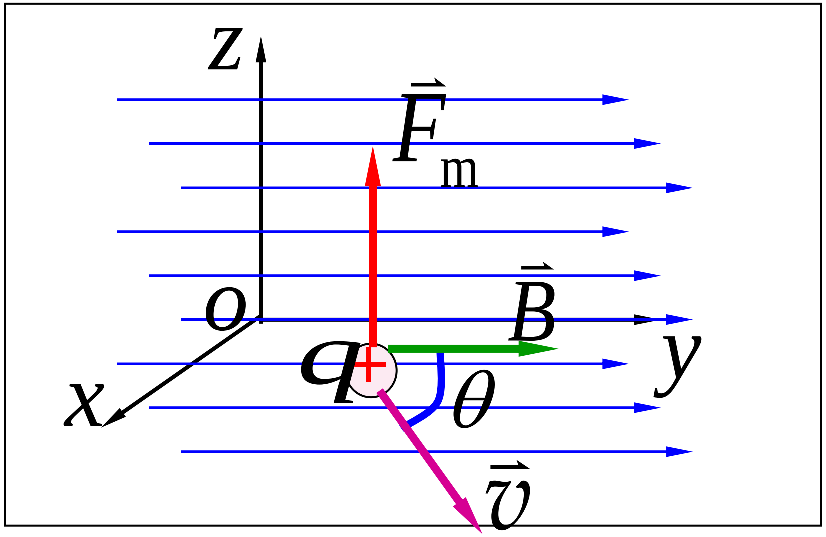
$$\boxed{f = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m}}$$

带电粒子在电场和磁场中的运动

电场力 $\boxed{\vec{F}_{\mathrm{e}} = q\vec{E}}$

磁场力（洛仑兹力）

$$\boxed{\vec{F}_{\mathrm{m}} = q\vec{v} \times \vec{B}}$$



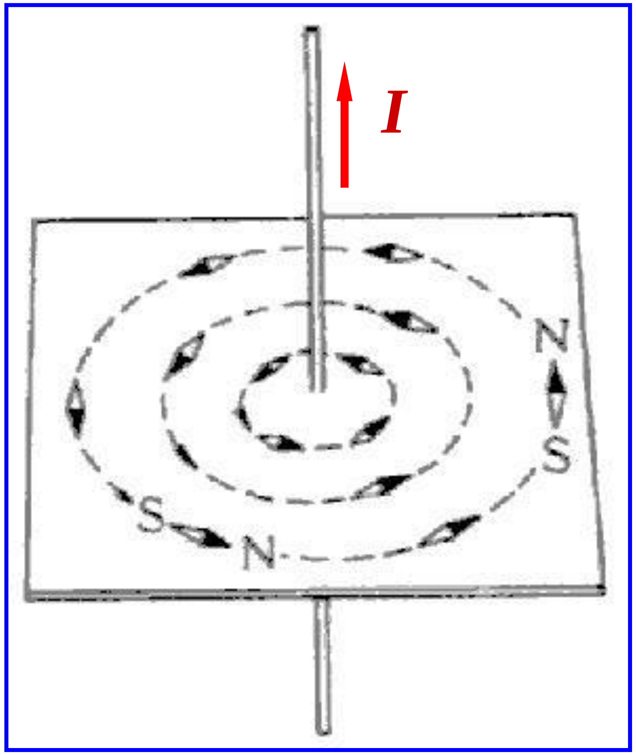
运动电荷在电场和磁场中受的力

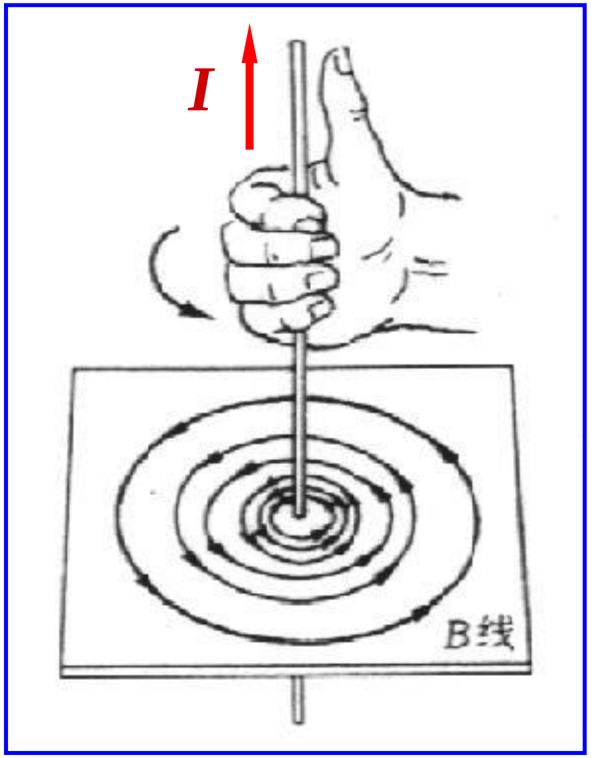
$$\boxed{\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}}$$

