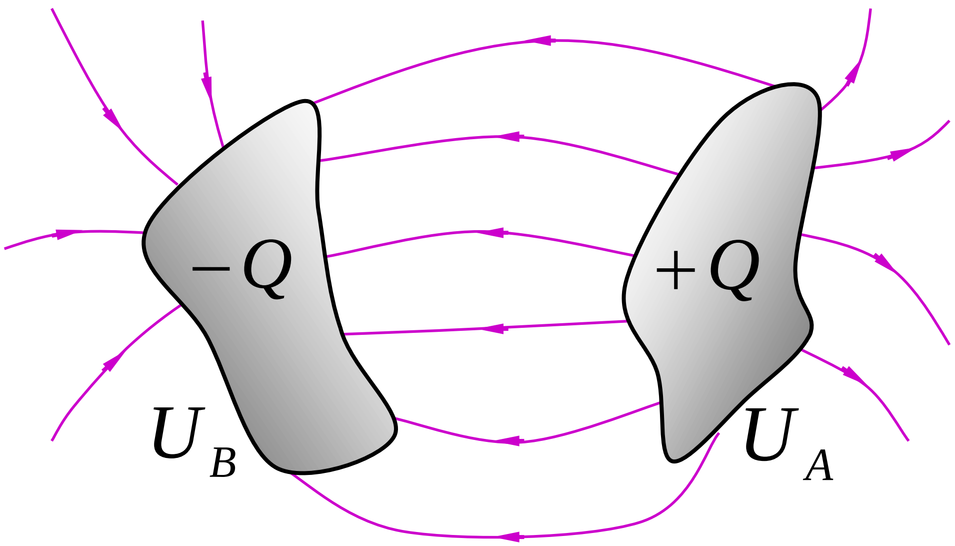
四、电容器

电容器由两个导体极板构成，串接在电路中，彼此带有等量异号的电荷。

以 —||— 符号表示。



电容器的电容

$$C = \frac{Q}{U_A - U_B} = \frac{Q}{\Delta U}$$

$$\Delta U = \int_A^B \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

电容器电容的大小仅与导体的形状、相对位置、其间的电介质有关。与所带电荷量无关。

五、电容器电容的计算

1. 平板电容器

两带电平板间的电场强度

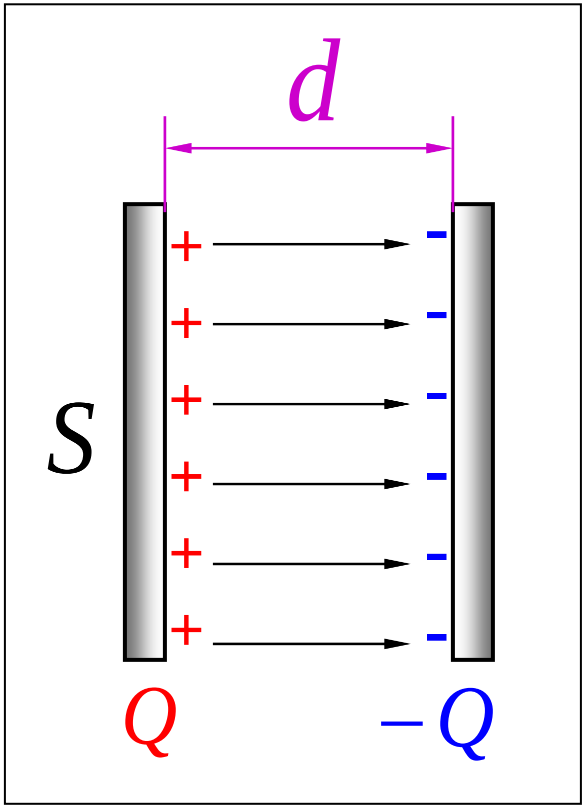
$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}=\frac{Q}{\varepsilon_0 S}$$

两带电平板间的电势差

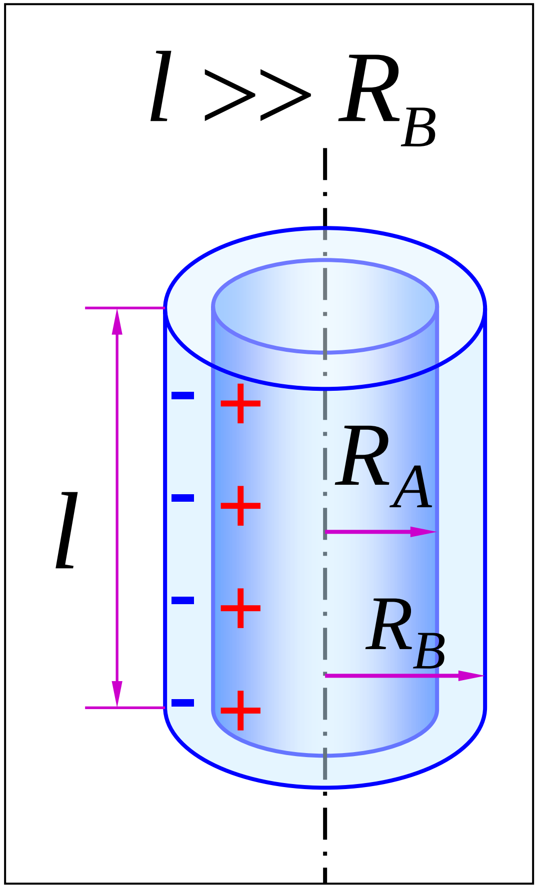
$$\Delta U=Ed=\frac{Qd}{\varepsilon_0 S}$$

