

电磁学

第一章：静电场

第二章：恒定磁场

第三章：电磁感应与电磁场

在奥斯特发现导线中的电流能产生磁场之后，许多物理学家认为，一定存在与之对应的现象，即磁场中也能产生电流。安培自己也曾经试图找寻这个现象，但没有成功。最终，英国物理学家法拉第于1831年8月29日，发现了磁感生电流的效应。

改变世界的两位物理学家



Michael Faraday
迈克尔·法拉第
1791-1867



James Clerk Maxwell
詹姆斯·克拉克·麦克斯韦
1831 - 1879

改变世界的两位物理学家

法拉第时常被认为是科学史上最优秀的实验物理学家。他详细地研究在载流导线四周的磁场，想出了磁场线的点子，因此建立了电磁场的概念。法拉第观察到**磁场会影响光线的传播**，他找出了两者之间的关系。他发现了**电磁感应的原理**、**物质的抗磁性**等。他发明了一种**电磁旋转机器**，这就是今天电动机的雏型。由于法拉第的努力，电磁现象开始出现于具有实际用途的科技发展。

法拉第能够用清楚与简单的语言传达他的科学思想，但其数学能力只限于最简单的代数，对其它更高阶的数学像是三角学并不熟悉。詹姆斯·麦克斯韦综合了法拉第与其它学者的研究，写下了麦克斯韦方程，成为现代电磁理论的基石。

改变世界的两位物理学家

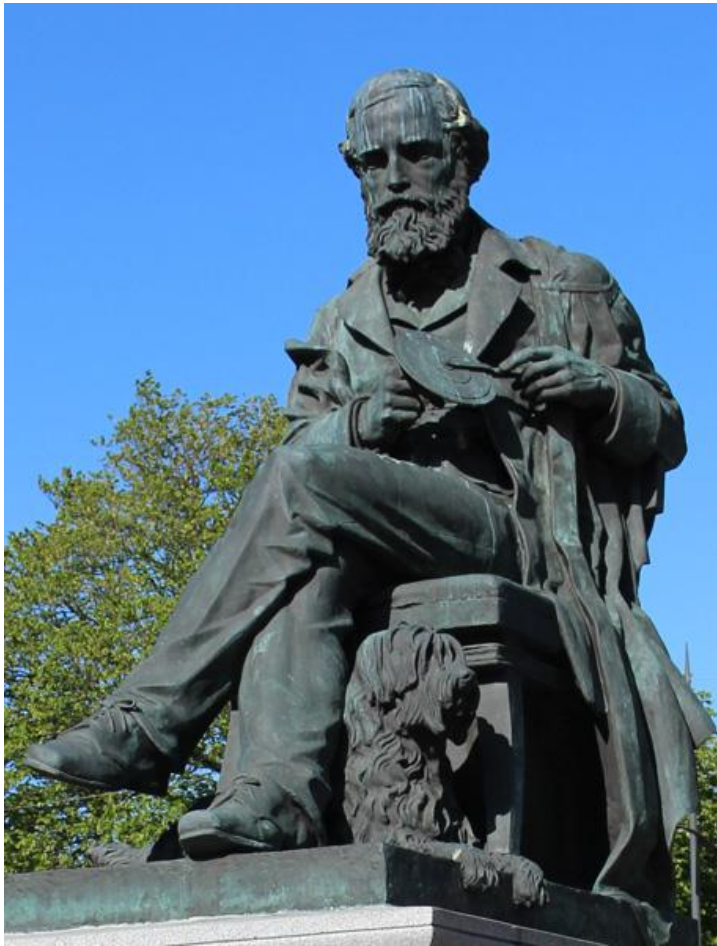
麦克斯韦被普遍认为是十九世纪物理学家中，对于二十世纪初物理学的巨大进展影响最为巨大的一位。他的科学工作为狭义相对论和量子力学打下理论基础，是现代物理学的先声。在麦克斯韦百年诞辰时，爱因斯坦本人盛赞了麦克斯韦，称其对于物理学做出了“自牛顿时代以来的一次最深刻、最富有成效的变革”。

麦克斯韦于1860年-1865年在英国伦敦国王学院执教，于1861年获选进入英国皇家学会。在那里，他会与法拉第进行定期交流。但两人关系谈不上亲密，因为法拉第比麦克斯韦年长整整40岁，并且在当时已经出现失智症的迹象。然而，他们依旧保持对彼此才华的敬重。麦克斯韦于1871年出任剑桥大学卡文迪许实验室主任，这是第一个现代物理学实验室。

据说阿尔伯特·爱因斯坦在他书房的墙上挂着三幅画像，分别是：法拉第、牛顿和麦克斯韦。

James Clerk Maxwell's birthplace at 14 India Street, Edinburgh, UK





(1)

Observations on Circumscribed figures having a plurality of foci, and radii of various proportions.
by James Clerk Maxwell.

Some time ago, while considering the analogy of the Circle and Ellipse, and the common method of drawing the latter figure by means of a cord of any given length fixed by the ends to the foci, which rests on the principle, that the sum of the two lines drawn from the foci to any point on the circumference is a constant quantity, it occurred to me that the distances of the radii being constant, was the general condition in all circumscribed figures and that the foci may be of any number and the radii of various proportions.

This rule applies to the circle - here there is one focus & one length of radius - In the Ellipse, there are two foci, & a long point of the circumference, two radii, the sum of which are constant - and the circle may be considered as drawn on the same principle supposing the two foci & radii to be compared.

Imprisoned with these views, I proceeded to put them

MSS of James Clerk Maxwell's paper

OBSERVATIONS ON CIRCUMSCRIBED FIGURES HAVING A PLURALITY OF FOCI
OF VARIOUS PROPORTIONS (Proceedings, 2 (1846) p. 89)

with the related referee's report.

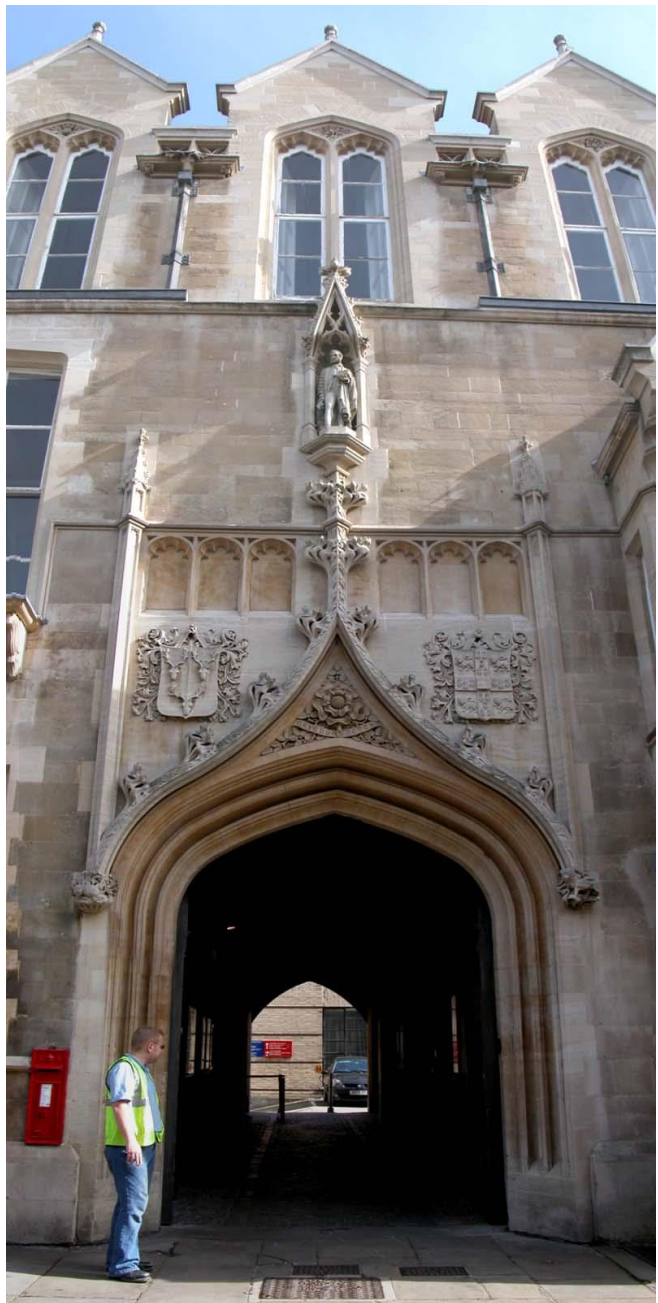
Report by Professor James Clerk Maxwell
Dated 4 August 1859
On a paper by C. G. Knott entitled
"Researches on Contact Electricity"

