哈尔滨工业大学（深圳）2023 年春《数据结构》
第一次作业 线性结构

学号		姓名		成绩	

1. 简答题

1-1 Big-O

For each of the functions *f(N)* given below, indicate the tightest bound possible (in other words,giving $O(2^N)$ as the answer to every question is not likely to result in many points). Unless otherwise specified, all logs are base 2. **You MUST choose your answer from the following** (not given in any particular order), each of which could be re-used (could be the answer for more than one of a) – h)):

$O(N^2)$ $O(N^{½})$ $O(N^3 \log N)$ $O(N \log N)$ $O(N)$ $O(N^2 \log N)$ $O(N^5)$
$O(2^N)$ $O(N^3)$ $O(\log N)$ $O(1)$ $O(N^4)$ $O(N^{12})$ $O(N^N)$
$O(N^6)$ $O(N^8)$ $O(N^9)$ $O(N^{10})$

You do not need to explain your answer.

【参考答案】

Functions	Big-O
a) $f(N) = (1/2)\ (N \log N) + (\log N)^2$	$O(N\log N)$
b) $f(N) = N^2 \cdot (N + N \log N + 1000)$	$O(N^3 \log N)$
c) $f(N) = N^2 \log N + 2^N$	$O(2^N)$
d) $f(N) = (\ (1/2)\ (3N + 5 + N)\ )^4$	$O(N^4)$
e) $f(N) = (2N + 5 + N^4\ ) / N$	$O(N^3)$
f) $f(N) = \log_{10}(2^N)$	**$O(N)$**
g) $f(N) = N! + 2^N$	**$O(N^N)$**
h) $f(N) = (N \cdot N \cdot N \cdot N + 2N)^2$	**$O(N^8)$**

1.2 Big-O and Run Time Analysis

Describe the worst case running time of the following pseudocode functions in Big-O notation in terms of the variable n. ***Showing your work is not required*** (although showing work ***may*** allow some partial credit in the case your answer is wrong – don't spend a lot of time showing your work.). You MUST choose your answer from the following (not given in any particular order), each of which could be re-used (could be the answer for more than one of I. – IV.):

$O(n^2)$ $O(n^3 \log n)$ $O(n \log n)$ $O(n)$ $O(n^2 \log n)$ $O(n^5)$
$O(2^n)$ $O(n^3)$ $O(\log n)$ $O(1)$ $O(n^4)$ $O(n \cdot n)$

	functions	RunTime

I	void silly(int n) {
	for (int i = 0; i < n; ++i) {
	j = n;
	while (j > 0) {
	System.out.println("j = " + j);
	j = j - 2;
	}
	}
	}
		$O(n^2)$

II	void silly(int n, int x, int y) {
	for (int k = n; k > 0; k--)
	if (x < y + n) {
	for (int i = 0; i < n; ++i)
	for (int j = 0; j < i; ++j)
	System.out.println("y = " + y);
	} else {
	System.out.println("x = " + x);
	}
	}
		$O(n^3)$

III	void silly(int n) {
	for (int i = 0; i < n; ++i) {
	for (int j = 0; j < n; ++j)
	System.out.println("j = " + j);
	for (int k = 0; k < i; ++k) {
	System.out.println("k = " + k)
	for (int m = 0; m < 100; ++m)
	System.out.println("m = " + m);
	}
	}
	}
		$O(n^2)$

IV	int silly(int n, int m) {
	if (m < 2) return m;
	if (n < 1) return n;
	else if (n < 10)
	return silly(n/m, m);
	else
	return silly(n - 1, m);
	}
		O(n)

1.3 对链表设置头结点的作用是什么?简述线性链表头指针，头结点，首元结点(第一个结点) 三个概念的区别;

【参考答案】

对带头结点的链表,在表的任何结点之前插入结点或删除任何位置的结点,所要做的都是修改前一个结点的指针域,因为在带头结点的链表中任何元素结点都有前驱结点;如果没有头结点,在首元结点前插入结点或删除首元结点都要修改头指针,其算法要比带头结点的算法复杂些;

其次,带头结点的链表结构,初始化后的头指针就固定了,除撤销算法外,所有算法都不会修改头指针,可以减少出错的可能性;

头指针是指向链表中第一个结点的指针。首元结点是指链表中存储第一个数

据元素的结点。头结点是在首元结点之前附设的一个结点,该结点不存储数据元素,其指针域指向首元结点,其作用主要是为了方便对链表的操作。它可以对空表、非空表以及首元结点的操作进行统一处理。

1.4 在什么情况下用顺序表比链表好，什么时候用链表比顺序表好？请给出你的分析和理解;

【参考答案】

当线性表的数据元素在物理位置上是连续存储的时候,用顺序表比用链表好,其特点是可以进行随机存取。

1.5 若频繁地对一个线性表进行插入和删除操作，则该线性表宜采用何种存储结构，为什么?