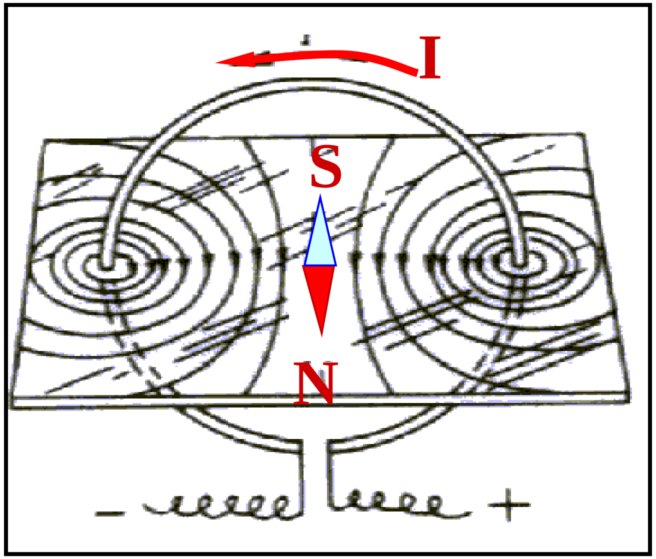
四、磁场的高斯定理

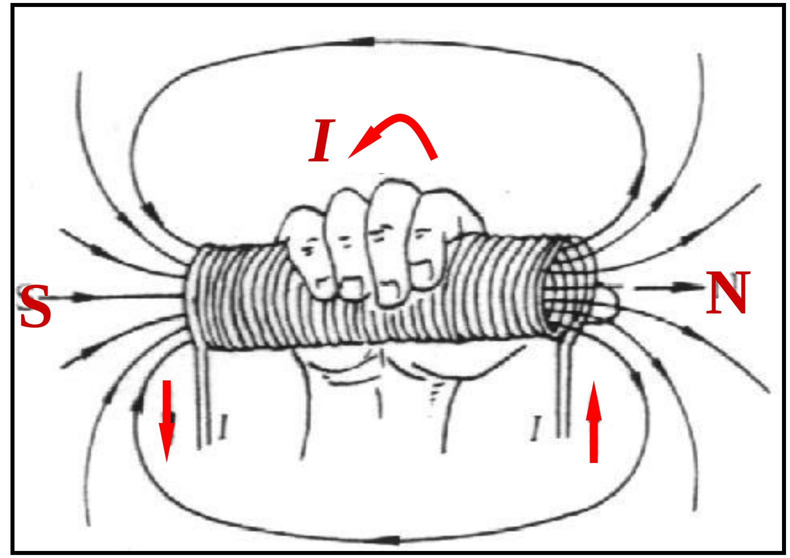
1. 磁感应线

规定：曲线上每一点的切线方向表示该点的磁感强度的方向，曲线的疏密程度表示该点的磁感强度的大小。

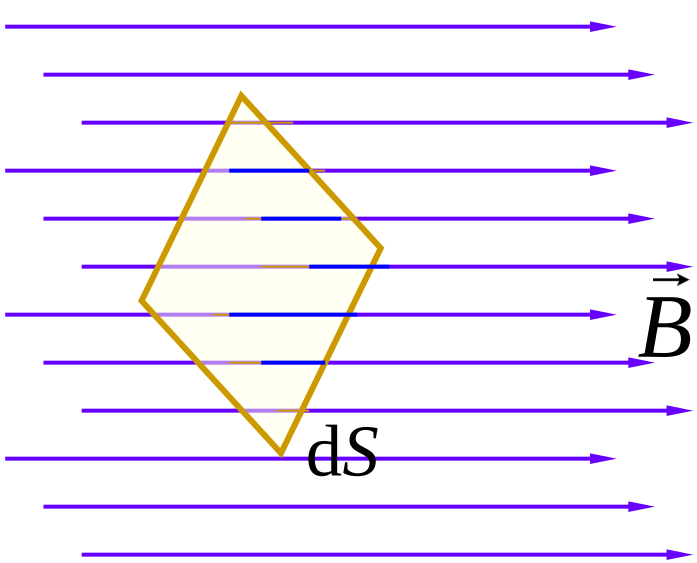




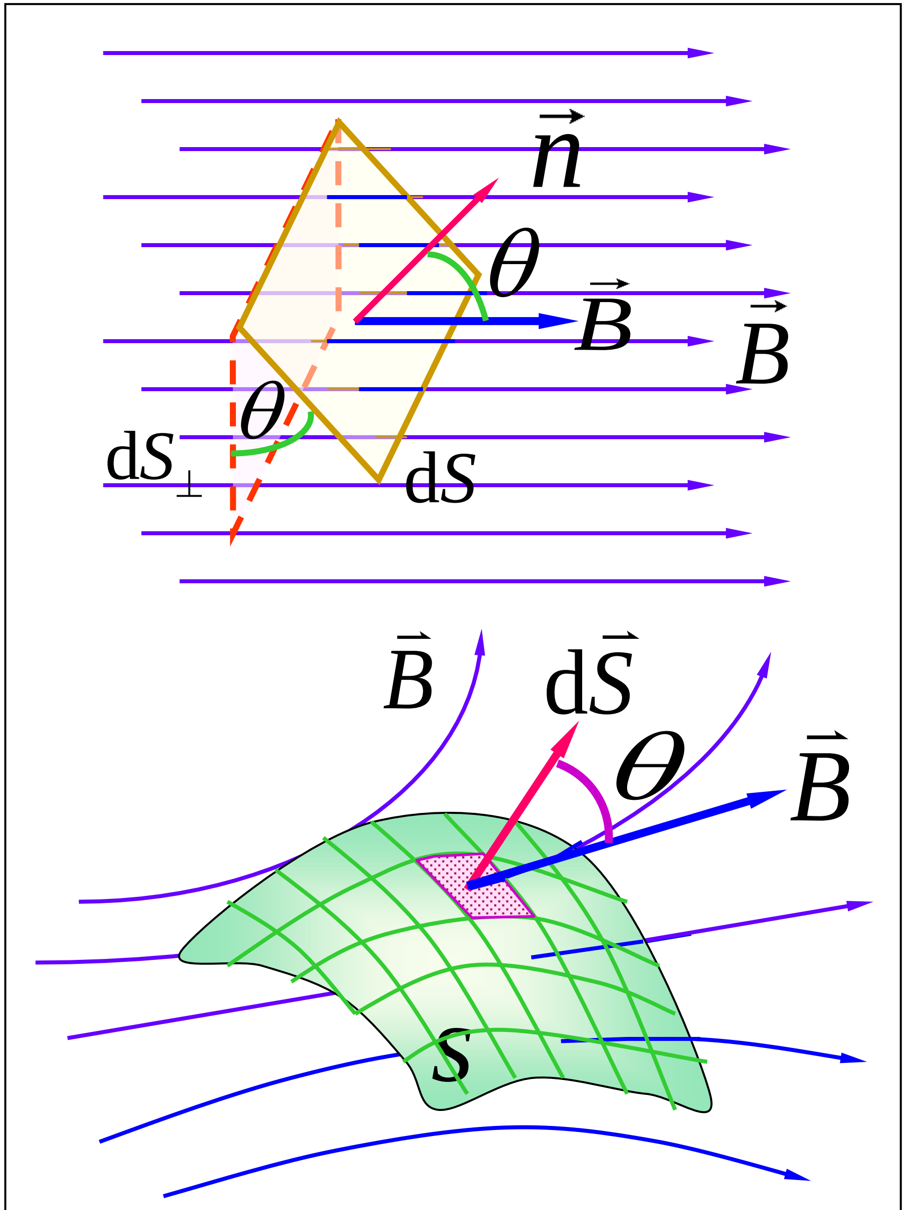




2. 磁通量 磁场的高斯定理



磁通量：通过某一曲面的磁感应线数为通过此曲面的磁通量。用 Φ_m 表示。



$$\mathrm{d}\vec{S} = \mathrm{d}S\vec{n}$$

$$\mathrm{d}S_{\perp} = \mathrm{d}S\cos\theta$$

