

## 1. 0-1损失函数

感知机 / 朴素贝叶斯

$$L(Y, f(X)) = \begin{cases} 1, Y \neq f(X) \\ 0, Y = f(X) \end{cases}$$

## 2. 绝对值损失函数

$$L(Y, f(X)) = |Y - f(x)|$$

## 3. 均方误差损失 MSE

线性回归

$$L(Y, F(X)) = (Y - f(X))^2$$

## 4. 对数损失函数

逻辑斯蒂回归

$$L(Y, f(x)) = -\log(P(y|x))$$

如果是二分类  $y \in \{0, 1\}$ , 则  $P(y|x) = p(y_i = 1|x_i)^{y_i} p(y_i = 0|x_i)^{1-y_i}$

所以:

$$L(Y, f(x)) = -\log(p(y_i = 1|x_i)^{y_i} p(y_i = 0|x_i)^{1-y_i}) = -(y_i \log p(y_i = 1|x) + (1 - y_i) \log p(y_i = 0|x))$$

对于二分类来说,  $p(y_i = 0|x_i) = 1 - p(y_i = 1|x_i)$

所以, 设  $p(y_i = 1|x_i) = p$ :

$$L(Y, f(x)) = -(y_i \log p + (1 - y_i) \log(1 - p))$$

等价于二分类交叉熵损失

## 5. 交叉熵损失 CE

二分类交叉熵损失

等价于对数损失函数

$$L(Y, f(x)) = -(y_i \log p + (1 - y_i) \log(1 - p))$$

常用在sigmoid后, 进行损失函数计算 (每个label是独立分布的)

## 多分类交叉熵损失

$$L(Y, f(x)) = - \sum y_i \log p_i$$

常用在softmax后，进行损失函数计算

## 6. 合页损失 Hinge

SVM

普通版：假设 $Y \in \{1, -1\}$ ，如下公式表示，如何分类正确，损失为0，如果分类错误，损失为 $1 - Yf(X)$

$$L(Y, f(X)) = \max(0, 1 - Yf(X))$$

优化版：目的是让正得分与负得分的差距大于1

$$L(Y, f(X)) = \max(0, 1 + f(y = 0|x) - f(y = 1|x))$$

## 7. 均方误差（MSE）和交叉熵（CE）损失对比

- **MSE**无差别得关注全部类别上预测概率和真实概率的差.交叉熵关注的是正确类别的预测概率.

举个例子，实际标签是 $[1, 0, 0]$ ,模型预测得到的概率是 $[0.9, 0.4, 0.3]$ ,那么交叉熵损失函数的结果是 $1\log(0.9) + 0\log(0.4) + 0\log(0.3)$ ,可以看到，后面两项的系数都为0，可以直接忽略。而MSE则都得全部算一遍

- **交叉熵**更有利于梯度更新

MSE会收敛的慢一些，因为它求导的结果相比于交叉熵还多乘以一个sigmoid函数。如果当前模型的输出接近0或者1时，梯度很小。

- **MSE**是假设数据符合高斯分布时,模型概率分布的负条件对数似然;交叉熵是假设模型分布为多项式分布时,模型分布的负条件对数似然。