【参考答案】

若频繁地对一个线性表进行插入和删除操作,则该线性表宜采用链式存储结构;因为链式存储结构在插入和删除数据元素时不需要移动数据元素,只需要修改结点的指针域就可以改变数据元素之间的逻辑关系;

1.6 队列可以用单循环链表来实现，故可以只设一个头指针或只设一个尾指针，请分析用哪种方案最合适?

【参考答案】

尾指针是指向终端结点的指针，用它来表示单循环链表可以使得头结点的单循环链表，其尾指针为 rear，则开始结点和终端结点的位置分别是 rear->next->next 和 rear，查找时间复杂度都是 O(1)。

若用头指针来表示该链表，则查找终端结点的时间复杂度为 O(n)。

1.7 设数组 A[50][80]，其基地址为 2000，每个元素占 2 个存储单元，以行序为主序顺序存储，回答下列问题：

(1) 该数据组有多少个元素？

(2) 该数组占用多少存储单元？

(3) 数组元素 a[30][30]的存储地址是多少?

【参考答案】

(1)该数组有：50*80=4000 个元素;

(2)该数组占用 4000*2=8000 个存储单元

(3)loc(30,30)=2000+(30*80+30)*2=6860

2. 算法设计

针对本部分的每一道题，要求：

(1) 给出算法的基本设计思想；

(2) 采用类 C 或类 C++语言描述算法，关键之处给出注释；

(3) 分析算法的时间复杂度和空间复杂度。

【注】可用类语言描述，给出伪码，无需上级调试。

2.1 输入一个已经按升序排序过的数组和一个数字，在数组中查找两个数，使得它们的和正好是输入的那个数字。

【参考答案】

（1）设计思想：

1) 让指针指向数组的头部和尾部，相加，如果小于 M，则增大头指针，如果大于则减小尾指针

2) 退出的条件，相等或者头部=尾部

（2）算法实现

```
void function(int a[],int n,int M）
```

```
{    int   i=0, j=n-1;
     while(i!=j)
      {   if(a[i]+a[j]==M)
          {   printf("%d,%d",a[i],a[j]);
              break;
          }
          a[i]+a[j]>M? j--:i++;
       }
}
```

（3）算法分析

利用了折半查找的思想，T(n)=O(n)，S(n)=O(1)。

2.2 How to implement a queue using stack?

【参考答案】

A queue can be implemented using two stacks. Let q be the queue andstack1 and stack2 be the 2 stacks for implementing q. We know that stack supports push, pop, and peek operations and using these operations, we need to emulate the operations of the queue - enqueue and dequeue. Hence, queue q can be implemented in two methods (Both the methods use auxillary space complexity of O(n)):

（1）By making enqueue operation costly:

- Here, the oldest element is always at the top of stack1 which ensures dequeue operation occurs in O(1) time complexity.
- To place the element at top of stack1, stack2 is used.
- Pseudocode:
  - Enqueue: Here time complexity will be O(n)

```
enqueue(q, data):
While stack1 is not empty:
        Push everything from stack1 to stack2.
         Push data to stack1
         Push everything back to stack1.
```

- Dequeue: Here time complexity will be O(1)

```
deQueue(q):
 If stack1 is empty then error    else
 Pop an item from stack1 and return it
```

（2）By making the dequeue operation costly:

- Here, for enqueue operation, the new element is pushed at the top of stack1. Here, the enqueue operation time complexity is O(1).
- In dequeue, if stack2 is empty, all elements from stack1 are moved to stack2 and top of stack2 is the result. Basically, reversing the list by pushing to a stack and returning the first enqueued element. This operation of pushing all elements to a new stack takes O(n) complexity.
- Pseudocode:
  - Enqueue: Time complexity: O(1)

```
enqueue(q, data):
Push data to stack1
```

- Dequeue: Time complexity: O(n)

```
dequeue(q):
If both stacks are empty then raise error.
If stack2 is empty:
While stack1 is not empty:
 push everything from stack1 to stack2.
 Pop the element from stack2 and return it.
```

2.3 设计一个算法,利用栈来实现带头结点的单链表 h 的逆序。

【参考答案】

（1）设计思想

将单链表结点依次放入**链栈**中,链栈本身就是一个单链表,即实现了原单链表的逆序;假设链栈不带头结点,再加上原来的头结点,就完成了原单链表的逆序;

（2）算法实现

```
Void revertSNode(h)
{   SNode st=NULL;
    p=h->next,q;
    While(p)
    {   q=p->next;
        p->next=st;
        st=p;
        p=q;
    }
    h->next=st;
}
```

3、算法分析

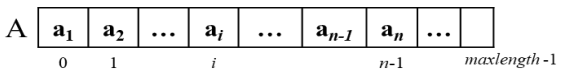
T(n)=O(n); S(n)=O(1)

2.4 分别用顺序表、单项链表作为线性表的存储结构，元素类型为整型（int）。设计算法，将线性表中所有的负数放在正数之前，亦可理解为线性表的左端元素值均小于 0，而右端元素值均大于或等于 0。

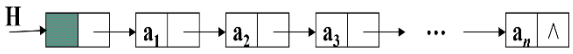
要求算法的空间复杂度 S(n)=O(1);

