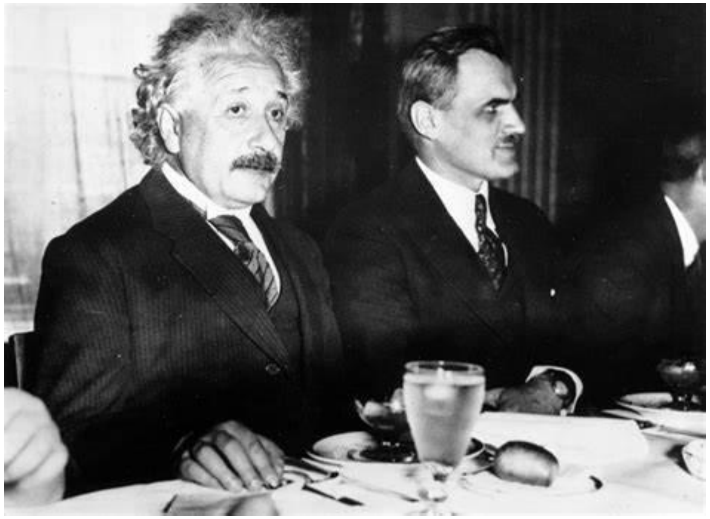
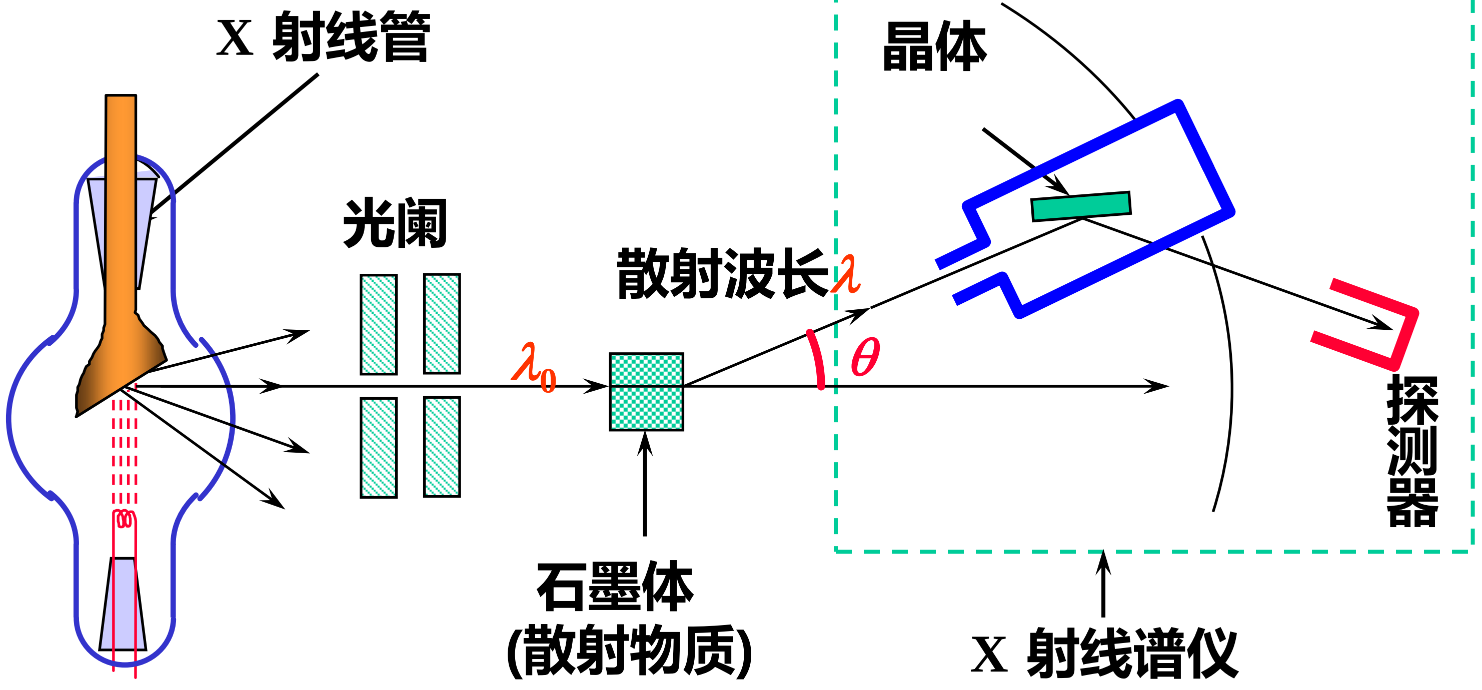
二、康普顿效应



Arthur Holly Compton
1892-1962，1927 Nobel Prize

1920年，美国物理学家康普顿在观察X射线被物质散射时，发现散射线中含有波长发生了变化的成分——散射束中除了有与入射束波长 λ_0 相同的射线，还有波长 $\lambda > \lambda_0$ 的射线.

