如图 1-2，在一圆形电流 I 所在的平面内，选取一个同心圆形闭合回路 L，则由安培环路定理可知：【 **B** 】

(A) $\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=0$，且环路上任意一点 $B=0$

(B) $\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=0$，且环路上任意一点 $B\neq 0$

(C) $\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}\neq 0$，且环路上任意一点 $B\neq 0$

(D) $\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}\neq 0$，且环路上任意一点 B 为常量

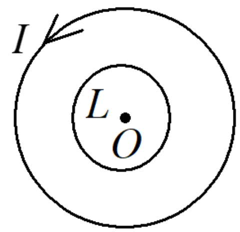


图 1-2

例3　无限长载流圆柱体的磁场

解：➢对称性分析

➢选则合适的闭合回路

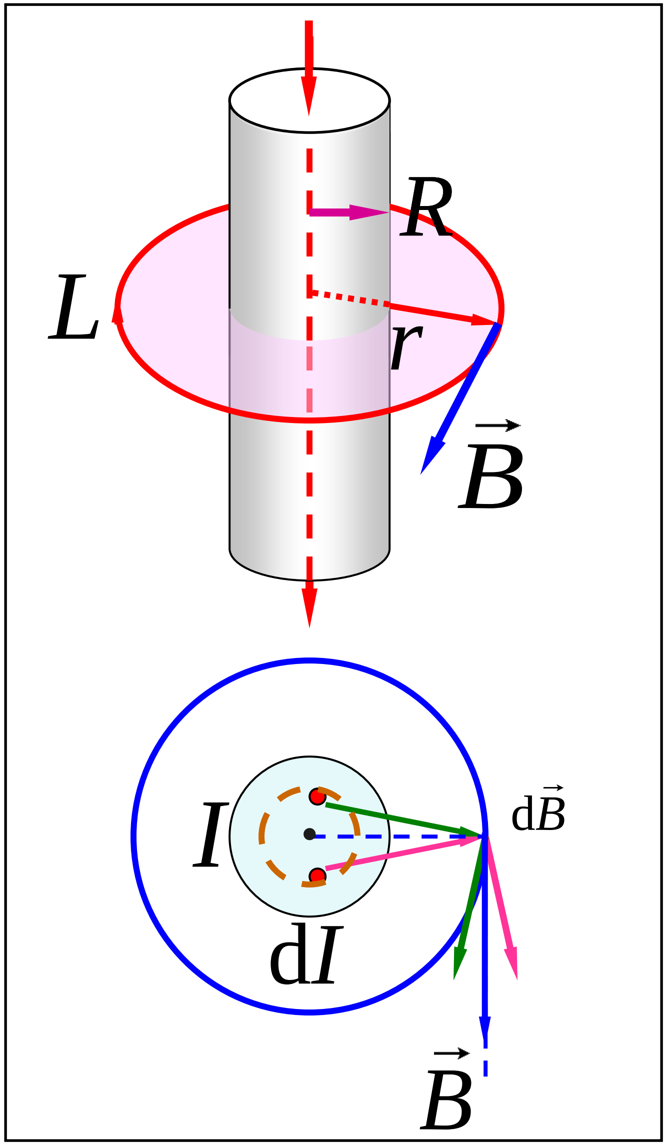
$r > R$　　$\oint_l \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum_{L内} I$

$$2\pi\, rB = \mu_0 I \qquad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi\, r}$$

$0 < r < R$

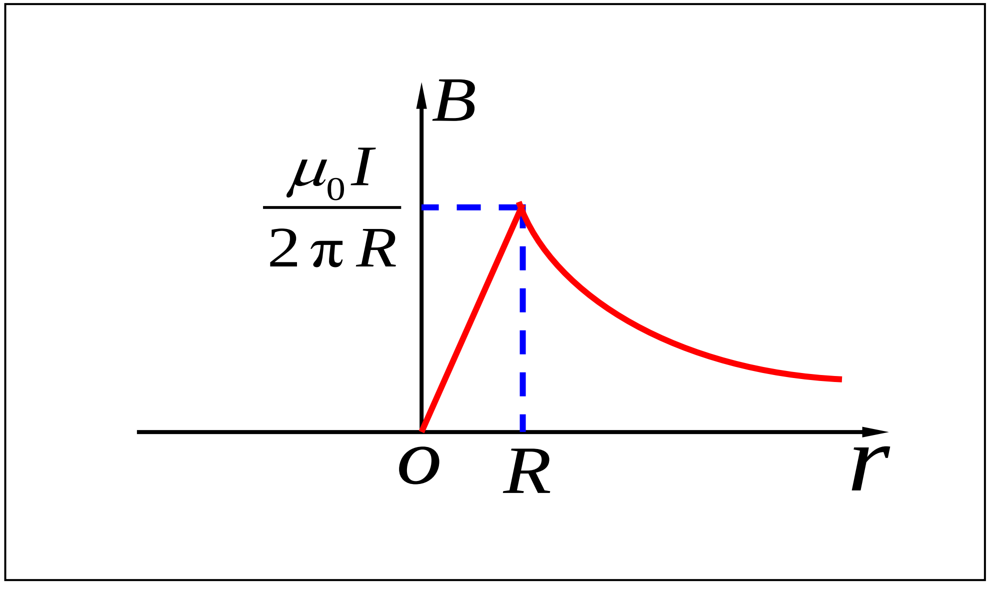
$$\oint_l \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum_{L内} I = \mu_0 \int_{L内} \mathrm{d}I$$

$$2\pi rB = \mu_0 \frac{r^2 I}{R^2} \qquad B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi\, R^2}$$