On the Description of Oval Curves & Curves having a plurality of Foci by Mr Clerk Maxwell's Letter, written November by Professor Faraday.

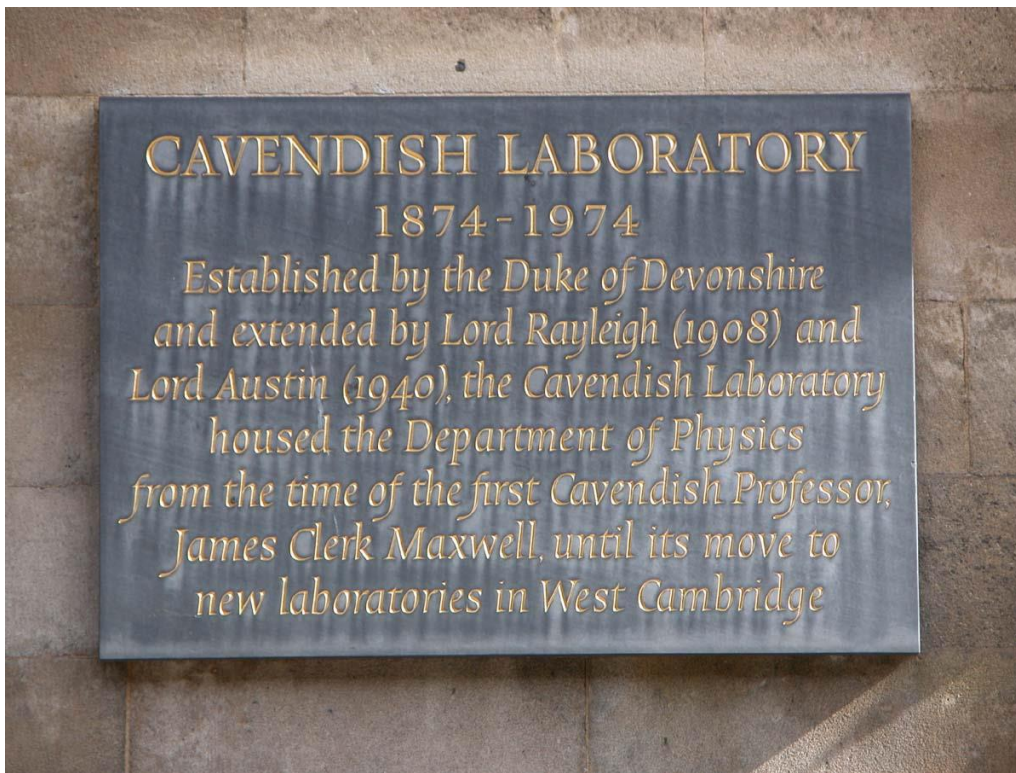
Mr Clerk Maxwell ingeniously suggests the extension of the Common Meaning of the Foci of the Conic Sections to other Curves of a higher degree of complexity than in the following manner.

1. As in the Ellipse and Hyperbola, any point in the Curve has the sum or difference of two lines drawn from it to two points as Foci = a constant quantity, so the author infers that Curves to a certain degree Analogous may be described and determined by the condition that the simple distances from one Focus plus a multiple distance from the other may be = a constant quantity; or more precisely in terms the one distance $\times n$ times the other = constant.

2. The author ~~has~~ devised a simple mechanical means by the wrapping of a thread round pins for producing these Curves. He then thought extending the principle to other Curves whose property should be that the sum of the simple or multiple distances of any point of the Curve from 3 or more points or Foci should be = a constant quantity; & this too he has



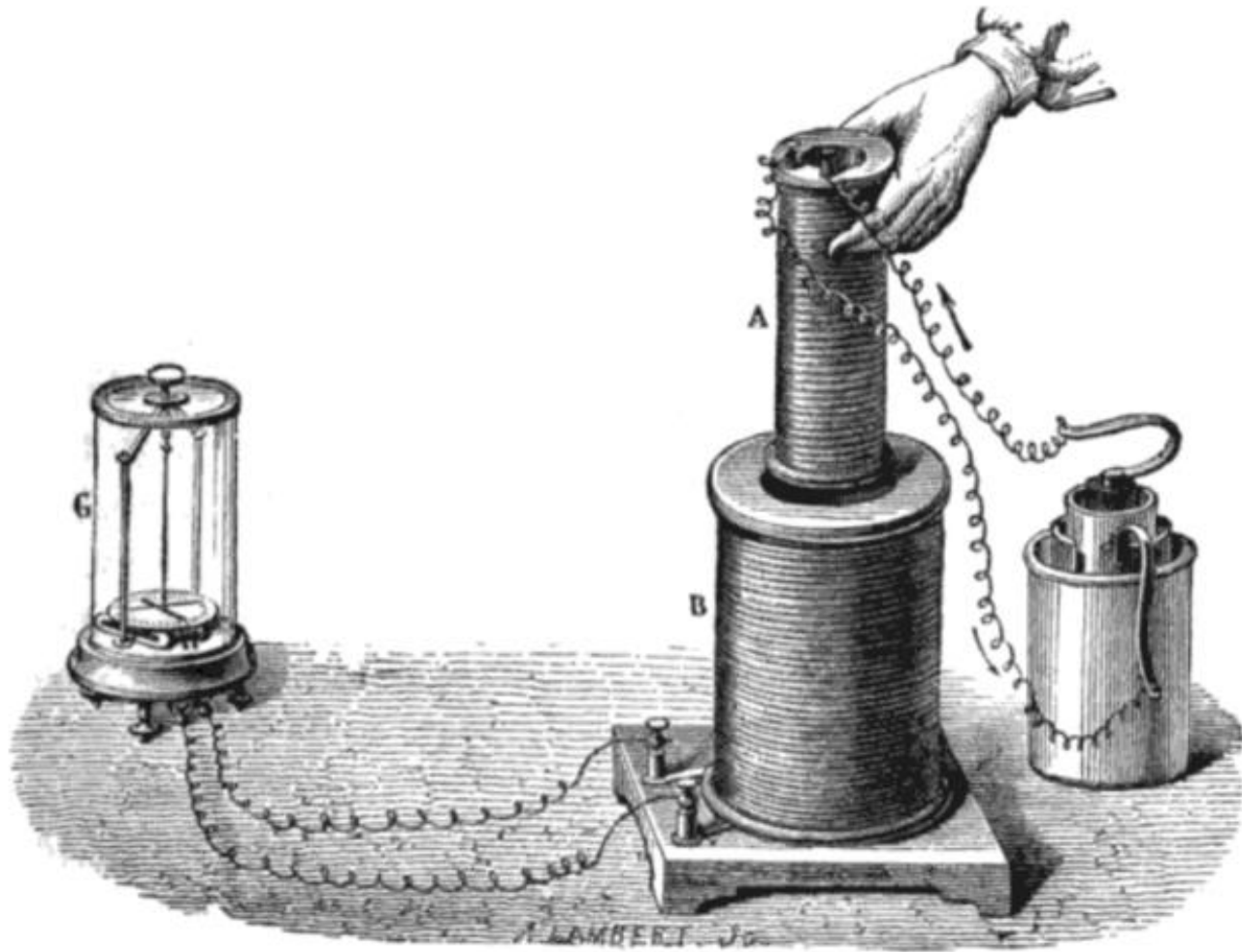
1871年 - 1879年: 詹姆斯·麦克斯韦
1879年 - 1884年: 约翰·斯特拉特, 第三代瑞利男爵
1884年 - 1919年: 约瑟夫·汤姆孙
1919年 - 1937年: 欧内斯特·卢瑟福
1938年 - 1953年: 威廉·劳伦斯·布拉格
1954年 - 1971年: 内维尔·莫特
1971年 - 1982年: 布莱恩·皮帕德
1983年 - 1995年: 萨姆·爱德华
1995年 - 今: 理查德·弗伦德





