FACULTATEA DE AUTOMATICA SI CALCULATOARE

ELEMENTE DE GRAFICA PE CALCULATOR

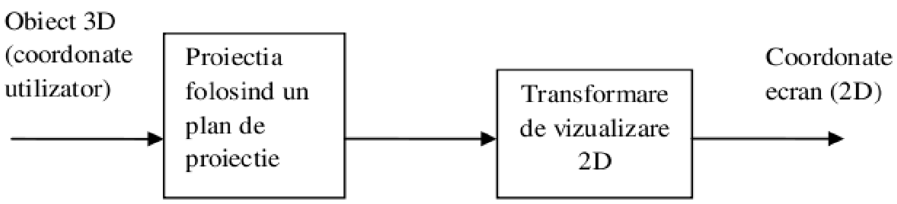
Laborator 3

Transformari geometrice 3D

Vizualizare si proiectii 3D

Pentru a vizualiza un obiect / scena 3D coordonatele trebuiesc transformate din coordonate 3D in coordonate 2D pentru a putea fi afisata pe ecran.

In mod simplist secventa de transformari arata in felul urmator :



Proiectia unui punct 3D pe un plan este rezultatul intersectiei dintre un set de raze de proiectie (care pornesc dintr-un centru de proiectie) cu planul de proiectie.

Razele de proiectie se numesc proiectori.

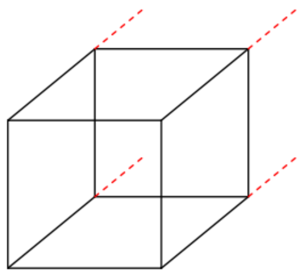
In functie de centrul de proiectie exista 2 tipuri de proiectii :

– Proiectii paralele

o Centrul de proiectie se afla la infinit

o Proiectorii devin paraleli

o Nu reda realist imaginea dar este utila pentru evidentierea formei obiectelor 3D

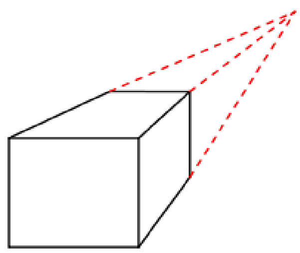


– Proiectii perspectiva

o Centrul de proiectie este la o distanta finita

o Liniile care nu sunt paralele cu planul de proiectie au un punct de convergenta

o Redare realista a imaginilor



Proiectii paralele

Exista 2 tipuri de proiectii in functie de vectorul normalei la planul de proiectie si de vectorul directiei de proiectie.

– Proiectii ortografice: cei 2 vectorii sunt paraleli

o Frontale: planul de proiectie este normalizat cu axele sistemului de coordonate

o Axonometrice: planul de proiectie nu este normal cu axele de coordonate

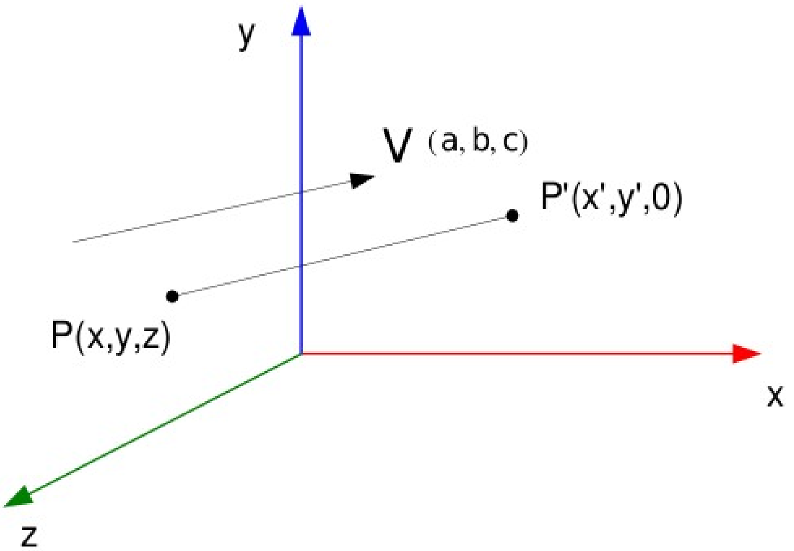
▪ Izometrice - planul de proiectie formeaza unghiuri egale cu axele sistemului de coodonate

▪ Dimetrice

▪ Trimetrice

– Proiectii oblice: cei 2 vectori nu sunt paraleli, formand un unghi alfa

Proiectia paralela se poate defini de la directia vectorului de proiectare (directia de proiectare). Fie o astfel de directie iar planul de proiectie folosit este planul z=0.