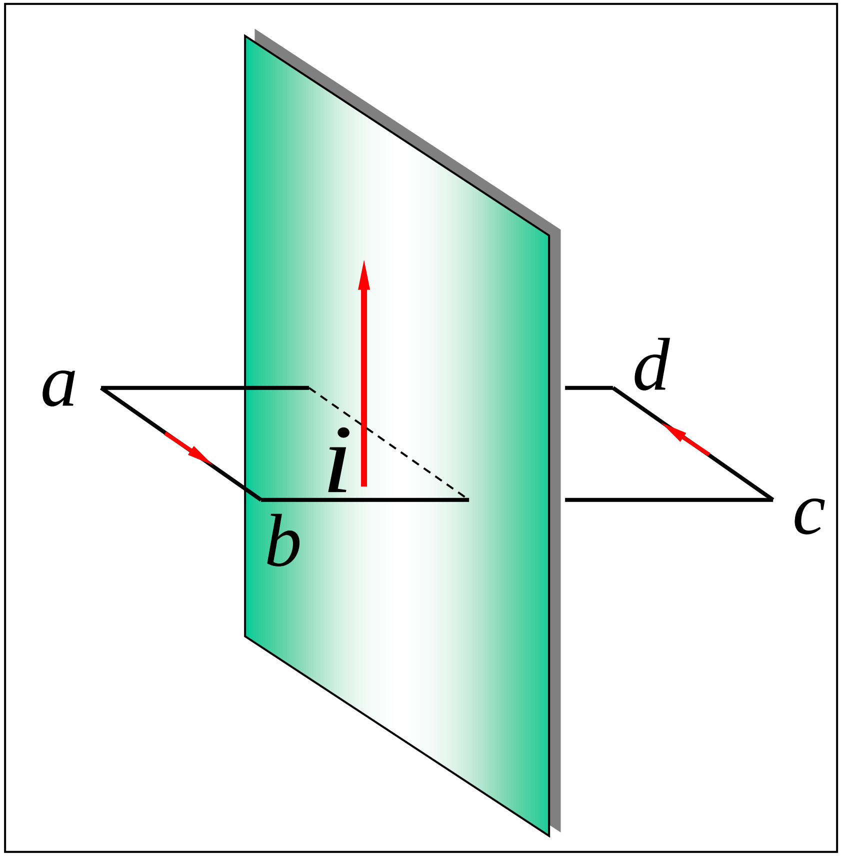
$\vec{B}$ 的方向与 I 成右螺旋

$$\begin{cases} r > R, & B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi\ r} \\ 0 < r < R, & B = \dfrac{\mu_0 I r}{2\pi\ R^2} \end{cases}$$



补充例： 无限大均匀带电(线密度为i)平面的磁场

解 如图，作安培环路$abcda$，应用安培环路定理

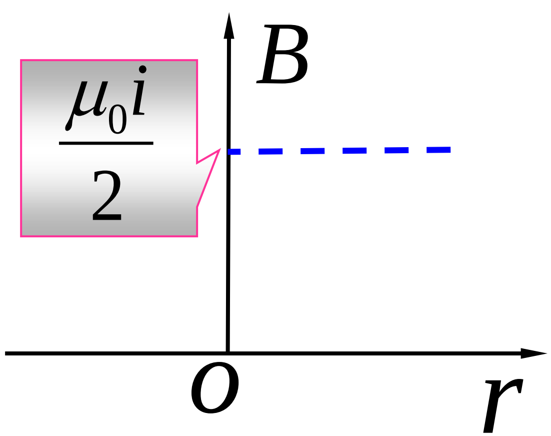


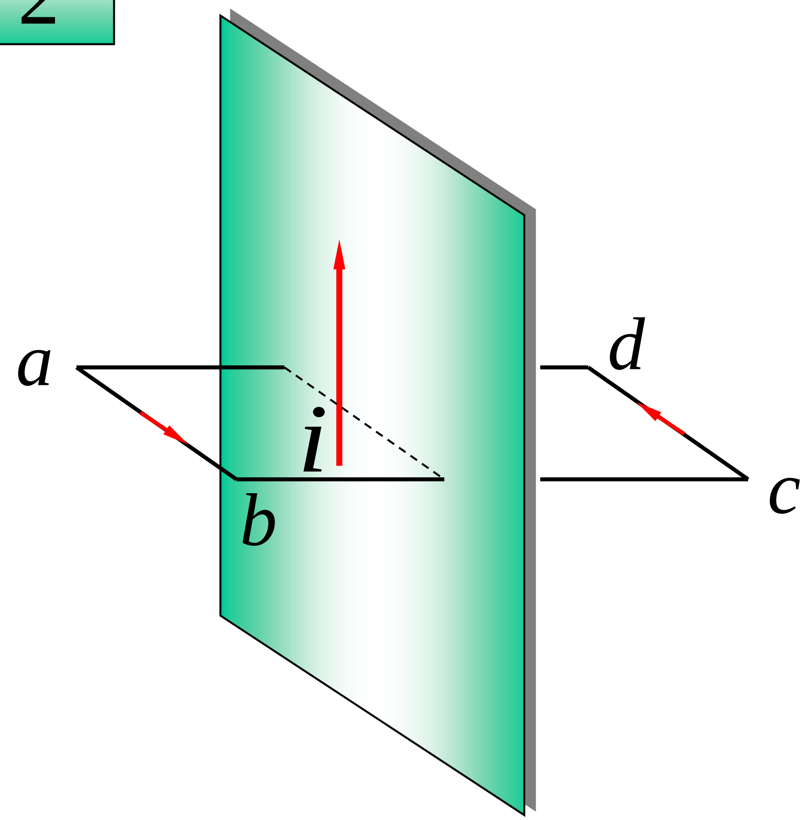
$$\oint_l \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = 2\int_a^b B\cdot dl$$

$$= 2B\overline{ab} = \mu_0 i\overline{ab}$$

$$B = \frac{\mu_0 i}{2}$$

$$B = \frac{\mu_0 i}{2}$$





补充：电磁学基本方程

描述静电场的高斯定理

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} q_i$$

描述恒定磁场的高斯定理

$$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$$

静电场的环路定理

$$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0$$

安培环路定理

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0\sum_{i=1}^{n} I_i$$

补充：电磁学基本方程

库伦力（静电场力）

$$\vec{F}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r^2}\vec{r}_0=q\vec{E}$$

洛仑兹力（磁场力）

$$\vec{F}_{\mathrm{m}}=q\vec{v}\times\vec{B}$$

电场

$$\vec{E}=\int\mathrm{d}\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\mathrm{d}q}{r^2}\vec{r}_0$$

安培力

$$\mathrm{d}\vec{F}_{12}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I_2\mathrm{d}\vec{l}_2\times\left(I_1\mathrm{d}\vec{l}_1\times\vec{r}_{12}\right)}{r_{12}^3}$$

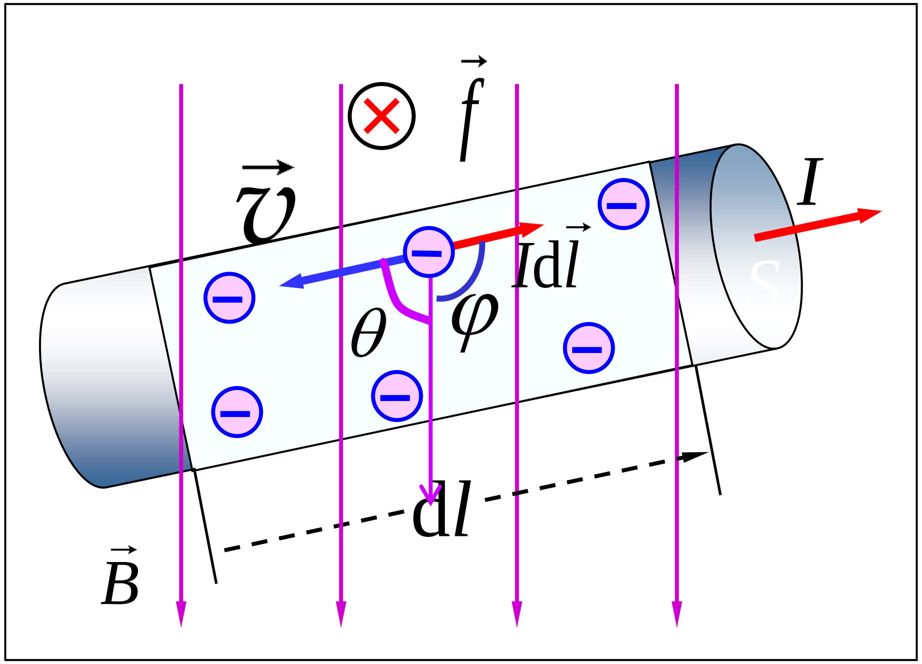
磁场（毕奥—萨伐尔定律）

$$\vec{B}=\int_{(L)}\mathrm{d}\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{(L)}\frac{I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{r}_0}{r^2}$$

