

文章编号: 1001-4632 (2022) 03-0173-09

引用格式: 金波, 郭佑星, 王青元, 等. 考虑大小交路的时刻表与车底运用计划一体化编制方法[J]. 中国铁道科学, 2022, 43 (3): 173-181.

Citation: JIN Bo, GUO Youxing, WANG Qingyuan, et al. Integrated Scheduling Method of Timetable and Rolling Stock Assignment Scheme Considering Long and Short Routing [J]. China Railway Science, 2022, 43 (3): 173-181.

# 考虑大小交路的时刻表与车底运用计划一体化 编制方法

金 波, 郭佑星, 王青元, 孙鹏飞, 冯晓云

(西南交通大学 电气工程学院, 四川 成都 611756)

**摘 要:** 为降低城市轨道交通大小交路开行方案对时刻表和车底运用计划编制的难度, 更好地服务不均衡客流需求, 提出一种考虑大小交路的城市轨道交通时刻表与车底运用计划协同优化方法。先针对大小交路开行方案, 以提升时刻表服务质量和降低车底运用成本为双目标, 通过优化发车间隔、车底接续关系和大小交路开行次序, 设计能够统筹时刻表和车底运用计划关系的约束条件, 构建两者协同优化模型; 再结合模型特点引入辅助变量, 将其重构为混合整数线性规划模型, 从而实现对模型的有效求解; 最后依托广州地铁 2 号线实际运营数据, 验证方法的有效性。结果表明: 与原方案相比, 优化后的方案可降低车底出入库次数约 4.65%, 降低总发车间隔偏差约 94.80%; 在长时段复杂交路计划下, 优化方法仍可在兼顾时刻表和车底运用效率的同时实现一体化编制, 从而有效降低不均衡客流下的列车运行计划编制难度。

**关键词:** 城市轨道交通; 大小交路; 列车运行计划; 计划编制; 协同优化; 混合整数线性规划

**中图分类号:** U292.4      **文献标识码:** A

**doi:** 10.3969/j.issn.1001-4632.2022.03.19

近年来, 我国城市化进程不断加快, 城市圈范围不断扩大, 城市轨道交通领域既有线路延长增站、超长线路投入运营等情况时有发生, 线路覆盖的空间范围也随之不断扩大<sup>[1]</sup>。同时, 居民出行因受到城市功能区域划分影响而呈现一定的不均衡性, 导致城市轨道交通客流需求出现时间和空间上的差异。为此, 城市轨道交通运营方常采用大小交路开行方案, 以便在满足旅客运输需求的同时降低运营成本<sup>[2]</sup>。大小交路开行方案是列车开行方案的重要组成部分之一, 规定了各运营时段内不同交路类型的列车开行对数。大小交路的时刻表在编制过程中, 需根据客流需求合理安排不同交路类型的列车开行次序和开行间隔<sup>[3-5]</sup>, 从而明确各车次对应的交路类型和到发时刻; 大小交路的车底运用计划也需要根据车次的交路类型来调整中间和终端折

返站的车底接续关系, 从而明确各车次对应的车底编号。可以说, 作为一种能够平衡线路客流时空差异的有效方法, 大小交路开行方案对时刻表和车底运用计划的编制均提出了更高的要求。

既有关于大小交路开行方案的研究中, 部分学者主要关注于时刻表编制问题。文献[1]针对考虑时变客流和大小交路的时刻表优化问题, 充分分析了大小交路开行方案对乘客等待时间和列车满载率等指标的影响。文献[6]研究了不同大小交路开行方案对时刻表旅客服务质量的影响, 并通过混合整数规划方法确定了最佳的小交路折返站位置和小交路开行频次。文献[7]在考虑共线交路形式下列车运行合理排布、列车车次在换乘节点衔接优化、车场的有效利用以及延误影响等问题的基础上, 提出了共线交路时刻表编制方法。也有部分学

收稿日期: 2020-11-18; 修订日期: 2021-10-11

基金项目: 国家自然科学基金高铁联合基金资助项目 (U1934221)

第一作者: 金 波 (1995—), 男, 浙江绍兴人, 博士研究生。E-mail: bjia@my.swjtu.edu.cn

通讯作者: 孙鹏飞 (1987—), 男, 河南郑州人, 讲师, 博士。E-mail: spf0325@163.com

者主要关注大小交路开行方案下的车底运用计划编制问题。文献[8]在已知时刻表的基础上,分别对不同时段内的车底资源进行合理安排,指定车底对应的列车车次、出入车场等,从而实现满足大小交路开行方案的车底运用计划编制。文献[9]分析了不同大小交路方案对车底运用计划的影响,并给出了不同方案下的车底运用数量计算数学模型。上述文献均将时刻表和车底运用计划编制作为相互独立的过程进行研究,但将时刻表作为车底运用计划制定的前提和基础,通过反复改进得到可行开行方案的形式,不仅会导致编制流程复杂化,还会降低开行方案的质量。

有学者进一步提出了时刻表和车底运用计划协同优化方法,如文献[10]针对单一交路情况,综合考虑运营成本和乘客出行费用,并引入运行安全、资源限制、列车容纳能力等约束条件,构建了城市轨道交通时刻表和车底运用计划协同优化模型,但这种协同优化的方法增加了模型的求解难度。文献[11]在处理时刻表和车底运用计划协同优化问题时提出了迭代非线性、混合整数线性规划和近似混合线性整数3种求解方法,并对比了不同方法的求解效果。然而,文献[10—11]仅针对单一交路情况下的协同优化问题,无法处理大小交路开行方案场景。