平板电容器电容

$$C=\frac{Q}{\Delta U}=\frac{\varepsilon_0 S}{d}$$



2. 圆柱形电容器



设两导体圆柱面单位长度上分别带电 $\pm\lambda$

$$E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r},\quad (R_A<r<R_B)$$

$$\Delta U=\int_{R_A}^{R_B}\frac{\lambda \mathrm{d}r}{2\pi\varepsilon_0 r}=\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 l}\ln\frac{R_B}{R_A}$$

$$\boxed{C=\frac{Q}{\Delta U}=\left(2\pi\varepsilon_0 l\right)\Big/\ln\frac{R_B}{R_A}}$$

若 $d=R_B-R_A<<R_A$， 则 $\ln\frac{R_B}{R_A}=\ln\left(1+\frac{d}{R_A}\right)\approx\frac{d}{R_A}$

故 $C\approx\frac{2\pi\varepsilon_0 lR_A}{d}=\frac{\varepsilon_0 S}{d}$

3. 球形电容器的电容

球形电容器是由半径分别为 R_1 和 R_2 的两同心金属球壳所组成.

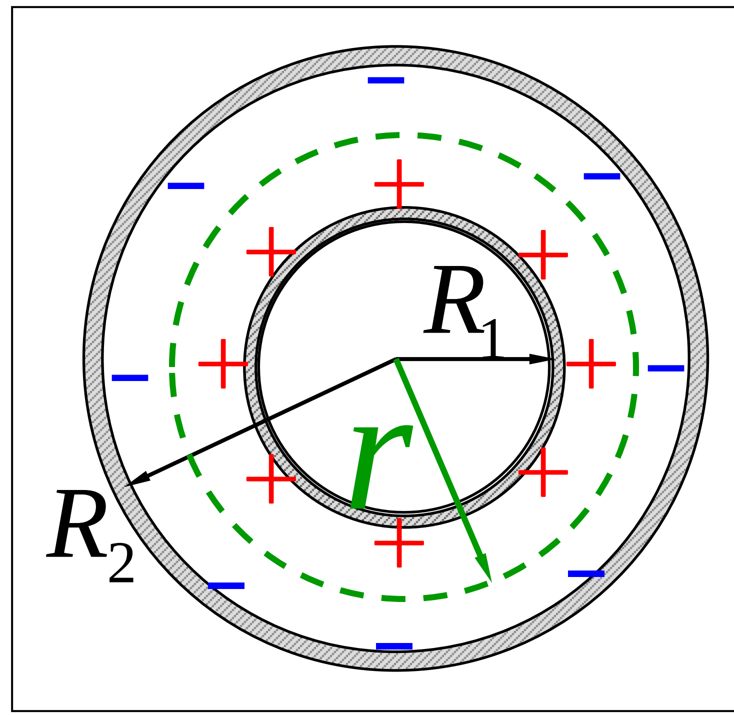
解 设内球带正电（$+Q$），外球带负电（$-Q$）.

$$\vec{E}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_{\mathrm{r}}$$

$$\Delta U=\int_l \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{R_1}^{R_2}\frac{\mathrm{d}r}{r^2}$$

$$=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$

$$C=\frac{Q}{\Delta U}=4\pi\varepsilon_0\left(\frac{R_1R_2}{R_2-R_1}\right)$$



$$R_2\to\infty,\qquad C=4\pi\varepsilon_0 R_1$$

孤立导体球电容

电容器电容的计算

步骤

$$C=\frac{Q}{U_A-U_B}=\frac{Q}{\Delta U}$$

（1）设两极板分别带电$\pm Q$

（2）求两极板间的电场强度$\vec{E}$

（3）求两极板间的电势差ΔU

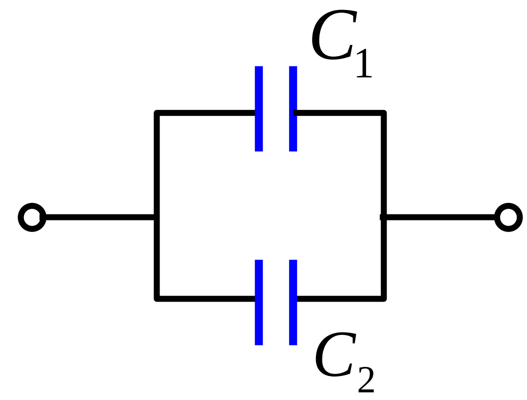
（4）由$C=Q/\Delta U$求C

$$\text{设 } Q \longrightarrow \vec{E} \longrightarrow \Delta U \longrightarrow C=\frac{Q}{\Delta U}$$

