

概率论与数理统计：第十三次作业（共六题）

作业请按时完成，过期不接受补交。同学之间可以相互讨论，但最终的答案必须个人书写完成。

- (1) 设 x_1, \dots, x_n 为来自总体 $b(1, p)$ 的样本，试设计假设

$$H_0 : p = p_0 \text{ vs } H_1 : p \neq p_0,$$

的似然比检验。

- (2) 设 x_1, \dots, x_n 为来自 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本，其中 μ 与 σ 均未知。试设计假设

$$H_0 : \mu \leq \mu_0 \text{ vs } H_1 : \mu > \mu_0$$

的似然比检验。

- (3) x_1, \dots, x_n 为来自总体 X 的样本。 X 的密度函数为

$$f(x|\theta, \nu) = \frac{\theta \nu^\theta}{x^{\theta+1}}, x \geq \nu, \theta > 0, \nu > 0,$$

其中 ν 与 θ 未知。

- (a) 寻找 θ 与 ν 的最大似然估计。
(b) 考虑一下假设的似然比检验：

$$H_0 : \theta = 1, \nu \text{ 未知 vs } \theta \neq 1, \nu \text{ 未知.}$$

请说明拒绝域具有如下形式：

$$\{T(x) \leq c \text{ 或者 } T(x) \geq d\},$$

其中

$$T(x) = \ln \left[\frac{\prod_{i=1}^n x_i}{(x_{(1)})^n} \right].$$

- (4) 抛掷一个骰子 60 次，结果：1 出现 10 次，2 出现 9 次，3 出现 12 次，4 出现 7 次，5 出现 13 次，6 出现 9 次。请在近似显著水平为 0.05 下检验该硬币是否均匀。
- (5) 某种配偶的后代按体格的属性分为三类，各类的数目分别为 10, 53, 46. 按照某种遗传模型其频率之比应该为： $p^2 : 2p(1-p) : (1-p)^2$. 请问数据与模型是否相符合？（请在近似显著水平为 0.05 下检验）。
- (6) 某人想研究臀部大小和智商的关系，得到以下数据：

智 臀	< 80	80 —100	> 100	合计
大	18	15	33	66
小	20	19	45	84
合计	38	34	78	150

设计一个（近似）显著水平为 0.05 的假设检验过程检验原假设 H_0 : 臀部大小与智商不相关，并作出判断。