Directia este data de vectorul V = a*i+b*j+c*k

P(x,y,z) – punctul initial

P’(x’,y’,z’) – punctul proiectat in planul z=0 (deci z’= 0)

Coordonatele pentru punctul proiectat P’ se calculeaza astfel :

$$\frac{x'-x}{a}=\frac{y'-y}{b}=\frac{z'-z}{c}$$

Dar z’ = 0, se obtin astfel :

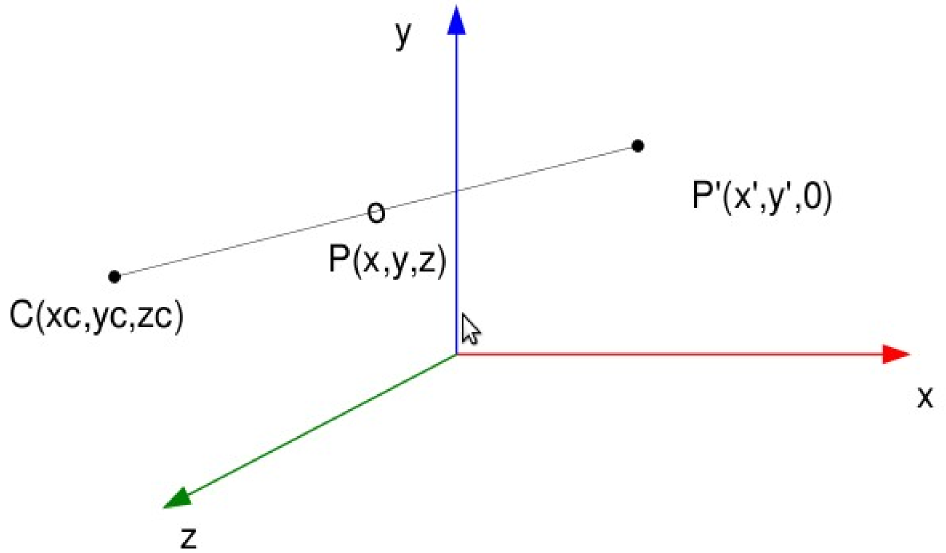
$$x' = x - \frac{a}{c} \cdot z$$

$$y' = y - \frac{b}{c} \cdot z$$

Proiectii perspectiva

Proiectia perspectiva se defineste pornind de la centrul de proiectie.

Fie un astfel de centru de proiectie C(xc,yc,zc) si se doreste proiectarea punctului P(x,y,z) in planul z=0



Coordonatele pentru punctul proiectat P’ se calculeaza astfel :

$$\frac{x' - xc}{x - xc} = \frac{y' - yc}{y - yc} = \frac{z' - zc}{z - zc}$$

Dar z’ = 0, se obtin astfel :

$$x' = \frac{x \cdot zc - z \cdot xc}{zc - z}$$

$$y' = \frac{y \cdot zc - z \cdot yc}{zc - z}$$

Transformari geometrice 3D

Fie un punct 3D P cu coordonatele omogene [x, y, z, w] (w=1)

Matricile de trannsformare pentru operatiile elementare de transformare sunt :

1. Translatie

$$(x'\ y'\ z'\ 1)=(x\ y\ z\ 1)\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ tx & ty & tz & 1\end{pmatrix}$$

$x'=x+tx;$

$y'=y+ty;$

$z'=z+tz;$

2. Scalare

$$(x'\ y'\ z'\ 1)=(x\ y\ z\ 1)\begin{pmatrix}sx & 0 & 0 & 0\\ 0 & sy & 0 & 0\\ 0 & 0 & sz & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

$x'=x\cdot sx;$

$y'=y\cdot sy;$

$z'=z\cdot sz;$

3. Rotatie

- in jurul axei OX:

$$(x'\ y'\ z'\ 1)=(x\ y\ z\ 1)\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \cos(u) & \sin(u) & 0\\ 0 & -\sin(u) & \cos(u) & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

$x'=x$

$y'=y\cdot\cos(u)-z\cdot\sin(u)$

$z'=y\cdot\sin(u)+z\cdot\cos(u)$

- in jurul axei OY:

$$(x' \; y' \; z' \; 1) = (x \; y \; z \; 1)\begin{pmatrix} \cos(u) & 0 & -\sin(u) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin(u) & 0 & \cos(u) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$x' = x \cdot \cos(u) + z \cdot \sin(u)$$

$$y' = y$$

$$z' = y \cdot \sin(u) + z \cdot \cos(u)$$

- in jurul axei OZ:

$$(x' \; y' \; z' \; 1) = (x \; y \; z \; 1)\begin{pmatrix} \cos(u) & 0 & -\sin(u) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin(u) & 0 & \cos(u) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$x' = x \cdot \cos(u) - y \cdot \sin(u)$$

$$y' = x \cdot \sin(u) + y \cdot \cos(u)$$

$$z' = z$$

Toate aceste transformari se fac fata de originea sistemului de coordonate. Daca se doreste transformarea fata de un punct oarecare P’(x’,y’,z’) se poate face acest lucru folosind compunerea transformarilor.

De exemplu, pentru rotatie secventa de operatii este :

- Translatie(-x,-y,-z)
- Rotatie(alfa)
- Translatie(x,y,z)

Aveti un exemplu de applet care foloseste double buffering si in care sunt desenate 4 cuburi.