六、电容器的串联和并联

1. 电容器的并联

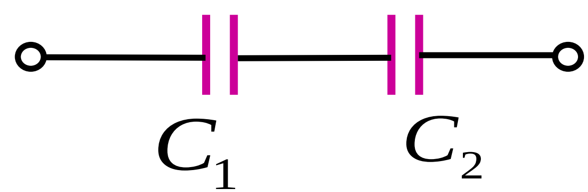
$$C = \sum_{i=1}^{n} C_i$$



$$C = C_1 + C_2$$

2. 电容器的串联

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}$$



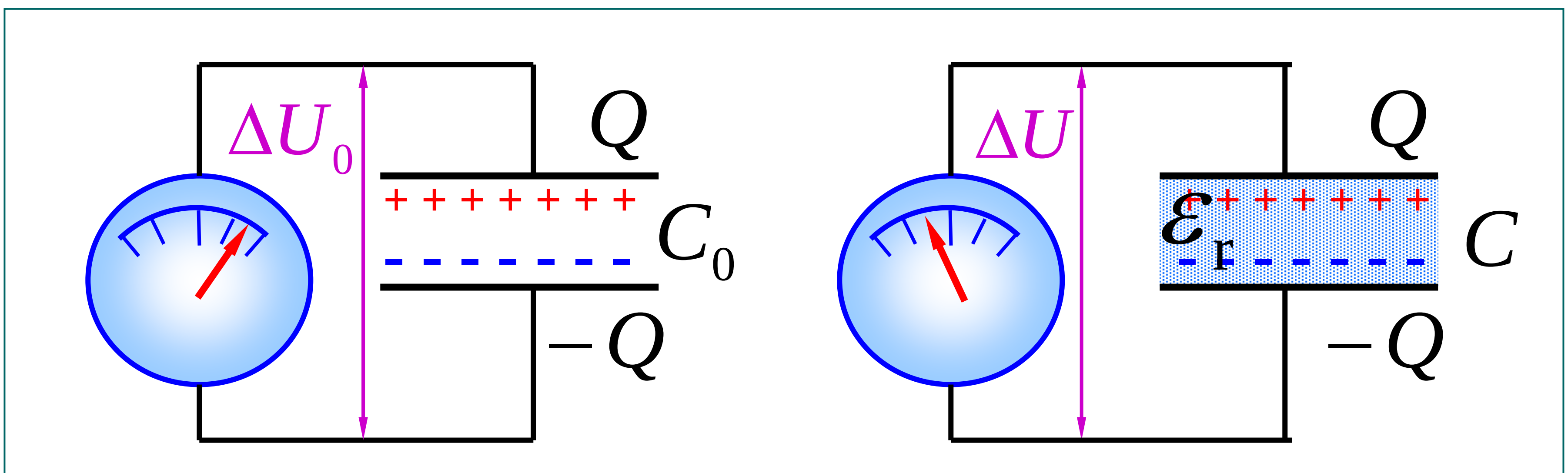
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

§ 7 电介质对电场的影响

电介质——绝缘体——“不导电”的物质

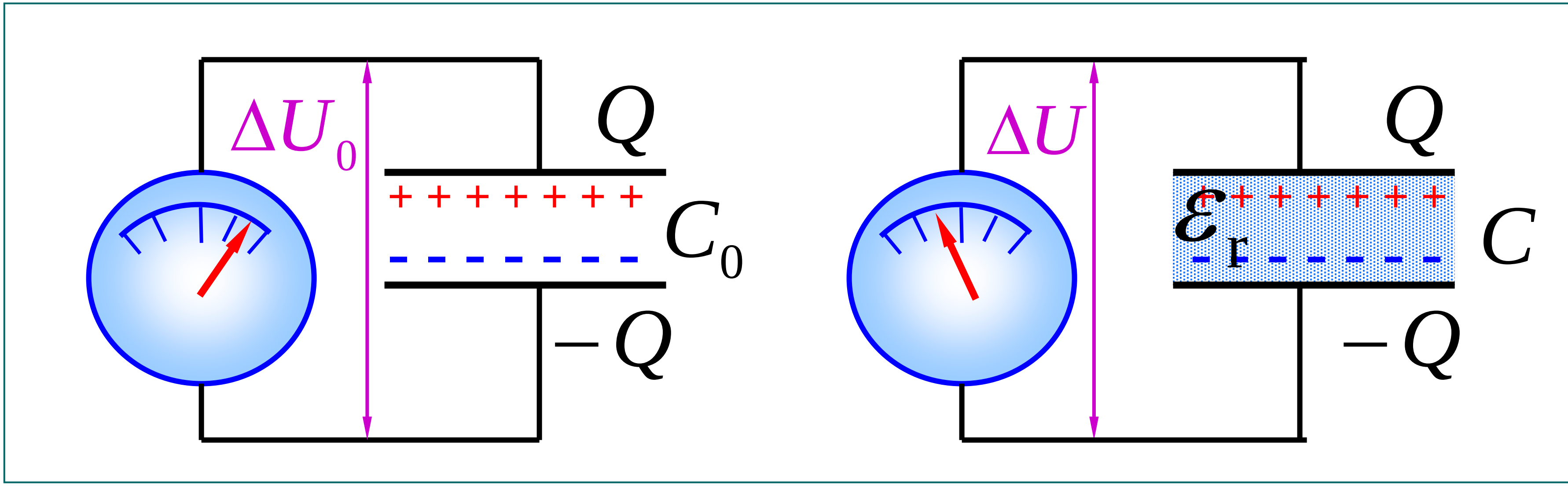
问题：不能导电的材料，是否不会被电场影响？

法拉第利用一个简单验电器和一个平行板电容器，发现事实并非如此。他的实验表明，在这个电容器的两板间塞进一块绝缘体时，其电容会增加。若绝缘体完全充满两板的间隙，电容会增大κ倍，而κ的大小仅取决于该绝缘材料的性质。



电介质——绝缘体——“不导电”的物质

一、电介质对电容的影响



$$\Delta U = \frac{1}{\varepsilon_r}\Delta U_0 \qquad E = \frac{E_0}{\varepsilon_r} \qquad \boxed{C = \varepsilon_r C_0}$$