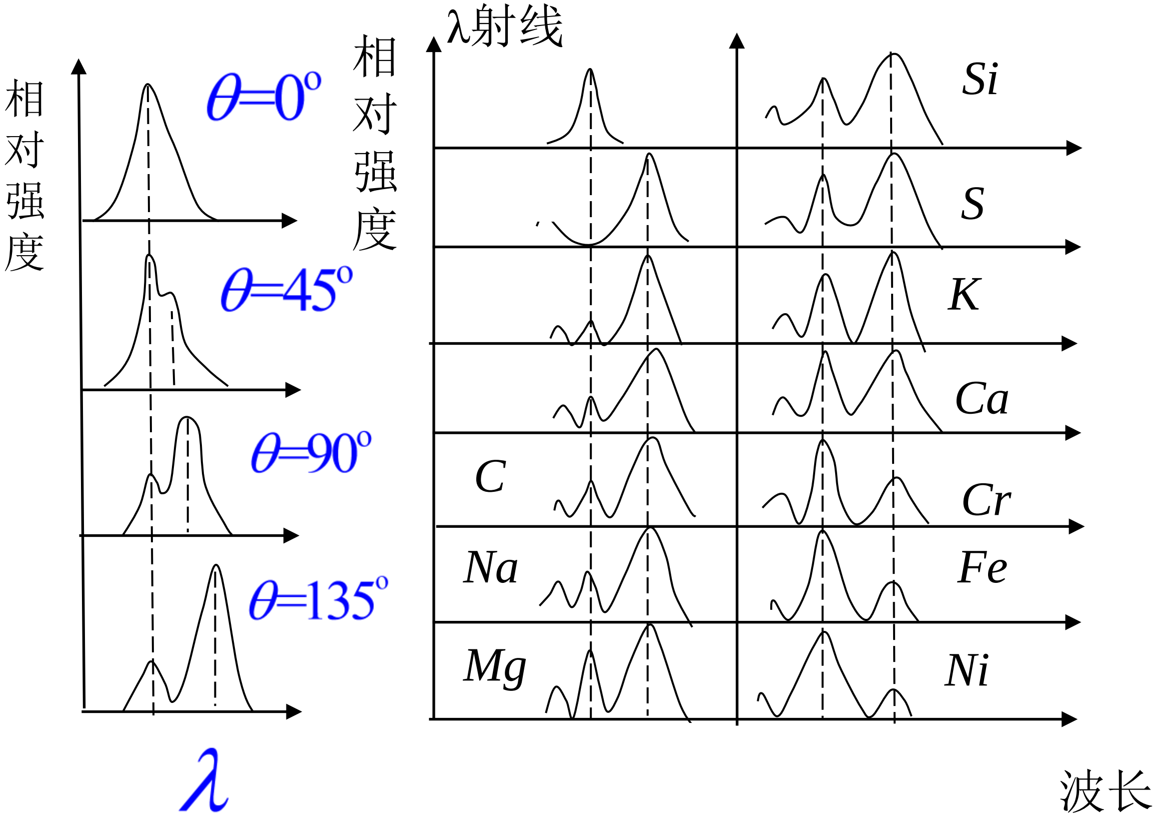
1）实验装置



X 射线通过物质时向各个方向散射，散射的 X 射线中，除了波长与原射线相同的成分外，还有波长较大的成分。

这种有波长增大的散射称为康普顿散射(或称康普顿效应).

按经典理论，散射是X射线迫使散射物质中的电子作受迫振动，而向周围发射相同频率的射线。



2）实验规律

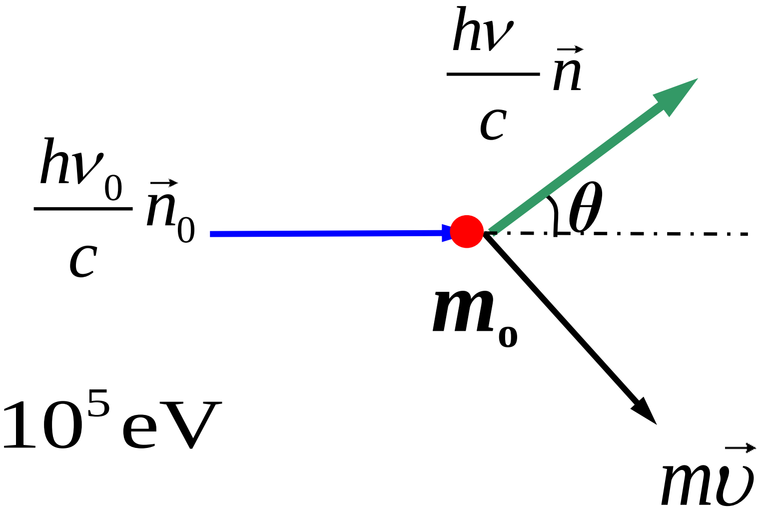
①在散射光谱中除了有与入射波长相同的射线外，还有波长较长的射线存在

② 波长改变量（$\lambda-\lambda_0$）随散射角而异

$$\lambda-\lambda_0=2k\sin^2\frac{\theta}{2}$$

③ 对同一散射角，原子量较小的物质散射强度大， 但波长改变量（$\lambda-\lambda_0$） 相同。

物理模型



◆ 入射光子（X 射线或γ射线）能量大.

$E = h\nu$　　　范围为：$10^4 \sim 10^5\,\mathrm{eV}$

◆ 电子热运动能量 $<< h\nu$ ，可近似为静止电子.

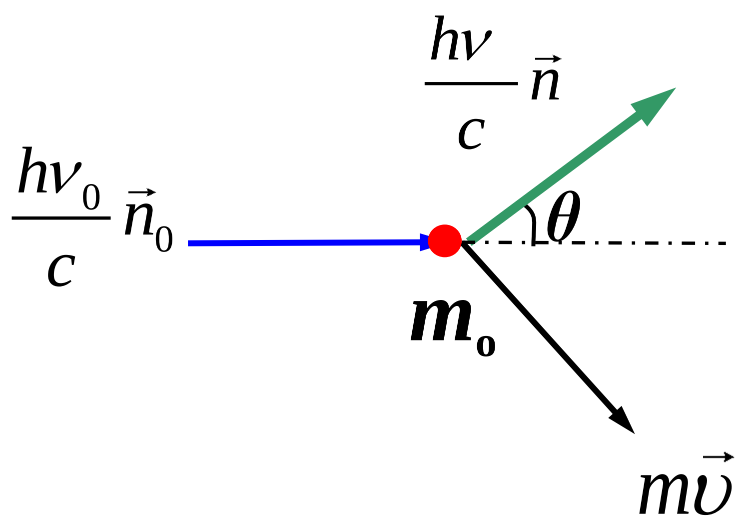
◆ 固体表面电子束缚较弱，视为近自由电子.

◆ 电子反冲速度很大，用相对论力学处理.

◆ 入射光子与散射物质中束缚微弱的电子弹性碰撞时，一部分能量传给电子，散射光子能量减少，频率下降、波长变大。

◆ 光子与原子中束缚很紧的电子发生碰撞，近似与整个原子发生弹性碰撞时，能量不会显著减小，所以散射束中出现与入射光波长相同的射线。

定量计算



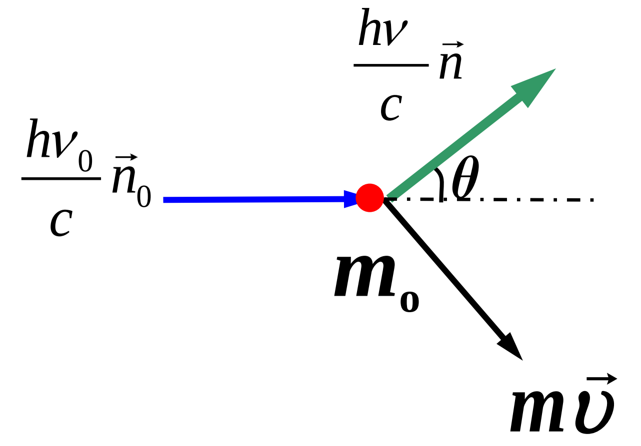
能量守恒： $h\nu_0 + m_0c^2 = h\nu + mc^2$ **(1)**

动量守恒： $\frac{h\nu_0}{c}\vec{n}_0 = \frac{h\nu}{c}\vec{n} + m\vec{\upsilon}$ **(2)**

利用余弦定理： $(m\upsilon)^2 = \left(\frac{h\nu_0}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 - 2\left(\frac{h\nu_0}{c}\right)\left(\frac{h\nu}{c}\right)\cos\theta$

或 $(m\upsilon)^2 c^2 = (h\nu_0)^2 + (h\nu)^2 - 2h^2\nu_0\nu\cos\theta$ **(3)**

$$h\nu_0 + m_0c^2 = h\nu + mc^2 \qquad \textbf{(1)}$$



$$(m\upsilon)^2c^2 = (h\nu_0)^2 + (h\nu)^2 - 2h^2\nu_0\nu\cos\theta \qquad \textbf{(3)}$$

由**(1)** $$[(h\nu_0 - h\nu) + m_0c^2]^2 = (mc^2)^2$$

$$\underline{(h\nu_0)^2 + (h\nu)^2} - 2h^2\nu_0\nu + 2m_0c^2h(\nu_0 - \nu) + m_0^2c^4 = m^2c^4 \qquad \textbf{(4)}$$