§5 磁场对载流导体的作用

一、磁场对载流导线的作用

导线中运动的电荷受到洛仑兹力的作用。 $\vec{f} = q\vec{v}\times\vec{B}$



$$f = qvB\sin\theta \qquad \mathrm{d}N = nS\mathrm{d}l$$

$$\mathrm{d}F = f\mathrm{d}N = qvB\sin\theta nS\mathrm{d}l$$

$$\because \quad I = vSnq$$

$$\therefore \quad \mathrm{d}F = I\mathrm{d}lB\sin\theta$$

$$= I\mathrm{d}lB\sin\varphi$$

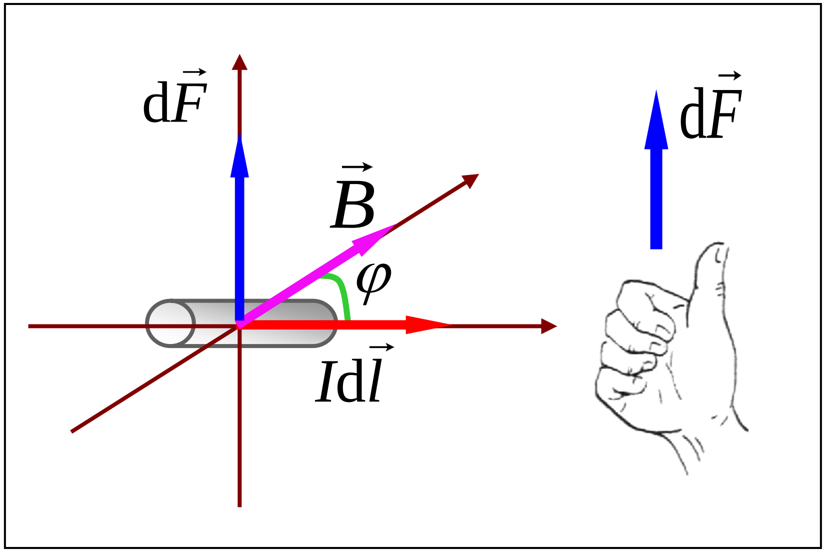
$$\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}$$

安培力：导线上的**电流元**在宏观上看受到磁场的作用力。

安培定律

$$\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}$$

$$\mathrm{d}F = I\,\mathrm{d}l\,B\sin\varphi$$



- 有限长载流导线所受的安培力

$$\vec{F} = \int_{(L)} \mathrm{d}\vec{F} = \int_{(L)} I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}$$

例1 如图一通有电流 I、半径为 r 的半圆形导线放在磁感应强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场中，导线平面与磁感强度 $\vec{B}$ 垂直。求磁场作用于导线的力。

解：

$$\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}$$

$$\mathrm{d}F = IB\mathrm{d}l$$

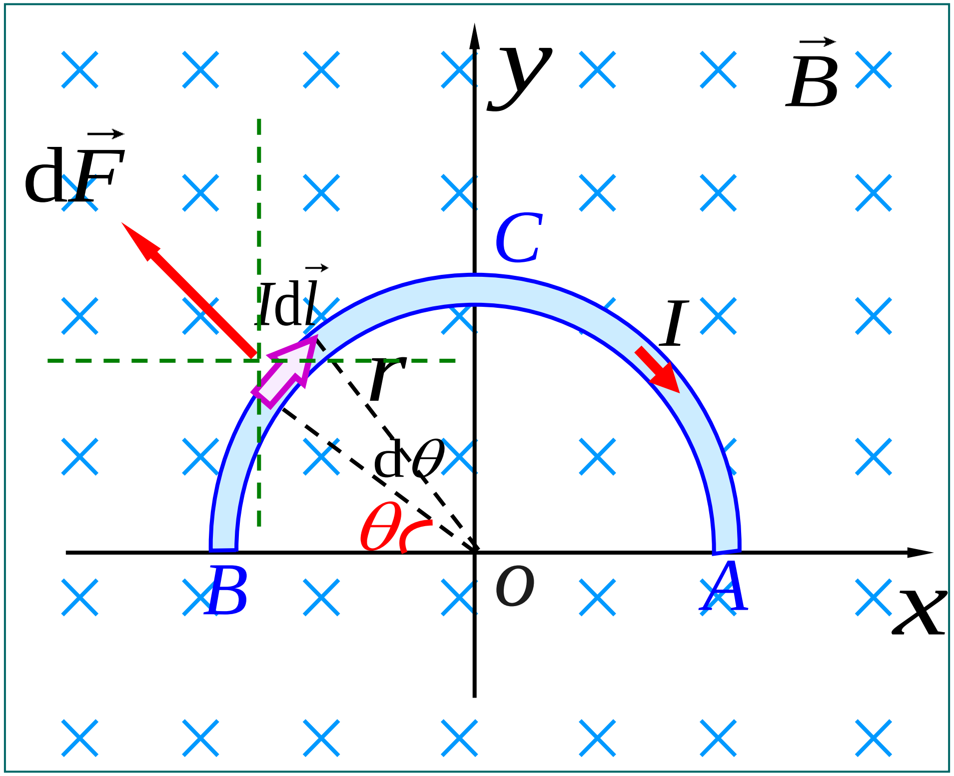
$$\mathrm{d}F_x = \mathrm{d}F\cos\theta = IB\mathrm{d}l\cos\theta$$