相对介电常数 $\varepsilon_r \geq 1$　　介电常数 $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$

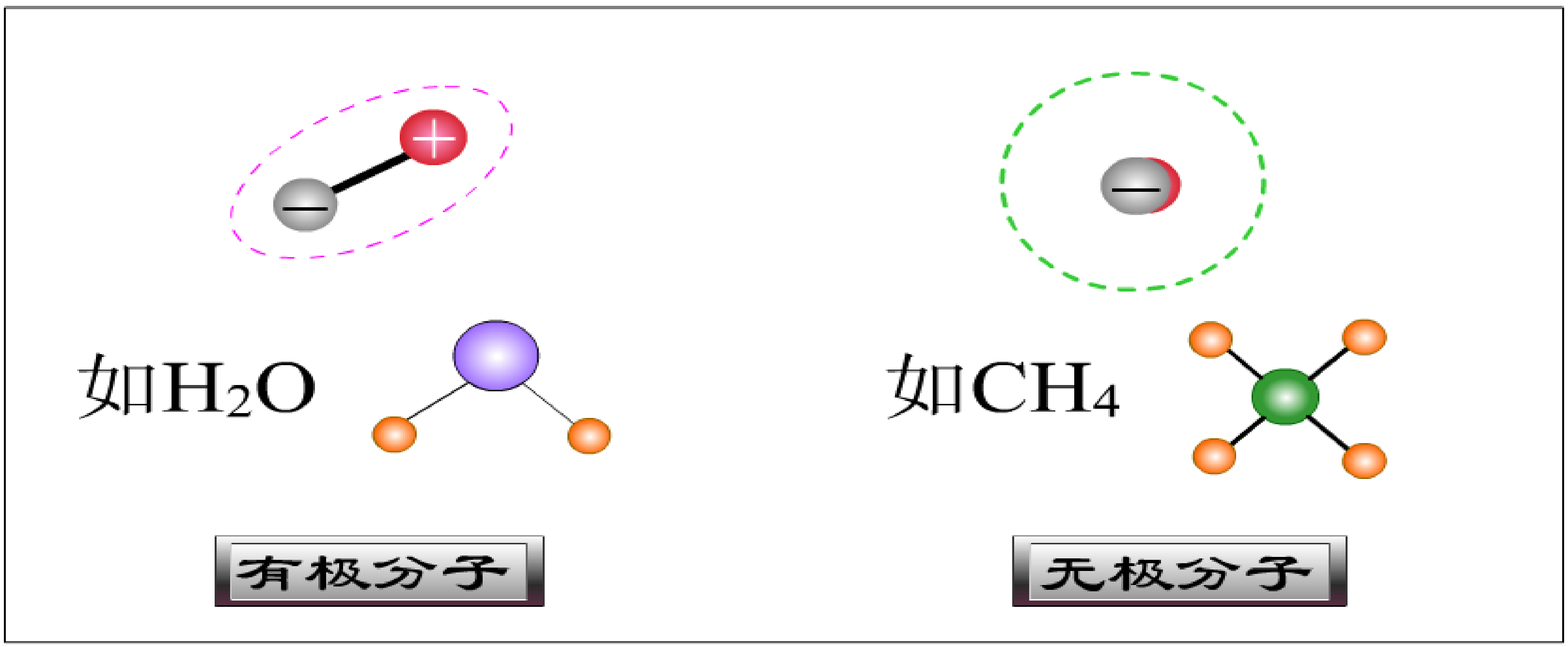
空气的相对介电常数 $\approx \mathbf{1}$

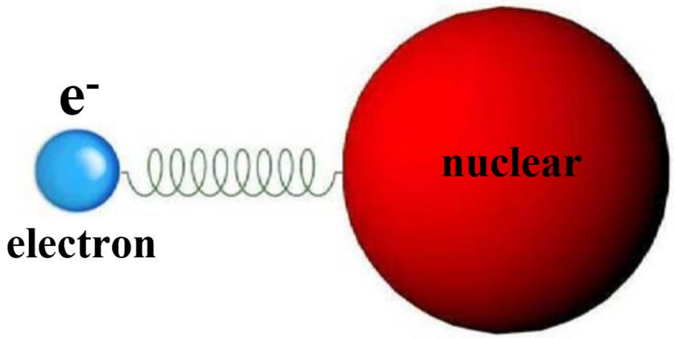
选讲

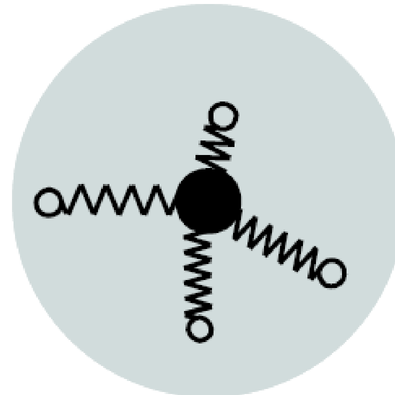
**电介质的极化

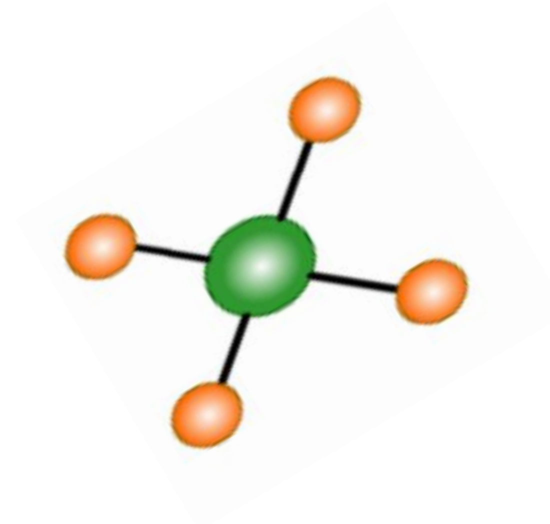
无极分子电介质：（氢、甲烷、石蜡等）

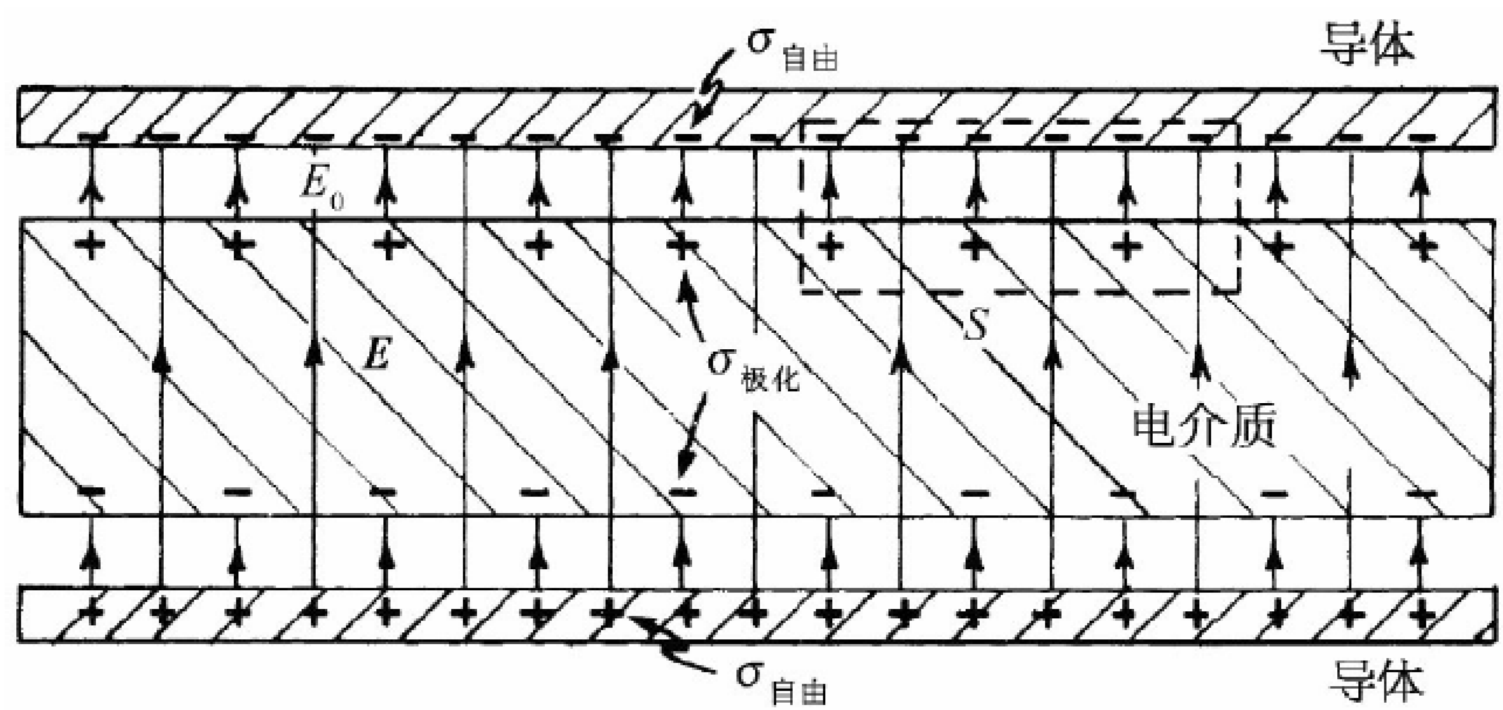
有极分子电介质：（水、有机玻璃等）



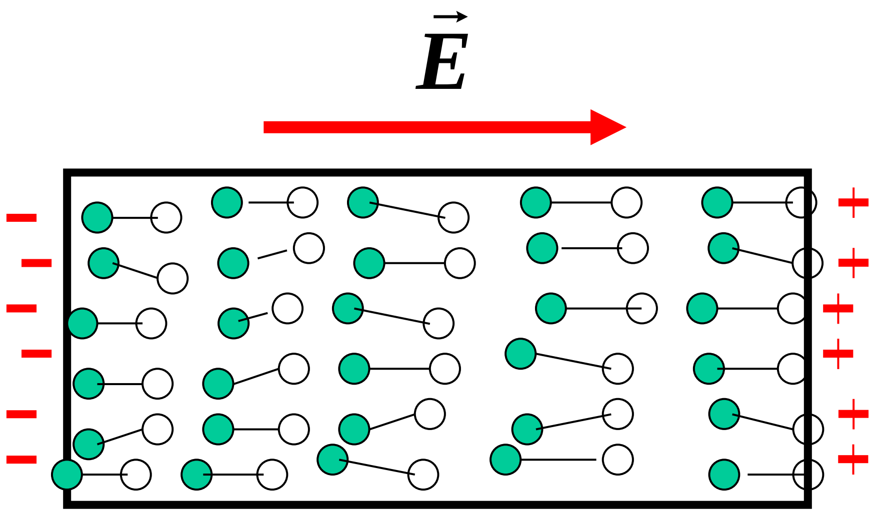

e-
nuclear
electron






σ 自由
导体
