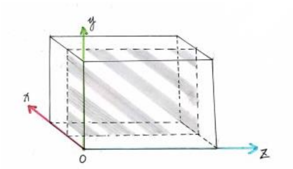
三维世界最优投掷体运动的模拟

1030515409 金卓群　1030515420 郝思正

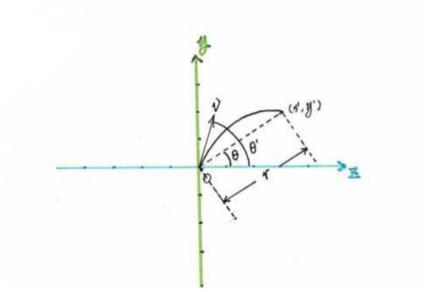
摘　要：在游戏中，往往涉及到道具投掷和投掷攻击等，虽然可以令石头直线飞向怪物，或者给定一个上抛角度等其他方法，让投掷体的曲线看起来比较自然，但我们最终决定去亲自计算出最省力的投掷角度和力度，让角色变成一个聪明人。



图（1）

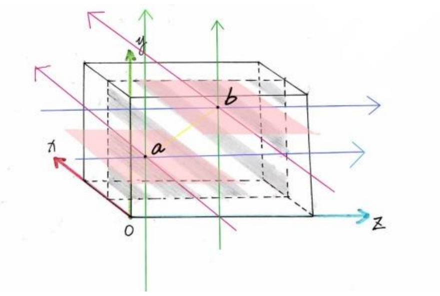
在得到最佳投掷角度的同时，还需要得到此角度所对应的速度大小，大小和方向构成一个类似力的向量，施加在物体身上，给予物体接近真实的物理属性。

在二维平面上的投掷体运动是这样的：



图（2）

在三维空间中，投掷体从 a 运动到 b 的计算看起来要更复杂：

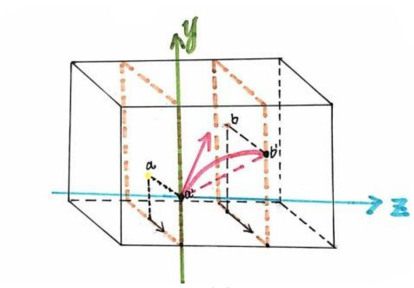


图（3）

为了得出投掷体从 a 运动到 b 的最佳投掷角度（最省力、初速度最小）。首先，明确的是：

- 人物始终正立，垂直于 xz 轴面。
- 重力 g 大小始终等于引力常量，方向为 y 轴负方向。
- x 轴方向的位移只受到 x 轴初始速度的影响。

我们先不去考虑 x 轴向的速度，把 a、b 点投射到 yz 轴构成的平面，得到 a'和 b'，先计算平面上 a'到达 b'点的最佳角度和速度，最后再补上 x 轴向的速度：



图（4）

这样，我们就将问题转化到二维平面上来了。在二维平面上，如图(2)所示，落点坐标为(x', y')，设达到落点的时间为 t，由 x 和 y 方向的运动公式可以得出：

$$x' = V*\cos(\theta)*t;$$
$$y' = V*\cos(\theta)*t;$$

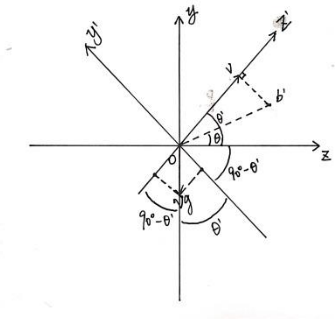
分三种情况讨论 x'<0; x'>0 和 x'=0 ，得：

$$v^2 = \frac{g*x'^2}{x'*sin2\theta' - y'*cos2\theta' + y'} = \frac{g*r^2*(\cos\theta)^2}{\sin(2\theta'-\theta)+sin\theta}$$

可知，若使 v 最小，需 sin(2θ'-θ) =1，从而得，最佳角度：

$$\theta' = \frac{PI}{4} + \frac{\theta}{2}$$

知道了最佳投掷角度，还需要知道投掷体的初始速度大小。为了清晰，我们把图(3)的 yz 轴构成的平面截取下来：



图（5）

将坐标轴逆时针旋转θ度，得到新的 y 轴 y'，z 轴 z'。将重力在新的 y'z'轴上分解，则在到达 b'的时间 t 里，y'轴向的位移全部来自重力作用，得：

$$t = \sqrt{\frac{2d}{gcos\theta}}$$ (* d=位移在 y'轴的分量)

从而 z'轴向，由 s =vt 易得速度：

$$vz' = \frac{Sz'}{t}$$

从而 y'轴向速度用于抵消重力分量的影响，易得：

$$vy' = \frac{1}{2} gcos(90-\theta)t^2$$

最后再根据三维空间中 x 轴的位移量和 t，得到 x 轴向速度：

$$vx = \frac{Sx}{t}$$

三者求和即为所求速度。

效果演示：