$$\mathrm{d}F_y = \mathrm{d}F\sin\theta = IB\mathrm{d}l\sin\theta$$

根据对称性分析：

$$F_x = 0 \qquad \vec{F} = F_y\vec{j}$$

$$F_y = \int \mathrm{d}F_y = \int \mathrm{d}F\sin\theta$$



$$F=\int \mathrm{d}F_y=\int \mathrm{d}F\sin\theta$$

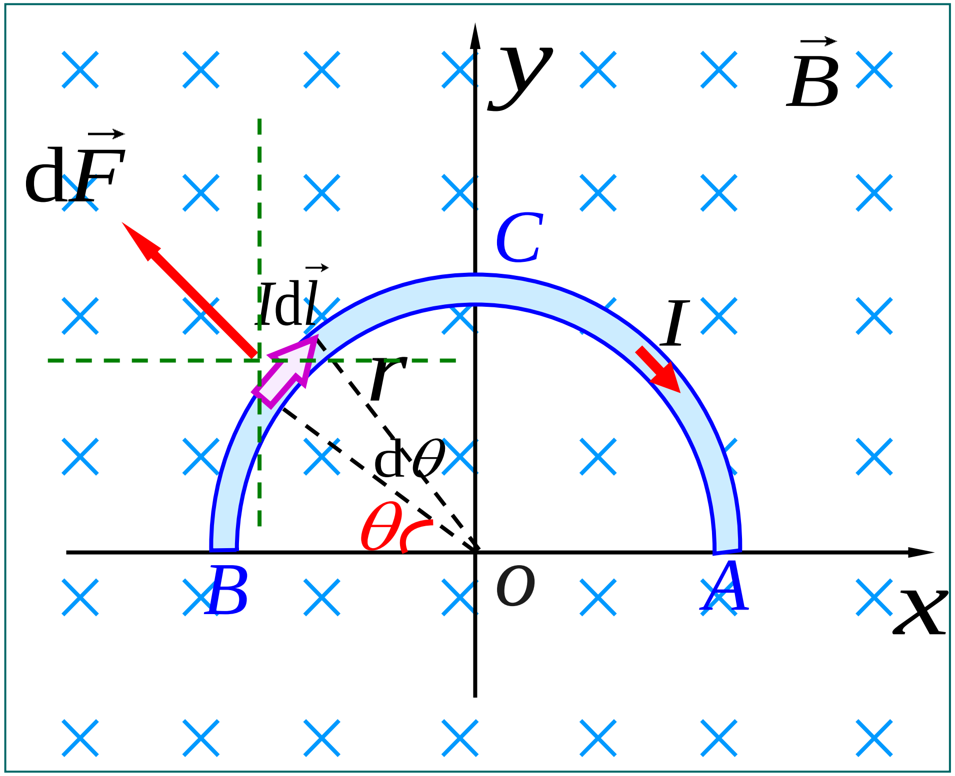
$$=\int BI\mathrm{d}l\sin\theta$$

因 $\mathrm{d}l=r\mathrm{d}\theta$

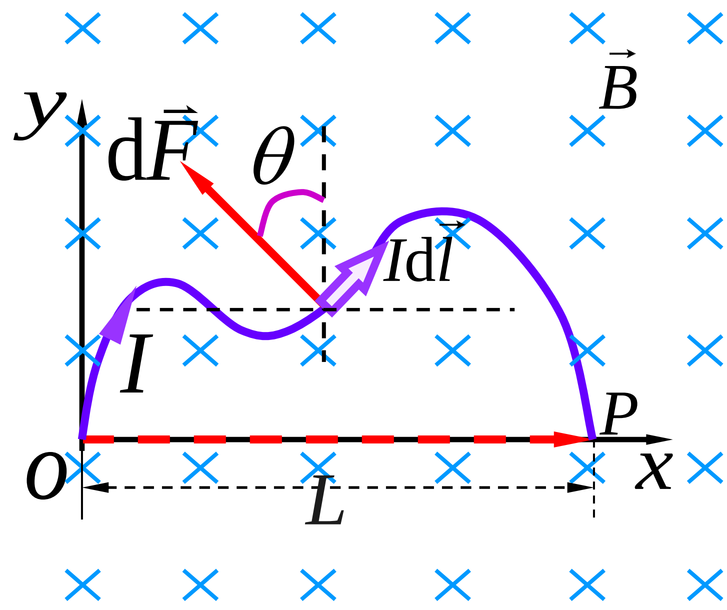
$$F=BIr\int_0^{\pi}\sin\theta\,\mathrm{d}\,\theta$$

$$=BI2r$$

$$\vec{F}=BI2r\ \vec{j}=BI\,\overline{AB}\ \vec{j}$$



例2 求如图不规则的平面载流导线在均匀磁场中所受的力。已知 $\vec{B}$ 和 $\boldsymbol{I}$。



解： 取一段电流元 $I\mathrm{d}\vec{l}$

$$\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}$$

$$\mathrm{d}F = IB\mathrm{d}l$$

$$\mathrm{d}F_x = \mathrm{d}F\sin\theta = BI\mathrm{d}l\sin\theta = BI\mathrm{d}y$$

$$\mathrm{d}F_y = \mathrm{d}F\cos\theta = BI\mathrm{d}l\cos\theta = BI\mathrm{d}x$$

$$F_x = \int \mathrm{d}F_x = BI\int_0^0 \mathrm{d}y = 0$$

$$F_y = \int \mathrm{d}F_y = BI\int_0^L \mathrm{d}x = BIL$$

结论 任意平面载流导线在均匀磁场中所受的力，与其始点和终点相同的载流直导线所受的磁场力相同.

$$\vec{F} = F_y\,\vec{j} = BIL\,\vec{j}$$

例3 长为 L 载有电流 I_2的导线与电流为 I_1 的长直导线 放在同一平面内（如图），**求**作用在长为 L 的载流导线上的磁场力。

解:

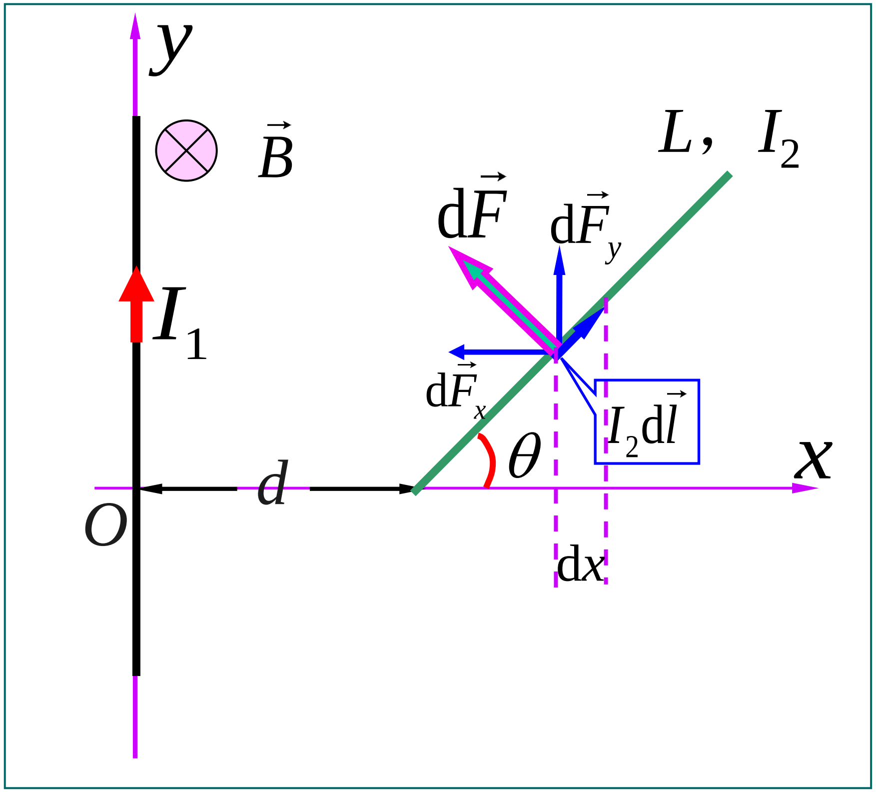
$$\boxed{\mathrm{d}\vec{F} = I_2 \mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}} \qquad \mathrm{d}F = I_2 B \mathrm{d}l$$