E_0
E
σ 极化
S
电介质
σ 自由
导体

总之，不管哪种电介质，极化机制虽然不同，放到电场中都有极化现象，都会出现极化电荷（也叫束缚电荷）。



例如左图的左右表面上就有极化电荷。

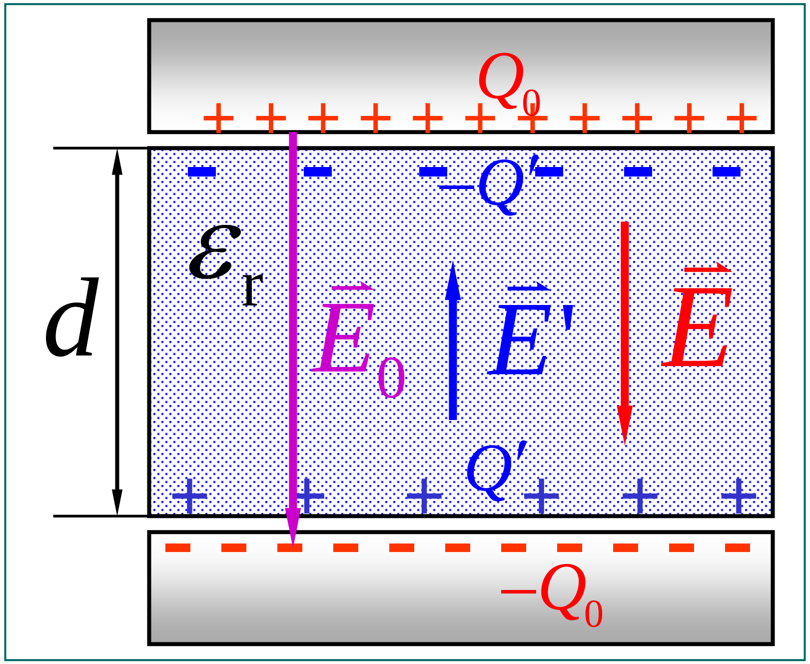
正是这些极化电荷的电场削弱了电介质中的电场。

二、电介质中的电场强度

$\vec{E}_0$ ——外电场的电场强度

$\vec{E}'$ ——极化电场的电场强度

$\vec{E}$ ——总电场的电场强度



$$\vec{E}=\vec{E}_0+\vec{E}'=\frac{\vec{E}_0}{\varepsilon_r}$$

$$E'=\frac{\varepsilon_r-1}{\varepsilon_r}E_0$$

Q_0：导体上的自由电荷

Q'：电介质中的极化电荷

$$E_0=\sigma_0/\varepsilon_0$$

$$Q'=-\frac{\varepsilon_r-1}{\varepsilon_r}Q_0$$

