

第八次作业部分参考解答

第二题: X_1, \dots, X_n 是来自总体的样本。给定 x , 经验分布函数 $F_n(x)$ 是随机变量。考虑随机变量

$$I_k = \begin{cases} 1, & X_k \leq x \\ 0, & X_k > x. \end{cases}$$

则 I_1, \dots, I_n 是相互独立的随机变量且 $F_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n I_k$. 由 $E(I_k) = F(x)$, $Var(I_k) = (1 - F(x))F(x)$ 可得所需结论。

第八题: (1) Y 服从 $[0, 1]$ 上的均匀分布。因为

$$P(Y \leq x) = P(F(X) \leq x) = x, 0 < x < 1.$$

(2) Z 服从参数为 1 的指数分布 $Exp(1)$. 因为

$$P(Z \leq x) = P(-\ln Y \leq x) = P(Y \geq e^{-x}) = 1 - e^{-x}, x > 0.$$

(3) $2Z$ 服从参数为 $1/2$ 的指数分布。 T 是相互独立的指数分布的和, 服从伽马分布。