基于上述既有研究成果中的不足,本文对大小交路开行方案下的时刻表与车底运用计划协同优化问题进行研究。在考虑大小交路开行方案对时刻表与车底运用计划影响的基础上,以发车间隔、车底接续关系和大小交路开行次序为决策变量,构造能够满足大小交路开行方案下时刻表与车底运用计划编制要求的10个约束条件,建立以提升时刻表服务质量和降低车底运用成本为目标的协同优化模型。为求解该模型,引入辅助变量,将其重构为混合整数线性规划模型。依托广州市地铁2号线某工作日下的实际运营数据进行实例分析,验证本文提出的城市轨道交通时刻表与车底运用计划协同优化方法的有效性。

## 1 问题描述

城市轨道交通列车运行计划制定过程通常包括5个子过程,分别是:运输需求分析、列车开行方案制定、时刻表编制、车底运用计划编制和乘务安

排计划编制,各子过程依次进行,如图1所示<sup>[12]</sup>。在列车开行方案制定时,需要根据运输需求,合理确定列车停站计划和列车交路计划;其中的列车交路计划制定时还需根据客流密度,合理确定各时段内不同交路的开行数量,从而平衡服务质量与运营成本。在时刻表编制时,需要根据制定好的列车开行方案,在注意发车间隔均衡性<sup>[13]</sup>的基础上设定列车在车站等设施的到发时间。在车底运用计划编制时,需要根据制定好的列车开行方案以及时刻表,设定车底衔接关系。在乘务安排计划编制时,则需要在完成上述工作的基础上,进一步明确司机一段时间内值乘的工作方案。

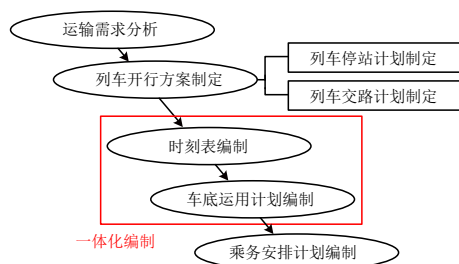


图1 列车运行计划制定过程示意图

在传统的列车运行计划制定过程中,时刻表与车底运用计划编制作为流程中2个相互独立的子过程往往需要单独优化与调整,但如果能统筹考虑这2个子过程,就可以在简化编制流程的同时提升列车运行计划质量<sup>[10]</sup>,即:综合考虑时刻表与车底运用计划的约束和目标,协同完成两者的编制。

对于大小交路开行方案下的列车运行计划,时刻表与车底运用计划的协同编制会比仅考虑单一交路时更为复杂,主要体现在以下2个方面。

(1) 大小交路开行方案对时刻表产生影响。时刻表与旅客服务质量密切相关,若发车间隔取值波动较大,将增加旅客等待时间;大小交路开行方案下的时刻表编制更应当注意车次交路的均衡性,若不同交路类型的车次发车间隔不均衡,将造成非共线区段的旅客等待时间过长。

(2) 大小交路开行方案对车底运用计划产生影响。若某线路可开行大小交路列车,则该线路上的折返站数量不会少于2个,车底周转的拓扑结构因此将更为复杂;车底周转同时还会受限于交路类型,例如车底独立运用时,运用于某一交路上的车底将不会再担任其他交路的运用任务,因此车底接续时还需要考虑车底对应的交路类型。

以某采用大小交路开行方案的线路为例进行说

明。该线路上设有2个折返站,按交路可将运行区段划分为大小交路重叠的共线区段和未重叠的非共线区段,如图2所示。图中: $h_i$ 和 $h_j$ 分别为上行车次 $i$ 和下行车次 $j$ 的发车间隔。由图2可知,给定列车交路计划的情况下,协同优化时刻表和车底运用计划时,需要在满足实际运营约束的基础上平衡上、下行列车的发车间隔 $h_i$ 和 $h_j$ ,协调大小交路的车底接续关系。这即是本文要重点解决的问题。

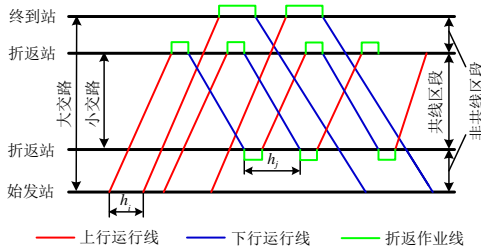


图2 大小交路开行方案的时刻表

## 2 时刻表与车底运用计划协同优化模型

### 2.1 参数与变量定义

定义如下模型参数: $I$ 为上行车次集合, $i \in I$ ;  $J$ 为下行车次集合, $j \in J$ ;  $N_f$ 和 $N_s$ 分别为大交路和小交路的车次数; $[t_{sta}, t_{end}]$ 为优化时间段; $[h_{min}, h_{max}]$ 为发车间隔取值范围; $t_{min}^{back}$ 为折返作业最短时间, $s$ ;  $t_c^{up}$ 和 $t_c^{dn}$ 分别为共线区段上行和下行的旅行时间, $s$ ;  $w_1$ 和 $w_2$ 为目标函数权重系数; $M$ 为1个极大正值; $\epsilon$ 为1个极小正值; $t_{up}^{dn}$ 为非共线区段上行转下行的总旅行时间(包括从共线区段终到站到非共线区段终到站和从非共线区段终到站到共线区段终到站的旅行时间), $s$ ;  $t_{dn}^{up}$ 为非共线区段下行转上行的总旅行时间, $s$ 。

定义如下变量: $t_i^d$ 和 $t_j^d$ 分别为上行车次 $i$ 和下行车次 $j$ 在共线区段的始发时间, $s$ ;  $t_i^a$ 和 $t_j^a$ 分别为车次 $i$ 和车次 $j$ 在共线区段的终到时间, $s$ 。