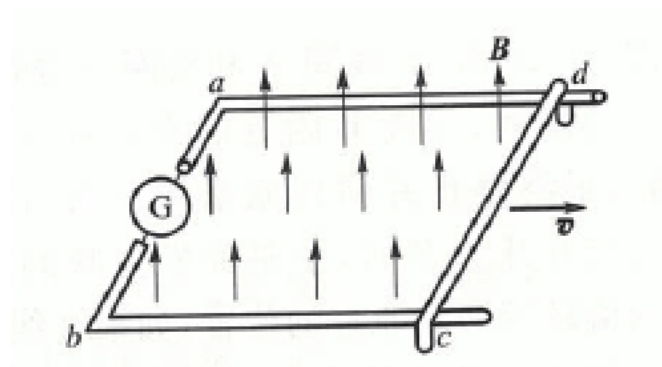
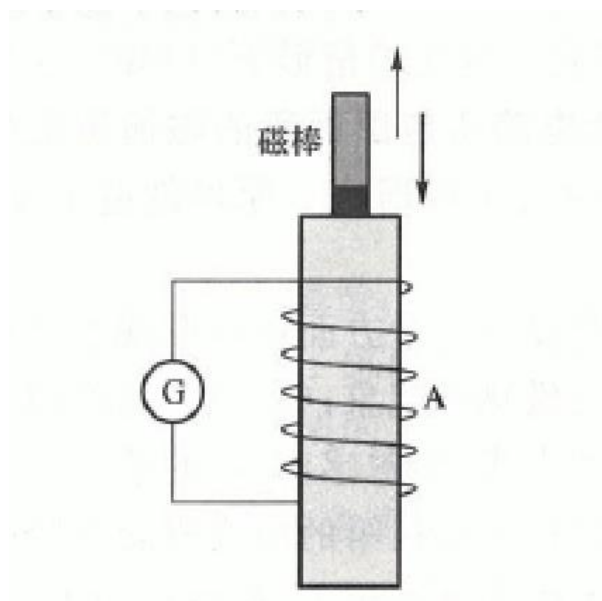
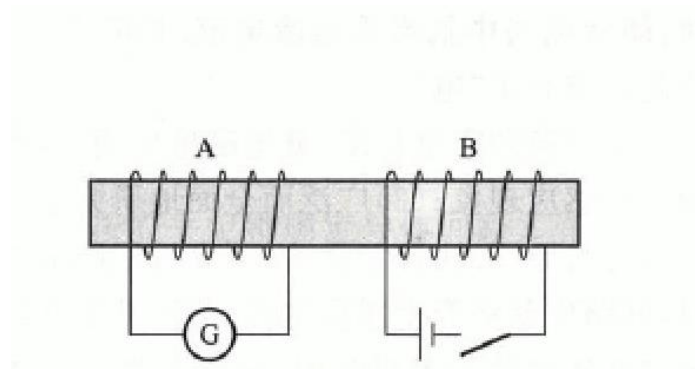
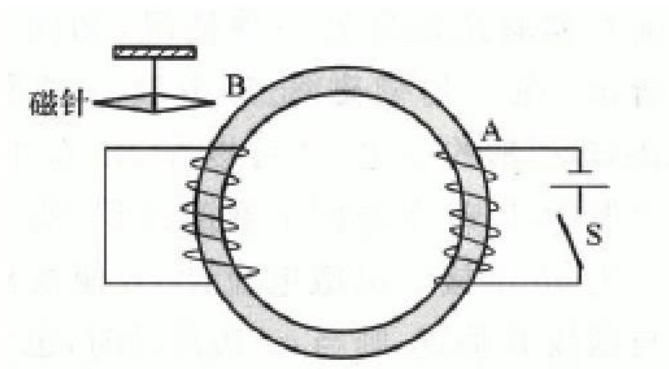
Chatsworth House @ Sheffield 2013.04.16

法拉第的实验（1831年）



§ 1 法拉第电磁感应定律

一、电磁感应现象

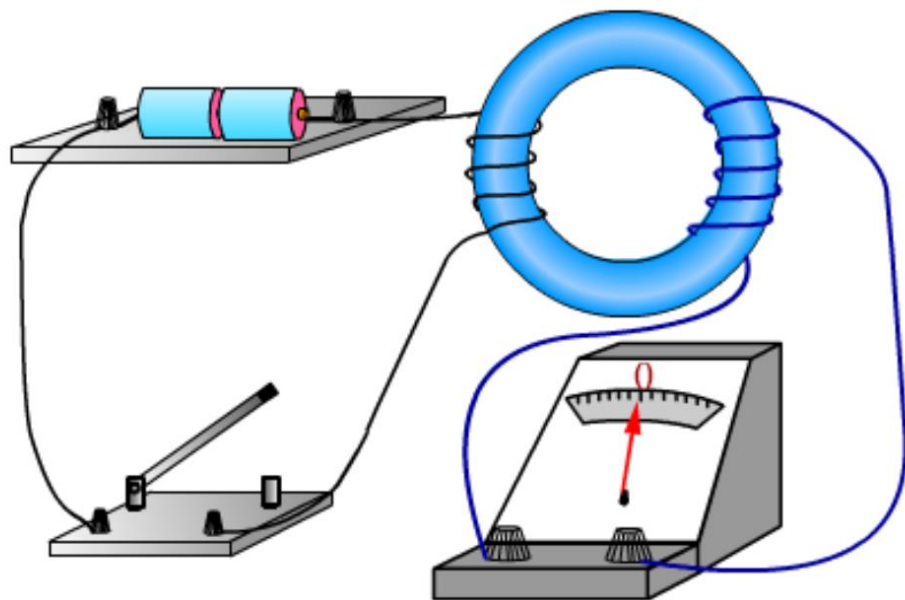


对于前面三个实验，法拉第经过仔细分析，发现他们具有共同的特征：当线圈A中的磁感应强度发生变化时，线圈A中就有电流产生。磁感应强度变化得越剧烈，这种变化所产生的感应电流越大。