由**(3)** $$\underline{(h\nu_0)^2 + (h\nu)^2} - 2h^2\nu_0\nu\cos\theta - (m\upsilon)^2c^2 = 0 \qquad \textbf{(5)}$$

(4)–(5)

$$\underline{\cancel{m^2\upsilon^2c^2}} + \cancel{2}h^2\nu_0\nu\cos\theta - \cancel{2}h^2\nu_0\nu + \cancel{2}m_0c^2h(\nu_0 - \nu) + \underline{\cancel{m_0^2c^4}} = \underline{\cancel{m^2c^4}}$$

$$E^2 = p^2c^2 + E_0^2 \qquad\qquad m^2c^4 = m^2\upsilon^2c^2 + m_0^2c^4$$

$$m_0c^2h(\nu_0 - \nu) = h^2\nu_0\nu(1 - \cos\theta)$$

$$m_0c^2h(\nu_0-\nu)=h^2\nu_0\nu(1-\cos\theta)$$

同除 $m_0ch\nu_0\nu$ $$\frac{c}{\nu}-\frac{c}{\nu_0}=\frac{h}{m_0c}(1-\cos\theta)$$

$$\boxed{\Delta\lambda=\lambda-\lambda_0=\frac{h}{m_0c}\left(1-\cos\theta\right)=2\lambda_c\sin^2\frac{\theta}{2}}$$

式中$\lambda_c = h/m_0c$ = 0.0024 nm. —— 康普顿波长

三、讨论

1. $\Delta\lambda$ 只和 θ有关

$\theta = 0$ $\Delta\lambda=0$

$\theta = 90^0$ $\Delta\lambda=\lambda_c$

$\theta = 180^0$ $\Delta\lambda=2\lambda_c$

$\Delta\lambda$与 θ 的关系与物质无关，是光子与近自由电子间的相互作用.

$$\boxed{\Delta\lambda=\lambda-\lambda_0=\frac{h}{m_0c}(1-\cos\theta)=2\lambda_c\sin^2\frac{\theta}{2}}$$

2. 还有λ_0的散射光存在

光子与束缚较紧的电子的碰撞，应看作是和整个原子相碰。因原子质量 >> 光子质量，

在弹性碰撞中散射光子的能量(波长)几乎不变。

或由 $\Delta\lambda=\dfrac{h}{M_0c}\sin^2\dfrac{\theta}{2}$ **很小而知。（M_0：原子静止质量)**

3. 随 Z↑ ⇒ 束缚紧的电子比例增加 ⇒ ↑ $I_{\lambda 0}$

4. 若 $\lambda_0 >> \lambda_C$ 则$\lambda\approx\lambda_0$，可见光观察不到康普顿效应.

5. 光具有波粒二象性

一般而言，光在传递过程中，波动性较为显著；光与物质相互作用时，粒子性比较显著.

康普顿散射实验的意义

- 证实了光子假设的正确性和狭义相对论力学的正确性，支持了光量子的概念 .

$$\varepsilon = h\nu$$

- 实验上证实了爱因斯坦提出的“光量子具有动量”的假设.

$$p = E/c = h\nu/c = h/\lambda$$

- 微观粒子的相互作用（单个碰撞过程）也遵守能量守恒和动量守恒定律.

**康普顿效应和光电效应比较

1. 康普顿效应：光子与静止自由电子碰撞, 完全弹性碰撞

光电效应：光子被束缚电子吸收，完全非弹性碰撞

2. 康普顿效应: X 射线或γ射线，光子能量大，相对论效应

碰撞后电子动能 $\boxed{E_k = mc^2 - m_0c^2}$

光电效应: 可见光或紫外光，光子能量小，非相对论效应

吸收光子后电子动能 $\boxed{E_k = \frac{1}{2}m\upsilon^2}$

3. 康普顿效应: X射线波长0.01~0.1nm, 最大波长改变量为

$\Delta\lambda = 2\lambda_c = 0.0048\ nm$ 与λ相差不大，现象明显。

光电效应: 光的波长100nm左右, $\Delta\lambda \leq 0.005nm$ 康普顿效应不明显

例： 波长 $\lambda_0 = 1.00\times10^{-10}$ m 的 **X** 射线与静止的自由电子作弹性碰撞，在与入射角成 90° 角的方向上观察， **问：**

（1） 散射波长的改变量 $\Delta\lambda$ 为多少？

（2） 反冲电子得到多少动能？

（3） 在碰撞中，光子的能量损失了多少？

解： **（1）** $\Delta\lambda = \lambda_C(1-\cos\theta) = \lambda_C(1-\cos 90^\circ) = \lambda_C$