$$B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}$$

$$\mathrm{d}F = B I_2 \mathrm{d}l = \frac{\mu_0 I_1 I_2 \mathrm{d}l}{2\pi x}$$

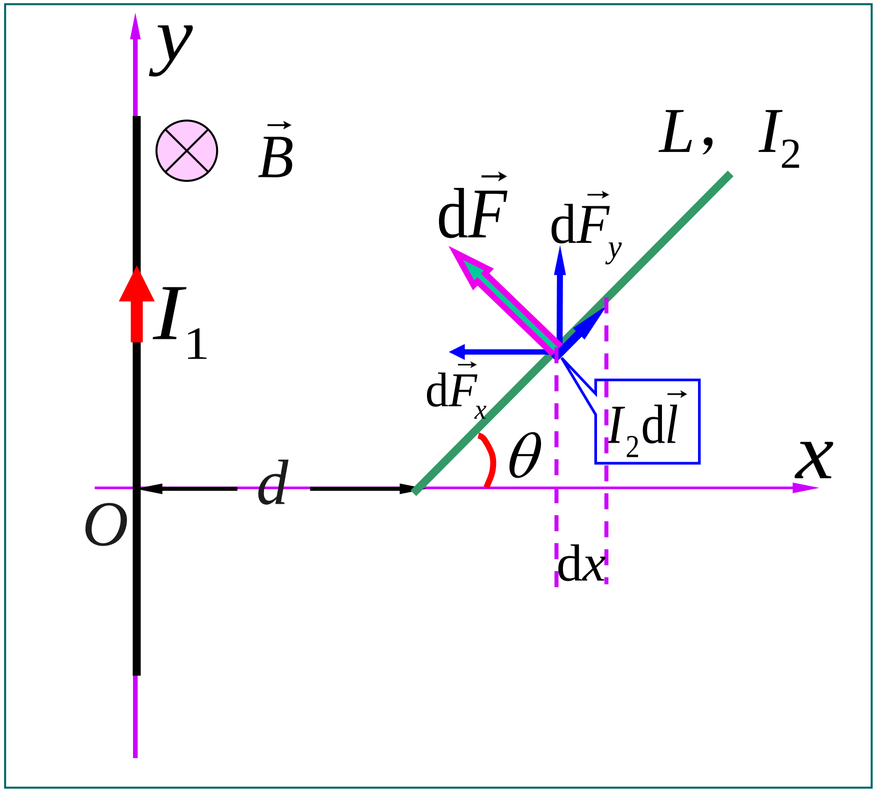
$$\mathrm{d}x = \mathrm{d}l \cos\theta$$

$$\mathrm{d}F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi\cos\theta} \frac{\mathrm{d}x}{x}$$



$$F=\int_{(L)} \mathrm{d}F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi\cos\theta}\int_d^{d+L\cos\theta}\frac{\mathrm{d}x}{x}$$

$$= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi\cos\theta}\ln\left(\frac{d+L\cos\theta}{d}\right)$$



二、磁场对载流线圈的作用——磁力矩

如图 **均匀**磁场中有一矩形载流线圈$MNOP$

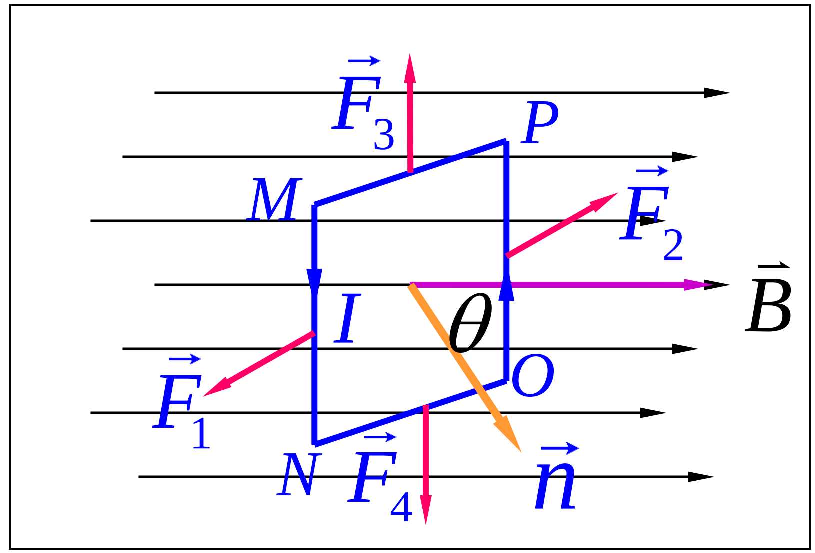
$$MN = l_2 \quad NO = l_1$$

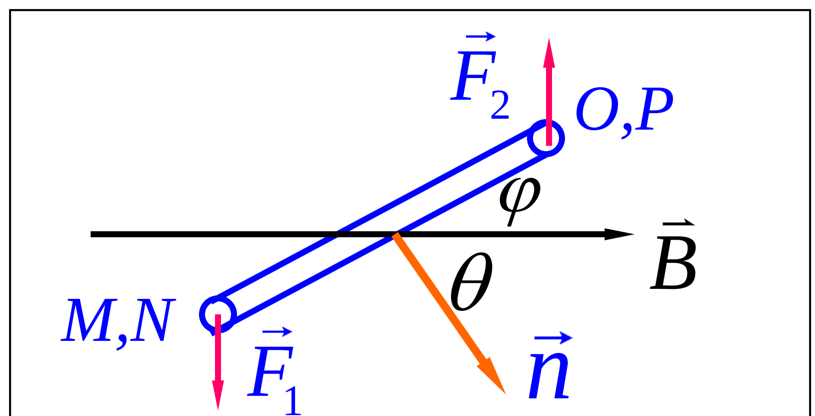
$$F_1 = BIl_2 \quad \vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