第四个实验中，磁感应强度保持不变。但法拉第发现，当由导线组成的闭合回路中的磁通量发生变化时，就有感应电流产生。若磁通量没有变化，则没有电流产生——电流的产生基于磁通量的变化。

二、电磁感应定律

当穿过闭合回路所围面积的磁通量发生变化时，回路中会产生感应电动势，且感应电动势正比于磁通量对时间变化率的负值。



$$\mathcal{E}_i = -k \frac{d\Phi}{dt} \xrightarrow{k=1} \mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

国际单位制

$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{E}_i \\ \Phi \end{array} \right. \rightarrow$

伏特 V

韦伯 Wb

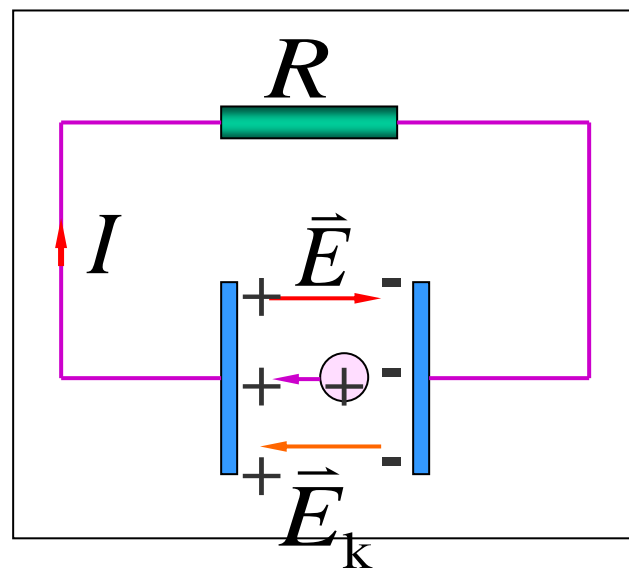
回顾

◆ **电动势的定义：** 单位正电荷绕闭合回路运动一周，非静电力所做的功。

$$\mathcal{E} = \frac{A}{q} = \oint_l \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$$

\vec{E}_k : 非静电场的电场强度.

$$\mathcal{E} = \int_{-}^{+} \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$$



$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

说明:

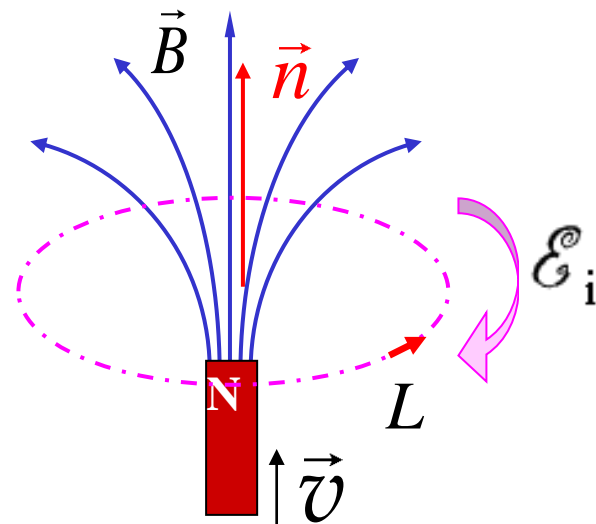
(1) 感应电动势的方向:

$\therefore \vec{B}$ 与回路成右螺旋

$\therefore \Phi > 0$ 磁铁向上运动

$$\frac{d\Phi}{dt} > 0 \quad \mathcal{E}_i < 0$$

\mathcal{E}_i 与回路取向相反



$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

(2) 闭合回路由 N 匝密绕线圈组成

磁通匝数
(磁链)

$$\psi = N\Phi \quad \mathcal{E}_i = -\frac{d\psi}{dt} = -N\frac{d\Phi}{dt}$$

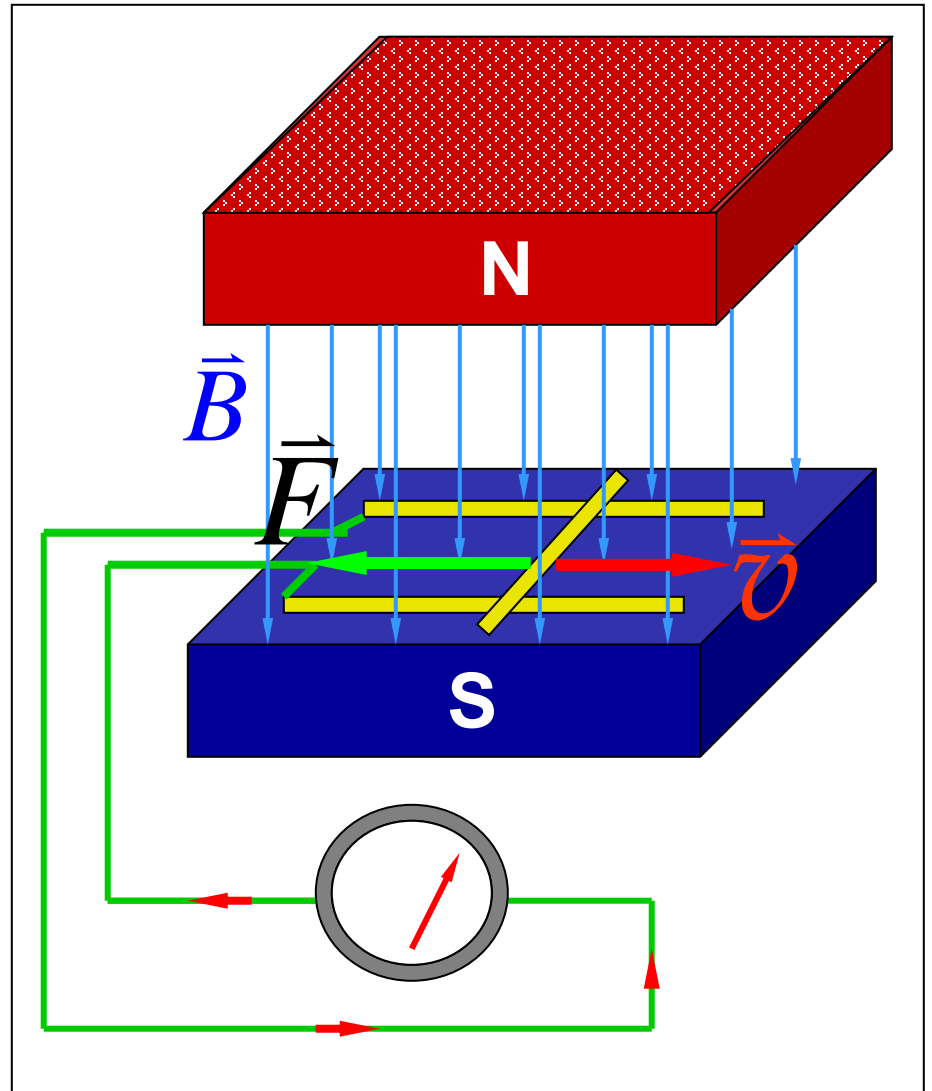
(3) 若闭合回路的电阻为 R ，感应电流为 $I_i = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dt}$