除 $h_i$ 和 $h_j$ 之外,为体现车底接续关系和大小交路开行次序,再定义如下4对0-1决策变量: $\delta_i$ 和 $\delta_j$ 分别确定车次 $i$ 和车次 $j$ 的交路类型,若为大交路取值为1,否则取值为0; $\gamma_i$ 和 $\gamma_j$ 分别确定车次 $i$ 和车次 $j$ 的车底来源,若不来自车场则取值为1,否则取值为0; $\eta_i$ 和 $\eta_j$ 分别确定车次 $i$ 和车次 $j$ 的车底是否进入车场,若车底不进入车场则取值为1,否则取值为0; $\alpha_i$ 和 $\beta_j$ 分别判断上行车次 $i$ 与下行车

次 $j$ 、下行车次 $j$ 与上行车次 $i$ 车底的接续关系,若产生车底接续则取值为1,否则取值为0。

### 2.2 目标函数

提升旅客服务质量<sup>[14]</sup>和降低运营成本<sup>[15]</sup>是城市轨道交通列车运行计划优化的主要目标,因此提出的目标函数由这2个目标组成,分别是总发车间隔偏差 $Z_1$ 和总车底出入库次数 $Z_2$ ,即

$$Z = \min(w_1 Z_1 + w_2 Z_2) \quad (1)$$

时刻表的旅客服务质量与发车间隔偏差密切相关,偏差越小,旅客等待时间越小,服务质量越高。总发车间隔偏差 $Z_1$ 为上、下行累计发车间隔偏差,可以表示为

$$Z_1 = \sum_{i \in I} |h_i - \bar{h}| + \sum_{j \in J} |h_j - \bar{h}| \quad (2)$$

其中,

$$\bar{h} = \frac{t_{end} - t_{sta}}{N_s + N_f - 1} \quad (3)$$

式中: $\bar{h}$ 为平均发车间隔, $s$ 。

车底出入库次数又直接影响到完成运输任务所需车底的作业成本,如果某车次的车底来自车场而非与其他车次产生接续,则 $\gamma_i$ 或 $\gamma_j$ 取值为0,并计为出入库1次。总车底出入库次数 $Z_2$ 为上、下行累计出入库次数,可以表示为

$$Z_2 = \sum_{i \in I} (1 - \gamma_i) + \sum_{j \in J} (1 - \gamma_j) \quad (4)$$

### 2.3 约束条件

模型共包含10个约束条件。其中:共线区段车次始发与终到时间约束、优化时间段约束和发车间隔约束这3个约束条件与时刻表相关,大小交路车次数约束和大小交路车次均衡约束这2个约束条件与大小交路相关,车底接续唯一性约束、车底出入库作业约束、车底接续的交路类型约束、车底接续的接续时间约束和折返作业的到发间隔约束这5个约束条件与车底接续相关。

#### 1) 共线区段车次始发与终到时间约束

对于共线区段,上、下车次的始发时间均可根据发车间隔计算。车次的终到时间等于始发时间加上共线区段运行时间,即

$$t_i^d = t_{sta} + \sum_{i'=1}^i h_{i'} \quad \forall i \in I \quad (5)$$

$$t_i^a = t_i^d + t_c^{up} \quad \forall i \in I \quad (6)$$

$$t_j^d = t_{sta} + \sum_{j'=1}^j h_{j'} \quad \forall j \in J \quad (7)$$

$$t_j^a = t_j^d + t_c^{dn} \quad \forall j \in J \quad (8)$$



式中： $i'$ 为上行车次索引编号； $j'$ 为下行车次索引编号。

## 2) 优化时间段约束

考虑到各车次在共线区段的始发时间应在优化时间段内，对上、下行最后1趟列车的始发时间进行约束，即

$$t_{\text{sta}} + \sum_{i \in I} h_i \leq t_{\text{end}} \quad (9)$$

$$t_{\text{sta}} + \sum_{j \in J} h_j \leq t_{\text{end}} \quad (10)$$

## 3) 发车间隔约束

上、下行各车次的发车间隔取值应当在合理区间 $[h_{\min}, h_{\max}]$ 内，即

$$h_{\min} \leq h_i \leq h_{\max} \quad \forall i \in I \quad (11)$$

$$h_{\min} \leq h_j \leq h_{\max} \quad \forall j \in J \quad (12)$$

## 4) 大小交路车次数量约束

上、下行的的大、小交路车次数量应与给定的 $N_I$ 和 $N_s$ 相符，即

$$\sum_{i \in I} \delta_i = N_I \quad (13)$$

$$\sum_{i \in I} (1 - \delta_i) = N_s \quad (14)$$

$$\sum_{j \in J} \delta_j = N_I \quad (15)$$

$$\sum_{j \in J} (1 - \delta_j) = N_s \quad (16)$$

## 5) 大小交路车次均衡约束

对于存在小交路的情况，一般大交路车次数为小交路车次数的整数倍，即大小交路车次之比 $\kappa = N_I/N_s$ ， $\kappa \in \mathbb{N}_+$ 。为保证不同类型交路的车次保持均衡，需要引入约束条件保证小交路类型的车次间隔为 $\kappa$ ，即

$$\sum_{i - \kappa \leq i' \leq i} \delta_{i'} = \kappa \quad \forall i \in I, i > \kappa \quad (17)$$

$$\sum_{j - \kappa \leq j' \leq j} \delta_{j'} = \kappa \quad \forall j \in J, j > \kappa \quad (18)$$