已知数据类型定义如下：

```
# define   maxlength   100
Typedef struct {
        int data[maxlength];
        int last;
} SLIST;
SLIST A;
```




```
Typedef struct NodeType {
            int data ;
    NodeType *next ;
 }LLIST ;
LLIST H;
```



【参考答案】

■ 顺序表：

（1）设计思想：

令游标 L 从左（L=1）向右扫描，越过 key 小于 v 的记录，直到 A[L]data ≥v 为止；同时令游标 R 从右(R=A.last）开始向左扫描，越过大于等于 v 的记录,直到 A[R].data＜v 的记录 A[R]为止；

若 L>R（L=R+1），成功划分，L 是右边子序列的起始下表；

若 L<R, 则 swap(A[L].data, A[R].data);

重复上述操作，直至过程进行到 L>R（L=R+1）为止。

（2）算法实现：

```
Void Partition (SLIST   &A )
{   int L, R ;
    L = 1;   R = A.last ;
    do {
```

```
            swap ( &A[L].data, &A[R].data ) ;
            while ( A.data[L]<0 )
                L = L +1 ;
            while (A.data[R] >= 0 )
                R = R -1 ;
        } while ( L <= R );
    }
```

（3）算法分析

T(n)=O(n); S(n)=O(1).

■ 单向链表

（1） 设计思想

从表头到表尾，越过值>=0 的结点，把值<0 的结点插入到表头位置（头插）

（2）算法实现

```
Void Partition (LLIST  &H )
{  LLIST *p,*q;
   P=H->next;
   While(p->next)
   {
      If(!p->next) return;
      If(p->next->data>=0)
         P=p=>next;
      else
      {
         q=p->next;
         p->next=q->next;
         q->next=H->next;
         H->next=q
      }
  }
```

（3）算法分析

T(n)=O(n); S(n)=O(1).

2.5 已知一个带有表头结点的单链表，结点结构为（data,next），假设该链表只给出了头指针 list。在不改变链表的前提下，请设计一个尽可能高效的算法，查找链表中倒数第 k 个位置上的结点（k 为正整数）。若查找成功，算法输出该结点的 data 域的值，并返回 1；否则，只返回 0。

【参考答案】

（1）设计思想

定义两个指针变量 p 和 q，初始时均指向头结点的下一个结点。p 指针沿链表移动；当 p 指针移动到第 k 个结点时，q 指针开始与 p 指针同步移动；当 p 指针移动到链表最后一个结点时，q 指针所指元素为倒数第 k 个结点。

以上过程对链表仅进行一遍扫描。

（2）算法实现

```
typedef  struct  LNode  {
     int  data;
     struct  LNode  * next;
} * LinkList;
int SearchN (LinkList list, int k)
```

```
{
        LzinkList p, q;
        int count = 0;              /*  计数器赋初值  */
        p = q = list-> next;        /* p 和 q 指向链表表头结点的下一个结点  */
        while (p!= NULL)
        {
            if (count < k)
                count++;            /*  计数器+1 */
            else
                q = q-> next;       /* q 移到下一个结点  */
                p = p-> next;       /* p 移到下一个结点  */
        }
        if (count < k)              /*  如果链表的长度小于 k */
            return (0);             /*  查找失败  */
        else
        {
            printf("%d", q->data);    /*  查找成功  */
            return (1);
        }
}
```

（3）算法分析

T(n)=O(n)，S(n)=O(1).

2.6 设二维数组 A[1..m][1..n]含有 m*n 个整数，设计一个算法，判断 A 中所有元素是否互不相同，输出相关信息（yes/no）。

【参考答案】

（1）设计思想

在当前位置，每个元素要同本行后面的元素比较一次，然后同第 i+1 行及以后各行元素比较一次。如何达到每个元素同其它元素比较一次且只一次？

（2）算法实现

```
int JudgEqual(int A[m][n], int m,n)
//判断二维数组中所有元素是否互不相同，如果是返回 1，否则返回 0
{   for(i=0;i<m;i++)
      for(j=0;j<n-1;j++)
       {   for(p=j+1;p<n;p++)
            if(A[i][j]==A[i][p]) { count<<"no";return(0);} //发现一个相同
           for(k=i+1;k<m;k++)       //和第 i+1 行及以后元素比较
              for(p=0;p<n;p++)
                 if(A[i][j]==A[k][p]) { count<<"no";return(0);}
       }
    count<<"yes";
    return(1); //元素互不相同
} //JudgEqual
```

（3） 算法分析

第 1 个元素需和其它 m*n-1 个元素比较

第 2 个元素需和其它 m*n-2 个元素比较

……

第 m*n-1 个元素需和最后 1 个元素（m*n）比较

总的最多比较次数为：

(m*n-1)+(m*n-2)+……+2+1=(m*n)(m*n-1)/2。

假设任何一个位置上的具有相同元素的概率相同，则平均比较次数为：

(m*n)(m*n-1)/4

所以总的时间复杂度 $T(n)=O((m*n)^2)=O(n^4)$。