$$\mathrm{d}\Phi_m = B\mathrm{d}S_{\perp} = B\mathrm{d}S\cos\theta$$

$$\mathrm{d}\Phi_m = \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

$$\Phi_m = \int_{(S)}\mathrm{d}\Phi_m = \int_{(S)}\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

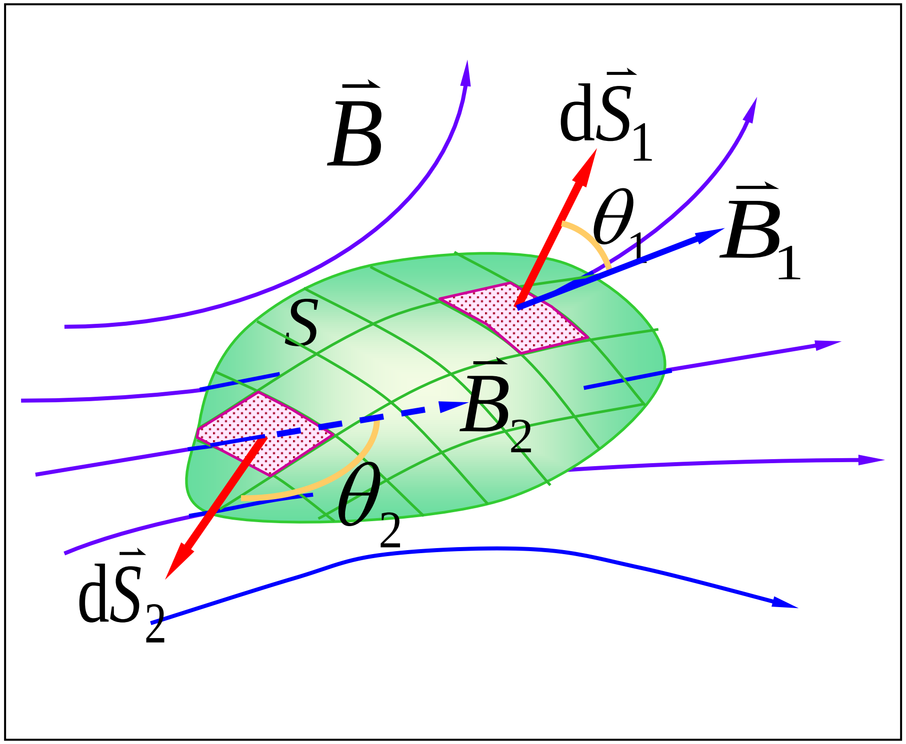
单位：韦伯（**Wb**）

$$1\mathrm{Wb} = 1\mathrm{T}\times 1\mathrm{m}^2$$