特别地，对于不存在小交路的情况，即 $N_s=0$ ，大小交路车次均衡约束式和式不需要考虑。

## 6) 车底接续唯一性约束

所有上行车次在运行过程中至多只能与1趟下行车次进行车底接续，同时所有下行车次在运行过程中至多只能与1趟上行车次进行车底接续，即

$$0 \leq \sum_{j \in J, j \geq i} \alpha_j^i \leq 1 \quad \forall i \in I \quad (19)$$

$$0 \leq \sum_{i \in I, i \leq j} \alpha_i^j \leq 1 \quad \forall j \in J \quad (20)$$

$$0 \leq \sum_{i \in I, i \geq j} \beta_j^i \leq 1 \quad \forall j \in J \quad (21)$$

$$0 \leq \sum_{j \in J, j \leq i} \beta_j^i \leq 1 \quad \forall i \in I \quad (22)$$

## 7) 车底出入库作业约束

车次的接续关系影响着车底出入库作业。如果上行车次 $i$ 与下行车次 $j$ 产生车底接续，即

$$\sum_{j \in J, j \geq i} \alpha_j^i = 1 \text{ 和 } \sum_{i \in I, i \leq j} \alpha_i^j = 1 \text{ 成立，则上行车次 } i \text{ 的车}$$

底不进入车场时 $\eta_i=1$ ，下行车次 $j$ 的车底不来自车场时 $\gamma_j=1$ ；如果上行车次 $i$ 与下行车次 $j$ 不产生车底接续，即 $\sum_{j \in J, j \geq i} \alpha_j^i = 0$ 和 $\sum_{i \in I, i \leq j} \alpha_i^j = 0$ 成立，则

上行车次 $i$ 的车底进入车场时 $\eta_i=0$ ，下行车次 $j$ 的车底来自车场时 $\gamma_j=0$ 。同样地，下行车次 $j$ 与上行车次 $i$ 的车底接续关系与下行车次 $j$ 和上行车次 $i$ 的车底出入库存在同样的关系，即

$$\eta_i = \sum_{j \in J, j \geq i} \alpha_j^i \quad \forall i \in I \quad (23)$$

$$\gamma_j = \sum_{i \in I, i \leq j} \alpha_i^j \quad \forall j \in J \quad (24)$$

$$\eta_j = \sum_{i \in I, i \geq j} \beta_j^i \quad \forall j \in J \quad (25)$$

$$\gamma_i = \sum_{j \in J, j \leq i} \beta_j^i \quad \forall i \in I \quad (26)$$

## 8) 车底接续的交路类型约束

只有当前、后2个车次的交路类型相同时，车次对应车底才可以产生接续，即

$$\alpha_i^j \leq 1 - \delta_i + \delta_j \quad \forall i \in I, \forall j \in J, j \geq i \quad (27)$$

$$\alpha_i^j \leq 1 - \delta_j + \delta_i \quad \forall i \in I, \forall j \in J, j \geq i \quad (28)$$

$$\beta_j^i \leq 1 - \delta_i + \delta_j \quad \forall j \in J, \forall i \in I, i \geq j \quad (29)$$

$$\beta_j^i \leq 1 - \delta_j + \delta_i \quad \forall j \in J, \forall i \in I, i \geq j \quad (30)$$

## 9) 车底接续的接续时间约束

只有当车次对应车底间的接续时间满足要求时，车底接续才可以产生。上行车次与下行车次对应车底接续的折返作业时间 $(t_j^d - t_i^a - \delta_i t_{\text{up}}^{\text{dn}})$ 可按交路类型分为以下2种情况：①当车底担当大交路时， $\delta_i t_{\text{up}}^{\text{dn}} = t_{\text{up}}^{\text{dn}}$ 成立，则折返作业时间为 $t_j^d - t_i^a - t_{\text{up}}^{\text{dn}}$ ；②当车底担当小交路时，则折返作业时间为 $t_j^d - t_i^a$ 。这2种情况下，当折返作业时间小于最小折返时间 $t_{\text{min}}^{\text{back}}$ 时， $\alpha_i^j - (1 - \alpha_i^j)M < 1$ 成立，则 $\alpha_i^j$ 只能取0；反之，当折返时间大于等于最小折返时间时， $\alpha_i^j - (1 - \alpha_i^j)M \leq 1$ 成立，则 $\alpha_i^j$ 可取0或1。同理，下行车次 $j$ 与上行车次 $i$ 对应车底的接续时间也应满足类似的约束，即

$$\alpha_i^j - (1 - \alpha_i^j)M \leq \frac{t_i^d - t_i^a - \delta_i t_{\text{up}}^{\text{dn}}}{t_{\text{min}}^{\text{back}}} \quad \forall i \in I, \forall j \in J, j \geq i \quad (31)$$

$$\beta_j^i - (1 - \beta_j^i)M \leq \frac{t_j^d - t_j^a - \delta_j t_{\text{dn}}^{\text{up}}}{t_{\text{min}}^{\text{back}}} \quad \forall j \in J, \forall i \in I, i \geq j \quad (32)$$

10) 折返作业的到发间隔约束

当车次进行折返作业时, 需要考虑同向车次的到发间隔大于最小到发间隔, 即

$$(t_i^d - t_{\text{up}}^s) - t_{i-1}^d \geq h_{\text{min}}^{\text{ad}} \quad \forall i \in I, i > 1 \quad (33)$$

$$(t_j^d - t_{\text{dn}}^s) - t_{j-1}^d \geq h_{\text{min}}^{\text{ad}} \quad \forall j \in J, j > 1 \quad (34)$$

式中:  $t_{\text{up}}^s$  和  $t_{\text{dn}}^s$  分别为车次在折返站上行转下行和下行转上行的停站时间,  $s$ ,  $h_{\text{min}}^{\text{ad}}$  为最小到发间隔,  $s$ 。