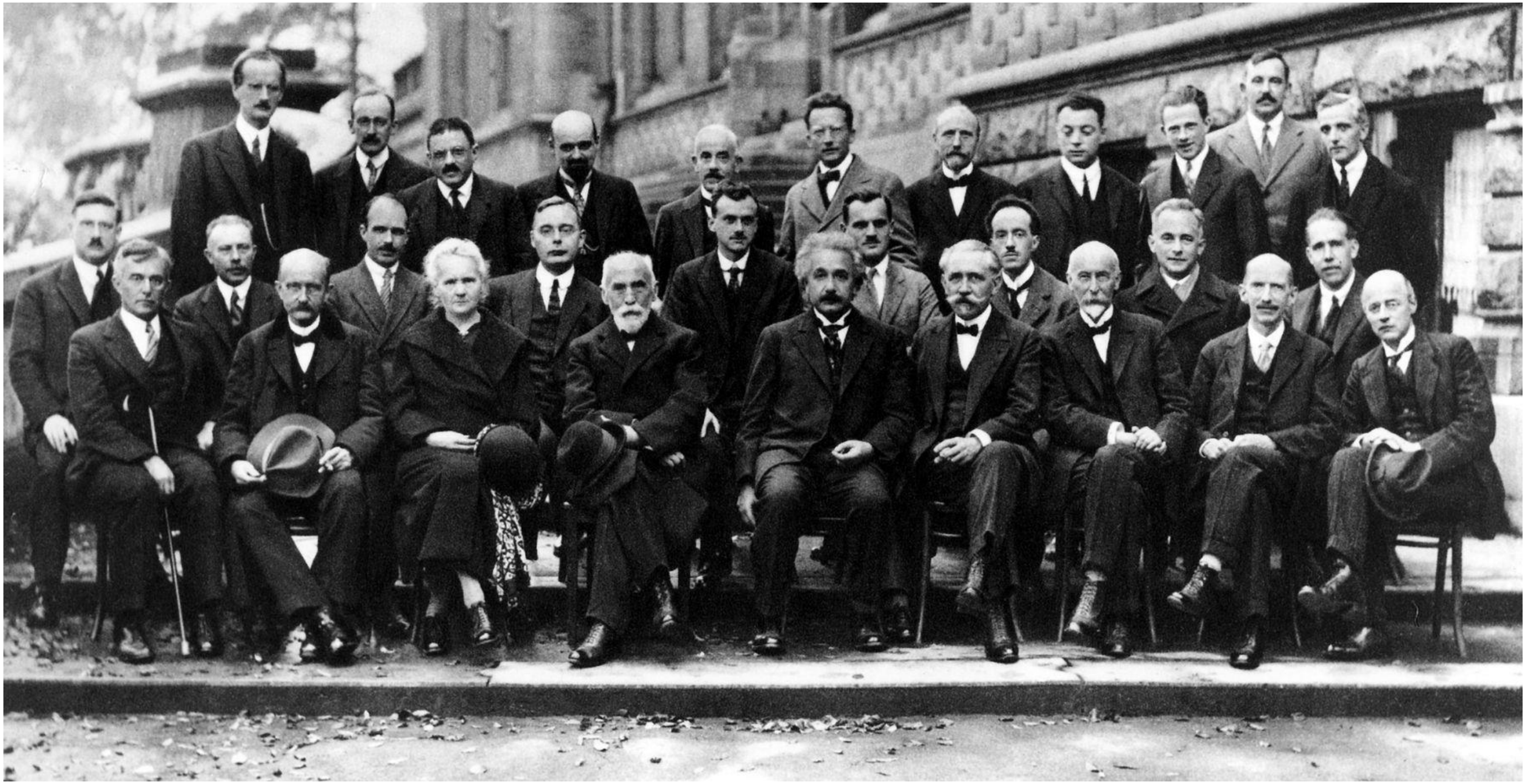
$$= 2.43\times10^{-12}\,\mathrm{m}$$

（2） 反冲电子的动能

$$E_\mathrm{k} = mc^2 - m_0c^2 = \frac{hc}{\lambda_0} - \frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_0}\left(1-\frac{\lambda_0}{\lambda}\right) = 295\,\mathrm{eV}$$

（3） 光子损失的能量＝反冲电子的动能

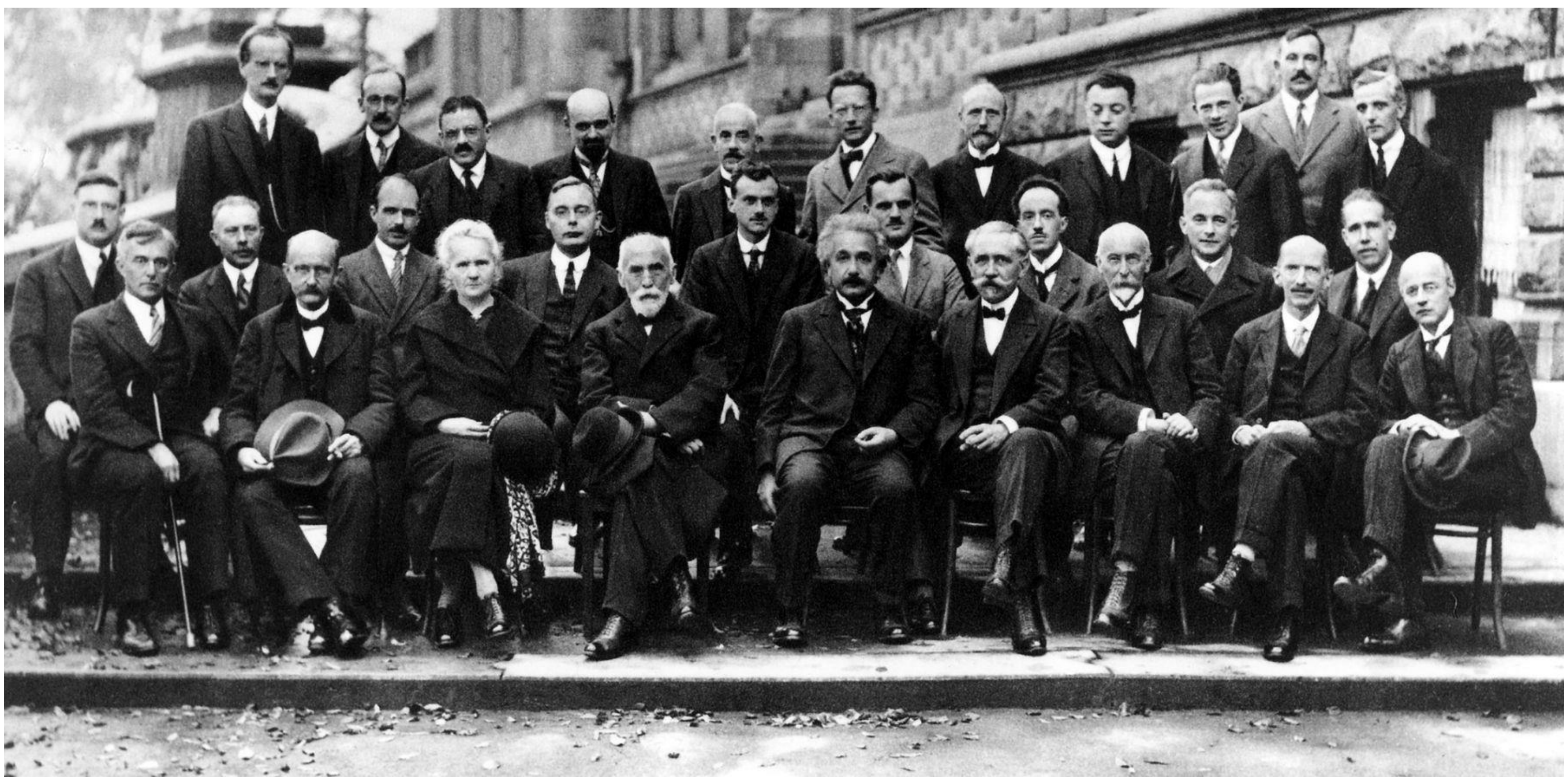
可能最著名的一次索尔维会议是1927年10月召开的第五次索尔维会议。此次会议主题为“电子和光子”，世界上最主要的物理学家聚在一起讨论新近表述的量子理论。会议上最出众的角色是爱因斯坦和尼尔斯·玻尔。前者以“上帝不会掷骰子”的观点反对海森堡的不确定性原理，而玻尔反驳道，“爱因斯坦，不要告诉上帝怎么做”——这一争论被称为玻尔-爱因斯坦论战。参加这次会议的二十九人中有十七人获得或后来获得诺贝尔奖。玛丽·居里是照片中唯一一位女性。



第三排：奥古斯特·皮卡尔德、亨里奥特、保罗·埃伦费斯特、爱德华·赫尔岑、西奥费·顿德尔、埃尔温·薛定谔、维夏菲尔特、沃尔夫冈·泡利、维尔纳·海森堡、拉尔夫·福勒、莱昂·布里渊

第二排：彼得·德拜、马丁·努森、威廉·劳伦斯·布拉格、亨德里克·克雷默、保罗·狄拉克、阿瑟·康普顿、路易·德布罗意、马克斯·玻恩、尼尔斯·玻尔

第一排：欧文·朗缪尔、马克斯·普朗克、玛丽·居里、亨德里克·洛伦兹、阿尔伯特·爱因斯坦、保罗·朗之万、查尔斯·古耶、查尔斯·威尔逊、欧文·理查森



第三节 量子力学引论

一、德布罗意的物质波理论

从自然界的对称性出发认为:

既然光(波)具有粒子性

那么实物粒子也应具有波动性

1924.11.29 德布罗意把题为“量子理论的研究”的博士论文提交巴黎大学

不仅光具有波粒二象性，而且一切实物粒子(静止质量$m_0 \neq 0$的粒子）也具有波粒二象性。

德布罗意（1892 — 1987）

法国物理学家

波动力学的创始人，量子力学的奠基人之一。出身贵族，中学时代显示出文学才华。1910年在巴黎大学获文学学士学位，后来改学理论物理学。他善于用历史的观点，用对比的方法分析问题。

1924年他在博士论文《关于量子理论的研究》中提出把粒子性和波动性统一起来，**5**年后为此获得诺贝尔物理学奖。

identical with the disposition of atoms suggested by Sir William Bragg for the molecule of benzene" (Challenor

fringes. By means of these new ideas, it will probably be possible to reconcile also diffusion and dispersion

Waves and Quanta.

The quantum relation, energy $= h \times$ frequency, leads one to associate a periodical phenomenon with any isolated portion of matter or energy. An observer bound to the portion of matter will associate with it a frequency determined by its internal energy, namely, by its "mass at rest." An observer for whom a portion of matter is in steady motion with velocity βc, will see this frequency lower in consequence of the Lorentz-Einstein time transformation. I have been able to show (*Comptes rendus*, September 10 and 24, of the Paris Academy of Sciences) that the fixed observer will constantly see the internal periodical phenomenon in phase with a wave the frequency of which $\nu = \dfrac{m_0 c^2}{h\sqrt{1-\beta^2}}$ is determined by the quantum relation using the whole energy of the moving body—provided it is assumed that the wave spreads with the velocity c/β. This wave, the velocity of which is greater than c, cannot carry energy.

small aperture. Dynamics must undergo the same evolution that optics has undergone when undulations took the place of purely geometrical optics. Hypotheses based upon those of the wave theory allowed us to explain interferences and diffraction

The omission of the word "expellable" was due to the authors, who did not include the word in their letter. Two separate proofs of the letter were sent to Dr. Kirsch at Vienna, but neither was returned.—Editor, Nature.]

回顾：爱因斯坦的方程

1905年，爱因斯坦给出了两条对物理学的发展至关重要的能量计算公式：

光的能量 $$E = h\nu$$

质能方程 $$E = mc^2$$

结合动量的公式可以得到光的动量公式：

$$p = mc = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

德布罗意波

“我的根本主张，是要把以光波和光子的实例被爱因斯坦于1905年发现的，波与粒子的共存性，拓展到全部的微观粒子。”

$$p = mc = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

德布罗意波（物质波）：

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

一个总能量为 E（包括静能在内），动量为 P 的实物粒子同时具有波动性，且满足

德布罗意关系式

$$\boxed{\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}} \qquad \boxed{\nu = \frac{E}{h} = \frac{mc^2}{h}}$$

$$\begin{tikzcd} & E & & \nu & \\ \boxed{\text{粒子性}} & & h \arrow[ul] \arrow[dl] \arrow[ur] \arrow[dr] & & \boxed{\text{波动性}} \\ & p & & \lambda & \end{tikzcd}$$

与实物粒子相联系的波称为物质波或德布罗意波

λ —— 德布罗意波长

论文答辩会上有人问：

“这种波怎样用实验来证实呢？！”

德布罗意答：

“用电子在晶体上的衍射实验可以证实。”

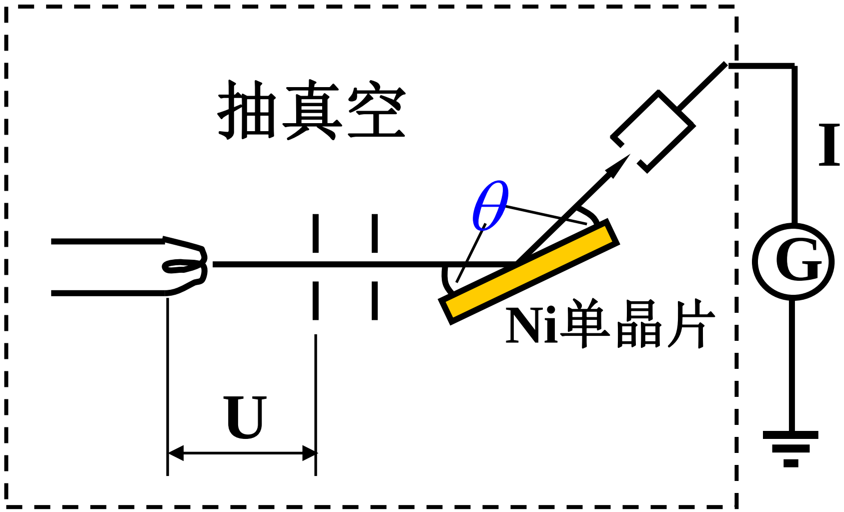
爱因斯坦对此论文高度评价为：

“他揭开了自然界舞台上巨大帷幕的一角！”

经爱因斯坦的推荐，物质波理论受到了关注，物理学家们纷纷做起了电子衍射实验。

实验证实了他的想法，为此他获得了1929年的诺贝尔物理学奖。

1. 戴维逊—革末实验（1927年）



$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_0eU}}$$

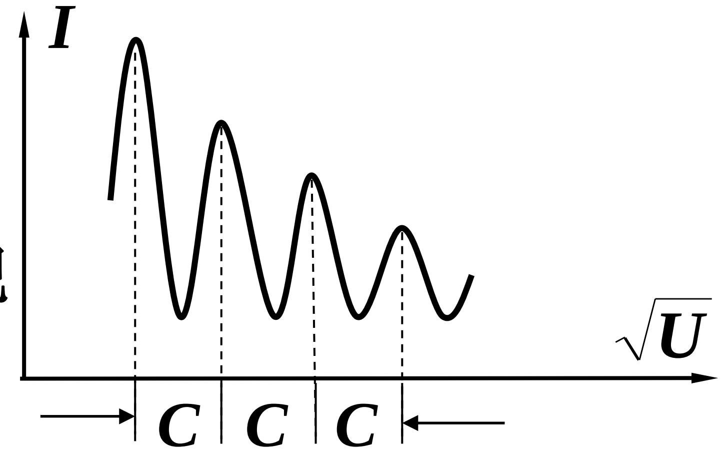
当满足$2d\sin\theta = k\lambda$

（k = 1，2，3…）时，

可观察到 I 的极大。

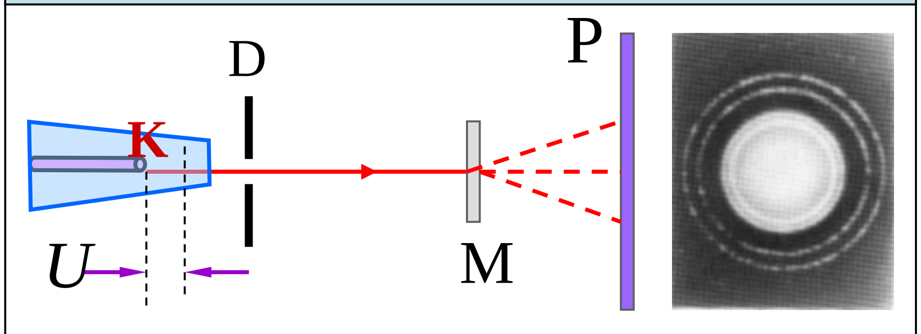
$$\sqrt{U} = \frac{k \cdot h}{2d\sin\theta\sqrt{2em_0}} = k \cdot C$$