$$\Phi_{in} = \int \mathrm{d}\Phi_2 = \int \vec{B}_2 \cdot \mathrm{d}\vec{S}_2 < 0$$

$$\Phi_{out} = \int \mathrm{d}\Phi_1 = \int \vec{B}_1 \cdot \mathrm{d}\vec{S}_1 > 0$$

进入闭合曲面 **S** 的磁场线根数（磁通量）和流出闭合曲面 **S** 的磁场线根数相等。



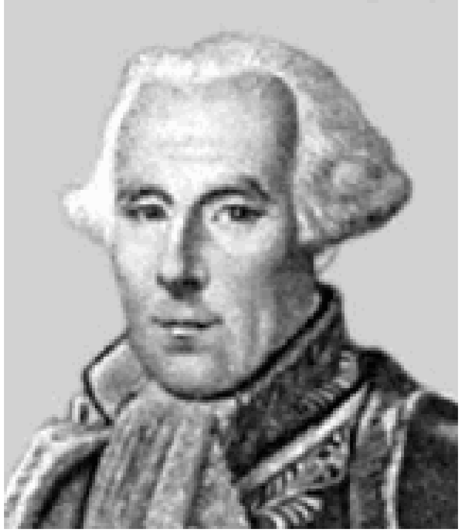
$$\Phi_{in} + \Phi_{out} = 0 = \oint_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$\oint_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$$