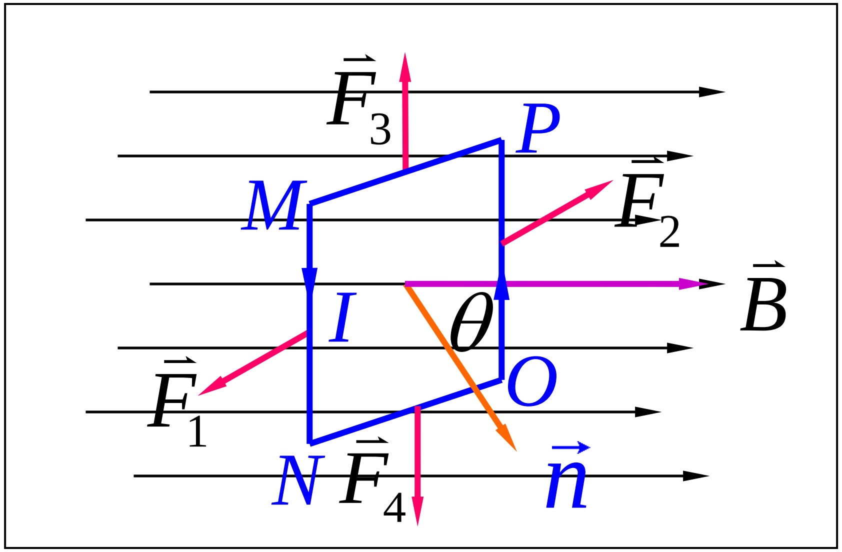
$$F_3 = BIl_1 \sin(\pi - \varphi)$$

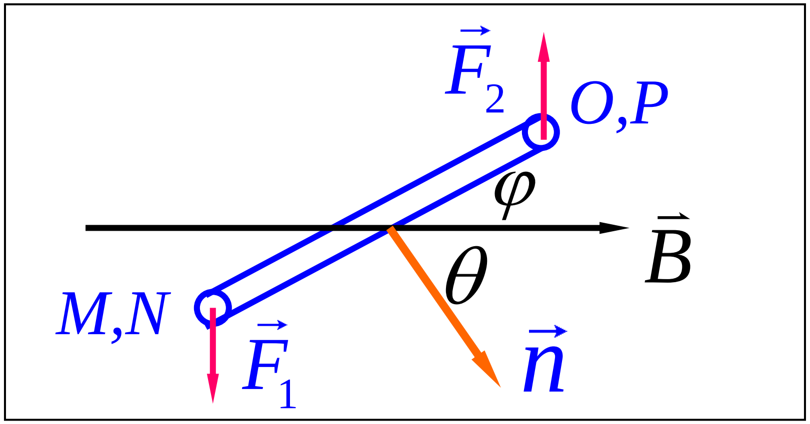
$$\vec{F}_3 = -\vec{F}_4$$

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{4} \vec{F}_i = 0$$









$$MN = l_2 \quad NO = l_1$$

$$M = F_1 l_1 \sin\theta = BIl_2 l_1 \sin\theta$$

$$M = BIS\sin\theta$$

$$\vec{M} = IS\vec{n}\times\vec{B} = \vec{m}\times\vec{B}$$

线圈有N匝时 $$\vec{M} = NIS\vec{n}\times\vec{B}$$

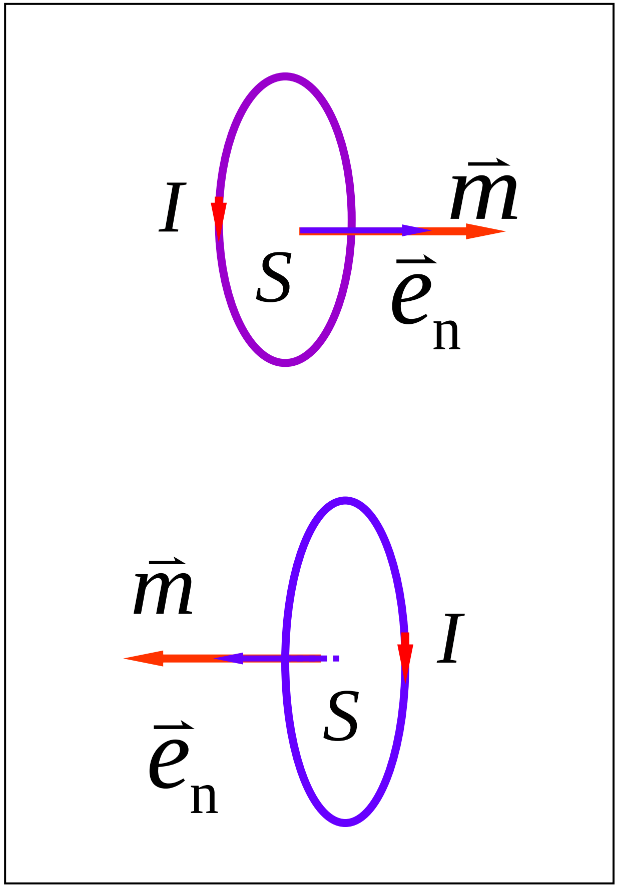
**磁偶极矩（磁矩）

$$\boxed{\vec{m} = IS\vec{e}_{\mathrm{n}}}$$

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2x^3} \qquad \vec{B} = \frac{\mu_0 \vec{m}}{2\pi x^3}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 m}{2\pi x^3}\vec{e}_{\mathrm{n}}$$

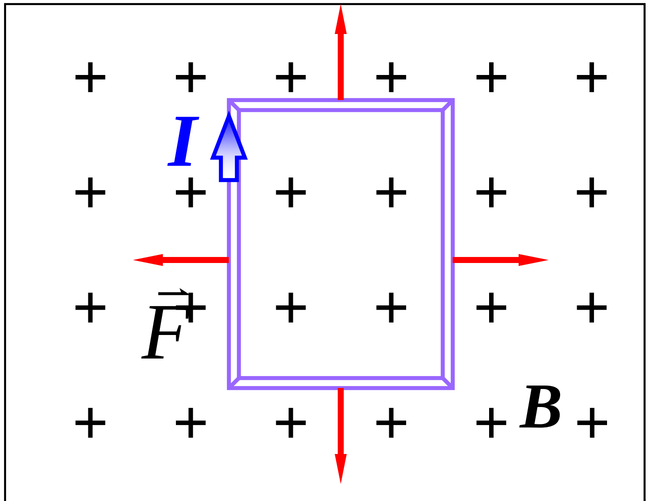
说明：$\vec{m}$的方向与圆电流的单位正法矢 $\vec{e}_{\mathrm{n}}$的方向相同.