$dt = t_2 - t_1$ 时间内，流过回路的电荷

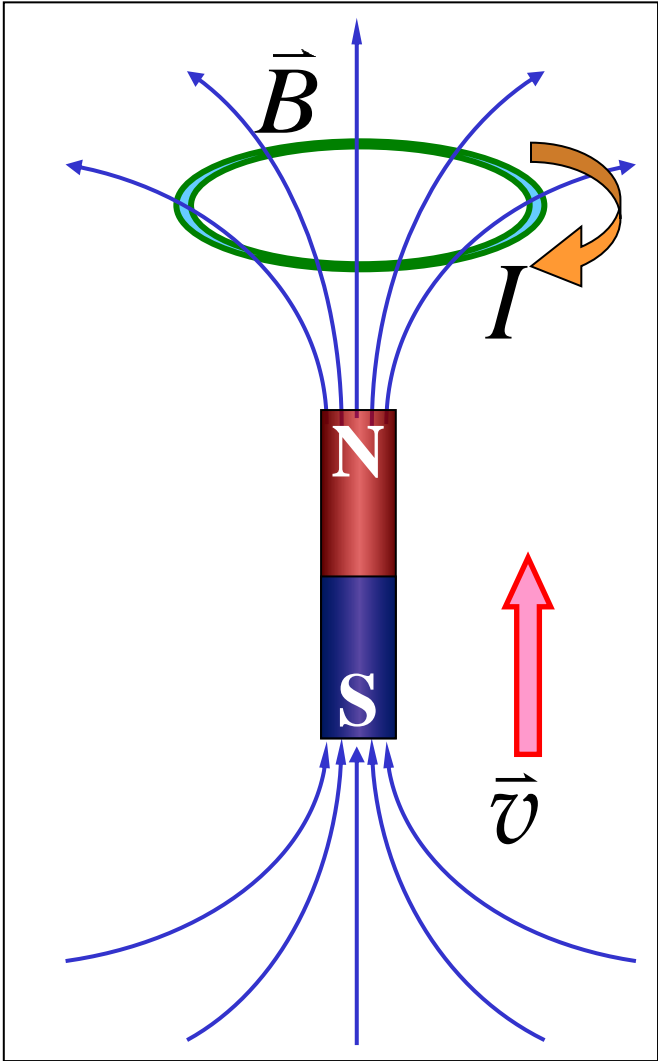
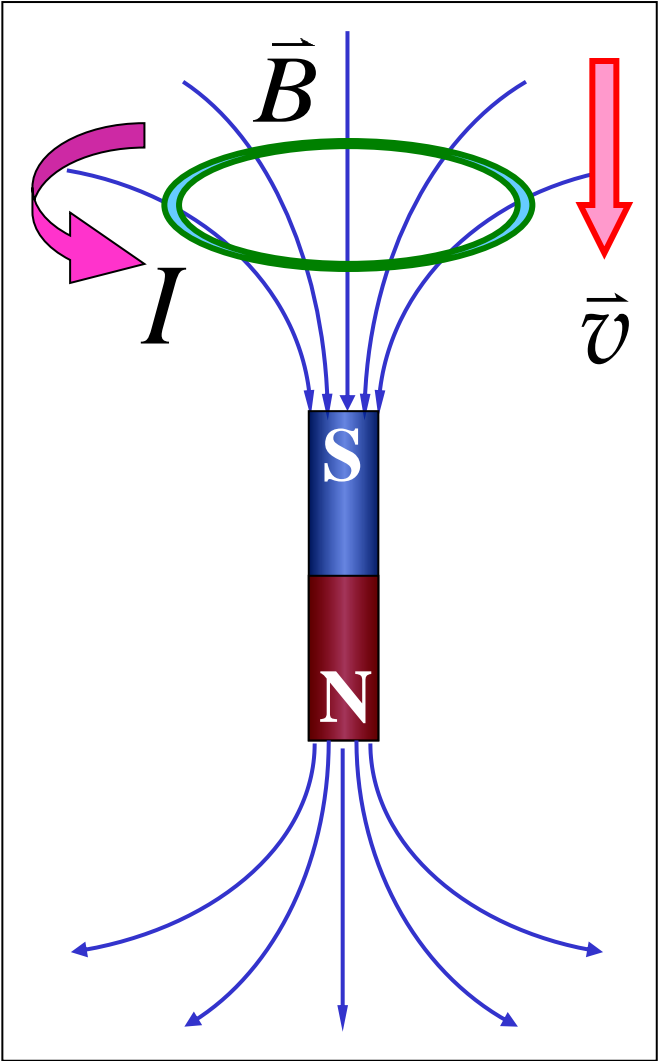
$$q = \int_{t_1}^{t_2} Idt = -\frac{1}{R} \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} d\Phi = \frac{1}{R} (\Phi_1 - \Phi_2)$$

三、楞次定律

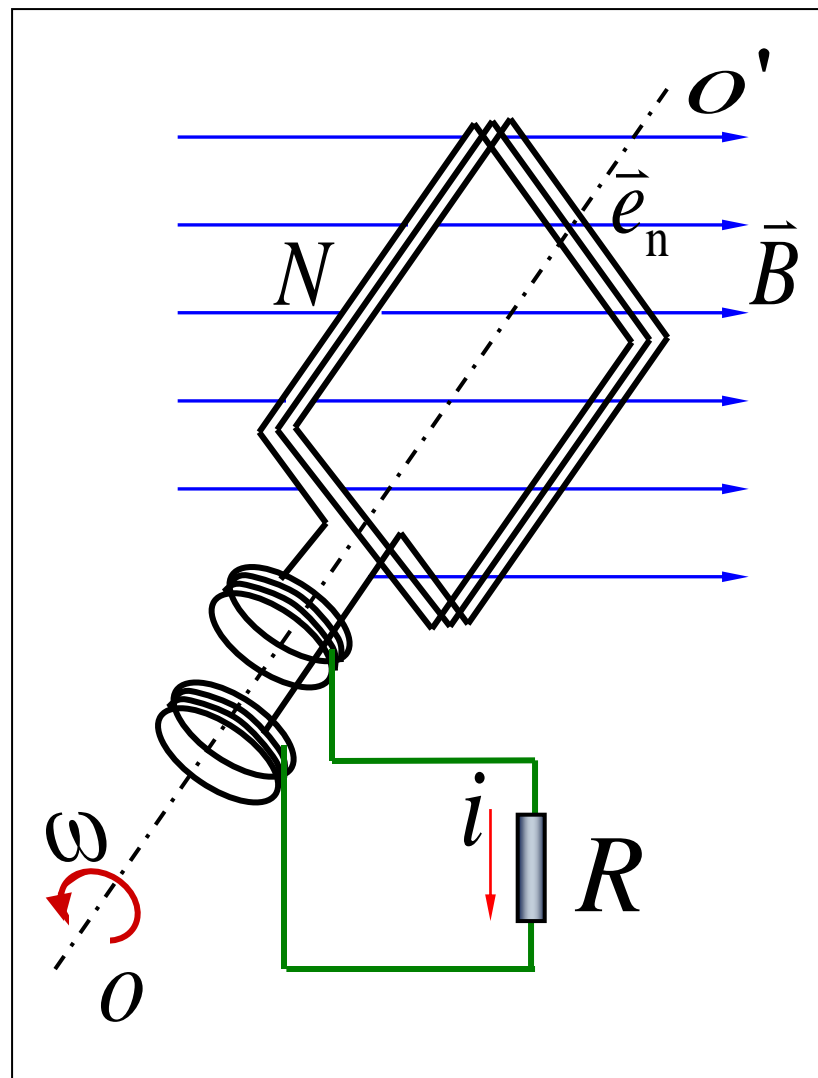
- 闭合回路中感应电流的流动方向（即感应电动势的方向），总是使该电流激发的磁场去阻碍引起感应电流的磁通量的变化。
- 感应电流的效果，总是反抗引起感应电流的原因（反抗相对运动、磁场变化或线圈变形等）。