### 3 混合整数线性规划求解方法

采用混合整数线性规划方法求解提出的时刻表与车底运用计划协同优化模型。根据上述模型描述, 目标函数即式(1)为非线性, 约束条件式(5)一式(34)均为线性。要将该模型重构为混合整数线性规划模型, 需要将目标函数中的总发车间隔偏差  $Z_1$  线性化处理为  $Z_1'$ 。

引入辅助0-1变量  $\lambda_i$  来表述  $h_i$  与  $\bar{h}$  的大小关系, 定义为  $(\lambda_i = 1) \leftrightarrow (h_i \leq \bar{h})$  [16]。当  $\lambda_i = 1$  时,  $h_i \leq \bar{h}$ ; 当  $\lambda_i = 0$  时,  $h_i > \bar{h}$ 。该逻辑关系可以线性表示为

$$h_i - \bar{h} \leq M(1 - \lambda_i) \quad \forall i \in I \quad (35)$$

$$h_i - \bar{h} \geq \epsilon + (-M - \epsilon)\lambda_i \quad \forall i \in I \quad (36)$$

同样地, 引入辅助0-1变量  $\lambda_j$  来表述  $h_j$  与  $\bar{h}$  的大小关系, 定义为  $(\lambda_j = 1) \leftrightarrow (h_j \leq \bar{h})$ 。那么,  $Z_1$  可以表示为

$$Z_1 = \sum_{i \in I} [\lambda_i(\bar{h} - h_i) + (1 - \lambda_i)(h_i - \bar{h})] + \sum_{j \in J} [\lambda_j(\bar{h} - h_j) + (1 - \lambda_j)(h_j - \bar{h})] \quad (37)$$

更进一步地, 引入辅助变量  $\mu_i$  和  $\mu_j$  来分别表示乘积  $\lambda_i h_i$  和  $\lambda_j h_j$ 。以  $\mu_i = \lambda_i h_i$  为例,  $\mu_i$  可以线性表示为

$$\mu_i \leq h_{\text{max}} \lambda_i \quad \forall i \in I \quad (38)$$

$$\mu_i \geq h_{\text{min}} \lambda_i \quad \forall i \in I \quad (39)$$

$$\mu_i \leq h_i - h_{\text{min}}(1 - \lambda_i) \quad \forall i \in I \quad (40)$$

$$\mu_i \geq h_i - h_{\text{max}}(1 - \lambda_i) \quad \forall i \in I \quad (41)$$

$\mu_j$  也可以用相同的形式线性表示, 那么式(16)可以表述为

$$Z_1' = \sum_{i \in I} [(2\lambda_i - 1)\bar{h} + h_i - 2\mu_i] + \sum_{j \in J} [(2\lambda_j - 1)\bar{h} + h_j - 2\mu_j] \quad (42)$$

通过上述转换, 对目标函数进行了线性化处理, 表述为

$$Z = \min(w_1 Z_1' + w_2 Z_2) \quad (43)$$

在线性化过程中, 引入了辅助变量  $\lambda_i$ ,  $\lambda_j$ ,  $\mu_i$  和  $\mu_j$  与对应约束式(35)一式(36), 式(38)一式(41), 这样一来, 重构之后的模型便能符合混合整数规划模型的要求。

将各单目标最优化值的倒数取作权重系数, 从而反映各单个目标对整个多目标问题的重要程度, 同时对各单个目标函数作统一量纲处理。权重系数的计算方法为

$$w_1 = \frac{1}{Z_1'^*} \quad (44)$$

$$w_2 = \frac{1}{Z_2'^*} \quad (45)$$

式中:  $Z_1'^*$  和  $Z_2'^*$  分别为目标函数  $Z_1'$  和  $Z_2$  的最小值。

### 4 实例分析

依托广州市地铁2号线某工作日下的实际运营数据进行实例分析。首先选取运行时段 [7:00—8:00] 进行实际与优化方案对比分析, 验证所提出方法再降低车底使用成本和提升服务质量方面的优化效果; 然后对复杂交路计划和长时段场景进行了分析, 验证所提出方法对于复杂交路计划情况的适用性。该线路共有车站24座, 车场2个, 拓扑结构如图3所示。图中: GZN站—JHWG站为大交路区段, JTL站—SYL站为小交路区段, JTL站和SYL站均为折返站。该线路发车间隔最小和最大值分别为120和360 s, 折返站的最小折返作业时间为120 s, 上、下行折返站的停站时间为45 s, 最小到发间隔为60 s, 共线区段和非共线区段的旅行时间见表1。

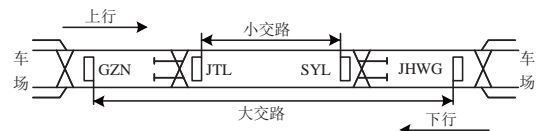


图3 广州地铁2号线拓扑结构

模型求解时, 仿真运行的计算机硬件环境为 Intel (R) Core (TM) i5-6200U CPU, 主频 2.40

表1 共线区段和非共线区段的旅行时间

区段	区段类型	旅行时间/s	
		上行	下行
GZN—JTL	非共线区段	1 178	1 069
JTL—SYL	共线区段	1 204	1 164
SYL—JHWG	非共线区段	1 018	1 136

