

概率论与数理统计（第三次课堂测验）

清华大学

2020 年 春季学期

三道题，在 2:25 分之前将答卷上传到网络学堂

请务必在答题纸上写上“我，(名字)，保证此答卷为个人独立完成”。

- 第一题：设总体 X 的概率密度函数为 $f(x)$, $f(x; \theta) = \theta, 0 \leq x < 1$, $f(x; \theta) = 1 - \theta, 1 \leq x \leq 2$, 其中 $0 < \theta < 1$ 是未知参数. 设 X_1, \dots, X_n 是来自该总体的简单样本. 1) 寻找 θ 的矩估计. 2) 寻找 θ 的最大似然估计. 3) 请问它们是否无偏估计? 说明理由.
- 第二题：(可用分位数 u_α, χ_α^2 等表示答案). X_1, \dots, X_n 是总体 X 的简单样本, 已知 $Y = \ln X$ 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 其中 μ 和 $\sigma > 0$ 均未知. 1) 寻找 μ 的置信水平为 $1 - \alpha$ 的置信区间; 2) 寻找 σ 的置信水平为 $1 - \alpha$ 的置信区间; 3) 记 X 的数学期望为 b , 如果已知 $\sigma = 1$, 寻找 b 的置信水平为 $1 - \alpha$ 的置信区间.
- 第三题：某总体 $X \sim N(\mu, 1)$, 考虑检验 $H_0: \mu \geq 4, H_1: \mu < 3$. 现有 X 的样本容量为 n 的简单样本, 其样本均值为 \bar{x} , 取拒绝域为 $\{\bar{x} - 4 < \frac{1}{\sqrt{n}} u_{0.05}\}$. 1) 请问该检验的显著水平是多少? 2) 如果希望犯第二类型错误的概率不超过 0.05, 请问样本容量 n 需要多大? ($u_{0.95} = 1.645$)