用楞次定律判断感应电流方向举例



例 在匀强磁场中，置有面积为 S 的可绕轴转动的 N 匝线圈。若线圈以角速度 ω 作匀速转动。
求 线圈中的感应电动势。



解 设 $t=0$ 时,
 \vec{e}_n 与 \vec{B} 同向,

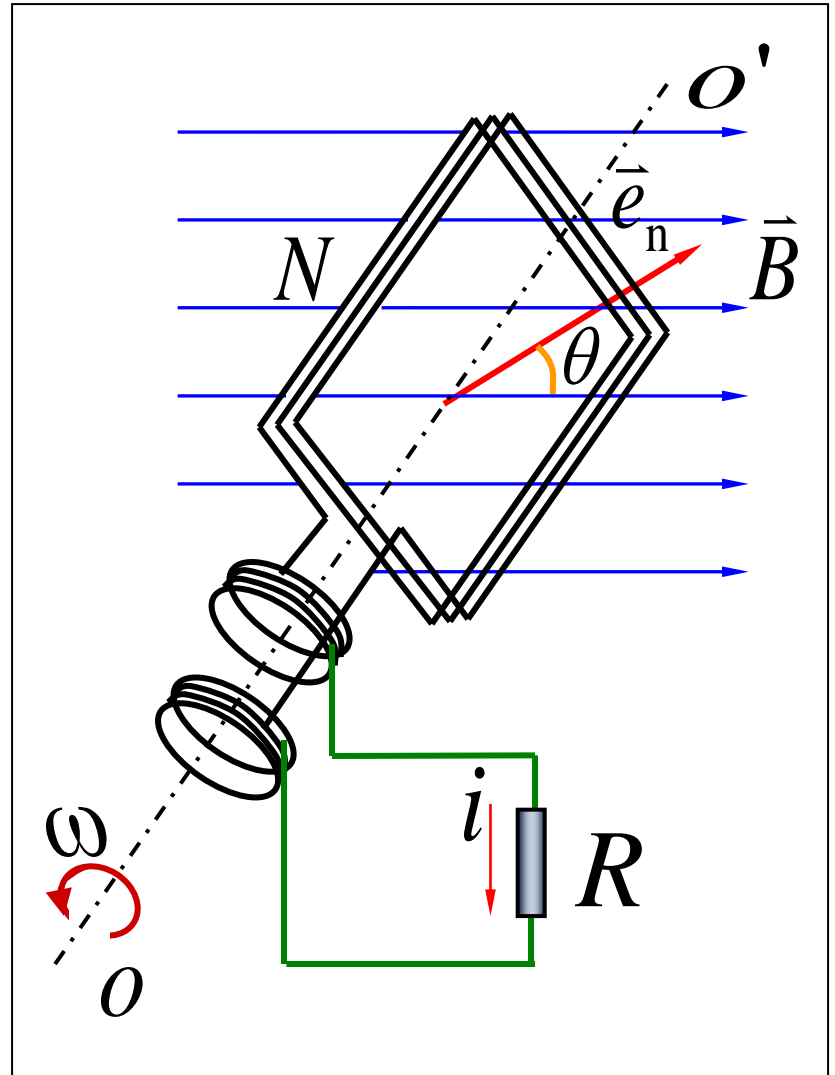
则 $\theta = \omega t$

$$\psi = N\Phi = NBS \cos \omega t$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\psi}{dt} = NBS\omega \sin \omega t$$

$$\text{令 } \mathcal{E}_m = NBS\omega$$

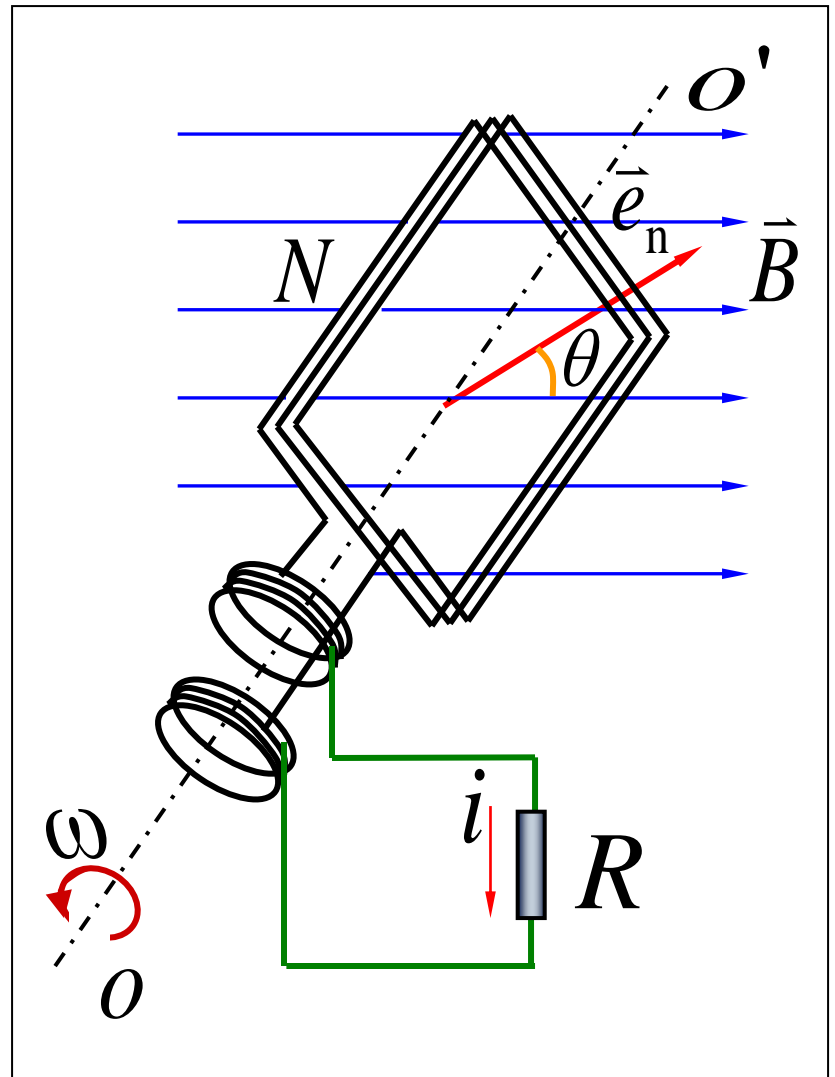
$$\text{则 } \mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega t$$