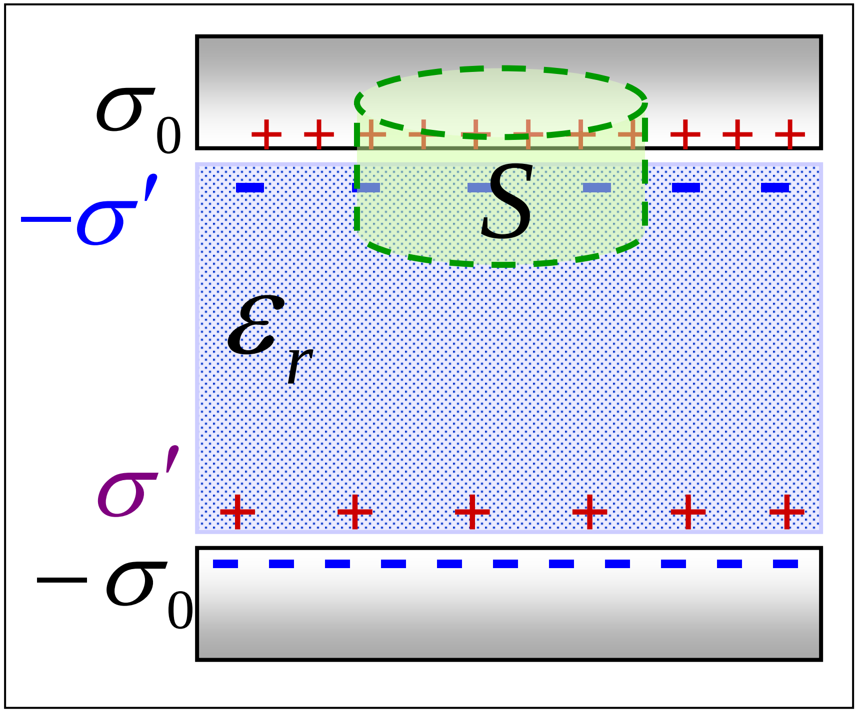
$$E=E_0/\varepsilon_r=\sigma_0/\varepsilon_0\varepsilon_r$$

三、有介质时的高斯定理

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}(q_0 + q')$$

$$= \left(q_0 - \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r} q_0 \right) \Big/ \varepsilon_0 = \frac{q_0}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}$$

$$\oint_S \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}\cdot d\vec{S} = q_0$$