GHz,内存8 GB;软件环境为Windows10系统,使用MATLAB调用CPLEX。

#### 4.1 实际与优化方案对比仿真

选取某工作日运行时段7:00—8:00的时刻表进行优化。该时段内的大小交路开行对数分别为18对和9对,大小交路车次数比例 $\kappa$ 为2。本模型仅关注优化时段内的时刻表与车底运用计划优化,并未考虑相邻时段列车运行线对本时段内车底接续的影响,因此优化时段内的车底出入库次数可按总车次数与总车底接续数之差计算。仿真时,首先进行单目标优化,分别获得 $Z_1^*$ 和 $Z_2^*$ 的取值为24.90和38.00;再根据式(44)和式(45),分别计算得到 $w_1$ 和 $w_2$ 的取值为0.040和0.026;然后利用CPLEX求解,得到优化方案的目标函数值见表2,优化方案求解时间为54 s。基于提出的混合整数线性规划方法获得优化方案的时刻表,如图4所示。

表2 优化方案的目标函数值

方案	目标函数取值	线性化处理后的 总发车间隔偏差 $Z_1^*/s$	车底出入库 次数 $Z_2^*/次$
实际方案	20.29	479.23	43
优化方案	2.06	24.92	41

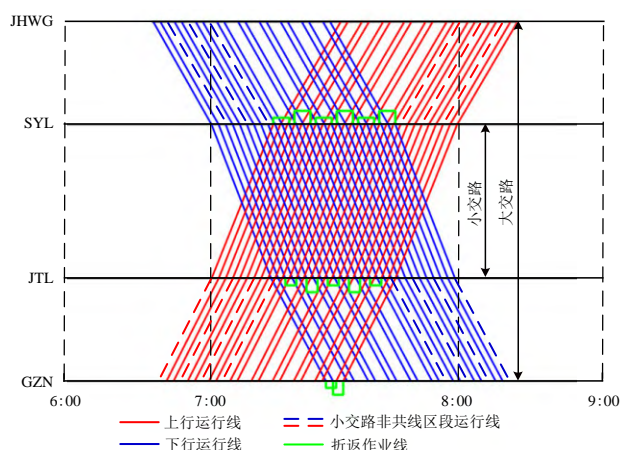


图4 优化方案时刻表

由表2可知:在不改变大小交路开行方案的情况下,优化方案在运行时段7:00—8:00的车底出入库次数比实际方案下降4.65%,总发车间隔偏差下降94.80%,总目标函数下降89.85%,这表

明提出的优化方法可以在降低时刻表运营成本的同时提高服务质量。

由表2和图4可知:在兼顾运营成本和服务质量的情况下,模型中的约束确保了时刻表的可行性、大小交路的开行数量、以及车次的接续关系与时间等指标均能满足实际运营要求;形成的运行图实现了小交路与大交路均衡排布,能够提高非共线区段旅客服务质量,这说明模型中的约束式和式能够确保不同类型交路的均衡性。

#### 4.2 长时段下复杂交路计划仿真

在运行时段7:00—8:00的基础上,进一步选取该工作日运行时段7:00—11:00的时刻表进行优化。该时段内的列车交路计划人为设定为见表3。由表3可知,相较于上一案例,该案例运行时段的时间宽度更长,而且大小交路的车次比例跟随时间不断变化,相应地列车交路计划也更为复杂。特别地,运行时段10:00—11:00的小交路开行数量为零,那么大小交路车次均衡约束式(17)和式(18)不需要考虑。

表3 复杂交路计划和长时段仿真的列车交路计划

时段	大交路开行数量/对	小交路开行数量/对
7:00—8:00	18	9
8:00—9:00	12	6
9:00—10:00	12	6
10:00—11:00	18	0

为验证所提出的优化方法对于复杂交路计划和长时段问题求解的可行性与适用性,按表3进行仿真。仿真时,首先进行单目标优化,分别获得 $Z_1^*$ 和 $Z_2^*$ 的取值为240和43;再根据式(44)和式(45),分别计算得到 $w_1$ 和 $w_2$ 的取值为0.004和0.024;然后利用CPLEX求解,得到优化方案的总发车间隔偏差为240 s,车底出入库次数为43次,求解时间为115 s。优化方案对应的时刻表如图5所示,车底运用计划见表4。表中:车次编号按照始发站的发车时间依次设置为1,2,...,81;u和d分别表示车次运行方向为上行和下行。

由图5和表4可知:大小交路的排布和开行数量,以及车次的接续关系与时间均满足约束要求,符合实际应用要求;对于小交路,在开始阶段(时段8:00—9:00)车底从车场出发进行小交路车次运输任务,在结束阶段(时段9:00—10:00)车底完成小交路运输任务后返回车场;小交路列车在中间折返站进行折返作业,能够确保车底有序接续。