$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega t$$

$$i = \frac{\mathcal{E}_m}{R} \sin \omega t = I_m \sin \omega t$$

交流电



§ 2 动生电动势 感生电动势

引起磁通量变化的原因——

(1) 稳恒磁场中的导体运动 \Rightarrow 动生电动势

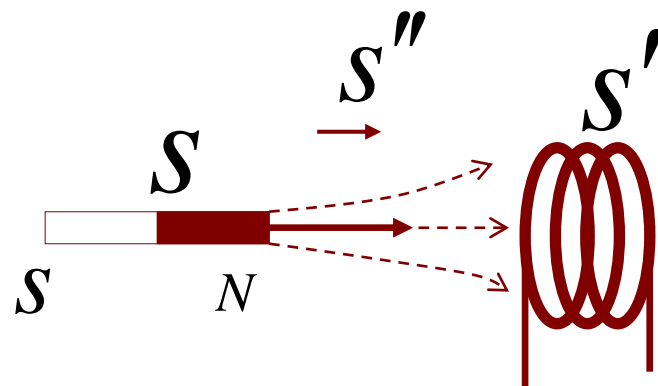
(2) 磁场中导体不动，磁场随时间变化 \Rightarrow 感生电动势

两者机理不同，但不是截然分开的

S 系 线圈切割磁感线 动生电动势

S' 系 线圈内磁场发生变化 感生电动势

S'' 两者都有



一、动生电动势

► 动生电动势的**非**静电力
来源于洛伦兹力

$$\vec{f} = e \vec{v} \times \vec{B}$$

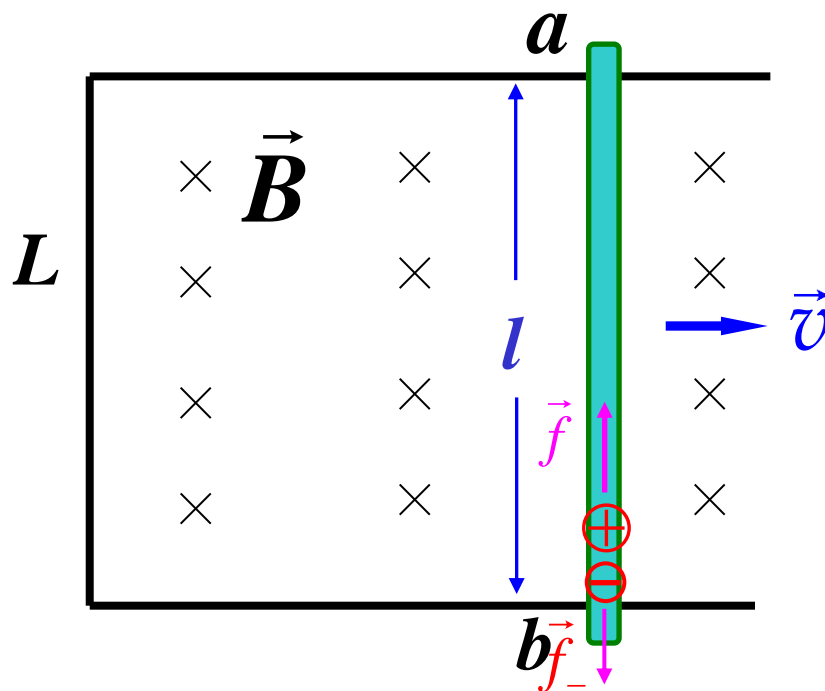
$$\vec{E}_k = \frac{\vec{f}}{e} = \vec{v} \times \vec{B}$$

$$\mathcal{E}_i = \int_b^a \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$$

$$\mathcal{E}_i = \int_b^a (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

对于闭合导体回路——

$$\mathcal{E}_i = \oint_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$



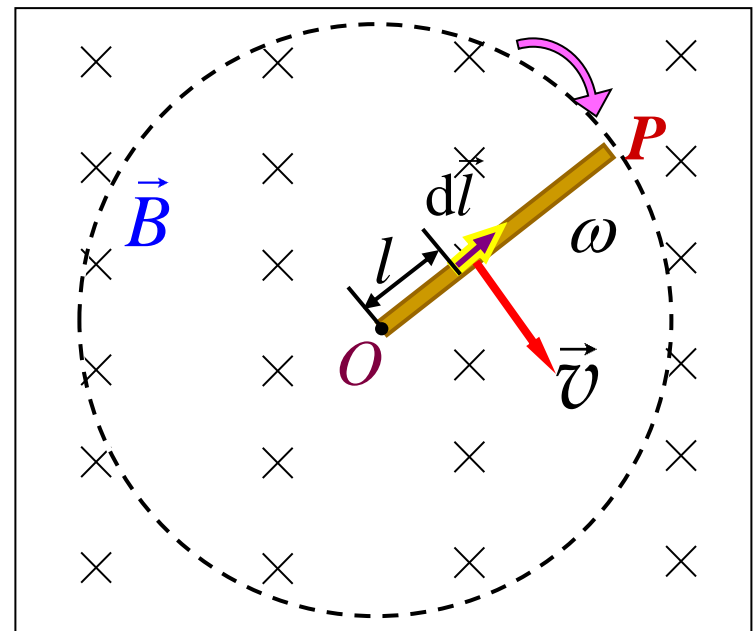
例1 一长为 L 的铜棒在磁感强度为 \vec{B} 的均匀磁场中，以角速度 ω 在与磁场方向垂直的平面上绕棒的一端转动，求铜棒两端的感应电动势。

解：

$$\begin{aligned} d\mathcal{E}_i &= (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \\ &= vBdl = \omega Bldl \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_i &= \int_0^L \omega Bldl \\ &= B\omega \int_0^L ldl \end{aligned}$$

$$\mathcal{E}_i = \frac{1}{2} B\omega L^2 \quad (\text{点 } P \text{ 的电势高于点 } O \text{ 的电势})$$



\mathcal{E}_i 方向 $O \rightarrow P$

例2 一导线矩形框的平面与磁感强度为 \vec{B} 的均匀磁场相垂直。在此框上，有一质量为 m 长为 l 的可移动的细导体棒 MN ；矩形框还接有一个电阻 R ，其值较之导线的电阻值要大得很多。若开始时，细导体棒以速度 \vec{v}_0 沿如图所示的矩形框运动，试求棒的速率随时间变化的函数关系。

解：如图建立坐标，棒中

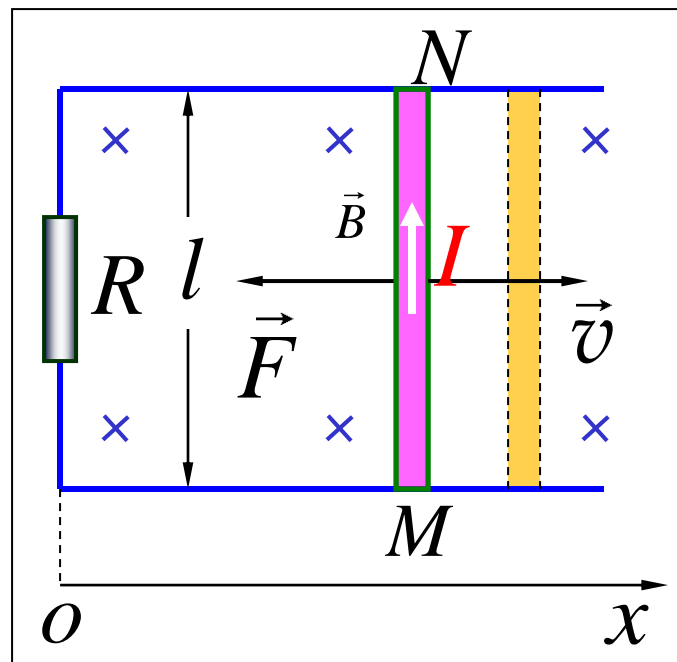
$$\mathcal{E}_i = \int_M^N (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