即当 $\sqrt{U} = C$，2C，3C…时，可观察到电流 I 的极大（即衍射极大）。



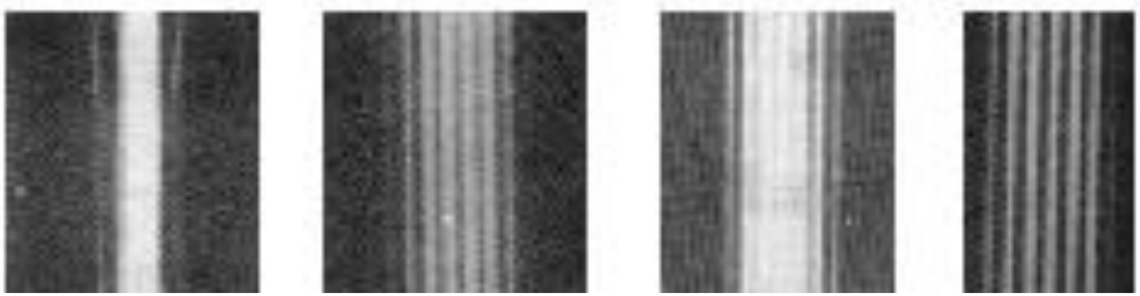
2. G.P.汤姆逊（1927年）

电子束透过多晶铝箔的衍射



3. 琼森(Jonsson)实验（1961）

大量电子的单、双、三、四缝衍射实验



后来实验又验证了：质子、中子和原子、分子等实物粒子都具有波动性，并都满足德布洛意关系。

基本数据 $a = 0.3\mu\mathrm{m}$ $d = 1\mu\mathrm{m}$

$V = 50\mathrm{kV}$ $\lambda = 5.0\times10^{-3}nm$

一切实物粒子都具有波动性

一颗子弹、一个足球有没有波动性呢？

估算：质量$m = 0.01\text{kg}$，速度 v=300m/s的子弹的德布罗意波长为

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6.63\times 10^{-34}}{0.01\times 300} = 2.21\times 10^{-34}\ \text{m}$$

波长小到实验难以测量的程度(足球也如此)，它们只表现出粒子性，并不是说没有波动性。

现在，所有的物理学家都面临着这些问题：
光到底是粒子还是波？
电子到底是粒子还是波？
质子呢？中子呢？……乃至世间万物呢？

经典粒子：不被分割的整体，有确定位置和运动轨道.

经典的波：某种实际的物理量的空间分布作周期性的变化，波具有相干叠加性.

波粒二象性：要求将波和粒子两种对立的属性统一到同一物体上.

在19世纪20-30年代里，理论量子物理学者大致分为两个阵营。第一个阵营的成员主要为德布罗意和薛定谔等，他们使用的数学工具是微积分，他们共同创建了波动力学。第二个阵营的成员主要为海森堡和玻恩等，他们使用的数学工具是线性代数，并建立了矩阵力学。后来，薛定谔证明这两种方法完全等价。

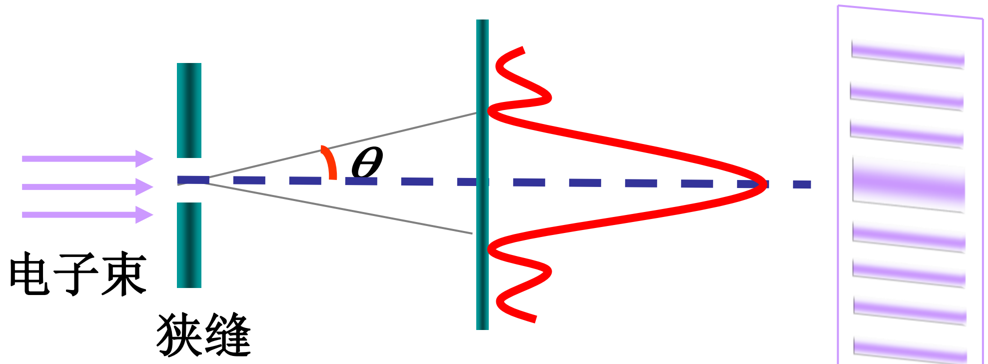
二、德布罗意波的统计解释

1926年，德国物理学家玻恩提出了一个全新的概念：德布罗意波描述的是粒子出现在空间中各处的概率。在某处德布罗意波的强度与粒子在该处附近出现的概率成正比 。因此，电子衍射图样的出现，是由于电子不均匀地射向照相底片各处形成的，有些地方电子密集，有些地方电子稀疏，表示电子射到各处的概率是不同的，电子密集的地方概率大，电子稀疏的地方概率小。

马克思·玻恩（Max Born，1882-1970），德国犹太裔物理学家，因对量子力学的基础性研究尤其是对波函数的统计学诠释而获得1954年的诺贝尔物理学奖。

1 从粒子性方面解释

单个粒子在何处出现具有偶然性；大量粒子在某处出现的多少具有规律性. 粒子在各处出现的概率不同.



电子的单缝衍射

2 从波动性方面解释

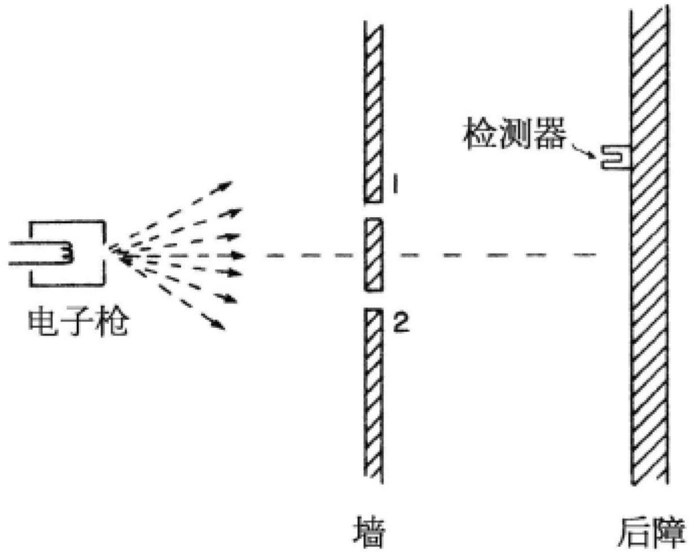
电子密集处，波的强度大；电子稀疏处，波的强度小.

3 结论（统计解释）

在某处德布罗意波的强度与粒子在该处附近出现的概率成正比 .