定义：电位移矢量

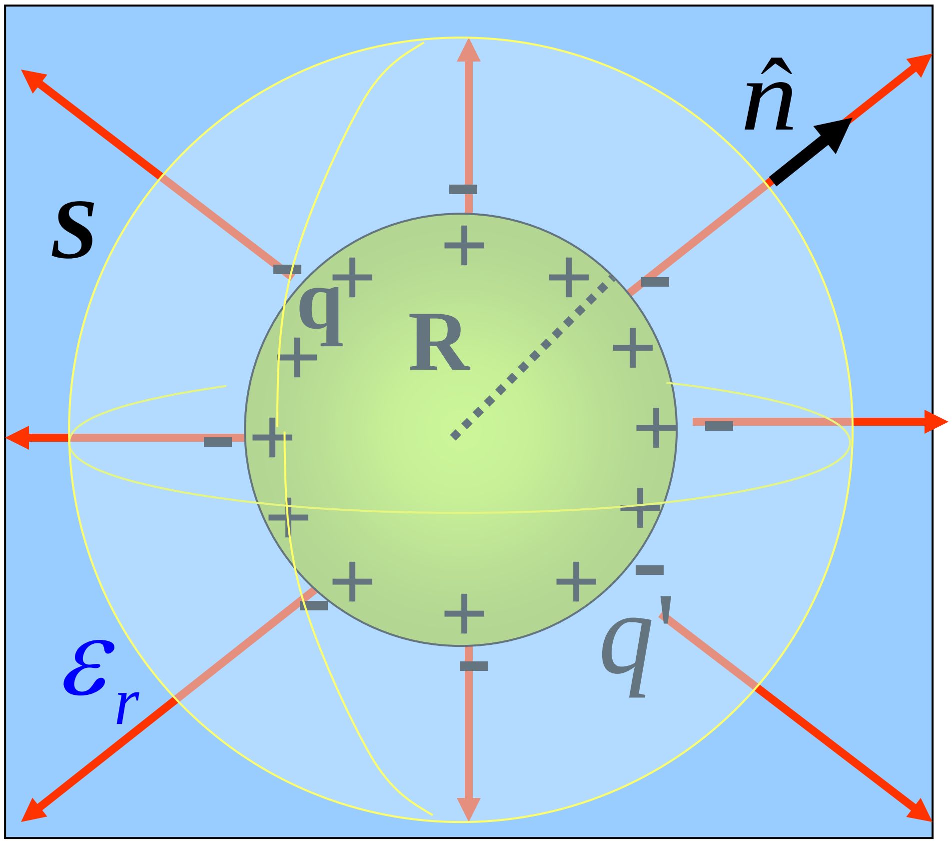
$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} = \varepsilon \vec{E}$$

单位：C m^{-2}

有介质时的高斯定理：

$$\boxed{\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = q_0}$$

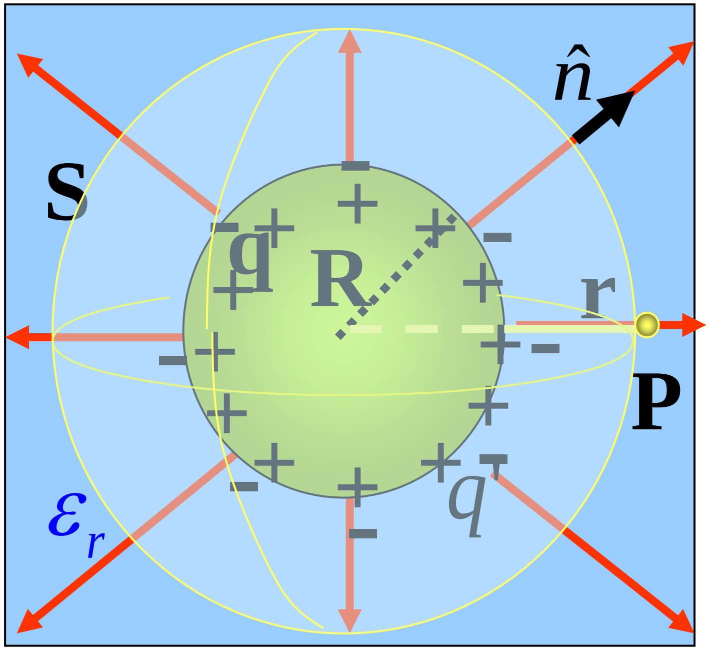
例：一导体带电球壳，带电q，周围充满无限大均匀介质，相对介电常数为 ε_r ，求球外一点P的场强、电势。



解：自由电荷与极化电荷都是球对称分布，故电场分布也是球对称分布。以半径r作高斯球面。

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=\sum q_0=q \qquad D4\pi r^2=q$$

$$\vec{D}=\frac{q}{4\pi r^2}\hat{r}$$



$$\because\ \vec{D} = \varepsilon \vec{E}$$

$$\therefore\ \vec{E} = \frac{\vec{D}}{\varepsilon} = \frac{q}{4\pi\varepsilon r^2}\hat{r}$$

$$U = \int_p^{\infty} \vec{E}\cdot d\vec{l} = \int_r^{\infty} \frac{q}{4\pi\varepsilon r^2} dr$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon r}$$