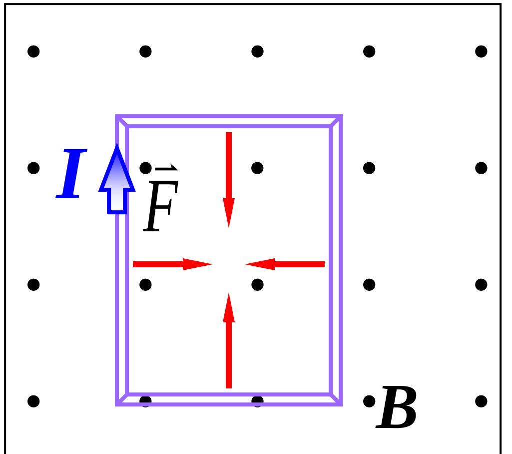
讨论:

（1）$\vec{n}$ 方向与 $\vec{B}$ 相同　　（2）方向相反　　（3）方向垂直

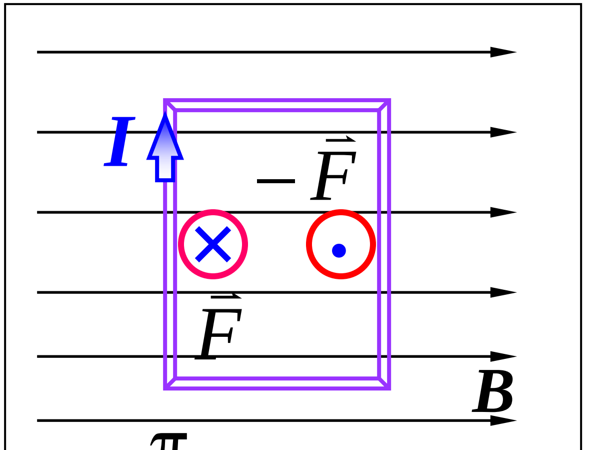
稳定平衡　　不稳定平衡　　力矩最大



$\theta = 0^\circ, M = 0$

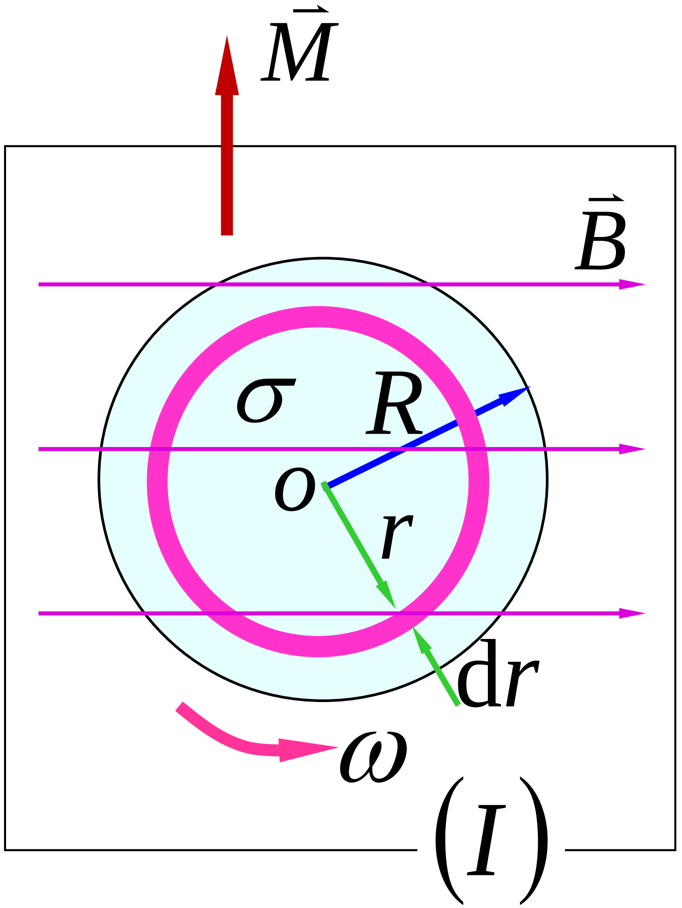


$\theta = \pi, M = 0$



$\theta = \dfrac{\pi}{2}, M = M_{max}$

**例 半径为 R 的带电薄圆盘的电荷面密度为 σ (>0)，以角速度 ω 绕通过盘心垂直于盘面的轴转动，将其放入匀强磁场中，求其所受力矩.



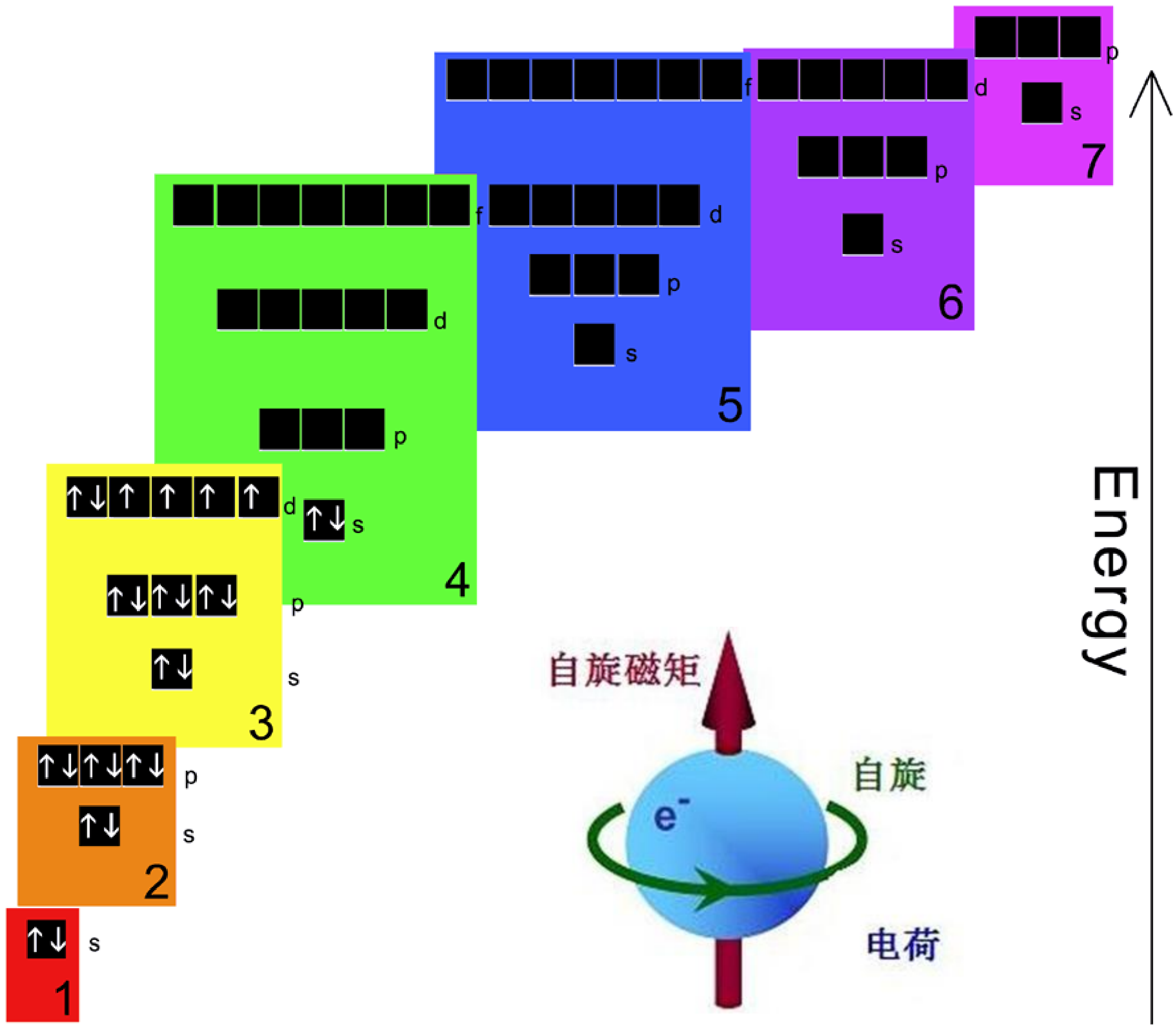
解 $\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B} = I\vec{S} \times \vec{B}$