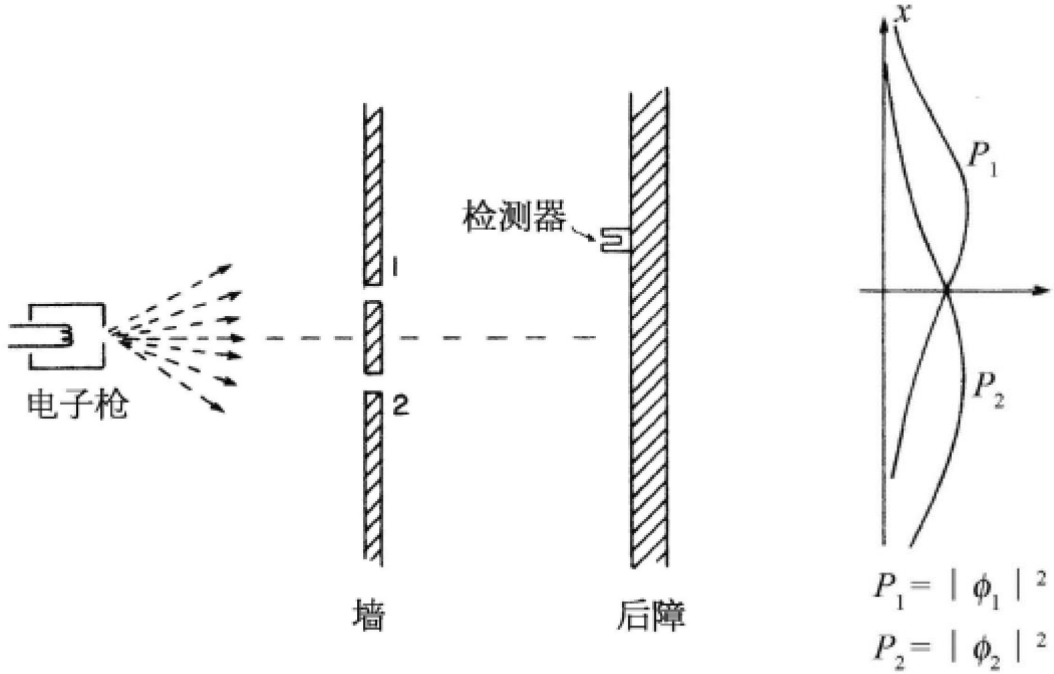
1926 年玻恩提出，德布罗意波为概率波.

电子的衍射（双缝干涉）实验



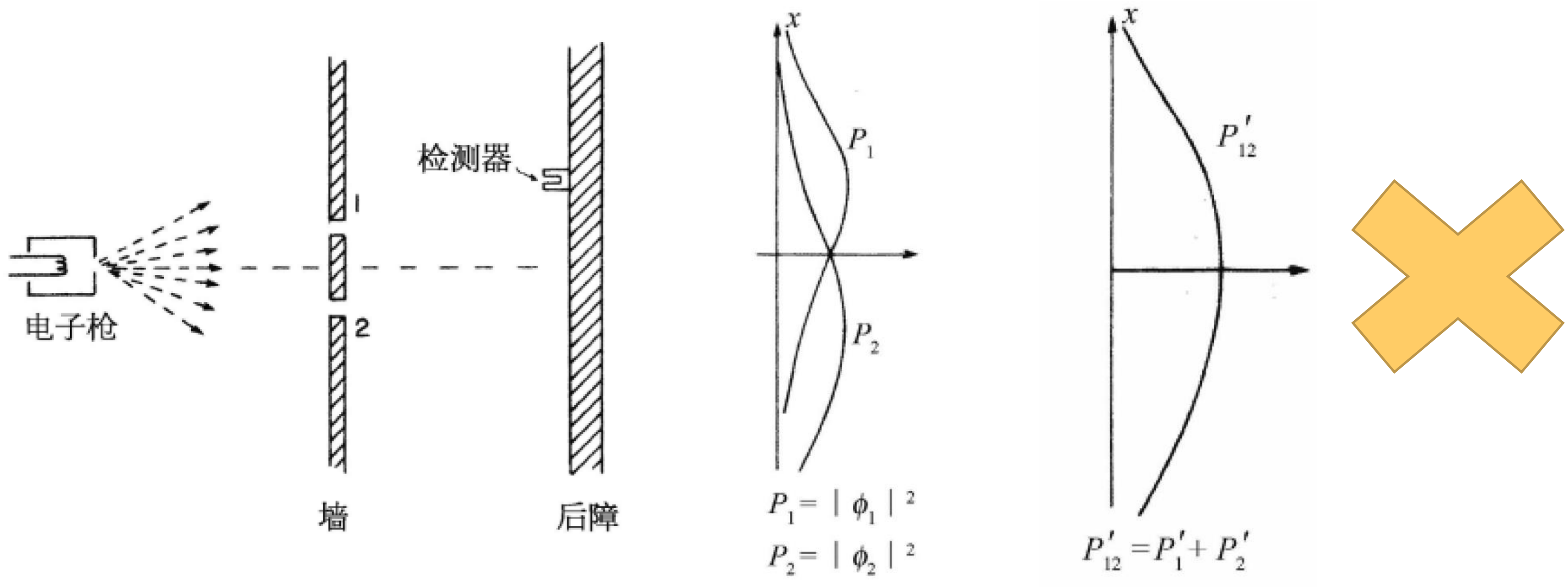
问题：电子是如何通过狭缝的？

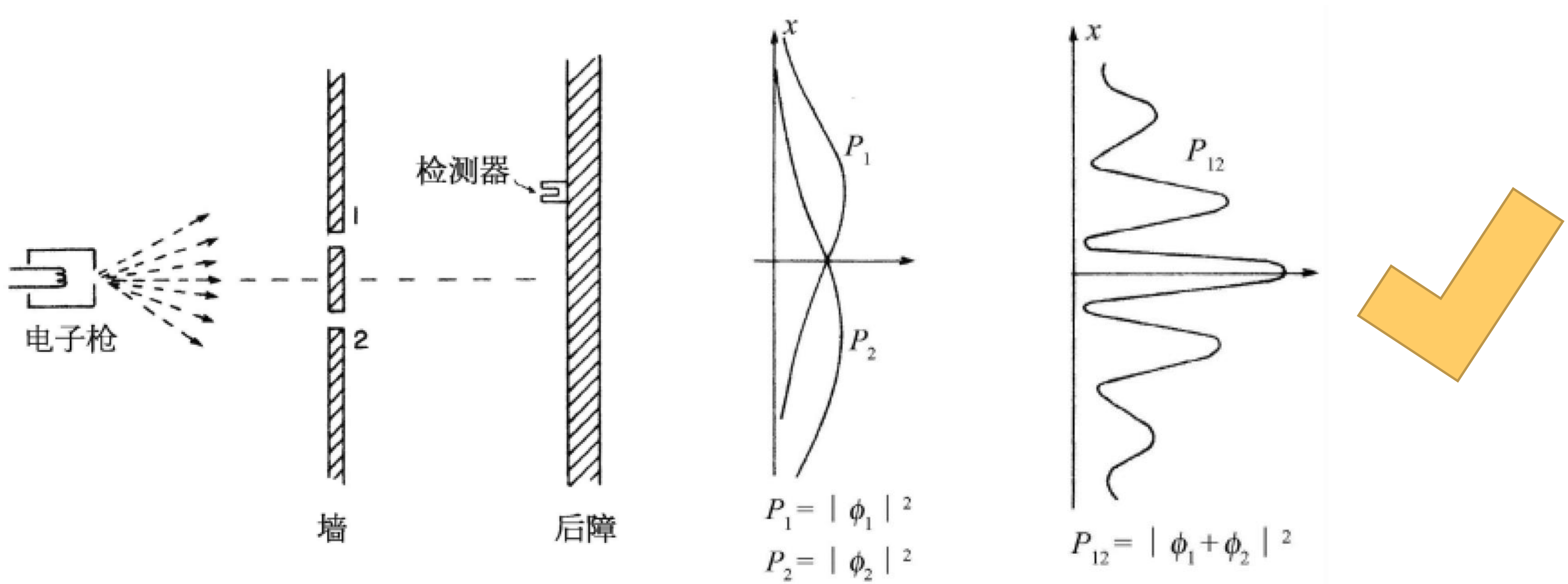
我们通常认为电子只有两种选择：它要么通过狭缝1，要么通过狭缝2——如果写成一个命题，那么这个命题是：<u>每一个电子不是通过狭缝1就是通过狭缝2</u>。