磁场高斯定理：通过任意闭合曲面的磁通量必等于零。

（磁场是无源场）

§3 毕奥—萨伐尔定律



让-巴蒂斯特·毕奥
法国物理学家、天文学家和数学家

菲利克斯·萨伐尔
法国物理学家和医生

拉普拉斯
法国分析学家、概率论学家和物理学家

一、毕奥—萨伐尔定律

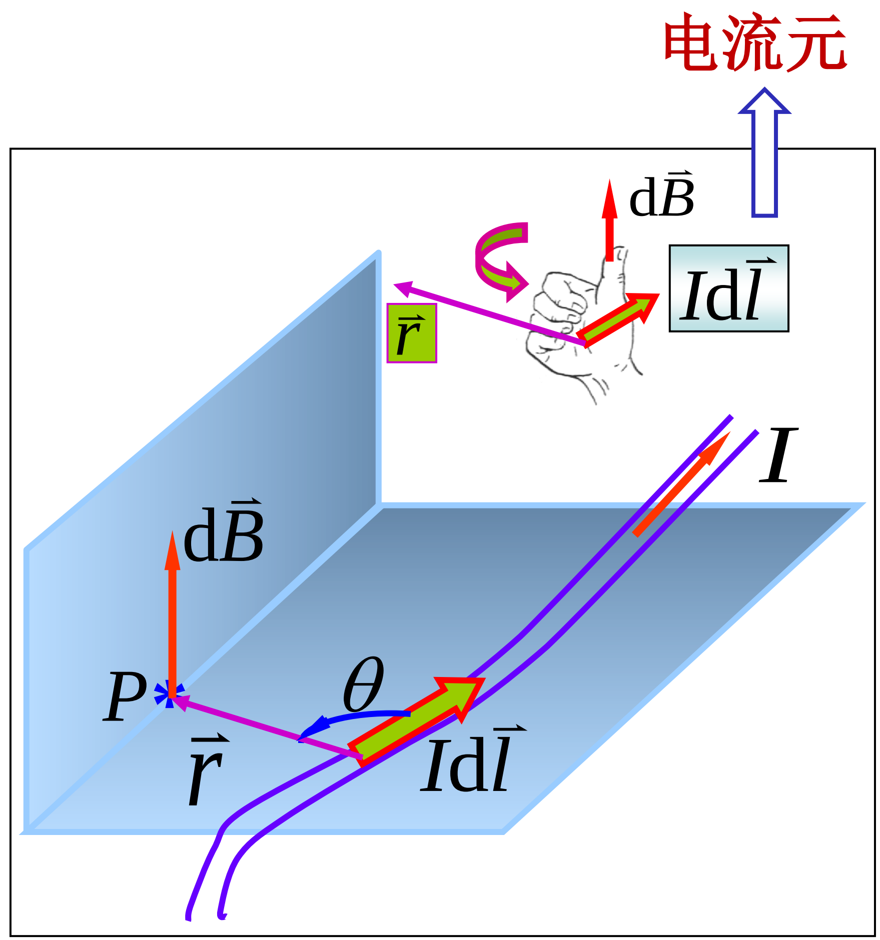
——电流元在空间产生的磁场

$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{r}_0}{r^2}$$

$$\vec{r} = r\vec{r}_0$$

$$\vec{r}_0 \equiv \vec{e}_r$$



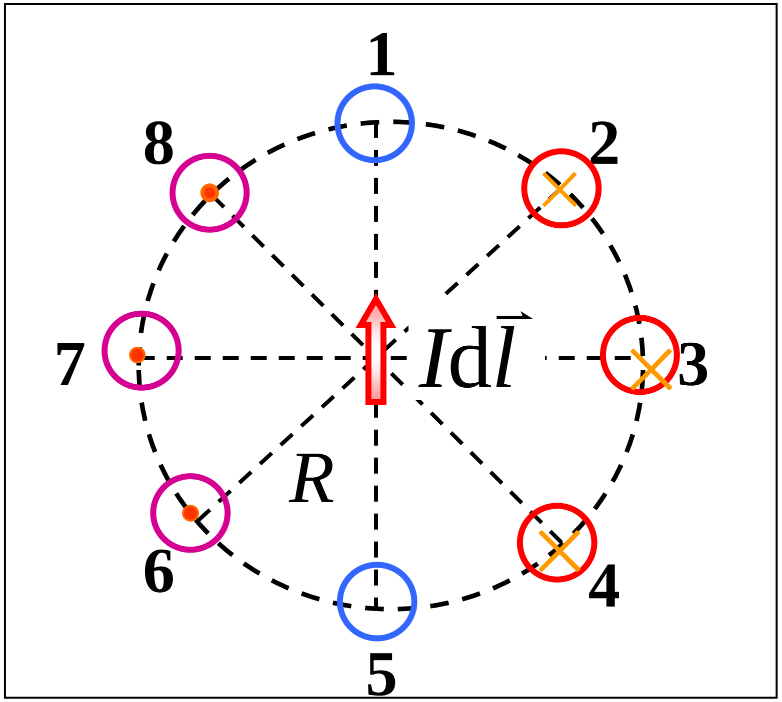
$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}l\sin\theta}{r^2}$$

$\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\,\mathrm{N\cdot A^{-2}}$ ——真空磁导率

- 任意载流导线在点 P 处的磁感强度:

$$\vec{B} = \int_{(L)}\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{(L)}\frac{\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{r}_0}{r^2}$$

例　判断下列各点磁感强度的方向和大小.



1、5点：$\mathrm{d}B = 0$

3、7点：$\mathrm{d}B = \dfrac{\mu_0 I \mathrm{d}l}{4\pi R^2}$

2、4、6、8 点：

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0 I \mathrm{d}l}{4\pi R^2} \sin 45^0$$

$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

毕奥—萨伐尔定律

二、毕奥—萨伐尔定律应用举例

例1 求有限长载流直导线外的磁场。

解：

$$\mathrm{d}\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{r}_0}{r^2}$$

$\mathrm{d}\vec{B}$方向均沿 z 轴的负方向

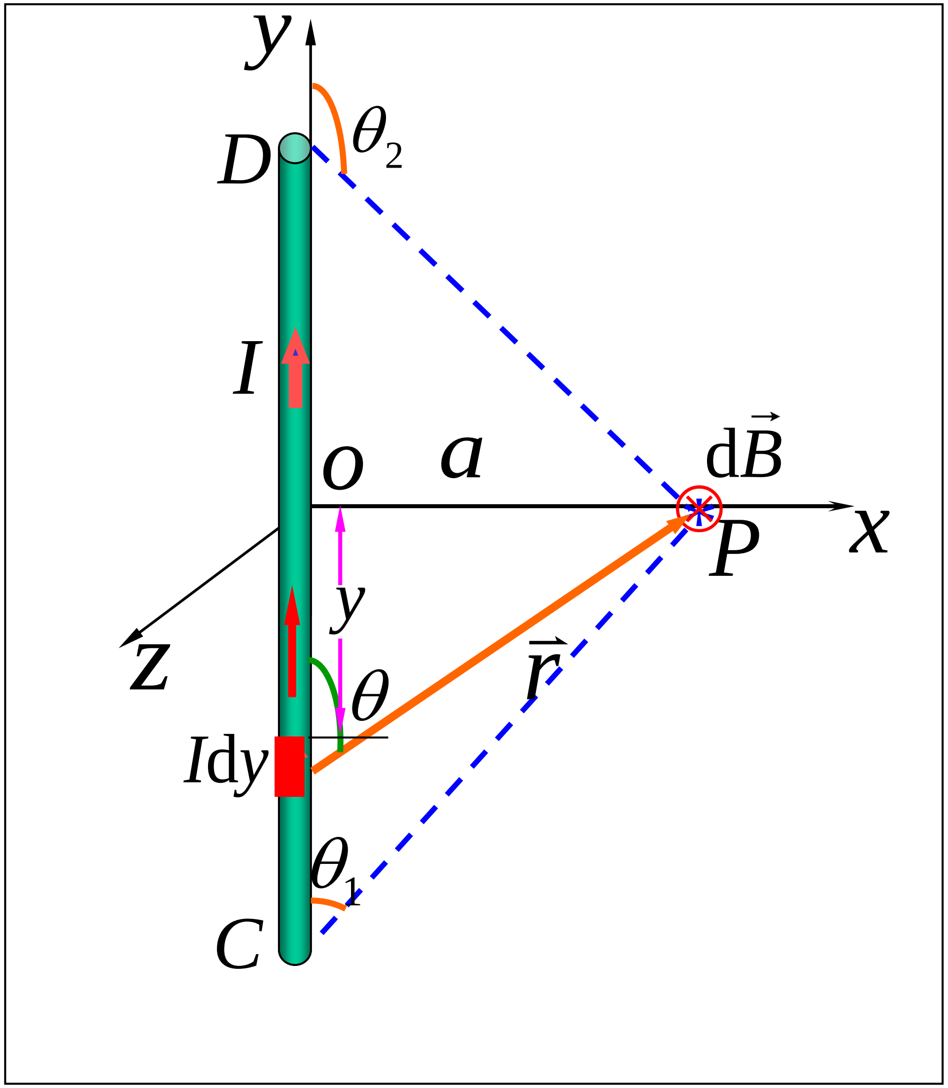
$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}y\sin\theta}{r^2}$$