$$\mathrm{d}I = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = \frac{\sigma \cdot 2\pi r \mathrm{d}r}{2\pi / \omega} = \sigma\omega r \mathrm{d}r$$

$$\left|\mathrm{d}\vec{M}\right| = \left|\mathrm{d}I\vec{S} \times \vec{B}\right| = \sigma\omega r \mathrm{d}r \cdot \pi r^2 \cdot B = \sigma B \omega \pi r^3 \mathrm{d}r$$

$$\left|\vec{M}\right| = \int \left|\mathrm{d}\vec{M}\right| = \int_0^R \sigma B \omega \pi r^3 \mathrm{d}r = \frac{1}{4} \sigma B \omega \pi R^4$$

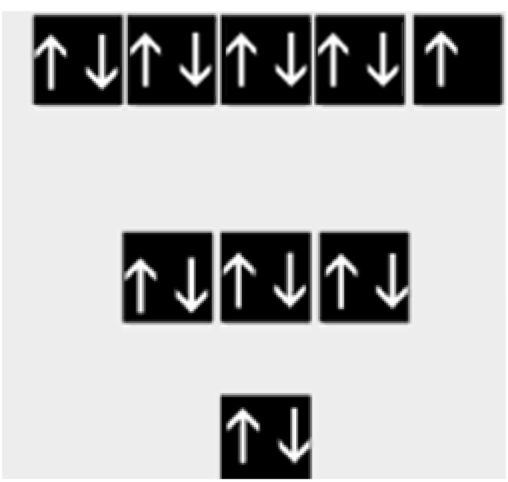
§6 磁介质

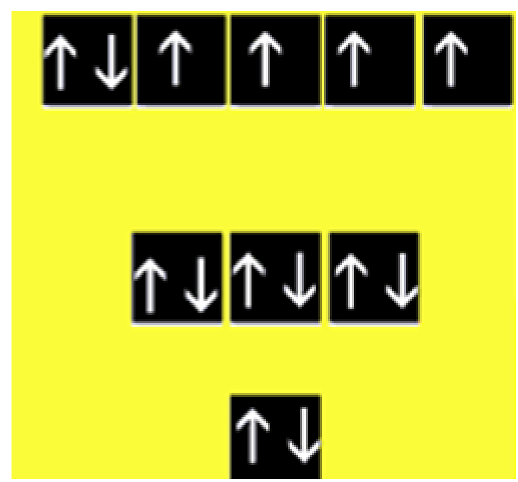


物质的磁性：

在大多数原子中，两个电子可以配对并占据一个能级，但它们的自旋必须是相反的，从而抵消了它们的磁场。

但是，在少数原子（如**Fe**，**Co**和**Ni**）中，可以存在许多未配对电子。这些电子分别占据一个能级，在某些条件下，这些的电子自旋可以相同，从而给原子一个整体磁场。





磁单极子：

理论物理学中，磁单极子是假设的仅带有北极或南极的单一磁极的基本粒子（类似于只带负电荷的电子），它们的磁感线分布类似于点电荷的电场线分布。关于磁单极子是否真正存在，物理学界一直有争议。按照目前已被实验证实的物理学理论，磁现象是由运动电荷产生的，没有磁单极子，但一些尚未得到实验证实的物理理论（如超弦理论）预测了磁单极子的存在。其中，1931年，狄拉克给出了有关磁单极子的量子理论*。他证明，若磁单极子存在，则宇宙中的电荷必须是量子化的——这恰好与我们现在的认知相符合。迄今，物理学家们依然在进行大量寻找磁单极子的实验。

*P. A. M. Dirac, Proc. Roy. Soc. Lond. A 133, 821, 60 (1931)

一、磁介质 ——能够对磁场产生影响的物质。

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$$

磁介质中的总磁感强度

真空中的磁感强度

介质磁化后的附加磁感强度

顺磁质 $\vec{B} > \vec{B}_0$ （铝、氧、锰等）

抗磁质 $\vec{B} < \vec{B}_0$ （铜、铋、氢等）

铁磁质 $\vec{B} >> \vec{B}_0$ （铁、钴、镍等）

顺磁质内磁场 $B = B_0 + B'$ 略大于 B_0

$$B = B_0 + B' = \mu_r B_0 \quad \mu_r \text{ 略大于 } \mathbf{1}$$

μ_r 为磁介质的相对磁导率，取决于磁介质。

抗磁质内磁场 $B = B_0 - B'$ 略小于 B_0

$$B = B_0 - B' = \mu_r B_0 \quad \mu_r \text{ 略小于 } \mathbf{1}$$

铁磁质内磁场 $B = B_0 + B'$ 远远大于 B_0

$$B = B_0 + B' = \mu_r B_0$$

μ_r 远远大于 **1**，且随外磁场而变化。

二、有磁介质时的安培环路定理

在真空内：

$$\oint_{(L)} \vec{B}_0 \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum_{L内} I_{0i}$$

在磁介质内：

$$\oint_{(L)} \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_r \mu_0 \sum_{L内} I_{0i}$$

$$\oint_{(L)} \frac{\vec{B}}{\mu_r \mu_0} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \sum_{L内} I_{0i}$$

定义：磁场强度矢量

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_r \mu_0} = \frac{\vec{B}}{\mu}$$

$\mu = \mu_r \mu_0$ ——称为磁介质的磁导率

磁介质中的安培环路定理：

$$\oint_{(L)} \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \sum_{L内} I_{0i} = I_0$$