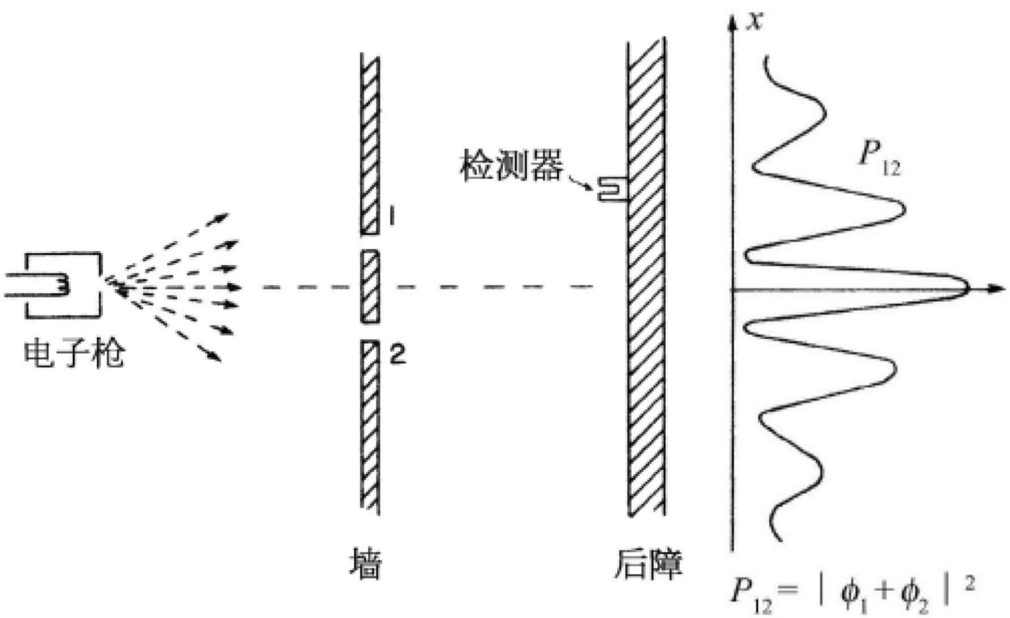


问题：电子是如何通过狭缝的？

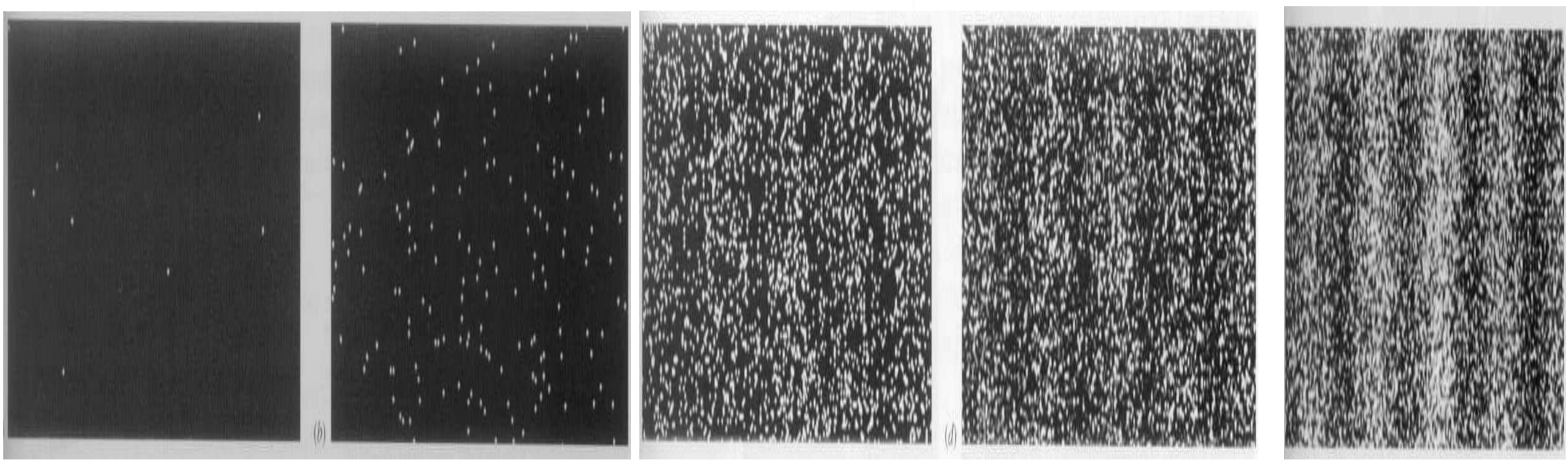
首先，我们将对通过狭缝1的电子作一次测量。把狭缝2遮住，我们得到电子概率分布 P1 。以类似的方式，可以测量通过狭缝2的电子概率分布 P2 。我们所观察到的曲线必定是通过狭缝1的电子所产生的效应与通过狭缝2的电子所产生的效应之和。


检测器
1
2
电子枪
墙
后障
x
P_1
P_2
$P_1 = |\phi_1|^2$
$P_2 = |\phi_2|^2$
P'_{12}
$P'_{12} = P'_1 + P'_2$


检测器
1
2
电子枪
墙
后障
x
P_1
P_2
$P_1 = |\phi_1|^2$
$P_2 = |\phi_2|^2$
P_{12}
$P_{12} = |\phi_1 + \phi_2|^2$



电子以颗粒的形式到达，像粒子一样，这些颗粒到达的概率分布则像波的强度的分布。正是从这个意义上来说，电子的行为“有时像粒子，有时像波”。



7个电子 100个电子 3000个电子 20000个电子 70000个电子