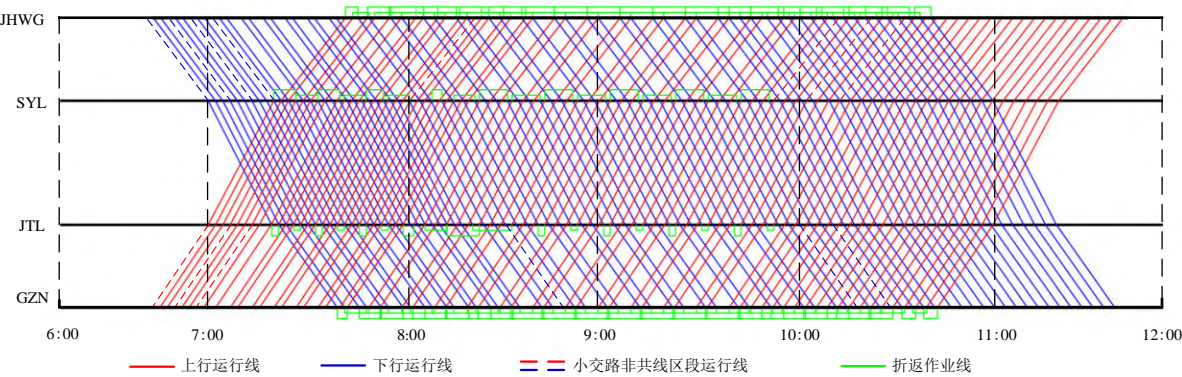


图 5 复杂交路计划和长时段仿真下的优化方案时刻表

表 4 复杂交路计划和长时段仿真的车底运用计划

车底编号	车次编号	车底编号	车次编号	车底编号	车次编号	车底编号	车次编号
1	u1-d13-u22-d31	12	u15-d41-u66	23	d3-u29-d56-u75	34	d20-u45-d70
2	u2-d29-u54-d76	13	u17-d44-u67	24	d5-u30-d57-u76	35	d21-u47-d71
3	u3-d30-u56-d77	14	u18-d45-u68	25	d6-u32-d59-u77	36	d23-u48-d72
4	u5-d32-u57-d78	15	d10-u19	26	d8-u33-d60-u78	37	d24-u50-d73
5	u6-d33-u59-d79	16	u20-d47-u69	27	d9-u35-d63-u80	38	d26-u51-d74
6	u8-d35-u60-d80	17	u21-d48-u70	28	d11-u36-d64-u81	39	d27-u53-d75
7	u9-d36-u62-d81	18	u23-d50-u70	29	d12-u38-d65	40	u4-d16-u25-d34-u40-d49-u55
8	d1-u10-d22-u31	19	u24-d51-u71	30	d14-u39-d66	41	u7-d19-u28-d37-u43-d52-u58
9	u11-d38-u63	20	u26-d53-u73	31	d15-u41-d67	42	d4-u13-d25-u34-d43-u49-d58
10	u12-d39-u64	21	d2-u27-d54-u74	32	d17-u42-d68	43	d7-u16-d28-u37-d46-u52-d61
11	u14-d41-u65	22	d24-u50-d71	33	d18-u44-d69		

仿真结果表明：即便是对于长时段下的复杂交路情况，提出的优化方法同样可以在兼顾时刻表与车底运用效率的基础上实现一体化编制；在计算效率方面，由于问题规模和求解复杂度有所提升，优化时间相应上升，但仍然满足时刻表与车底运用计划离线编制要求。

5 结 语

本文在分析大小交路开行方案对时刻表与车底运用计划影响的基础上，提出了考虑大小交路的城市轨道交通时刻表与车底运用计划协同优化方法，包括时刻表与车底运用计划协同优化模型及相应的求解方法。设计协同优化模型的目标函数由 2 个优化目标组成，分别是：从发车间隔层面提升旅客服务质量和从车底周转层面降低运营成本；将发车间隔、车底接续关系和大小交路开行次序作为决策变量，构建出 10 组能够统筹大小交路开行方案下时刻表和车底运用计划二者关系的约束条件。为使模

型可以被有效求解，又引入辅助变量，将提出的协同优化模型重构为混合整数线性规划模型。依托广州地铁 2 号线实际运营数据进行仿真的实例结果表明，优化方案较实际方案可降低车底出入库次数约 4.65%，降低总发车间隔偏差约 94.80%，证明了本文提出的协同优化方法不仅能在完成列车运行计划的情况下从发车间隔层面提升旅客服务质量、有效降低车底使用成本，还可适用于长时段下复杂交路计划的情况。实例分析也同时表明，本文方法能够切实简化对时刻表和车底运用计划的编制流程，以一体化优化的形式避免计划编制时对二者的反复修改，有效降低不均衡客流下的列车运行计划编制难度，而这正是本研究与既往研究中将大小交路情况下时刻表和车底运用计划作为独立问题分别攻克的最大不同。

