

概率论与数理统计：第一次作业（共九题）

作业请按时完成，过期不接受补交。同学之间可以相互讨论，但最终的答案必须个人书写完成。

- (1) 将一个均匀的具有 6 个面的骰子连续抛掷两次。
 - (a) 抛出“一对”的概率是？
 - (b) 已知抛掷得到的点数总和不超过 4，求抛掷出“一对”的概率是？
 - (c) 求至少一个骰子抛出 6 点的概率是？
 - (d) 已知抛掷得到两个骰子的点数不同，求至少一个骰子抛出 6 点的概率？
- (2) 有一批产品共 100 件。按规定，从中随机地抽出 4 件产品进行检查，只要这 4 件产品中有一件不合格，那么就认为这一批产品不合格。假如这批产品中含有 5 件不合格产品，这批产品被定为不合格的概率是？
- (3) 将 n 跟绳子的 $2n$ 个头任意两两相接，求恰好结成 n 个圈的概率。
- (4) 盒子 a 里放着 10000 个同样的黑球，盒子 b 里放着 10000 个同样的白球。现在进行一次球的交换，即同时从两个盒子各自随机拿出一个球放到对方里。请问，经过 4 次这样的交换后，两个盒子还是只有单色球的概率是？
- (5) 一共有 k 个盒子，每个盒子里有 m 个白球和 n 个黑球。从盒子 1 里随机抽一个球放到盒子 2，接着从盒子 2 随机抽一个球到盒子 3，如此继续下去，直到从第 k 个盒子随机抽出一个球。请问从第 k 个盒子里抽出的球是白球的概率是？
- (6) 某血库急需 AB 型血，要从身体合格的献血者中获得。假如 AB 型血出现的概率是 0.02。
 - (a) 20 个身体合格的献血者中，至少有一个人是 AB 型血的概率是？
 - (b) 要保证以 0.95 的概率至少获得一份 AB 型血，需要多少位身体合格的献血者？
- (7) (*) 考虑一个无穷实验序列。假定第 i 次实验成功的概率是 p_i 。事件 N = 没有一次实验成功。事件 I = 无穷多次实验成功。
 - (a) 假设实验都是独立的，并且 $\sum_{i=1}^{\infty} p_i = \infty$ ，求概率 $P(N)$ 和 $P(I)$ 。
 - (b) 假如 $\sum_{i=1}^{\infty} p_i < +\infty$ ，求 $P(I)$ 。
- (8) 某罕见疾病被检查出来的概率是 0.95：若被检者有该病，检查结果为阳性的概率为 0.95；如果被检者没有该病，检查结

果为阴性的概率是 0.95. 假如该病在某特定人群里的发病率为 0.001. 现从这一群体里随机抽取一人进行检查, 检查结果为阳性. 问这个人患病的概率是多大? 如果复查还是阳性, 这个人患病的概率又是多大?

- (9) (*) 有 2^n 支队伍比赛. 每队排名不同, 比赛形式为淘汰赛, 胜者晋级. 每一轮各自的对手都是随机分配的, 且排名高者胜. 请问决赛在排名前两位的队伍之间进行的概率是多少?