$$r=a/\sin\theta$$

$$-y=a\,\mathrm{ctg}\,\theta$$

$$\mathrm{d}y=a\mathrm{d}\theta/\sin^2\theta$$

$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\sin\theta\mathrm{d}\theta$$

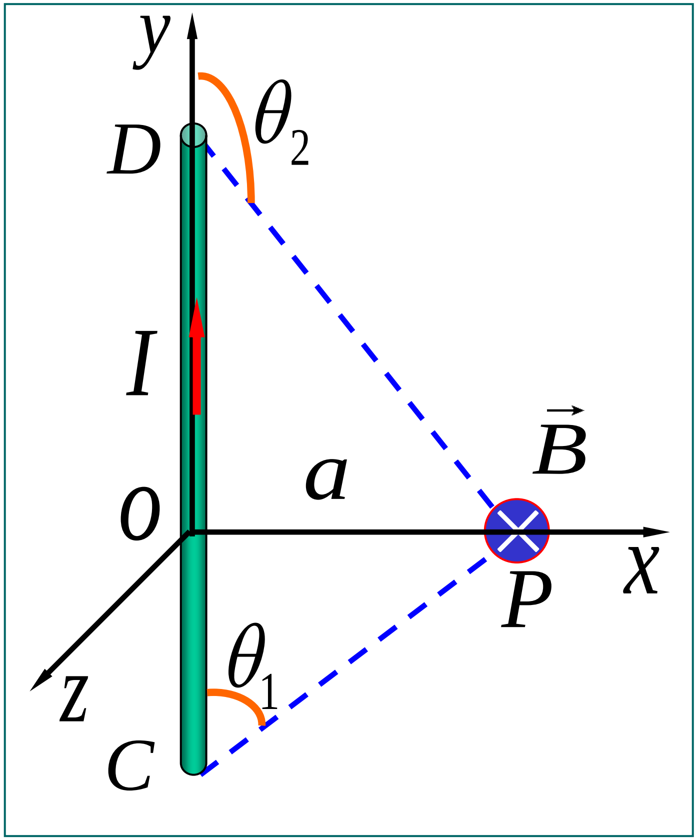


$$B=\int_C^D \mathrm{d}B=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\sin\theta\mathrm{d}\theta$$

$$=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(\cos\theta_1-\cos\theta_2\right)$$ $\vec{B}$ 的方向沿 z 轴的负方向。

讨论：

（1）*P*点在载流长直导线的中垂线上



$$\theta_1+\theta_2=\pi \quad \cos\theta_2=-\cos\theta_1$$

$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(\cos\theta_1-\cos\theta_2\right)$$

$$=\frac{\mu_0 I}{2\pi a}\cos\theta_1$$

$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(\cos\theta_1-\cos\theta_2\right)$$

（2）无限长载流长直导线的磁场

$$\theta_1\to 0,\quad \theta_2\to\pi \qquad B=\frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

（3）半无限长载流长直导线的磁场

$$\theta_1\to\frac{\pi}{2},\quad \theta_2\to\pi \qquad B=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}$$