§ 8 静电场的能量

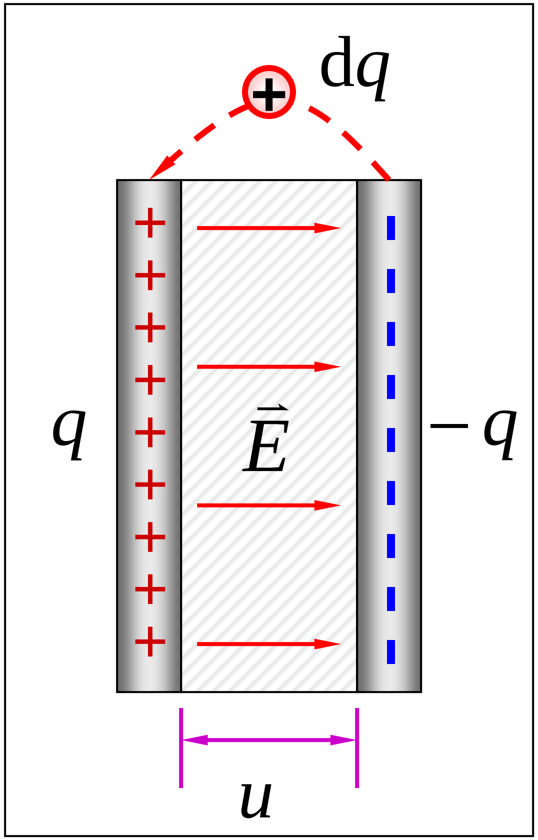
一、电容器的电能

$$\mathrm{d}W = u\mathrm{d}q = \frac{q}{C}\mathrm{d}q$$

$$W = \frac{1}{C}\int_0^Q q\mathrm{d}q = \frac{Q^2}{2C}$$

由$C = \dfrac{Q}{U}$　得:

$$\boxed{W_e = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}QU = \frac{1}{2}CU^2}$$



二、静电场的能量密度

1. 均匀电场——以平板电容器为例

$$W_e = \frac{1}{2}Q\Delta U = \frac{1}{2}C(\Delta U)^2 = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon S}{d}(Ed)^2 = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 Sd$$

能量密度： $w_\mathrm{e} = \dfrac{W_e}{Sd} = \dfrac{1}{2}\varepsilon E^2 = \dfrac{1}{2}ED = \dfrac{1}{2}\vec{E}\cdot\vec{D}$

电场空间所存储的能量： $W_e = w_\mathrm{e} V$

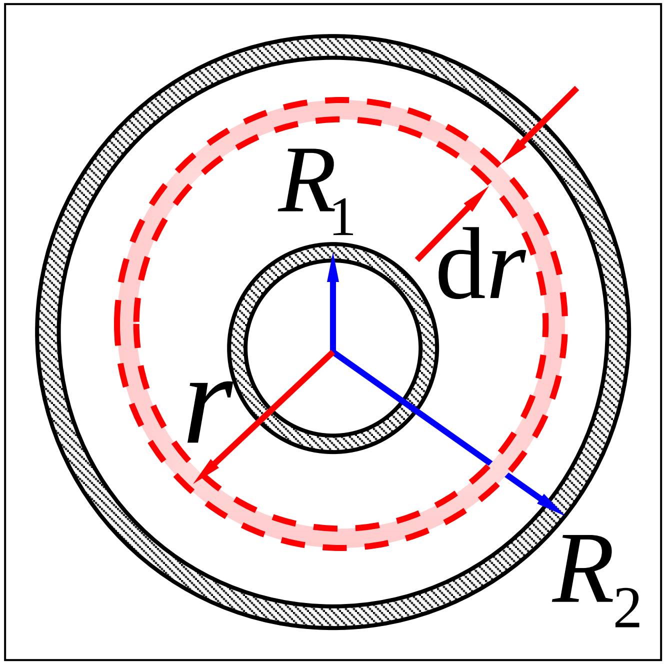
2. 非均匀电场

$$w_\mathrm{e} = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 \qquad \mathrm{d}W_e = w_\mathrm{e}\mathrm{d}V = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 \mathrm{d}V$$

$$W_e = \int_V \mathrm{d}W_e = \int_V w_\mathrm{e}\mathrm{d}V = \int_V \frac{1}{2}\varepsilon E^2 \mathrm{d}V$$

例1 如图所示,球形电容器的内、外半径分别为R_1和R_2，所带电荷为$\pm Q$。若在两球壳间充以电容率为ε的电介质，问此电容器贮存的电场能量为多少？

解：$$\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q}{r^2}\vec{r}_0 \quad (R_1>r>R_2)$$



$$\mathrm{d}V=4\pi r^2\mathrm{d}r$$

$$w_\mathrm{e}=\frac{1}{2}\varepsilon E^2=\frac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon r^4}$$

$$\mathrm{d}W_\mathrm{e}=w_\mathrm{e}\mathrm{d}V=\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon r^2}\mathrm{d}r$$

$$W_e = \int dW_e = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r^2}$$

$$= \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon\frac{R_2 R_1}{R_2 - R_1}}$$

讨论：

$$W_e = \frac{Q^2}{2C}$$

$$C = 4\pi\varepsilon\frac{R_2 R_1}{R_2 - R_1}$$

——球形电容器电容

计算电容器中储存的电场能量，有以下**两种方法**：

$$Q \Downarrow E \Longrightarrow w_e = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 \Longrightarrow W_e = \int_{V_{体}} w_e dV_{体}$$

$$Q \Downarrow \vec{E} \Longrightarrow \Delta U = \int_l \vec{E} \cdot d\vec{l} \Longrightarrow W_e = \frac{1}{2} Q \Delta U$$