$$\mathcal{E}_i = Blv \quad \text{指向: } M \rightarrow N$$

棒所受安培力

$$F = \int I d\vec{l} \times \vec{B} = IBl = \frac{B^2 l^2 v}{R}$$

方向沿 ox 轴反向。

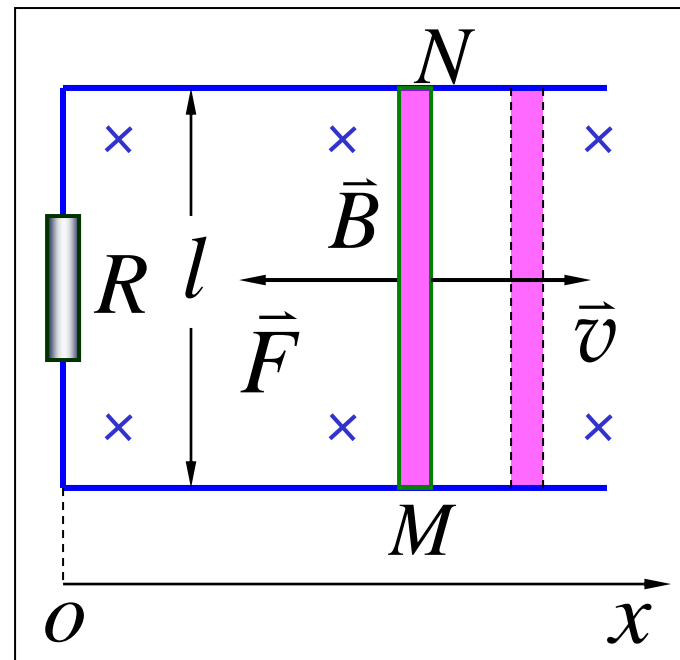


$$F = IBl = \frac{B^2 l^2 v}{R} \quad \text{方向沿 } Ox \text{ 轴反向}$$

棒的运动方程为

$$F = ma \quad -\frac{B^2 l^2 v}{R} = m \frac{dv}{dt}$$

$$\text{则} \quad \int_{v_0}^v \frac{dv}{v} = -\int_0^t \frac{B^2 l^2}{mR} dt$$



计算得棒的速率随时间变化的函数关系为

$$v = v_0 e^{-(B^2 l^2 / mR)t}$$

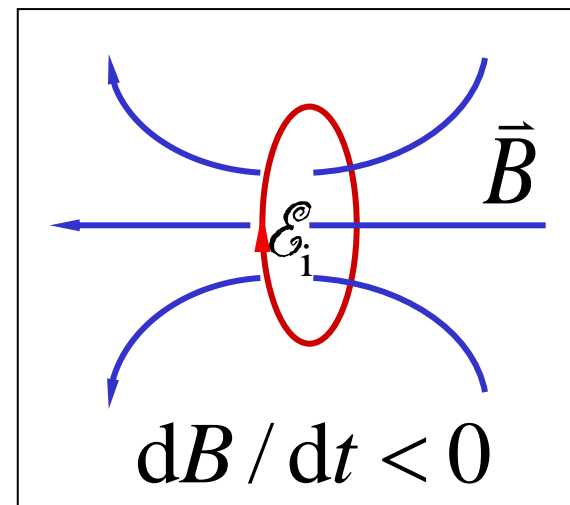
二、感生电动势

闭合回路中的感应电动势

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\int_S \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{S}$$



产生感生电动势的非静电场 \Rightarrow 感生电场

麦克斯韦尔假设：即使空间不存在导体回路，变化的磁场也能在其周围空间激发一种电场，这个电场叫**感生电场**，又称**涡旋电场**，用 \vec{E}_R 表示。

麦克斯韦的重要假设

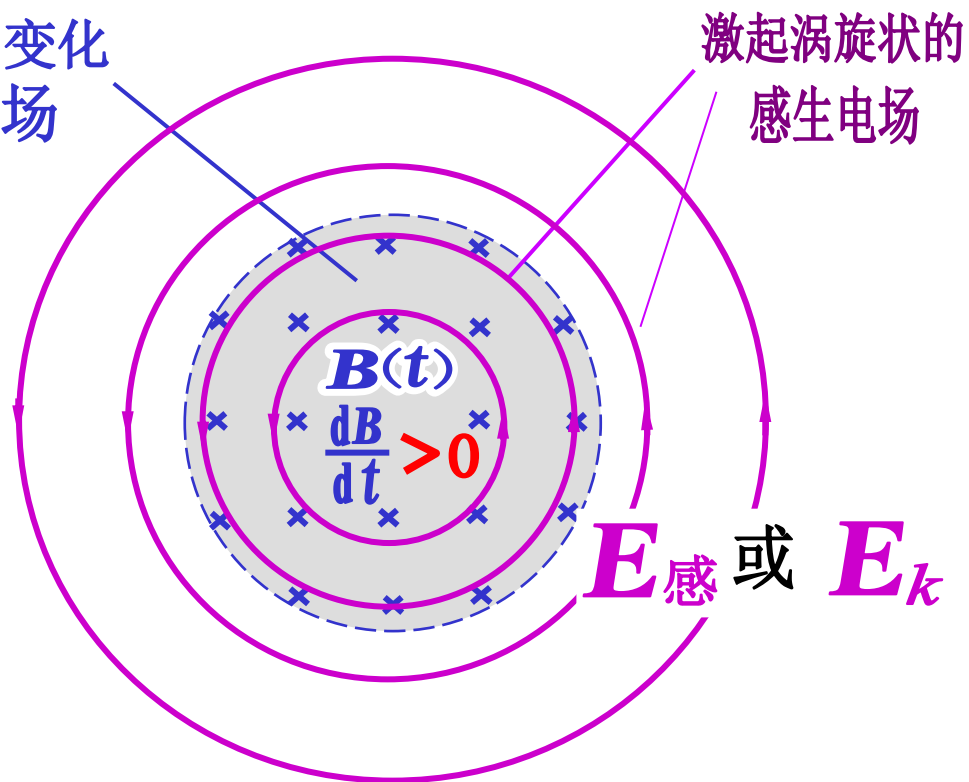


麦克斯韦 (1831-1879)

随时间变化的磁场能在其周围激起一种电场，
它能对处于其中的带电粒子施以力的作用，这种电场
有别于静电场，称为 **感生电场** 或 **涡旋电场**

随时间变化
的磁场

激起涡旋状的
感生电场



则由电动势的计算式，有闭合回路中的感生电动势为：

$$\mathcal{E}_i = \oint_L \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = \oint_L \vec{E}_R \cdot d\vec{l}$$

$$\text{故：} \oint_L \vec{E}_R \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = -\int_S \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{S}$$

$$\oint_L \vec{E}_R \cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{S}$$

$$\text{空间总的电场：} \vec{E}_T = \vec{E}_S + \vec{E}_R$$

静电场

$$\oint_L \vec{E}_S \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{E}_T \cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{S} \quad \text{——电磁学基本方程式}$$

□ 静电场与感生电场

- \vec{E}_S 和 \vec{E}_R 均对电荷有力的作用。
- 静电场由电荷产生；感生电场是由变化的磁场产生。
- 静电场电场线不可构成闭合回路；感生电场电场线为闭合回路。

➤ 静电场是保守场 $\oint_L \vec{E}_S \cdot d\vec{l} = 0$

➤ 感生电场是非保守场 $\oint_L \vec{E}_R \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt} \neq 0$