本文仅从发车间隔的角度评价旅客服务质量。后续研究中，还可对服务质量的评价指标进行适当细化，并进一步考虑客流特性对大小交路开行方案及其运行计划编制的影响。

## 参 考 文 献

- [1] 许得杰, 巩亮, 曾俊伟. 考虑客流时变需求的大小交路列车时刻表优化模型[J]. 交通运输系统工程与信息, 2019, 19(2): 122-129.  
(XU Dejie, GONG Liang, ZENG Junwei. Modeling of Train Timetable with Full-Length and Short-Turn Routing Considering the Time-Varying Demand [J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2019, 19 (2): 122-129. in Chinese)
- [2] 何必胜, 宋瑞, 何世伟, 等. 城市轨道交通车底运用计划编制优化模型求解的混合列生成算法[J]. 中国铁道科学, 2014, 35(1): 122-129.  
(HE Bisheng, SONG Rui, HE Shiwei, et al. A Hybrid Column Generation Approach for Solving Rolling Stock Assignment Optimization Model of Urban Rail Transit [J]. China Railway Science, 2014, 35 (1): 122-129. in Chinese)
- [3] ZHANG M, WANG Y H, SU S, et al. A Short Turning Strategy for Train Scheduling Optimization in an Urban Rail Transit Line: the Case of Beijing Subway Line 4 [J]. Journal of Advanced Transportation, 2018, 2018: 5367295.
- [4] 许得杰, 毛保华, 陈绍宽, 等. 考虑开行比例的大小交路列车开行方案优化[J]. 交通运输工程学报, 2021, 21(2): 173-186.  
(XU Dejie, MAO Baohua, CHEN Shaokuan, et al. Optimization of Operation Scheme for Full-Length and Short-Turn Routings Considering Operation Proportion [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2021, 21 (2): 173-186. in Chinese)
- [5] 白广争, 郭进, 杨扬, 等. 大小交路嵌套方式下城市轨道交通列车最优车组数开行方案[J]. 城市轨道交通研究, 2015, 18(3): 45-50.  
(BAI Guangzheng, GUO Jin, YANG Yang, et al. On Operation Scheme of Urban Rail Transit in Long/Short Routing Mode [J]. Urban Mass Transit, 2015, 18 (3): 45-50. in Chinese)
- [6] CANCA D, BARRENA E, LAPORTE G, et al. A Short-Turning Policy for the Management of Demand Disruptions in Rapid Transit Systems [J]. Annals of Operations Research, 2016, 246 (1/2): 145-166.
- [7] 江志彬, 徐瑞华, 吴强, 等. 计算机编制城市轨道交通共线交路列车运行图[J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2010, 38(5): 692-696.  
(JIANG Zhibin, XU Ruihua, WU Qiang, et al. Shared-Path Routing Timetable Computer Designing in Rail Transit System. Journal of Tongji University: Natural Science, 2010, 38 (5): 692-696. in Chinese)
- [8] 张晓倩, 崔炳谋. 城市轨道交通共线交路运行图的优化与编制[J]. 计算机应用与软件, 2016, 33(3): 248-251.  
(ZHANG Xiaoqian, CUI Bingmou. Shared-Path Routing Timetable Optimisation and Designing of Urban Rapid Transit [J]. Computer Applications and Software, 2016, 33 (3): 248-251. in Chinese)
- [9] 徐瑞华, 陈菁菁, 杜世敏. 城轨交通多种列车交路模式下的通过能力和车底运用研究[J]. 铁道学报, 2005, 27(4): 6-10.  
(XU Ruihua, CHEN Jingjing, DU Shimin. Study on Carrying Capacity and Use of Rolling Stock with Multi-Routing in Urban Rail Transit [J]. Journal of the China Railway Society, 2005, 27 (4): 6-10. in Chinese)
- [10] 姚宇, 朱晓宁, 康柳江, 等. 城市轨道交通列车时刻表与车底运用整合优化模型[J]. 交通运输系统工程与信息, 2018, 18(1): 200-206.  
(YAO Yu, ZHU Xiaoning, KANG Liujiang, et al. An Integrated Optimization Model of Train Timetabling and Rolling Stock Scheduling for an Urban Railway Line [J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2018, 18 (1): 200-206. in Chinese)
- [11] WANG Y H, D'ARIANO A, YIN J T, et al. Passenger Demand Oriented Train Scheduling and Rolling Stock Circulation Planning for an Urban Rail Transit Line [J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2018, 118: 193-227.
- [12] GHOSEIRI K, SZIDAROVSKY F, ASGHARPOUR M J. A Multi-Objective Train Scheduling Model and Solution [J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2004, 38 (10): 927-952.
- [13] 代存杰, 李引珍, 展宗思, 等. 考虑动态客流需求和大小交路模式的城市轨道交通列车开行方案优化[J]. 中国铁道科学, 2018, 39(2): 128-136.  
(DAI Cunjie, LI Yinzhen, ZHAN Zongsi, et al. Optimization of Train Operation Scheme for Urban Rail Transit



- Considering Dynamic Passenger Demand and Full-Length & Short-Turn Routing Modes [J]. China Railway Science, 2018, 39 (2): 128–136. in Chinese)
- [14] WANG Y H, TANG T, NING B, et al. Passenger-Demands-Oriented Train Scheduling for an Urban Rail Transit Network [J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2015, 60: 1–23.
- [15] 王媛媛,倪少权.城市轨道交通大小交路模式列车开行方案的优化[J].铁道学报,2013,35(7):1–8.  
(WANG Yuanyuan, NI Shaoquan. Optimization of Train Schedules of Full-Length & Short-Turn Operation Modes in Urban Rail Transit [J]. Journal of the China Railway Society, 2013, 35 (7): 1–8. in Chinese)
- [16] BEMPORAD A, MORARI M. Control of Systems Integrating Logic, Dynamics, and Constraints [J]. Automatica, 1999, 35 (3): 407–427.

## Integrated Scheduling Method of Timetable and Rolling Stock Assignment Scheme Considering Long and Short Routing

JIN Bo, GUO Youxing, WANG Qingyuan, SUN Pengfei, FENG Xiaoyun

(School of Electrical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu Sichuan 611756, China)

**Abstract:** In order to reduce the difficulty of long and short routing operation plan of urban rail transit on the timetable and rolling stock assignment scheme scheduling and improve the service for unbalanced passenger demand, this paper proposes a collaborative optimization method of timetable and rolling stock assignment scheme for urban rail transit considering the long and short routing. Firstly, for the long and short routing operation plan, taking improving the service quality of timetable and reducing the operation cost of rolling stock as the bi-objective, by optimizing the headways, the relationship between rolling stocks and the sequences of long and short routing, constraints combined the relationship between timetable and rolling stock assignment scheme are designed and a collaborative optimization model of the two is built. Then, combining the characteristics of the model, the auxiliary variables are introduced to reconstruct the model into a mixed integer linear programming (MILP) model, so as to realize the effective solution of the model. Finally, the validity of the method is verified based on the actual operation data of Guangzhou Metro line 2. Results show that compared with the original scheme, the optimized scheme can reduce the number of rolling stock storage by about 4.65% and the value of total headway deviation by about 94.80%. In the long time complex traffic schedule, the optimized method can achieve collaborative scheduling while ensure the efficiency of timetable and rolling stock usage, which effectively reduce the difficulty of train operation scheme scheduling under unbalanced passenger demand.

**Key words:** Urban rail transit; Long and short routing; Train operation scheme; Scheme scheduling; Collaborative optimization; Mixed integer linear programming

(责任编辑 耿枢馨)